

BÀI 1. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Biểu thức số

Các số được nối với nhau bởi dấu các phép tính (cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa) tạo thành một biểu thức số. Đặc biệt, mỗi số đều được coi là một biểu thức số.

2. Biểu thức đại số

- Các số, chữ được nối với nhau bởi dấu các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, nâng lên lũy thừa làm thành một biểu thức đại số. Đặc biệt, biểu thức số cũng là biểu thức đại số.
- Trong một biểu thức đại số, các chữ (nếu có) dùng để thay thế hay đại diện cho những số nào đó được gọi là các biến số (gọi tắt là các biến).

*Chú ý:

- Để cho gọn, khi viết các biểu thức đại số, ta không viết dấu nhân giữa các biến, cũng như giữa biến và số.

Ví dụ: $a.b = ab$; $3.a = 3a$;...

- Thông thường ta không viết thừa số 1 trong tích.

Ví dụ: $1xy = xy$; $(-1).ab = -ab$.

- Với các biến, ta cũng có thể áp dụng các quy tắc và tính chất của các phép tính đối với các số.
 $x(y+z) = xy + xz$; $-(x-y+z) = -x + y - z$;...

Ví dụ: $x + x + x = 3x$; $y.y = y^2$; $x + y = y + x$

$x(y+z) = xy + xz$; $-(x-y+z) = -x + y - z$;...

3. Giá trị của một biểu thức đại số

Giá trị của biểu thức đại số tại các giá trị đã cho của biến là giá trị của biểu thức số nhận được khi thay giá trị đã cho của mỗi biến vào biểu thức.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Viết các biểu thức đại số và diễn đạt các biểu thức đại số

Phương pháp giải:

- Sử dụng các chữ, các số và các phép toán để diễn đạt các mệnh đề phát biểu bằng lời.
- Căn cứ vào nội dung bài toán để viết biểu thức đại số theo yêu cầu của đề bài.

1A. Viết các biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Tổng các bình phương của x và y ;
- b) Bình phương của tổng hai số a và b ;
- c) Tích của 2 lần x với hiệu các bình phương của x và y ;
- d) Trung bình cộng của x và y .

1B. Viết các biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Lập phương của tổng hai số x và y ;
- b) Tổng các lập phương của hai số a và b ;
- c) Thương của tổng x và y với 3 lần y ;
- d) Trung bình cộng của x, y và z .

2A. Viết các biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Chu vi hình vuông có cạnh bằng x ;
- b) Chu vi hình chữ nhật có hai cạnh là x và y .
- c) Chu vi của hình tròn có bán kính là R .

2B. Viết các biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Diện tích hình vuông có cạnh bằng x ;
- b) Diện tích hình thang có đáy lớn là a , đáy nhỏ là b và chiều cao là h ;
- c) Diện tích hình chữ nhật có chiều rộng là x (cm) và chiều dài là 5 (cm).

3A. Viết các biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Tích của hai số tự nhiên lẻ liên tiếp;
- b) Tổng các bình phương của hai số tự nhiên lẻ bất kì;
- c) Nghịch đảo của tổng hai số x và y .

3B. Viết các biểu thức đại số để biểu thị:

- a) Tích của hai số tự nhiên chẵn liên tiếp;
- b) Hiệu các bình phương của hai số tự nhiên lẻ bất kì;
- c) Tổng các nghịch đảo của hai số x và y .

4A. Bưởi da xanh có giá 45 nghìn đồng một kilôgam, cam canh có giá 40 nghìn đồng một kilôgam. Hãy viết biểu thức biểu thị cho số tiền ứng với x kilôgam bưởi và y kilôgam cam.

4B. Phương cùng các bạn dự định gói bánh chưng gửi cho người dân vùng lũ. Phương cần mua 8 kg gạo nếp với giá x đồng một kg, 5 kg đỗ xanh với giá y đồng một kg và 3 kg thịt ba chỉ heo với giá z đồng một kg. Hỏi tổng số tiền bạn Phương và các bạn phải trả là bao nhiêu?

5A. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn, vòi một mỗi giờ chảy được x (lít), vòi hai mỗi giờ chảy được y (lít). Viết biểu thức biểu thị lượng nước chảy được vào bể của hai vòi, nếu vòi một chảy trong 3 giờ và vòi hai chảy trong 5 giờ.

5B. Một ô tô đi quãng đường từ A đến B với vận tốc x km/h trong 3 giờ. Sau đó đi tiếp quãng đường từ B đến C với vận tốc y km/h trong 1,5 giờ. Viết biểu thức biểu thị chiều dài quãng đường AC .

6A. Diễn đạt các biểu thức sau bằng lời:

a) $x + 3y$; b) $x^2 + 1$; c) $(x - 2y)^2$.

6B. Diễn đạt các biểu thức sau bằng lời:

a) $5x - y$; b) $x^3 - 5y$; c) $(x - y)(x + y)$.

Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức đại số

Phương pháp giải: Để tính giá trị của biểu thức đại số khi biết giá trị của các biến, ta thay các biến trong biểu thức bằng những số đã cho để được một biểu thức số rồi thực hiện phép tính.

7A. Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $A = 5x + 1$ tại $x = 5,2$.
b) $B = xy^2 - 3x^2y + 1$ tại $x = y = -1$.
c) $C = (2x - y)(x + 5)$ tại $x = 1; y = -2$.

7B. Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $A = -5x^3 + 1$ tại $x = -2$.
b) $B = y^2 - 3y + 1$ tại $y = -1$.
c) $C = (x - y)^2 \cdot (x^2 - y)$ tại $x = -1; y = 3$.

8A. Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $M = \frac{3a + 2b}{4a - 3b}$ biết $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$.
b) $N = (3x^3 + y^2 - 3)(x - y)$ biết $x = y$.

8B. Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $P = \frac{3x + 10y}{9x + 2y}$ biết $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$.
b) $Q = \frac{4x - 3}{3x + y} - \frac{4y + 3}{3y + x}$ biết $x - y = 3$.

9A. Một khu vườn hình chữ nhật có chiều rộng x mét, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Người ta đào một lối đi xung quanh khu vườn (thuộc đất của vườn) rộng 2 mét. Tính diện tích còn lại của khu vườn biết $x = 7$ (mét).

9B. Có một vòi chảy vào một bể chứa nước, mỗi giờ chảy được x lít nước. Cùng lúc đó có một vòi khác chảy từ bể ra, mỗi giờ lượng nước chảy ra bằng $\frac{1}{4}$ lượng nước chảy vào.

a) Hãy biểu thị số lượng nước có trong bể sau khi mở đồng thời cả hai vòi trong a giờ.

b) Tính lượng nước có trong bể trên biết $x = 30$ (lít), $a = 3$ (giờ).

Dạng 3. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

Phương pháp giải:

- Để tìm giá trị của biến x sao cho biểu thức $A(x)$ nhận giá trị nhỏ nhất (hoặc giá trị lớn nhất) ta làm như sau:

+) Chỉ ra: $A(x) \geq a$ (hoặc $A(x) \leq a$).

+) Tìm được giá trị của x_0 để $A(x_0) = a$.

Vậy $\min A(x) = a$ tại $x = x_0$ (hoặc $\max A(x) = a$ tại $x = x_0$).

Lưu ý: $|A| \geq 0$; $A^2 \geq 0$

10A. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức:

a) $A = (x - 3)^2 + 1$; b) $B = |3x + 1| - 5$.

10B. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức:

a) $A = 5 + (-2x + 1)^2$; b) $B = |5y - 2| + (x - 1)^2 + 3$.

11A. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức:

a) $A = -(3x - 1)^2 + 2$; b) $B = 4 - |3x - 2|$.

11B. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức:

a) $A = 13 - x^2$; b) $B = 5 - (2x + 5)^4$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

12. Viết các biểu thức đại số để biểu thị:

a) Tích của tổng hai số x, y và hiệu các bình phương của hai số đó;

b) Tích ba số tự nhiên liên tiếp;

c) Một số tự nhiên chia 4 dư 3 ;

d) Chu vi của một tam giác đều có cạnh bằng a .

13. Diễn đạt các biểu thức đại số sau bằng lời:

a) $3xyz$; b) $2(2x - y)$; c) $\frac{x + y + z}{3}$.

14. Một người thuê nhà với giá 3 triệu đồng một tháng và người đó phải trả tiền dịch vụ giới thiệu là 1 triệu đồng (tiền dịch vụ chỉ trả 1 lần).

a) Hãy biểu thị giá tiền người đó phải trả khi thuê nhà trong x tháng.

b) Tính số tiền người đó phải trả sau khi ở 2 tháng, 5 tháng.

15. Tính giá trị của biểu thức :

a) $A = \frac{x^2 + y^2 + 2xy}{x + y}$ tại $x = 1; y = -\frac{2}{3}$;

b) $B = 3x^3 - x^2 + 1$ tại $x = -3; x = 0,5$.

16. Tính giá trị của biểu thức :

a) $C = \frac{5x - 4y}{11x - 2y}$ biết $\frac{x}{2} = \frac{y}{5}$;

b) $D = (x^3 - y^2 + 1)(2x + 2y)$ tại $x = -y$.

17. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức:

a) $A = (2x + 1)^2 + \sqrt{3}$;

b) $B = (x - 2y)^2 + |y - 1| + 3$;

18. Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức:

a) $C = 4 - 2(3x + 1)^2$;

b) $D = \frac{3}{(x - 3)^2 + 5}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

- 1A.** a) $x^2 + y^2$; b) $(a + b)^2$; c) $2x(x^2 - y^2)$; d) $\frac{x + y}{2}$.
- 1B.** a) $(x + y)^3$; b) $a^3 + b^3$; c) $\frac{x + y}{3y}$; d) $\frac{x + y + z}{3}$.
- 2A.** a) $4x$; b) $2(x + y)$; c) $2\pi R$;
- 2B.** a) x^2 ; b) $\frac{(a + b)h}{2}$; c) $5x$.
- 3A.** a) $(2k + 1)(2k + 3) (k \in \mathbb{N})$;
b) $(2k + 1)^2 + (2m + 1)^2 (k, m \in \mathbb{N})$;
c) $\frac{1}{x + y}$.
- 3B.** a) $2k.(2k + 2) (với k \in \mathbb{N})$
b) $(2k + 1)^2 - (2m + 1)^2 (k, m \in \mathbb{N})$
c) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.
- 4A.** Biểu thức biểu thị tổng số tiền phải trả là : $45x + 40y$ (nghìn đồng)
- 4B.** Tổng số tiền Phương và các bạn phải trả là: $8x + 5y + 3z$ (nghìn đồng)
- 5A.** Biểu thức biểu thị lượng nước chảy được là : $3x + 5y$ (lít)
- 5B.** Biểu thức biểu thị chiều dài quãng đường AC là: $3x + 1,5y$ (km)
- 6A.** a) Tổng của x và ba lần y .
b) Tổng của bình phương số x và 1.
c) Bình phương của hiệu hai số x và hai lần y .
- 6B.** a) Hiệu của năm lần x và y .
b) Hiệu của lập phương số x và năm lần y .
c) Tích của hiệu hai số x và y với tổng của chúng.
- 7A.** a) Thay $x = 5,2$ vào biểu thức A ta có: $A = 5.5,2 + 1 = 27$.
b) Thay $x = y = -1$ vào biểu thức B ta có:

$$B = (-1).(-1)^2 - 3(-1)^2(-1) + 1 = 3.$$

c) Thay $x = 1; y = -2$ vào biểu thức C ta có:

$$C = [2.1 - (-2)].(1 + 5) = 24.$$

7B. Tương tự 7A.

a) $A = 41;$

b) $B = 5;$

c) $C = -32.$

$$8A. a) M = \frac{3a+2b}{4a-3b} = \frac{3.\frac{a}{b}+2}{4.\frac{a}{b}-3} = \frac{3.\frac{1}{2}+2}{4.\frac{1}{2}-3} = -\frac{7}{2};$$

b) Do $x = y \Rightarrow x - y = 0$, thay vào N ta có: $N = (3x^3 + y^2 - 3).0 = 0.$

$$8B. a) P = \frac{3x+10y}{9x+2y} = \frac{3.\frac{x}{y}+10}{9.\frac{x}{y}+2} = \frac{3.\frac{1}{3}+10}{9.\frac{1}{3}+2} = \frac{11}{5};$$

b) Thay $3 = x - y$ vào Q ta có:

$$Q = \frac{4x-x+y}{3x+y} - \frac{4y+x-y}{3y+x} = \frac{3x+y}{3x+y} - \frac{3y+x}{3y+x} = 1 - 1 = 0.$$

9A. Chiều dài của khu vườn ban đầu là: $2x(m)$

Chiều rộng của phần còn lại của khu vườn là: $x - 4(m)$

Chiều dài của phần còn lại của khu vườn là: $2x - 4(m)$

Diện tích còn lại của khu vườn là: $(x - 4).(2x - 4)(m^2)$

Thay $x = 7$, ta có diện tích còn lại của khu vườn là:

$$(7 - 4).(2.7 - 4) = 30(m^2).$$

9B. a) Trong a giờ, vòi chảy vào bể được số lượng nước là: $a.x$ (lít)

Lượng nước chảy ra bằng $\frac{1}{4}$ lượng nước chảy vào, nên số lượng nước có trong bể khi mở đồng thời

cả hai vòi trong a giờ là: $\frac{3}{4}a.x$ (lít)

b) Thay $x = 30; a = 3$ vào biểu thức ta có lượng nước có trong bể là: $\frac{3}{4}.3.30 = 67,5$ (lít)

10A. a) Nhận xét: $(x-3)^2 \geq 0, \forall x \Leftrightarrow (x-3)^2 + 1 \geq 1 \Leftrightarrow A \geq 1.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x-3=0 \Leftrightarrow x=3.$

Min $A = 1$ tại $x = 3.$

b) Nhận xét: $|3x+1| \geq 0, \forall x \Leftrightarrow |3x+1|-5 \geq -5 \Leftrightarrow B \geq -5.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow |3x+1|=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}.$

Min $B = -5$ tại $x = -\frac{1}{3}.$

10B. Tương tự 10A.

a) Min $A = 5$ tại $x = \frac{1}{2};$

b) Min $B = 3$ tại $x = 1; y = \frac{2}{5}.$

11A. a) Nhận xét: $-(3x-1)^2 \leq 0, \forall x \Leftrightarrow -(3x-1)^2 + 2 \leq 2 \Leftrightarrow A \leq 2.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 3x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}.$

Max $A = 2$ tại $x = \frac{1}{3}$

b) Nhận xét: $-|3x-2| \leq 0, \forall x \Leftrightarrow -|3x-2|+4 \leq 4 \Leftrightarrow B \leq 4.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow -|3x-2|=0 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3}.$

Max $B = 4$ tại $x = \frac{2}{3}.$

11B. Tương tự 11A.

a) Max $A = 13$ tại $x = 0;$

b) Max $B = 5$ tại $x = -\frac{5}{2}.$

12. a) $(x+y).(x^2-y^2);$

b) $n.(n+1).(n+2) (n \in \mathbb{N});$

c) $4k+3 (k \in \mathbb{N})$

d) $3a.$

13. a) Tích của ba lần x với y và $z;$

b) Tích của số 2 và hiệu hai lần x và $y;$

c) Trung bình cộng của 3 số x, y, z .

14. a) Giá tiền người đó phải trả khi thuê nhà trong x tháng là : $3x + 1$ (triệu đồng) ;

b) Số tiền người đó phải trả sau khi ở 2 tháng là : $3.2 + 1 = 7$ (triệu đồng) ;

Số tiền người đó phải trả sau khi ở 5 tháng là : $3.5 + 1 = 16$ (triệu đồng).

15. Tương tự bài 7A.

a) $A = \frac{1}{3}$;

b) $B = -89$ tại $x = -3$; $B = \frac{9}{8}$ tại $x = 0,5$.

16. Tương tự bài 8A.

a) $\frac{x}{2} = \frac{y}{5} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{5}$; $C = \frac{5 \cdot \frac{x}{y} - 4}{11 \cdot \frac{x}{y} - 2} = \frac{5 \cdot \frac{2}{5} - 4}{11 \cdot \frac{2}{5} - 2} = -\frac{5}{6}$.

b) $x = -y \Rightarrow x + y = 0 \Rightarrow 2x + 2y = 0$. Do đó $D = 0$.

17. Tương tự bài 10A.

a) $\text{Min} A = \sqrt{3}$ tại $x = -\frac{1}{2}$;

b) $\text{Min} B = 3$ tại $x = 2; y = 1$.

18. Tương tự bài 11A.

a) $\text{Max} C = 4$ tại $x = -\frac{1}{3}$;

b) $\text{Max} D = \frac{3}{5}$ tại $x = 3$.

BÀI 2. ĐA THỨC MỘT BIẾN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Đơn thức một biến

- *Đơn thức một biến* (gọi tắt là đơn thức) là biểu thức đại số có dạng $a.x^n$, trong đó số thực $a \neq 0$ được gọi là hệ số, số mũ n (n nguyên dương) của lũy thừa của biến gọi là bậc của đơn thức.

Ví dụ: $-0,5x^3$ là đơn thức một biến x , với hệ số là $-0,5$; bậc là 3 .

*** Chú ý:**

+) Số 0 cũng được coi là một đơn thức. Đơn thức này không có bậc.

+) Một số khác 0 là một đơn thức bậc 0 .

- *Cộng (hay trừ) hai đơn thức cùng bậc cùng biến:* Để cộng (hay trừ) hai đơn thức cùng bậc ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên lũy thừa của biến. Tổng nhận được là một đơn thức.

- *Nhân hai đơn thức:* Để nhân hai đơn thức, ta nhân hai hệ số với nhau và nhân hai lũy thừa của biến với nhau. Tích nhận được cũng là một đơn thức.

2. Đa thức một biến

- Đa thức một biến

+) *Đa thức một biến* (gọi tắt là đa thức) là tổng của những đơn thức của cùng một biến; mỗi đơn thức trong tổng gọi là một *hạng tử* của đa thức đó.

+) Số 0 cũng được coi là một đa thức, gọi là *đa thức không*.

+) Một đơn thức cũng là một đa thức.

- **Đa thức một biến thu gọn:** là đa thức không chứa hai đơn thức nào cùng bậc.

- **Sắp xếp đa thức một biến:** Đa thức một biến thường được sắp xếp theo lũy thừa tăng hoặc giảm của biến.

- Bậc và các hệ số của một đa thức

Trong một đa thức thu gọn và khác đa thức không:

+) Bậc của hạng tử có bậc cao nhất gọi là *bậc của đa thức* đó.

+) Hệ số của hạng tử có bậc cao nhất gọi là *hệ số cao nhất* của đa thức đó.

+) Hệ số của hạng tử bậc 0 gọi là *hệ số tự do* của đa thức đó.

- Nghiệm của đa thức một biến

+) Nếu tại $x = a$, đa thức $F(x)$ có giá trị bằng 0 , tức là $F(a) = 0$, thì ta gọi a (hoặc $x = a$) là một

nghiệm của đa thức $F(x)$.

+) Một đa thức (khác đa thức không) có thể có một nghiệm, hai nghiệm, ... hoặc không có nghiệm. Số nghiệm của một đa thức (khác đa thức không) không vượt qua bậc của đa thức đó.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Nhận biết đơn thức một biến

Phương pháp giải: Để nhận biết một biểu thức là đơn thức một biến, ta căn cứ vào định nghĩa của nó.

1A. Trong các biểu thức sau biểu thức nào là đơn thức một biến, khi đó hãy xác định phần hệ số, phần biến của đơn thức đó.

- a) $-3x^6$; b) $\frac{1}{4}xy^3z$; c) $-\frac{6}{5}$;
d) $\frac{1}{3}\sqrt{5}x^2$; e) $-3(x^3)^2$; f) $\frac{1}{7}x^2\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)y^3$.

1B. Trong các biểu thức sau biểu thức nào không là đơn thức một biến.

- a) $9x^2$; b) $-\frac{3}{4}xy^3$; c) 0 ;
d) $1+\frac{1}{3}x^2$; e) $3.5.t^3$; f) xy^2z .

Dạng 2. Nhân các đơn thức

Phương pháp giải: Ta áp dụng quy tắc nhân các đơn thức tùy ý: Nhân các hệ số với nhau và nhân các lũy thừa của biến với nhau.

2A. Thực hiện phép tính và viết kết quả dưới dạng một đơn thức. Chỉ ra hệ số và bậc của đơn thức đó.

- a) $\left(-\frac{1}{2}x^2\right).2x^2.\frac{3}{4}$; b) $\left(\frac{3}{5}x^3\right).0.2x.5x^2$
c) $(-4x).(8x^2).\frac{1}{16}$; d) $(-0.25x).(8x^2).\left(-\frac{1}{2}x\right)$.

2B. Thực hiện phép tính và viết kết quả dưới dạng một đơn thức. Chỉ ra hệ số và bậc của đơn thức đó.

- a) $-x^4.\frac{1}{6}.\left(\frac{3}{4}x^2\right)$; b) $(0,6x).\left(1\frac{1}{2}x^3\right).5x^2$;

$$c) \frac{2}{3}x^2 \cdot (-3x)^2 \cdot \frac{x}{2};$$

$$d) (2x^3)(-5x^2) \cdot 7$$

Dạng 3. Cộng, trừ các đơn thức một biến cùng bậc

Phương pháp giải: Để cộng (trừ) các đơn thức cùng bậc ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên lũy thừa của biến.

3A. Tính tổng các đơn thức sau:

$$a) 3x^2; \frac{2}{3}x^2; -2x^2;$$

$$b) y; 3y; -7y.$$

3B. Tính tổng các đơn thức sau:

$$a) 5z^3; -\frac{1}{3}z^3; -4z^3;$$

$$b) -t^2; 2t^2; \frac{5}{6}t^2.$$

4A. Thực hiện phép cộng đơn thức và viết kết quả dưới dạng một đơn thức. Chỉ ra hệ số và bậc của đơn thức đó.

$$a) \frac{7}{4}x^5 - \frac{5}{4}x^5 + (-2x^5);$$

$$b) \left(-\frac{2}{3}y^3\right) + 3y^3 - 2y^3 + y^3.$$

4B. Thực hiện phép cộng đơn thức và viết kết quả dưới dạng một đơn thức. Chỉ ra hệ số và bậc của đơn thức đó.

$$a) -5z - 3z + (-2)^3z;$$

$$b) 2t^2 + 2,5t^2 - 3t^2 - |-2t^2|.$$

5A. Một bác nông dân sử dụng hai máy bơm để tưới nước cho cánh đồng. Máy bơm thứ nhất mỗi giờ bơm được 20 m^3 nước. Máy bơm thứ hai mỗi giờ bơm được 18 m^3 nước. Sau khi cả hai máy chạy trong x giờ, bác tắt máy thứ hai và để máy thứ nhất chạy thêm trong $0,5$ giờ nữa rồi tắt. Hãy viết đa thức (biến x) biểu thị dung tích nước bác đã bơm cho cánh đồng. Tìm hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức đó.

5B. Ở một cửa hàng sách giá một chiếc bút bi là 4 nghìn đồng và một quyển vở là 9 nghìn đồng. Hãy viết đa thức biểu thị số tiền bạn Nam mua 2 hộp bút trong đó mỗi hộp có x chiếc bút; x quyển vở và Nam mua thêm một hộp bút chì màu giá 75 nghìn đồng. Tìm hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức đó.

Dạng 3. Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của đa thức

Phương pháp giải: Để thu gọn đa thức ta làm như sau:

Bước 1. Xác định các đơn thức cùng bậc;

Bước 2. Cộng, trừ các đơn thức cùng bậc.

Sau đó sắp xếp các hạng tử của đa thức theo lũy thừa có bậc tăng hoặc giảm dần của biến.

6A. Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến:

a) $A(x) = 3x^4 - x^2 + 5 - x + 2x^2 + \frac{1}{3}x^3 + x^4 - 2;$

b) $B(x) = -2x^2 + 5x^5 - x^4 + 4 + 3x^2 + 2x^4 + x^3 - 5x^5;$

c) $C(x) = 2x^3 - x^5 + 2x^4 - x^2 + 3x^5 - 2x^2 - x^4 + 1.$

6B. Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của đa thức theo lũy thừa tăng dần của biến:

a) $A(x) = x^7 - 3x^4 + 2x^3 + x^2 - x^4 - x + x^7 - x^3 + 3;$

b) $B(x) = 6x^4 + 7x^3 - 2x + \frac{1}{2}x + 3 - 5x^3;$

c) $C(x) = x^4 - 3x^2 + \frac{1}{2} - x + x^5 - 2x^2 + 1.$

Dạng 4. Xác định bậc, hệ số của đa thức

Phương pháp giải:

- Bậc của đa thức một biến (khác đa thức không, đã thu gọn) là bậc của hạng tử có bậc lớn nhất trong đa thức đó.

- Hệ số của hạng tử có bậc cao nhất gọi là hệ số cao nhất; hệ số của hạng tử bậc 0 gọi là hệ số tự do của đa thức đó.

7A. Xác định bậc và hệ số tự do, hệ số cao nhất của mỗi đa thức sau:

a) $A(x) = 3x^3 - \frac{2}{5}x^2 + 7x - 3;$

b) $B(x) = 2x + 8 - 3x^2 + 2x^3 - 4x^4 + x^5;$

c) $C(x) = 1 + 3x^2 - 4x + 8x^2 - 5x + 4x + 3x^3 - 2.$

7B. Xác định bậc và hệ số tự do, hệ số cao nhất của mỗi đa thức sau:

a) $A(x) = \frac{-1}{2}x^5 + x^4 - \frac{3}{5}x^2 + 5x + 1 ;$

b) $B(x) = x^4 + 4x^3 + 5x - 2 - 9x^2;$

c) $C(x) = 0,5x^4 - x^5 + 4x^3 - 2x - 2x^3 + x + 1,5.$

8A. Viết đa thức $M(x)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

- Bậc của $M(x)$ bằng 5.

- Hệ số của x^3 bằng hệ số của x bằng - 3 .

- Hệ số cao nhất của $M(x)$ bằng 5 và hệ số tự do bằng 1 .

8B. Viết đa thức $N(x)$ có bốn hạng tử mà hệ số cao nhất bằng 3 và hệ số tự do bằng - 5 .

Dạng 5. Tính giá trị của đa thức

Phương pháp giải: Để tính giá trị của đa thức ta làm như sau:

Bước 1. Thu gọn đa thức (nếu cần)

Bước 2. Thay giá trị của biến vào đa thức rồi thực hiện các phép tính.

Chú ý: Giá trị của đa thức $P(x)$ tại $x = a$ được kí hiệu là $P(a)$.

9A. Cho đa thức: $P(x) = 3x^3 + 2x^2 + 4 - 3x + 3x^2 - 3x^3 - 5x^2 + 3$.

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của $P(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính $P(0); P(-1); P\left(\frac{2}{3}\right)$.

9B. Cho đa thức: $Q(x) = x^2 - 2x^3 + 4x^2 - 6x + \frac{5}{3} - 3x + x^2 + \frac{1}{3} + 3x^4$.

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của $Q(x)$ theo lũy thừa tăng dần của biến.

b) Tính $Q(1); Q(-1); Q\left(\frac{1}{2}\right)$.

10A. Theo trung tâm dự báo thời tiết của Nga, nhiệt độ ngoài trời ở thành phố Matxcova của nước này vào một ngày của tháng 4 tại một số múi giờ được cho bởi bảng sau:

Thời gian	0 (giờ)	2 (giờ)	5 (giờ)
Nhiệt độ ($^{\circ}\text{F}$)	28,4	32	33,8

Dựa vào công thức đổi độ F sang độ C là $C = \frac{5}{9}(F - 32)$. Em hãy:

a) Đổi nhiệt độ từ các múi giờ cho trên ra đơn vị độ C.

b) Cho biết nước đóng băng ở nhiệt độ bao nhiêu?

10B. Giá trị của một chiếc máy tính bảng sau khi sử dụng x năm được cho bởi công thức:

$$F(x) = 10200000 - 1100000x \text{ (đồng)}$$

a) Hãy tính $F(1); F(2); F(3)$. Và cho biết $F(1); F(2); F(3)$ có nghĩa là gì?

b) Sau bao nhiêu năm thì giá trị của máy tính bảng là 4700000 đồng.

Dạng 6. Tìm nghiệm của đa thức

Phương pháp giải: Để tìm nghiệm của đa thức $P(x)$, ta tìm các giá trị của x sao cho $P(x) = 0$.

11A. Cho đa thức $P(x) = x^2 + x - 2$. Trong các số $0; 1; -1; 2; -2$, số nào là nghiệm của đa thức $P(x)$.

11B. Cho các giá trị $1; 2; -2; -6; 8$. Giá trị nào là nghiệm của đa thức $Q(x) = x^2 + 5x - 6$.

12A. Cho đa thức $F(x) = (2x^2 + 7x) - (x^2 + 4x + 1) - 9$.

a) Thu gọn đa thức $F(x)$;

b) Chứng minh rằng 2 và -5 đều là nghiệm của $F(x)$.

12B. Cho đa thức $G(x) = -2x^2 - 3 + 5x + 3x^2 - 7x$.

a) Thu gọn đa thức $G(x)$.

b) Chứng minh rằng -1 và 3 đều là nghiệm của $G(x)$.

13A. Tìm nghiệm của đa thức:

a) $x + 5$; b) $2x - 1$; c) $-3x + \frac{3}{4}$;

d) $x^2 - x$; e) $2x^2 + 6x$; f) $3x^2 + \frac{1}{2}x$.

13B. Tìm nghiệm của đa thức:

a) $x - 7$; b) $12 - 3x$; c) $2x + \frac{1}{4}$

d) $4x - x^2$; e) $2x^2 - 32x$; f) $x + x^2$.

14A. Chứng tỏ các đa thức sau không có nghiệm:

a) $x^2 + 2$; b) $2x^2 + 1$; c) $x^8 + 7$.

14B. Chứng tỏ các đa thức sau không có nghiệm:

a) $x^2 + 5$; b) $3x^2 + 2$; c) $x^4 + 10$.

15A. Cho đa thức $P(x) = 5x + a - 2$. Tìm a để đa thức $P(x)$ có nghiệm:

a) $x = -1$; b) $x = 2$; c) $x = \frac{3}{4}$.

15B. Cho đa thức $Q(x) = -3ax + 2a - 1$. Tìm a để đa thức $P(x)$ có nghiệm:

a) $x = 3$; b) $x = -5$; c) $x = -\frac{2}{3}$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

16. Tính:

a) $7x^5 - 3\frac{3}{4}x^5$;

b) $-\frac{1}{2}x^4 - \left(-\frac{5}{8}x^4\right) + \frac{1}{4}x^4$;

c) $5x.(3x)^2.\frac{-1}{5}x^3$;

d) $-\frac{1}{2}x.\frac{6}{5}x^2.3x^3$.

17. Cho đa thức $A(x) = 9x^5 - x^3 + 4x^2 + 9x - x^2 + 9 - 9x^5 + x^3 - 3$.

a) Thu gọn đa thức trên rồi sắp xếp đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Xác định bậc, hệ số tự do, hệ số cao nhất của đa thức.

c) Tính $A(2); A(-1); A(0)$.

d) Số nào là nghiệm của đa thức trong các số sau: $\frac{1}{2}; -2; -1$.

18. Cho đa thức $B(x) = (3x^2 - 3x + 2) - (2x^2 - 7x - 1)$.

a) Thu gọn đa thức trên.

b) Tính giá trị của biểu thức tại $x = 3; x = -\frac{1}{2}$.

c) Giải thích vì sao -1 và -3 đều là nghiệm của $B(x)$.

19. Tìm nghiệm của mỗi đa thức sau:

a) $3x - 2$;

b) $9 - x^2$;

c) $5x + \left(\frac{-1}{5}x\right) - 6$;

d) $x(2x + 1)$;

e) $(5x + 3) - (x + 1)$;

f) $x^2 - 3x$;

g) $x^2 + 3$;

h) $2x^2 + 5$;

i) $x^3 + 16x$.

20. Cho đa thức $P(x) = x^2 - ax + 2$.

a) Xác định a để $P(x)$ nhận 2 là nghiệm.

b) Tìm tập hợp nghiệm của $P(x)$ ứng với giá trị vừa tìm được của a .

21. Nhà may A sản xuất một lô áo gồm 200 chiếc áo với giá vốn ban đầu là 30000000 đồng và bán mỗi áo giá 300000 đồng. Khi đó gọi T là số tiền lãi (hoặc lỗ) của nhà may thu được khi bán x chiếc áo ($0 \leq x \leq 200$)

a) Thiết lập đa thức biểu thị số tiền lãi (hoặc lỗ) của nhà may sau khi bán được x chiếc áo.

b) Tính số tiền khi bán được 150 chiếc áo. Khi đó nhà may lãi hay lỗ?

c) Hỏi cần phải bán bao nhiêu chiếc áo mới có thể thu hồi được vốn ban đầu?

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A.

+) $-3x^6$ là một đơn thức một biến có hệ số: -3 ; phần biến: x^6 ;

+) $-\frac{6}{5}$ là một đơn thức một biến có hệ số $-\frac{6}{5}$; phần biến: x^0 ;

+) $\frac{1}{3}\sqrt{5}x^2$ là một đơn thức một biến có hệ số $\frac{\sqrt{5}}{3}$; phần biến: x^2 ;

+) $-3(x^3)^2$ là một đơn thức một biến có hệ số -3 ; phần biến: $(x^3)^2$.

1B. Biểu thức không là đơn thức một biến là: $-\frac{3}{4}xy^3; 1+\frac{1}{3}x^2; xy^2z$.

2A. a) $\left(-\frac{1}{2}x^2\right).2x^2.\frac{3}{4}=\left(-\frac{1}{2}.2.\frac{3}{4}\right).(x^2.x^2)=-\frac{3}{4}x^4$

Hệ số: $-\frac{3}{4}$; Bậc: 4

b) $\left(\frac{3}{5}x^3\right).0,2x.5x^2=\left(\frac{3}{5}.0,2.5\right).(x^3.x.x^2)=\frac{3}{5}x^6$

Hệ số: $\frac{3}{5}$; Bậc: 6

c) $(-4x).(8x^2).\frac{1}{16}=\left(-4.8.\frac{1}{16}\right).(x.x^2)=-2x^3$

Hệ số: -2 ; Bậc: 3

d) $(-0,25x).(8x^2).\left(-\frac{1}{2}x\right)=\left(-0,25.8.\frac{-1}{2}\right).(x.x^2.x)=x^4$

Hệ số: 1; Bậc: 4.

2B. Tương tự 2A

a) $-\frac{1}{8}x^6$. Hệ số: $-\frac{1}{8}$; Bậc: 6;

b) $\frac{9}{2}x^6$. Hệ số: $\frac{9}{2}$; Bậc: 6;

c) $-x^5$. Hệ số: -1 ; Bậc: 5 ;

d) $-70x^5$. Hệ số: -70 ; Bậc: 5;

$$3A. a) 3x^2 + \frac{2}{3}x^2 + (-2x^2) = \left(3 + \frac{2}{3} - 2\right)x^2 = \frac{5}{3}x^2;$$

$$b) y + 3y + (-7y) = (1 + 3 - 7)y = -3y.$$

3B. Tương tự 3A

$$a) \frac{2}{3}z^3; \quad b) \frac{11}{6}t^2.$$

$$4A. a) \frac{7}{4}x^5 - \frac{5}{4}x^5 + (-2x^5) = \left(\frac{7}{4} - \frac{5}{4} - 2\right)x^5 = -\frac{3}{2}x^5;$$

$$\text{Hệ số: } -\frac{3}{2}; \text{Bậc: } 5;$$

$$b) \left(\frac{-2}{3}y^3\right) + 3y^3 - 2y^3 + y^3 = \left(\frac{-2}{3} + 3 - 2 + 1\right)y^3 = \frac{4}{3}y^3$$

$$\text{Hệ số: } \frac{4}{3}; \text{Bậc: } 3.$$

4B. Tương tự 4A

$$a) -16z. \text{ Hệ số: } -16; \text{Bậc: } 1;$$

$$b) -\frac{1}{2}t^2. \text{ Hệ số: } -\frac{1}{2}; \text{Bậc: } 2.$$

5A. Đa thức biểu thị dung tích nước bác đã bơm cho cánh đồng là:

$$20x + 18x + 0,5.20 = 38x + 10(m^3)$$

Hệ số cao nhất là 38 và hệ số tự do là 10.

5B. Đa thức biểu thị số tiền bạn Nam đã mua là:

$$2.x.4 + 9.x + 75 = 17x + 75 \text{ (nghìn đồng)}$$

Hệ số cao nhất là 17 và hệ số tự do là 75.

$$6A. a) A(x) = 3x^4 - x^2 + 5 - x + 2x^2 + \frac{1}{3}x^3 + x^4 - 2$$

$$= (3x^4 + x^4) + \frac{1}{3}x^3 + (-x^2 + 2x^2) - x + (5 - 2)$$

$$= 4x^4 + \frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + 3$$

$$b) B(x) = -2x^2 + 5x^5 - x^4 + 4 + 3x^2 + 2x^4 + x^3 - 5x^5$$

$$= (5x^5 - 5x^5) + (-x^4 + 2x^4) + x^3 + (-2x^2 + 3x^2) + 4$$

$$= x^4 + x^3 + x^2 + 4$$

$$c) C(x) = 2x^3 - x^5 + 2x^4 - x^2 + 3x^5 - 2x^2 - x^4 + 1$$

$$= (-x^5 + 3x^5) + (2x^4 - x^4) + 2x^3 + (-x^2 - 2x^2) + 1$$

$$= 2x^5 + x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 1$$

6B. Tương tự 6A.

$$a) A(x) = 3 - x + x^2 + x^3 - 4x^4 + 2x^7;$$

$$b) B(x) = 3 - \frac{3}{2}x + 2x^3 + 6x^4;$$

$$c) C(x) = \frac{3}{2} - x - 5x^2 + x^4 + x^5.$$

$$7A. a) A(x) = 3x^3 - \frac{2}{5}x^2 + 7x - 3;$$

Bậc: 3; Hệ số tự do: -3; Hệ số cao nhất: 3

$$b) B(x) = x^5 - 4x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2x + 8$$

Bậc: 5; Hệ số tự do: 8; Hệ số cao nhất: 1

$$c) C(x) = 1 + 3x^2 - 4x + 8x^2 - 5x + 4x + 3x^3 - 2$$

$$= 3x^3 + (3x^2 + 8x^2) + (-4x - 5x + 4x) + (1 - 2)$$

$$= 3x^3 + 11x^2 - 5x - 1$$

Bậc: 3; Hệ số tự do: -1; Hệ số cao nhất: 3.

7B. Tương tự 7A.

$$a) A(x) = \frac{-1}{2}x^5 + x^4 - \frac{3}{5}x^2 + 5x + 1;$$

Bậc: 5; Hệ số tự do: 1; Hệ số cao nhất: $-\frac{1}{2}$;

$$b) B(x) = x^4 + 4x^3 + 5x - 2 - 9x^2$$

$$= x^4 + 4x^3 - 9x^2 + 5x - 2;$$

Bậc: 4; Hệ số tự do: -2; Hệ số cao nhất: 1;

$$c) C(x) = 0,5x^4 - x^5 + 4x^3 - 2x - 2x^3 + x + 1,5$$

$$= -x^5 + 0,5x^4 + (4x^3 - 2x^3) + (-2x + x) + 1,5$$

$$= -x^5 + 0,5x^4 + 2x^3 - x + 1,5$$

Bậc: 5; Hệ số tự do: 1,5; Hệ số cao nhất: -1 .

8A. $M(x) = 5x^5 - 3x^3 - 3x + 1$.

8 B. $N(x) = 3x^4 + 2x^3 - x^2 - 5$ (Ngoài hạng tử $3x^4$; -5 , các hạng tử còn lại tùy ý lựa chọn).

9A. a) $P(x) = 3x^3 + 2x^2 + 4 - 3x + 3x^2 - 3x^3 - 5x^2 + 3$

$$= (3x^3 - 3x^3) + (2x^2 + 3x^2 - 5x^2) - 3x + 4 + 3$$

$$= -3x + 7$$

b) $P(0) = -3.0 + 7 = 7$

$$P(-1) = -3.(-1) + 7 = 10$$

$$P\left(\frac{2}{3}\right) = -3.\frac{2}{3} + 7 = 5$$

9B. Tương tự 9A.

a) $Q(x) = 2 - 9x + 6x^2 - 2x^3 + 3x^4$

b) $Q(1) = 0; Q(-1) = 22; Q\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{17}{16}$.

10A. a)

Thời gian	0 (giờ)	2 (giờ)	5 (giờ)
Nhiệt độ ($^{\circ}\text{F}$)	28,4	32	33,8
Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	$\frac{5}{9}(28,4 - 32) = -2$	$\frac{5}{9}(32 - 32) = 0$	$\frac{5}{9}(33,8 - 32) = 1$

b) Nước đóng băng ở 0°C hay 32°F .

10B. a) $F(1) = 10200000 - 1100000.1 = 9100000$ (đồng)

$$F(2) = 10200000 - 1100000.2 = 8000000 \text{ (đồng)}$$

$$F(3) = 10200000 - 1100000.1 = 6900000 \text{ (đồng)}$$

$F(1); F(2); F(3)$ lần lượt là giá trị của chiếc máy tính bảng sau khi sử dụng 1 năm, 2 năm, 3 năm.

b) Ta có: $F(x) = 10200000 - 1100000x = 4700000$

$$1100000x = 10200000 - 4700000$$

$$1100000x = 5500000$$

$$x = 5$$

Vậy sau 5 năm thì giá trị máy tính chỉ còn lại là 4700000 đồng.

11A. Tính: $P(0) = 0^2 + 0 - 2 = -2 \Rightarrow 0$ không là nghiệm của $P(x)$.

$$P(1) = 1^2 + 1 - 2 = 0 \Rightarrow 1 \text{ là nghiệm của } P(x).$$

$$P(-1) = (-1)^2 + (-1) - 2 = -2 \Rightarrow -1 \text{ không là nghiệm của } P(x).$$

$$P(2) = 2^2 + 2 - 2 = 4 \Rightarrow 2 \text{ không là nghiệm của } P(x).$$

$$P(-2) = (-2)^2 + (-2) - 2 = 0 \Rightarrow -2 \text{ là nghiệm của } P(x).$$

11B. Tương tự như 11A.

Ta có 1 ; - 6 là nghiệm của đa thức $Q(x)$.

12A. a) $F(x) = (2x^2 + 7x) - (x^2 + 4x + 1) - 9$

$$= 2x^2 + 7x - x^2 - 4x - 1 - 9$$

$$= (2x^2 - x^2) + (7x - 4x) + (-1 - 9)$$

$$= x^2 + 3x - 10$$

b) Thay $x = 2$ vào $F(x)$ ta có: $F(2) = 0 \Rightarrow x = 2$ là một nghiệm của $F(x)$;

Thay $x = -5$ vào $F(x)$ ta có: $F(-5) = 0 \Rightarrow x = -5$ là một nghiệm của $F(x)$;

12B. Tương tự bài 12A

a) $G(x) = x^2 - 2x - 3$

b) Tính được $G(-1) = 0$; $G(3) = 0$ nên -1 và 3 là nghiệm của $G(x)$.

13A.

a) $x + 5 = 0$

$$x = 0 - 5$$

$$x = -5$$

Vậy $x = -5$ là nghiệm của đa thức.

b) $2x - 1 = 0$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Vậy $x = \frac{1}{2}$ là nghiệm của đa thức.

$$\text{c) } -3x + \frac{3}{4} = 0$$

$$-3x = -\frac{3}{4}$$

$$x = -\frac{3}{4} : (-3)$$

$$x = \frac{1}{4}$$

Vậy $x = \frac{1}{4}$ là nghiệm của đa thức.

$$\text{e) } 2x^2 - 6x = 0$$

$$2x(x-3) = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x = 3$$

Vậy $x \in \{0; 3\}$ là nghiệm của đa thức

$$\text{d) } x^2 - x = 0$$

$$x(x-1) = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x = 1$$

Vậy $x \in \{0; 1\}$ là nghiệm của đa thức

$$\text{f) } 3x^2 + \frac{1}{2}x = 0$$

$$x\left(3x + \frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\text{TH1: } x = 0$$

$$\text{TH2: } 3x + \frac{1}{2} = 0$$

$$3x = -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{6}$$

Vậy $x \in \left\{0; -\frac{1}{6}\right\}$ là nghiệm của đa thức

13B. Tương tự như 13A.

- | | | |
|-----------------------|------------------------|--------------------------|
| a) $x = 7$; | b) $x = 4$; | c) $x = -\frac{1}{8}$; |
| d) $x \in \{0; 4\}$; | e) $x \in \{0; 16\}$; | f) $x = 0$ hoặc $x = -1$ |

14A. a) Ta có $x^2 \geq 0, \forall x$, nên $x^2 + 2 \geq 2 > 0$, mọi x

Do đó đa thức không có nghiệm.

b) Ta có $x^2 \geq 0, \forall x$, nên $2x^2 + 1 \geq 1 > 0$, mọi x

Do đó đa thức không có nghiệm.

c) Ta có $x^8 \geq 0, \forall x$, nên $x^8 + 7 \geq 7 > 0$, mọi x

Do đó đa thức không có nghiệm.

14B. Tương tự như 14A.

15A. a) $x = -1$ là nghiệm của đa thức $P(x)$ nên ta có:

$$P(-1) = 5 \cdot (-1) + a - 2 = 0 \Rightarrow -7 + a = 0$$

$$a = 7.$$

Vậy với $a = 7$ thì đa thức $P(x)$ có nghiệm $x = -1$

b) $x = 2$ là nghiệm của đa thức $P(x)$ nên ta có:

$$P(2) = 5 \cdot 2 + a - 2 = 0 \Rightarrow 8 + a = 0$$

$$a = -8.$$

Vậy với $a = -8$ thì đa thức $P(x)$ có nghiệm $x = 2$

c) $x = \frac{3}{4}$ là nghiệm của đa thức $P(x)$ nên ta có:

$$P\left(\frac{3}{4}\right) = 5 \cdot \frac{3}{4} + a - 2 = 0 \Rightarrow \frac{7}{4} + a = 0$$

$$a = -\frac{7}{4}.$$

Vậy với $a = -\frac{7}{4}$ thì đa thức $P(x)$ có nghiệm $x = \frac{3}{4}$.

15B. Tương tự như 15A.

$$\text{a) } a = -\frac{1}{7}; \quad \text{b) } a = \frac{1}{17}; \quad \text{c) } a = \frac{1}{4}.$$

$$\text{16. a) } 7x^5 - 3\frac{3}{4}x^5 = \left(7 - \frac{15}{4}\right)x^5 = \frac{13}{4}x^5;$$

$$\text{b) } -\frac{1}{2}x^4 - \left(-\frac{5}{8}x^4\right) + \frac{1}{4}x^4 = \left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{8} + \frac{1}{4}\right) \cdot x^4 = \frac{3}{8}x^4;$$

$$\text{c) } 5x \cdot (3x)^2 \cdot \frac{-1}{5}x^3 = \left(5 \cdot 3 \cdot \frac{-1}{5}\right) \cdot (x \cdot x^2 \cdot x^3) = -3x^6;$$

$$\text{d) } -\frac{1}{2}x \cdot \frac{6}{5}x^2 \cdot 3x^3 = \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} \cdot 3\right) \cdot x \cdot x^2 \cdot x^3 = -\frac{9}{5}x^6.$$

$$\text{17. a) } A(x) = 9x^5 - x^3 + 4x^2 + 9x - x^2 + 9 - 9x^5 + x^3 - 3$$

$$= (9x^5 - 9x^5) + (-x^3 + x^3) + (4x^2 - x^2) + 9x + 9 - 3$$

$$= 3x^2 + 9x + 6$$

b) Bậc: 2; Hệ số tự do: 6; Hệ số cao nhất: 3.

c) $A(2) = 36; A(-1) = 0; A(0) = 6;$

d) Các số $-2; -1$ là nghiệm của đa thức vì $A(-2) = 0; A(-1) = 0.$

18. a) $B(x) = (3x^2 - 3x + 2) - (2x^2 - 7x - 1) = 3x^2 - 3x + 2 - 2x^2 + 7x + 1$

$$= x^2 + 4x + 3$$

b) $B(3) = 24; B\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4}.$

c) Nhận xét: $B(-1) = 0; B(-3) = 0$ nên -1 và -3 là nghiệm của $B(x).$

19. Tương tự như 13A.

a) $x = \frac{2}{3};$

b) $x = \pm 3;$

c) $x = \frac{5}{4};$

d) $x \in \left\{0; -\frac{1}{2}\right\};$

e) $x = -\frac{1}{2};$

f) $x \in \{0; 3\};$

g) Vô nghiệm;

h) Vô nghiệm;

i) $x = 0.$

20. Tương tự bài 15A

a) $a = 3;$

b) $x \in \{2; 1\}.$

21. a) $T = 300000x - 30000000$ (đồng)

b) Thay $x = 150$, ta có: $T = 15000000$

Khi đó nhà may đang lãi.

c) Để thu hồi được vốn ban đầu thì

$$T = 0 \Rightarrow 300000x - 30000000 = 0$$

$$x = 100.$$

Vậy cần phải bán 100 chiếc áo thì mới có thể thu hồi được vốn.

BÀI 3. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Để cộng hoặc trừ hai đa thức một biến, ta có thể thực hiện theo một trong hai cách sau:

- *Cách 1:* Cộng, trừ đa thức theo "hàng ngang": Viết hai đa thức trong dấu ngoặc; bỏ dấu ngoặc theo quy tắc dấu ngoặc và nhóm các hạng tử cùng bậc để thu gọn đa thức.

- *Cách 2:* Cộng, trừ đa thức theo "cột dọc": Sắp xếp các hạng tử của hai đa thức cùng theo lũy thừa giảm (hoặc tăng) của biến, rồi đặt phép tính theo cột dọc (chú ý đặt các hạng tử cùng bậc thẳng cột với nhau). Cộng (trừ) hai đơn thức trong từng cột, ta có tổng (hiệu) cần tìm.

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Tính tổng hoặc hiệu của hai đa thức

Phương pháp giải: Để tính tổng hoặc hiệu của hai đa thức ta thường làm như sau:

Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của hai đa thức cùng theo lũy thừa giảm (hoặc tăng) của biến. Sau đó:

Cách 1: Cộng, trừ đa thức theo "hàng ngang": nhóm các hạng tử cùng bậc.

Cách 2: Cộng, trừ đa thức theo "cột dọc".

1A. Tìm tổng của hai đa thức sau (trình bày bằng hai cách):

- a) $2x^2 - 0,5x + 5$ và $3x^2 + 2,5x + 4$;
- b) $7 - 4y^2 + 3y + y^3$ và $-3y^3 + 4y^2 + 1$;
- c) $-z^4 + 3z^3 + 3z + 5$ và $3z^2 + z^4 + 5 - z$;
- d) $\frac{3}{4}t^5 - 2t^4 + 3t^2 - t + 1$ và $-\frac{1}{4}t^5 + 4t^4 + t^3 - 2t^2 - 3$.

1B. Tìm tổng của hai đa thức sau (trình bày bằng hai cách):

- a) $-2x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 5x - 1$ và $4x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 4x + 6$;
- b) $5y^3 + 3y - 2y^2 + 3y^4 - 13$ và $-4y^3 + 5y^2 + y + 9$;
- c) $-\frac{3}{2}z^4 + z^3 - 3z + 1$ và $-\frac{1}{2}z^4 + z^3 + 5z - 3$;
- d) $t^5 - 3t^2 + 7t^4 - 9t$ và $t^2 - 3t^4 + t^3 - t^5 - 3$.

2A. Tìm hiệu sau theo hai cách:

- a) $(3x^3 - 5x^2 + 6x + 5) - (x^3 - x^2 + 4x - 1)$;

- b) $(5x^3 - 2x^2 + x - 3) - (4x^3 + 5x - 1)$;
 c) $(x^4 + 3x^2 + 5) - (x^4 - x^3 + 2x^2 + 4x + 1)$;
 d) $(14x^3 + 2x^2 + 7x) - (11x^3 + x^2 + 5x - 4)$.

2B. Tìm hiệu sau theo hai cách:

- a) $(2x^3 + x^2 - 6x + 7) - (-x^2 + 3x - 6)$;
 b) $\left(\frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + 5x - 3\right) - \left(\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + 1\right)$;
 c) $(4x^4 - 5x^2 + 1) - (3x^4 + x^3 - 4x^2 + 4x - 3)$;
 d) $(7x^3 + 3,5x^2 + 2x) - (5x^3 + 1,5x^2 + 5x - 1)$.

3A. Cho hai đa thức:

$$A = -x^4 + 7x^2 + 2x^3 - 10 + 6x^4 - 3x^3 + 5x$$

$$B = 2x^4 + 6 - x^3 + 5x - 5x^2 - x^4 + 4x^3$$

Tính $A + B$ và $A - B$.

3B. Cho hai đa thức:

$$C = -2 - 4x + x^2 + 6x^3 + 3x^4$$

$$D = 7 + 3x + x^2 - x^3$$

Tính $C + D$ và $C - D$.

4A. Cho các đa thức

$$A = x^3 - 2x^2 + 3x - 5$$

$$B = -x^3 + 2x^2 - 5x + 7$$

$$C = 2x^3 + x^2 - x - 1$$

Tính $A + B + C$; $A - B + C$ và $A - B - C$.

4B. Cho các đa thức

$$A = \frac{3}{4}x^4 + 2x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$$

$$B = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^3 + x^2 - 5x + 4$$

$$C = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + 1$$

Tính $A + B + C$; $A - B + C$ và $A - B - C$.

5A. Cho hai đa thức:

$$P(x) = 7x^4 - \frac{1}{5}x^3 + x^2 - 2x + 7$$

$$Q(x) = 3x^4 + x^3 - x^2 + 3x - 5$$

a) Tìm $P(x) + Q(x)$ và $P(x) - Q(x)$.

b) Tìm hệ số cao nhất, hệ số tự do của các đa thức tìm được ở câu a).

5B. Cho hai đa thức:

$$P(x) = \frac{2}{3}x^5 - x^4 + 2x^3 - 3x^2 + x + \frac{1}{4}$$

$$Q(x) = 2x^5 + x^4 - x^3 + 3x^2 + 2x - \frac{3}{4}$$

a) Tìm $P(x) + Q(x)$ và $P(x) - Q(x)$.

b) Tìm hệ số cao nhất, hệ số tự do và hệ số của x^3 của các đa thức thu được ở câu a).

6A. Cho hai đa thức:

$$M(x) = 3x^4 - 5x^2 - 2x^3 - 4x + 6x^2 + 8x^3 - 2$$

$$N(x) = \sqrt{2}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - 3x^3 - \sqrt{2}x^4 + 5x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 4x - 3$$

a) Thu gọn các đa thức trên.

b) Gọi $G(x)$ là tổng của hai đa thức $M(x)$ và $N(x)$. Tìm $G(x)$.

c) Tìm bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của đa thức $G(x)$.

d) Trong tập hợp $\{0; 1; -2; 3\}$, những số nào là nghiệm của $G(x)$.

6B. Cho hai đa thức:

$$P(x) = \sqrt{3}x^5 - 2x^4 - \frac{1}{2}x^3 + 4x^2 + x + 3 - x^2 + 3x^4$$

$$Q(x) = \sqrt{3}x^5 + 2x^4 - \frac{3}{2}x^3 + 2x^2 - 4x + \frac{1}{2}x^3 - x^4 + 3$$

a) Thu gọn các đa thức trên.

b) Đặt $H(x) = P(x) - Q(x)$. Tìm $H(x)$.

c) Tìm bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của đa thức $H(x)$.

d) Trong tập hợp $\{0; 1; 2; -3\}$, những số nào là nghiệm của $H(x)$.

Dạng 2. Tìm đa thức chưa biết trong một đẳng thức

Phương pháp giải: Để tìm đa thức chưa biết trong một đẳng thức, ta làm như sau:

- Xác định vai trò của đa thức cần tìm (chẳng hạn, đóng vai trò số hạng chưa biết, số bị trừ, số trừ, ...)

- Áp dụng quy tắc dấu ngoặc, quy tắc chuyển vế và quy tắc cộng, trừ đa thức một biến để biến đổi.

7A. Cho hai đa thức $A(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 1$

Tìm các đa thức $B(x), C(x), D(x)$ sao cho:

a) $A(x) + B(x) = 5x^4 + 3x^3 - 4x^2 + x - 2$;

b) $A(x) - C(x) = -3x^4 + x^2 - x + 3$;

c) $D(x) - A(x) = -4x^4 + 5x^3 + x^2 - 2x - 3$.

7B. Cho hai đa thức $M(x) = \frac{3}{4}x^3 + 2x^2 - 5x + \frac{1}{2}$

Tìm các đa thức $N(x), P(x), Q(x)$ sao cho:

a) $M(x) + N(x) = 3x^3 + x^2 + x - \frac{3}{2}$;

b) $M(x) - P(x) = -\frac{1}{4}x^3 - x + 3$;

c) $Q(x) - M(x) = x^2 + x - 3$.

8A. Tìm đa thức $P(x)$ sao cho:

a) $P(x) + \left(x^3 - 2x^2 + 7x + \frac{1}{3}\right) = x^3 - x^2 + 1$;

b) $P(x) - (2x^4 - x^3 + x - 3) = -x^4 - x^3 + 5x^2 + 4x + 2$;

c) $(5x^3 - 2x^2 + 4x + 4) - P(x) = 6x^3 - x^2 + 3x - 2$.

8B. Tìm đa thức $Q(x)$ sao cho:

$$a) Q(x) + \left(x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 1 \frac{1}{2} \right) = x^5 + x^3 + 3x^2 + 1;$$

$$b) Q(x) - \left(-2x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 2x - 1 \right) = x^4 + 2x^3 - x^2 + 3x + 1;$$

$$c) \left(3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 6x + \frac{2}{3} \right) - Q(x) = -x^2 + 3x + 1.$$

Dạng 3. Chứng minh đa thức không phụ thuộc vào biến

Phương pháp giải: Áp dụng quy tắc dấu ngoặc và quy tắc cộng, trừ đa thức một biến để biến đổi rút gọn đa thức. Kết quả rút gọn là một hằng số.

9A. Chứng minh rằng các đa thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến:

$$a) (3x^2 - 2x + 5) - (4x^2 - 4x + 1) - 2x + x^2 - 4;$$

$$b) 4x^3 - 5x^2 + 1 - (4x^3 - x + 2x^2) + (7x^2 - x + 8);$$

$$c) \left(\frac{2}{5}x^3 - x^2 + 1 \right) - (x^3 - 3x + x^2 - 5) - 0,4x^3 + 2x^2 - 3x + x^3.$$

9B. Chứng minh rằng các đa thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến:

$$a) (2x^2 - 0,5x + 5) - (3x^2 + 2,5x + 4) + (3x + x^2 + 4);$$

$$b) x^3 - 2x^2 - (3x^3 - x + 2) + (x^3 - x + 4) + 2x^2 + x^3;$$

$$c) -(x^4 - 3x^2 + 3x - 1) - x^3 + 1 + \left(x^4 + x^3 - 3x^2 - \frac{5}{2} \right) + 3x.$$

Dạng 4. Vận dụng

Phương pháp giải:

- Sử dụng các chữ, các số và các phép toán để diễn đạt các mệnh đề phát biểu bằng lời.
- Căn cứ vào nội dung bài toán để viết các đa thức theo yêu cầu của đề bài.

10A. Bạn Hoài được phân công mua một số đồ dùng cho buổi tham quan dã ngoại của lớp. Hoài cần mua $3x + 7$ chiếc cốc giấy, $2x + 17$ chiếc bát giấy và x gói khăn ướt.

Đồ dùng	Giá bán một đồ dùng (đồng)
Cốc giấy	1500
Bát giấy	2500
Khăn ướt	15000

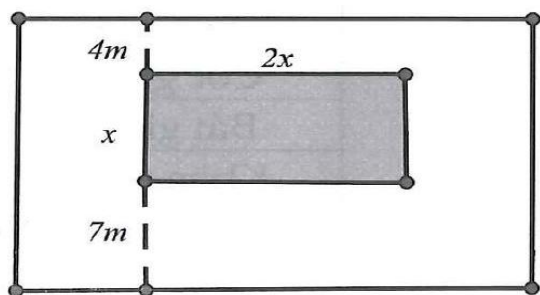
- Viết các đa thức biểu thị số tiền Hoài cần phải trả cho mỗi loại đồ dùng.
- Tìm đa thức biểu thị tổng số tiền Hoài phải trả để mua số đồ dùng trên.
- Biết rằng Hoài cần chuẩn bị 10 gói khăn ướt cho cả lớp. Tính tổng số tiền Hoài cần trả khi mua số đồ dùng trên.

10B. Bác Nhung đi siêu thị để lựa chọn một số loại đồ ăn cho bữa tiệc của gia đình. Bác lên danh mục, khối lượng cần mua cho từng loại và được liệt kê dưới bảng sau:

Đồ ăn	Khối lượng (kg)	Giá bán/1kg (đồng)
Thịt lợn	$\frac{1}{2}x + 0,5$	150000
Thịt bò	x	250000
Ngao	$\frac{3}{4}x - 0,5$	35000
Tôm	$x + 0,5$	280000
Mực	$x - 1$	260000
Khoai lang	$\frac{1}{2}x$	25000

- Viết các đa thức biểu thị số tiền bác Nhung cần phải trả cho mỗi loại đồ ăn.
- Tìm đa thức biểu thị tổng số tiền bác Nhung phải trả để mua số đồ ăn trên.
- Biết rằng bác mua 2 kilôgam thịt bò. Tính tổng số tiền bác phải trả khi đi siêu thị.

11A. Trên một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 45 mét, người ta định đào một cái ao có chiều rộng x mét, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Sơ đồ và kích thước cụ thể được cho như hình vẽ. Tìm đa thức (biến x):

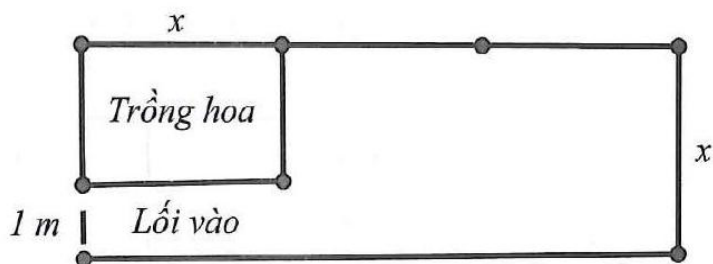


- Biểu thị diện tích của bể bơi.
- Biểu thị diện tích của mảnh đất.
- Biểu thị diện tích phần đất xung quanh bể.

11B. Trên một thửa ruộng hình chữ nhật có hai kích thước theo tỉ lệ:

Chiều dài : chiều rộng = 3 : 1.

Bác Hương dự định xây một khu đất hình chữ nhật nhỏ để trồng hoa với chiều dài bằng chiều rộng của thửa ruộng, và để



một lối đi rộng 1 mét như hình vẽ. Phần đất còn lại bác trồng rau. Gọi chiều rộng thửa ruộng là x (mét). Tìm đa thức (biến x):

- a) Biểu thị diện tích của thửa ruộng.
- b) Biểu thị chu vi của khu đất trồng hoa.
- c) Biểu thị chu vi phần đất còn lại để trồng rau.

12A. Một xe đạp đi từ A lúc 13 giờ 15 phút đến B với vận tốc 15 km / giờ. Đến 13 giờ 45 phút, một xe máy cũng chuyển động từ A đến B với vận tốc 45 km / giờ. Cả hai xe đều không nghỉ dọc đường.

a) Gọi $M(x)$ là đa thức biểu thị quãng đường xe đạp đi được và $N(x)$ là đa thức biểu thị quãng đường xe máy đi được kể từ khi xuất phát cho đến khi xe đạp đi được x giờ. Tìm $M(x), N(x)$.

b) Đặt $f(x) = N(x) - M(x)$. Tìm nghiệm của đa thức $f(x)$ và giải thích ý nghĩa nghiệm đó.

12B. Một người đi ô tô từ A đến B với vận tốc 50 km / giờ. Sau đó 1 giờ, một xe khách đi từ B về A với vận tốc 60 km / giờ. Và sau x giờ (kể từ khi ô tô chuyển động) thì hai xe gặp nhau.

- a) Viết đa thức (biến x) biểu thị độ dài quãng đường AB .
- b) Tính độ dài quãng đường AB biết sau 3 giờ (kể từ khi ô tô chuyển động) thì hai xe gặp nhau.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

13. Cho hai đa thức:

$$A(x) = 3x^5 - 4x^2 + x^4 - \frac{1}{2}x - 2x^5 + 7x^2 - 3x^4$$

$$B(x) = 2x^5 + x^4 + \frac{1}{2}x + 2 + x^2 - 3x^5 + 4x^4 + x - 8$$

- a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.
- b) Tính tổng $C(x) = A(x) + B(x)$ và hiệu $D(x) = A(x) - B(x)$.
- c) Tìm hệ số cao nhất, hệ số tự do của các đa thức $C(x)$ và $D(x)$.
- d) Trong tập hợp $\{0; 1; -1; 2\}$, những số nào là nghiệm của $C(x)$?

14. Cho các đa thức:

$$A(x) = x^4 - x^3 + x^2 - 3$$

$$B(x) = 3x^4 + x^3 - x^2 - 2$$

$$C(x) = x^4 + x^2 + \frac{3}{4}$$

Tính: $A(x) + B(x) + C(x)$; $A(x) + B(x) - C(x)$; $A(x) - B(x) - C(x)$.

15. Cho đa thức $P(x) = -x^4 + 11x^3 - 5x^2 + 6x - 3$

Tìm các đa thức $Q(x), H(x), R(x)$ sao cho:

a) $P(x) + Q(x) = x^5 - 2x^4 + 10x^3 - x^2 + 5x - 2$;

b) $P(x) - H(x) = -x^4 + 5x^3 + 5x - 1$;

c) $R(x) - P(x) = x^4 - 10x^3 - 4x^2 - x + 5$.

16. Cho hai đa thức:

$$M(x) = x^3 + 2x^2 + 1;$$

$$N(x) = x^2 - 2x + 3.$$

a) Tính $M(x) + N(x)$; $M(x) - N(x)$; $N(x) - M(x)$.

b) Tính $M(x) - 2N(x)$; $\frac{1}{2}M(x) + N(x)$.

17. Cho hai đa thức:

$$P(x) = x^4 - 4x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + 3 + 2x^4 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2$$

$$Q(x) = -x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x + 4 - x^4 + 4x^3 - x^2 + 3x$$

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính $P(1)$ và $Q(-2)$.

c) Tính $G(x) = P(x) + Q(x)$.

d) Chứng minh rằng $G(x)$ luôn dương với mọi giá trị của x .

18. Cho một hình thang có các kích thước đáy lớn, đáy bé và hai cạnh bên lần lượt là $2x + 7$; $x + 5$; x ; x (mét) ($x > 0$).

a) Tìm đa thức (biến x) biểu thị chu vi của hình thang.

b) Nếu hai cạnh bên của hình thang bằng 5 mét thì chu vi của hình thang bằng bao nhiêu?

19. Bốn bạn An, Bình, Dũng và Trí rủ nhau đến cửa hàng truyện để mua truyện cũ được bán đồng giá (nghĩa là các quyển truyện cũ trong cửa hàng đó đều được bán với cùng một giá). An mua 3 quyển truyện và mua thêm 1 cuốn báo có giá 3000 đồng, Bình mua 5 quyển, Dũng mua 5 quyển và Trí mua 7 quyển. Gọi x (đồng) là giá bán một quyển truyện cũ.

a) Tìm đa thức biểu thị tổng số tiền cả bốn bạn phải trả.

b) Nếu mỗi quyển truyện cũ đều có giá 8000 đồng thì tổng số tiền cả bốn bạn phải trả là bao

nhiều?

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) Cách 1:

$$\begin{aligned}(2x^2 - 0,5x + 5) + (3x^2 + 2,5x + 4) &= 2x^2 - 0,5x + 5 + 3x^2 + 2,5x + 4 \\&= (2x^2 + 3x^2) + (-0,5x + 2,5x) + (5 + 4) \\&= 5x^2 + 2x + 9\end{aligned}$$

Cách 2:

$$\begin{array}{r}+ \quad 2x^2 - 0,5x + 5 \\3x^2 + 2,5x + 4 \\ \hline= 5x^2 + 2x + 9\end{array}$$

$$\text{b) } 7 - 4y^2 + 3y + y^3 = y^3 - 4y^2 + 3y + 7; -3y^3 + 4y^2 + 1$$

Cách 1:

$$\begin{aligned}(y^3 - 4y^2 + 3y + 7) + (-3y^3 + 4y^2 + 1) \\&= y^3 - 4y^2 + 3y + 7 - 3y^3 + 4y^2 + 1 \\&= (y^3 - 3y^3) + (-4y^2 + 4y^2) + 3y + 7 + 1 \\&= -2y^3 + 3y + 8\end{aligned}$$

Cách 2:

$$\begin{array}{r}+ \quad y^3 - 4y^2 + 3y + 7 \\- 3y^3 + 4y^2 \quad + 1 \\ \hline= -2y^3 \quad + 3y + 8\end{array}$$

$$\text{c) } -z^4 + 3z^3 + 3z + 5; 3z^2 + z^4 + 5 - z = z^4 + 3z^2 - z + 5.$$

Cách 1:

$$\begin{aligned}(-z^4 + 3z^3 + 3z + 5) + (z^4 + 3z^2 - z + 5) \\&= (-z^4 + z^4) + 3z^3 + 3z^2 + (3z - z) + (5 + 5) \\&= 3z^3 + 3z^2 + 2z + 10\end{aligned}$$

Cách 2:

$$\begin{array}{r}
 + \quad \frac{-z^4 + 3z^3}{z^4} + 3z + 5 \\
 \hline
 = \quad 3z^3 + 3z^2 + 2z + 10
 \end{array}$$

$$d) \frac{3}{4}t^5 - 2t^4 + 3t^2 - t + 1; \frac{-1}{4}t^5 + 4t^4 + t^3 - 2t^2 - 3.$$

Cách 1:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{3}{4}t^5 - 2t^4 + 3t^2 - t + 1 \right) + \left(\frac{-1}{4}t^5 + 4t^4 + t^3 - 2t^2 - 3 \right) \\
 &= \left(\frac{3}{4}t^5 + \frac{-1}{4}t^5 \right) + (-2t^4 + 4t^4) + t^3 + (3t^2 - 2t^2) + (1 - 3) \\
 &= \frac{1}{2}t^5 + 2t^4 + t^3 + t^2 - 2
 \end{aligned}$$

Cách 2:

$$\begin{array}{r}
 + \quad \frac{3}{4}t^5 - 2t^4 + 3t^2 - t + 1 \\
 + \quad \frac{-1}{4}t^5 + 4t^4 + t^3 - 2t^2 - 3 \\
 \hline
 = \frac{1}{2}t^5 + 2t^4 + t^3 + t^2 - 2
 \end{array}$$

1B. Tương tự 1A

Đáp số:

$$a) 2x^3 + 2x^2 + x + 5;$$

$$b) 3y^4 + y^3 + 3y^2 + 4y - 4;$$

$$c) -2z^4 + 2z^3 + 2z - 2;$$

$$d) 4t^4 + t^3 - 2t^2 - 9t - 3.$$

$$2A. a) \text{ Cách 1: } (3x^3 - 5x^2 + 6x + 5) - (x^3 - x^2 + 4x - 1)$$

$$= 3x^3 - 5x^2 + 6x + 5 - x^3 + x^2 - 4x + 1$$

$$= (3x^3 - x^3) + (-5x^2 + x^2) + (6x - 4x) + (5 + 1)$$

$$= 2x^3 - 4x^2 + 2x + 6$$

Cách 2:

$$\begin{array}{r}
 3x^3 - 5x^2 + 6x + 5 \\
 - \quad x^3 - x^2 + 4x - 1 \\
 \hline
 = 2x^3 - 4x^2 + 2x + 6
 \end{array}$$

Tương tự câu a) Ta có:

b) $x^3 - 2x^2 - 4x - 2$;

c) $x^3 + x^2 - 4x + 4$;

d) $3x^3 + x^2 + 2x + 4$.

2B. Tương tự 2A

Đáp số: a) $2x^3 + 2x^2 - 9x + 13$;

b) $x^3 + 10x - 4$;

c) $x^4 - x^3 - x^2 - 4x + 4$;

d) $2x^3 + 2x^2 - 3x + 1$.

3A. Ta có: $A = -x^4 + 7x^2 + 2x^3 - 10 + 6x^4 - 3x^3 + 5x$

$$= (-x^4 + 6x^4) + (2x^3 - 3x^3) + 7x^2 + 5x - 10$$

$$= 5x^4 - 3x^3 + 7x^2 + 5x - 10$$

$$B = 2x^4 + 6 - x^3 + 5x - 5x^2 - x^4 + 4x^3$$

$$= (2x^4 - x^4) + (-x^3 + 4x^3) - 5x^2 + 5x + 6$$

$$= x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 5x + 6$$

Khi đó:

$$A + B = (5x^4 - 3x^3 + 7x^2 + 5x - 10) + (x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 5x + 6)$$

$$= (5x^4 + x^4) + (-3x^3 + 3x^3) + (7x^2 - 5x^2) + (5x + 5x) + (-10 + 6)$$

$$= 6x^4 + 2x^2 + 10x - 4$$

$$A - B = (5x^4 - 3x^3 + 7x^2 + 5x - 10) - (x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 5x + 6)$$

$$= (5x^4 - x^4) + (-3x^3 - 3x^3) + (7x^2 + 5x^2) + (5x - 5x) + (-10 - 6)$$

$$= 4x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 16$$

3B. Tương tự 3A

$$C + D = 3x^4 + 5x^3 + 2x^2 - x + 5$$

$$C - D = 3x^4 + 7x^3 - 7x - 9$$

$$4A. +) A + B + C$$

$$\begin{aligned}
 &= (x^3 - 2x^2 + 3x - 5) + (-x^3 + 2x^2 - 5x + 7) + (2x^3 + x^2 - x - 1) \\
 &= (x^3 - x^3 + 2x^3) + (-2x^2 + 2x^2 + x^2) + (3x - 5x - x) + (-5 + 7 - 1) \\
 &= 2x^3 + x^2 - 3x + 1
 \end{aligned}$$

$$+) A - B + C$$

$$\begin{aligned}
 &= (x^3 - 2x^2 + 3x - 5) - (-x^3 + 2x^2 - 5x + 7) + (2x^3 + x^2 - x - 1) \\
 &= (x^3 + x^3 + 2x^3) + (-2x^2 - 2x^2 + x^2) + (3x + 5x - x) + (-5 - 7 - 1) \\
 &= 4x^3 - 3x^2 + 7x - 13
 \end{aligned}$$

$$+) A - B - C$$

$$\begin{aligned}
 &= (x^3 - 2x^2 + 3x - 5) - (-x^3 + 2x^2 - 5x + 7) - (2x^3 + x^2 - x - 1) \\
 &= (x^3 + x^3 - 2x^3) + (-2x^2 - 2x^2 - x^2) + (3x + 5x + x) + (-5 - 7 + 1) \\
 &= -5x^2 + 9x - 11
 \end{aligned}$$

4B. Tương tự 4A

$$A + B + C = \frac{1}{2}x^4 + 5x^3 - 3x + 3;$$

$$A - B + C = x^4 + x^3 - 2x^2 + 7x - 5;$$

$$A - B - C = x^4 - x^3 - x^2 + 9x - 7.$$

$$5A. a) +) P(x) + Q(x) = \left(7x^4 - \frac{1}{5}x^3 + x^2 - 2x + 7\right) + (3x^4 + x^3 - x^2 + 3x - 5)$$

$$\begin{aligned}
 &= (7x^4 + 3x^4) + \left(-\frac{1}{5}x^3 + x^3\right) + (x^2 - x^2) + (-2x + 3x) + (7 - 5) \\
 &= 10x^4 + \frac{4}{5}x^3 + x - 2
 \end{aligned}$$

$$+) P(x) - Q(x) = \left(7x^4 - \frac{1}{5}x^3 + x^2 - 2x + 7\right) - (3x^4 + x^3 - x^2 + 3x - 5)$$

$$\begin{aligned}
 &= (7x^4 - 3x^4) + \left(-\frac{1}{5}x^3 - x^3\right) + (x^2 + x^2) + (-2x - 3x) + (7 + 5) \\
 &= 4x^4 - \frac{6}{5}x^3 + 2x^2 - 5x + 12
 \end{aligned}$$

b) Đa thức $P(x) + Q(x)$ có hệ số cao nhất: 10; hệ số tự do: -2 ;

Đa thức $P(x) - Q(x)$ có hệ số cao nhất: 4 ; hệ số tự do: 12.

5B. Tương tự 5A

a) $P(x) + Q(x) = \frac{8}{5}x^5 + x^3 + 3x - \frac{1}{2};$

$$P(x) - Q(x) = \frac{-4}{3}x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 6x^2 - x + 1.$$

b) Đa thức $P(x) + Q(x)$ có hệ số cao nhất: $\frac{8}{5}$; hệ số tự do: $-\frac{1}{2}$;

Đa thức $P(x) - Q(x)$ có hệ số cao nhất: $-\frac{4}{3}$; hệ số tự do: 1 .

6A. a) $M(x) = 3x^4 - 5x^2 - 2x^3 - 4x + 6x^2 + 8x^3 - 2$

$$= 3x^4 + (-2x^3 + 8x^3) + (-5x^2 + 6x^2) - 4x - 2$$

$$= 3x^4 + 6x^3 + x^2 - 4x - 2$$

$$N(x) = \sqrt{2}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - 3x^3 - \sqrt{2}x^4 + 5x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 4x - 3$$

$$= (\sqrt{2}x^4 - \sqrt{2}x^4) + (-3x^3 + 5x^3) + \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x^2\right) - 4x - 3$$

$$= 2x^3 - x^2 - 4x - 3$$

b) $G(x) = (3x^4 + 6x^3 + x^2 - 4x - 2) + (2x^3 - x^2 - 4x - 3)$

$$= 3x^4 + (6x^3 + 2x^3) + (x^2 - x^2) + (-4x - 4x) + (-2 - 3)$$

$$= 3x^4 + 8x^3 - 8x - 5$$

c) Đa thức $G(x)$ có bậc: 4; hệ số cao nhất: 3 ; hệ số tự do: -5 .

d) Tính:

$$G(0) = 3.0^4 + 8.0^3 - 8.0 - 5 = -5$$

$$G(1) = 3.1^4 + 8.1^3 - 8.1 - 5 = -2$$

$$G(-2) = 3.(-2)^4 + 8.(-2)^3 - 8.(-2) - 5 = -5$$

$$G(3) = 3.3^4 + 8.3^3 - 8.3 - 5 = 430$$

Do đó không có giá trị nào là nghiệm của đa thức $G(x)$.

6B. Tương tự 6A

a) $P(x) = \sqrt{3}x^5 + x^4 - \frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + x + 3$

$$Q(x) = \sqrt{3}x^5 + x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x + 3$$

b) $H(x) = P(x) - Q(x) = \frac{1}{2}x^3 + x^2 + 5x$

c) $x = 0$ là 1 nghiệm của $H(x)$.

7A. a) $A(x) + B(x) = 5x^4 + 3x^3 - 4x^2 + x - 2$

$$\begin{aligned} B(x) &= 5x^4 + 3x^3 - 4x^2 + x - 2 - A(x) \\ &= 5x^4 + 3x^3 - 4x^2 + x - 2 - (x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 1) \\ &= (5x^4 - x^4) + (3x^3 + 2x^3) + (-4x^2 - x^2) + (x + 3x) + (-2 - 1) \\ &= 4x^4 + 5x^3 - 5x^2 + 4x - 3 \end{aligned}$$

b) $A(x) - C(x) = -3x^4 + x^2 - x + 3$

$$\begin{aligned} C(x) &= A(x) - (-3x^4 + x^2 - x + 3) \\ &= (x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 1) - (-3x^4 + x^2 - x + 3) \\ &= (x^4 + 3x^4) - 2x^3 + (x^2 - x^2) + (-3x + x) + (1 - 3) \\ &= 4x^4 - 2x^3 - 2x - 2 \end{aligned}$$

c) $D(x) - A(x) = -4x^4 + 5x^3 + x^2 - 2x - 3$

$$\begin{aligned} D(x) &= -4x^4 + 5x^3 + x^2 - 2x - 3 + A(x) \\ &= -4x^4 + 5x^3 + x^2 - 2x - 3 + x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 1 \\ &= -3x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 5x - 2 \end{aligned}$$

7B. Tương tự 7A

a) $N(x) = \frac{9}{4}x^3 - x^2 + 6x - 2$;

b) $P(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - \frac{5}{2}$;

c) $Q(x) = \frac{3}{4}x^3 + 3x^2 - 4x - \frac{5}{2}$.

$$8A. a) P(x) = (x^3 - x^2 + 1) - \left(x^3 - 2x^2 + 7x + \frac{1}{3}\right) = x^2 - 7x + \frac{2}{3};$$

$$b) P(x) = (-x^4 - x^3 + 5x^2 + 4x + 2) + (2x^4 - x^3 + x - 3) \\ = x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 5x - 1$$

$$c) (5x^3 - 2x^2 + 4x + 4) - P(x) = 6x^3 - x^2 + 3x - 2 \\ P(x) = (5x^3 - 2x^2 + 4x + 4) - (6x^3 - x^2 + 3x - 2) \\ = -x^3 - x^2 + x + 6$$

8B. Tương tự 8A

$$a) Q(x) = -3x^4 + 3x^3 - 2x^2 - \frac{1}{2};$$

$$b) Q(x) = x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 5x;$$

$$c) Q(x) = 3x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 9x - \frac{1}{3}.$$

$$9A. a) (3x^2 - 2x + 5) - (4x^2 - 4x + 1) - 2x + x^2 - 4 \\ = 3x^2 - 2x + 5 - 4x^2 + 4x - 1 - 2x + x^2 - 4 \\ = 0$$

Chúng tỏ đa thức không phụ thuộc vào giá trị của biến.

$$b) 4x^3 - 5x^2 + 1 - (4x^3 - x + 2x^2) + (7x^2 - x + 8) \\ = 4x^3 - 5x^2 + 1 - 4x^3 + x - 2x^2 + 7x^2 - x + 8 \\ = 9$$

Chúng tỏ đa thức không phụ thuộc vào giá trị của biến.

$$c) \left(\frac{2}{5}x^3 - x^2 + 1\right) - (x^3 - 3x + x^2 - 5) - 0,4x^3 + 2x^2 - 3x + x^3 \\ = \frac{2}{5}x^3 - x^2 + 1 - x^3 + 3x - x^2 + 5 - 0,4x^3 + 2x^2 - 3x + x^3 \\ = 6$$

Chúng tỏ đa thức không phụ thuộc vào giá trị của biến.

9B. Tương tự 9A

$$a) (2x^2 - 0,5x + 5) - (3x^2 + 2,5x + 4) + (3x + x^2 + 4) = 5;$$

$$b) x^3 - 2x^2 - (3x^3 - x + 2) + (x^3 - x + 4) + 2x^2 + x^3 = 2;$$

$$c) -(x^4 - 3x^2 + 3x - 1) - x^3 + 1 + \left(x^4 + x^3 - 3x^2 - \frac{5}{2}\right) + 3x = -\frac{1}{2}.$$

10A. a) Đa thức biểu thị số tiền Hoài cần phải trả cho:

$$+) \text{ Cốc giấy là: } 1500(3x + 7) = 4500x + 10500 \text{ (đồng)}$$

$$+) \text{ Bát giấy là: } 2500(2x + 17) = 5000x + 42500 \text{ (đồng)}$$

$$+) \text{ Khăn ướt lần lượt là: } 15000x \text{ (đồng)}$$

b) Đa thức biểu thị tổng số tiền Hoài phải trả để mua số đồ dùng trên là:

$$4500x + 10500 + 5000x + 42500 + 15000 = 9500x + 68000 \text{ (đồng)}$$

c) Hoài cần chuẩn bị 10 gói khăn ướt, ta có $x = 10$.

Khi đó: Tổng số tiền Hoài cần trả khi mua số đồ dùng trên là:

$$9500x + 68000 = 9500.10 + 68000 = 163000 \text{ (đồng)}$$

10B. a) Đa thức biểu thị số tiền bác Nhung cần phải trả cho:

$$+) \text{ Thịt lợn là: } 150000\left(\frac{1}{2}x + 0,5\right) = 75000x + 75000 \text{ (đồng)}$$

$$+) \text{ Thịt bò là: } 250000x \text{ (đồng)}$$

$$+) \text{ Ngao là: } 35000\left(\frac{3}{4}x - 0,5\right) = 26250x - 17500 \text{ (đồng)}$$

$$+) \text{ Tôm: } 280000(x + 0,5) = 280000x + 140000 \text{ (đồng)}$$

$$+) \text{ Mực: } 260000(x - 1) = 260000x - 260000 \text{ (đồng)}$$

$$+) \text{ Khoai lang: } 25000 \cdot \frac{1}{2}x = 12500x \text{ (đồng)}$$

b) Tổng số tiền bác Nhung phải trả để mua số đồ ăn trên là:

$$75000x + 75000 + 250000x + 26250x - 17500 + 280000x + 140000 + 260000x - 260000 + 12500x \\ = 903750x - 62500$$

c) Với $x = 2$, thay vào đa thức ta có tổng số tiền bác Nhung phải trả để mua số đồ ăn trên là:

$$903750x - 62500 = 903750.2 - 62500 = 1745000 \text{ (đồng)}$$

11A. a) Diện tích của bể bơi là: $x.2x = 2x^2 \text{ (m}^2\text{)}$

b) Chiều rộng mảnh đất là: $4 + x + 7 = 11 + x(m)$

Diện tích mảnh đất là: $45.(x + 11) = 45x + 495(m^2)$.

c) Diện tích phần đất xung quanh bể là: $45x + 495 - 2x^2 = -2x^2 + 45x + 495(m^2)$

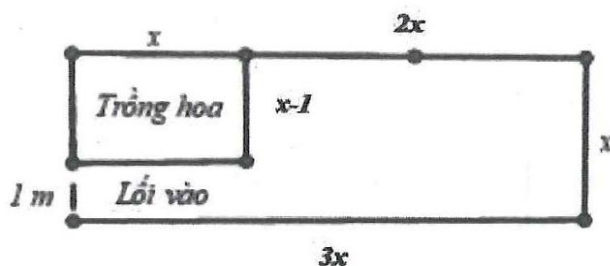
11B. a) Chiều dài thửa ruộng là: $3x(m)$

Diện tích thửa ruộng là: $3x.x = 3x^2(m^2)$

b) Chiều rộng khu đất trồng hoa là: $x - 1(m)$

Chu vi khu đất trồng hoa là: $2.(x + x - 1) = 2.(2x - 1) = 4x - 2(m)$.

c) Ta có:



Chu vi phần đất còn lại để trồng rau là:

$$1 + x + x - 1 + 2x + x + 3x = 8x (m)$$

12A. a) Xe đạp đi trong x giờ được quãng đường là:

$$M(x) = 15x(km).$$

Xe máy chuyển động sau xe đạp:

$$13 \text{ giờ } 45 \text{ phút} - 13 \text{ giờ } 15 \text{ phút} = 30 \text{ phút} = \frac{1}{2} \text{ giờ}$$

Nên thời gian xe máy đi là: $x - \frac{1}{2}$ (giờ)

Quãng đường xe máy đi được là: $N(x) = 45.\left(x - \frac{1}{2}\right) = 45x - \frac{45}{2}(km)$.

$$b) f(x) = N(x) - M(x) = \left(45x - \frac{45}{2}\right) - 15x = 30x - \frac{45}{2}.$$

$$\text{Cho } f(x) = 0 \Rightarrow 30x - \frac{45}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$$

Ý nghĩa của con số $\frac{3}{4}$: sau 0,75 giờ thì hai xe gặp nhau.

12B. a) Quãng đường xe ô tô đi được sau x giờ là: $50x$ (km)

Quãng đường xe khách đi được là: $60(x-1)$ (km)

Đa thức (biến x) biểu thị độ dài quãng đường AB là:

$$50x + 60(x-1) = 110x - 60 \text{ (km)}$$

b) Thay $x = 3$ vào đa thức trên ta có:

Quãng đường AB là: 270 km

13. Tương tự bài 6A

a) $A(x) = x^5 - 2x^4 + 3x^2 - \frac{1}{2}x$;

$$B(x) = -x^5 + 5x^4 + x^2 + \frac{3}{2}x - 6$$

b) $C(x) = 3x^4 + 4x^2 + x - 6$;

$$D(x) = 2x^5 - 7x^4 + 2x^2 - 2x + 6.$$

c) $C(x)$ có hệ số cao nhất: 3; hệ số tự do: -6.

$D(x)$ có hệ số cao nhất: 5; hệ số tự do: 6.

d) -1 là nghiệm của $C(x)$.

14. Tương tự bài 4A

a) $A(x) + B(x) + C(x) = 5x^4 + x^2 - \frac{17}{4}$

$$A(x) + B(x) - C(x) = 3x^4 - x^2 - \frac{17}{4}$$

$$A(x) - B(x) - C(x) = -3x^4 - 2x^3 + x^2 - \frac{7}{4}.$$

15. Tương tự bài 7A.

a) $Q(x) = x^5 - x^4 - x^3 + 4x^2 - x + 1$;

b) $H(x) = 6x^3 - 5x^2 + x - 2$;

c) $R(x) = x^3 - 9x^2 + 5x + 2$.

16. a) $M(x) + N(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$;

$$M(x) - N(x) = x^3 + x^2 + 2x - 2$$

$$N(x) - M(x) = -[M(x) - N(x)]$$

$$= -(x^3 + x^2 + 2x - 2) = -x^3 - x^2 - 2x + 2$$

$$\text{b) } M(x) - 2N(x) = x^3 + 2x^2 + 1 - 2(x^2 - 2x + 3)$$

$$= x^3 + 2x - 5;$$

$$\frac{1}{2}M(x) + N(x) = \frac{1}{2}(x^3 + 2x^2 + 1) + (x^2 - 2x + 3)$$

$$= \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - 2x + \frac{7}{2}$$

$$17. \text{ a) } P(x) = 3x^4 - 5x^3 + x^2 - x + 1$$

$$Q(x) = -2x^4 + 5x^3 + 2x^2 + x + 4$$

$$\text{b) } P(1) = -1; Q(-2) = -62$$

$$\text{c) } G(x) = P(x) + Q(x) = x^4 + 3x^2 + 5.$$

$$\text{d) Nhận xét: } x^4 \geq 0, 3x^2 \geq 0, \forall x$$

$$\Rightarrow x^4 + 3x^2 + 5 \geq 5 > 0, \forall x. \text{ Hay } G(x) \text{ luôn dương với mọi } x.$$

$$18. \text{ a) Đa thức (biến } x) \text{ biểu thị chu vi của hình thang là:}$$

$$2x + 7 + x + 5 + x + x = 5x + 12(m)$$

$$\text{b) Nếu } x = 5, \text{ thì chu vi hình thang là: } 5x + 12 = 5 \cdot 5 + 12 = 37(m)$$

$$19. \text{ a) } 3x + 3000 + 5x + 5x + 7x = 20x + 3000 \text{ (đồng)}$$

$$\text{b) } 163\,000 \text{ đồng}$$

BÀI 4. PHÉP NHÂN ĐA THỨC MỘT BIẾN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Nhân đơn thức với đa thức

Quy tắc: Muốn nhân một đơn thức với một đa thức, ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích với nhau.

$$A.(B + C) = A.B + A.C$$

2. Nhân đa thức với đa thức

Quy tắc: Muốn nhân một đa thức với một đa thức, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.

$$(A + B).(C + D) = A.C + A.D + B.C + B.D$$

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Làm tính nhân

Phương pháp giải: Áp dụng quy tắc nhân đơn thức với đa thức, đa thức với đa thức.

Chú ý: Các phép tính lũy thừa:

$$a^m.a^n = a^{m+n}; (a^m)^n = a^{m \cdot n}; a^0 = 1 (\forall a \neq 0)$$

1A. Thực hiện các phép nhân sau:

a) $x(x^2 - 2x + 5)$;

b) $5x(x^4 - 3x^2 + 5x + 2)$;

c) $(-3,5x^2)\left(2x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 1\right)$;

d) $1\frac{3}{4}x^3\left(2x^3 + x^2 - \frac{2}{5}x + 2\right)$.

1B. Thực hiện các phép nhân sau:

a) $-x(x^3 - 2x^2 + 4x - 3)$;

b) $-\frac{1}{2}x^2(2x^4 - 3x^2 + x + 1)$;

c) $(1,2x^2)(6x^3 - 5x^2 + 4x - 7)$;

d) $(-3)^2x^2(-x^3 - 2x^2 + 5x + 1)$.

2A. Thực hiện các phép nhân sau:

a) $(x-1)(2x^2 - 3x + 1)$;

b) $(1-x^2)(3x^3 + 2x^2 - x - 9)$;

c) $(0,2x^2 - x)(x^2 + 7x - 3)$;

d) $5(x^3 - x)(x^2 + 2x - 3)$.

2B. Thực hiện các phép nhân sau:

a) $(2x+1)(x^3-4x+5);$

b) $\left(-\frac{1}{2}x-x^3\right)(2x^3+x^2-1);$

c) $(x^2-5x)(-5x^2-4x+5);$

d) $(2x-x^2).3.(x^2+3x+1).$

Dạng 2. Rút gọn biểu thức

Phương pháp giải: Áp dụng quy tắc nhân đơn thức với đa thức, đa thức với đa thức rồi cộng, trừ các hạng tử cùng bậc để trong đa thức không còn các hạng tử nào cùng bậc.

3A. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $5x^2(3x^2-1)-6x(4x^3-3x+1)-2x^3(3x-1);$

b) $\frac{1}{2}x\left(x^2-\frac{2}{5}x+2\right)-\frac{3}{4}x^2\left(x+\frac{1}{3}\right)-x(x+1);$

c) $1\frac{1}{2}x^2(x^2-2x)-2x(x^3+x^2+1)+2(x-1);$

d) $x(x^3-2x^2)+5x\left(x^2-2x+\frac{1}{2}\right)-x^2(x^2-x+1).$

3B. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $3x(-x^2-5)+5x(x^3+7)-3x^2(x^2-x+5)+2(4-x);$

b) $25x-4(3x-1)+7x(5-2x^2);$

c) $4x(x^3-4x^2)+2x(2x^3-3x^2+7x+1);$

d) $-\frac{4}{3}x^2(3x^2-6x+9)+8x(x^3-3x^2+2x-1)-x(x^2-2x).$

4A. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $(4x-1)(3x+2)-5x(x-3);$

b) $(5x-2)(x+1)-2x(x^2+x-3);$

c) $(x+1)(2x-1)+x(x^2-x+1);$

d) $(3x^2+x+2).3-(2x+1).2.(3+x).$

4B. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $-2x(x^2+3x+1)+(x+1)(x^2-2);$

$$\text{b) } \frac{2}{3}x\left(\frac{9x}{2} + \frac{1}{4}\right) - (x-1)(3x+1);$$

$$\text{c) } 3x^2(x-1) + 4(1-x)(x+1);$$

$$\text{d) } -(3x-5)(x-4) + (2x+3)(x+4).$$

Dạng 3. Tính giá trị biểu thức

Phương pháp giải:

- Rút gọn biểu thức đã cho
- Thay giá trị của biến vào biểu thức đã rút gọn rồi giá trị biểu thức số nhận được.

5A. Tính giá trị biểu thức:

$$\text{a) } 5x(2x-1)(2x+3) + 10x(3x-2) - 2x(10x^2 - 5x - 2) \text{ với } x = 2;$$

$$\text{b) } (x-1)(x^2 + x + 1) - x(x^2 + 2x + 3) + 2(x^2 - 2x + 1) \text{ với } x = \frac{1}{7}.$$

5B. Tính giá trị biểu thức:

$$\text{a) } 5x(x^2 - 4x + 1) - (x^2 + 1)(5x - 1) + 20(1 - x)(1 + x) \text{ với } x = -1.$$

$$\text{b) } (2 - x)(x^2 + 2x + 4) + x(x^2 - 1) + \frac{1}{2}(8x - 3) \text{ với } x = \frac{1}{6}.$$

Dạng 4. Tìm giá trị chưa biết

Phương pháp giải:

- Thực hiện phép nhân đa thức, biến đổi và rút gọn để đưa đẳng thức đã cho về dạng $ax = b$
- Tìm được $x = \frac{b}{a}$ (nếu $a \neq 0$).

6A. Tìm x :

$$\text{a) } (2x-1)(x^2 - x + 1) + x^2(3 - 2x) = 2;$$

$$\text{b) } 3(1 - 4x)(x - 2) + 4(3x + 1)(x + 2) = 24;$$

$$\text{c) } (x+1)(x+2)(x+3) - x^3 - 8x(x+2) = 6;$$

$$\text{d) } (x+1)(x^2 + 2x + 4) - x^2(x+3) + 8 = 0.$$

6B. Tìm x :

$$\text{a) } (2x-3)(x-2) - x(2x+1) - 6 = 0;$$

$$\text{b) } 5(2x-1)(x+2) - 2(5x-3)(x+2) = 5;$$

$$c) 2x^2 + 3(x-2)(x+2) - 5x(x+3) = 0;$$

$$d) (7-3x)(x+2) + 3(x-2)(x+1) + 2(3x-2)(x+2) = 0.$$

Dạng 5. Chứng minh giá trị của biểu thức không phụ thuộc vào biến

Phương pháp giải:

- Rút gọn biểu thức đã cho thành đa thức 0 hoặc thành một đa thức bậc 0. Từ đó, với mọi giá trị của biến x , giá trị của đa thức không đổi.

7A. Chứng tỏ rằng các biểu thức sau có giá trị không phụ thuộc vào biến:

$$a) A = (3x-2)(2x+10) - (2x+2)(3x+10);$$

$$b) B = (x-5)(2x+7) - 2x(x-5) - 7x+2.$$

7B. Chứng tỏ rằng các biểu thức sau có giá trị không phụ thuộc vào biến:

$$a) C = 2(x-2)(x+3) - x(5x-4) + 3x(x-2) + 7;$$

$$b) D = x(3x-1) - x^2(x+3) + (x-1)(x^2+x+2).$$

Dạng 6. Vận dụng bài toán có lời văn

Phương pháp giải:

Bước 1. Xác định ẩn và điều kiện cho ẩn.

Bước 2. Dựa vào đề bài để xác định các đa thức biểu thị kết quả cần biểu diễn theo ẩn.

Bước 3. Áp dụng quy tắc nhân đơn thức với đa thức, đa thức với đa thức rồi rút gọn đa thức đó.

8A. Cho một hình thang có các độ dài đáy lớn, đáy bé và chiều cao lần lượt là $2x+1$; $x+5$; $x(m)$ ($x > 0$). Viết đa thức biểu thị diện tích (đơn vị: m^2) của hình thang.

8B. Giả sử ba kích thước của hình hộp chữ nhật là: $x+1$; $2x+3$; $x-3$ (cm) với $x > 3$. Viết đa thức biểu thị thể tích (đơn vị: cm^3) của hình hộp chữ nhật đó.

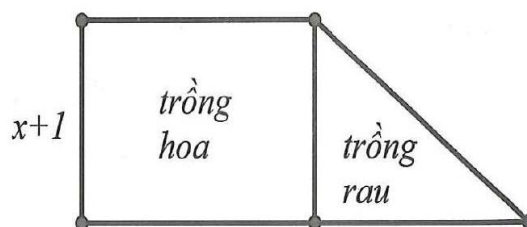
9A. Có hai hình chữ nhật. Hình thứ nhất có chiều dài hơn chiều rộng 10 m. Chiều rộng của hình chữ nhật thứ hai hơn chiều rộng hình chữ nhật thứ nhất là $5m$ và có chiều dài hơn chiều dài hình thứ nhất là 15m. Gọi chiều rộng hình chữ nhật thứ nhất là $x(m)$.

a) Tìm hai đa thức biểu thị diện tích của mỗi hình chữ nhật trên.

b) Biết diện tích hình thứ hai hơn diện tích hình thứ nhất $325m^2$. Tính kích thước mỗi hình.

9B. Cho một thửa ruộng hình thang vuông có đáy nhỏ lớn hơn chiều cao $4m$ và đáy lớn hơn đáy bé $5m$. Bác Huệ chia thửa ruộng ra thành hai phần, một phần hình chữ nhật để trồng hoa với chiều rộng bằng chiều cao của hình thang và phần còn lại hình tam giác vuông để trồng rau (Hình vẽ minh

họa). Biết chiều cao của thửa ruộng là $x+1(m)$.



a) Tìm đa thức biểu thị diện tích của cả thửa ruộng hình thang, phần diện tích trồng hoa và phần diện tích trồng rau.

b) Biết diện tích trồng hoa lớn hơn hai lần diện tích trồng rau là $20m^2$. Tính kích thước của thửa ruộng.

10A. Tìm 3 số tự nhiên chẵn liên tiếp, biết tích của hai số sau lớn hơn tích của hai số đầu là 200.

10B. Tìm 3 số tự nhiên lẻ liên tiếp. Biết tích của hai số sau lớn hơn tích của hai số đầu là 36.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

11. Thực hiện phép nhân hai đa thức sau:

a) $2x-1$ và $4x^3-x^2+1$;

b) $3x^3-4$ và $-x^3+3x^2-2$.

12. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $-x(x^3-2x)-2x(x-1)(x+2)$;

b) $(x^2-5)(x+3)-x(2x-1)+5$;

c) $(x^2-2x+3)\left(\frac{1}{2}x-5\right)+(-1)^{10}(x-1)$.

13. Rút gọn rồi tính giá trị biểu thức:

a) $(x-6)(x-4)-x(x+90)+76$ với $x=0,98$;

b) $(2x+3)(2x-5)-x(4x+1)$ với $x=-16,2$;

c) $2x(x+1)(x-3)-x^2(2x-1)+5(x^2-1)$ với $x=-1$;

d) $(3x-2)(2x^3+x^2-x-1)-5x^2(x^2-1)-2+x^3$ với $x=1$.

14. Tìm x :

a) $5x(x-3)-x(5x+1)=16$;

b) $(3x^2-x+1)(x+1)+x^2(4-3x)=1$;

c) $3x^2 + 2(x-3)(x+3) - 5x(x+3) = 0$;

d) $(5x-3)(1+x) - (3x-1)(x+1) = 0$.

15. Chứng tỏ rằng các đa thức sau không phụ thuộc vào biến:

a) $M = (2x+1)(5x-3) - (5x+2)(2x-7) - 30(x-5)$;

b) $N = (x-3)(3x+1) - 3x(x-5) - 7x+8$;

c) $P = x(6-x)(x+1) + x^2(x-5) - 6(x+7)$.

16. Đoán tuổi. Bạn hãy lấy tuổi của mình:

+) Cộng thêm 7;

+) Được bao nhiêu đem nhân với 4;

+) Lấy kết quả vừa tìm được cộng với 12;

+) Nhân kết quả vừa tìm được với 2,5;

+) Đọc kết quả cuối cùng sau khi đã trừ đi 100.

Tôi sẽ đoán được tuổi của bạn. Giải thích tại sao?

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) $x(x^2 - 2x + 5) = x^3 - 2x^2 + 5x;$

b) $5x(x^4 - 3x^2 + 5x + 2) = 5x^5 - 15x^3 + 25x^2 + 10x;$

c) $(-3,5x^2)\left(2x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 1\right) = -7x^6 + \frac{21}{4}x^4 - 3,5x^2;$

d) $1\frac{3}{4}x^3\left(2x^3 + x^2 - \frac{2}{5}x + 2\right) = \frac{7}{4}x^3\left(2x^3 + x^2 - \frac{2}{5}x + 2\right)$
 $= \frac{7}{2}x^6 + \frac{7}{4}x^5 - \frac{7}{10}x^4 + \frac{7}{2}x^3.$

1B. Tương tự 1A

a) $-x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 3x;$

b) $-x^6 + \frac{3}{2}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2;$

c) $7,2x^5 - 6x^4 + 4,8x^3 - 8,4x^2;$

d) $-9x^5 - 18x^4 + 45x^3 + 9x^2.$

2A. a) $(x-1)(2x^2 - 3x + 1) = 2x^3 - 3x^2 + x - 2x^2 + 3x - 1$

$$= 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1;$$

b) $(1-x^2)(3x^3 + 2x^2 - x - 9) = 3x^3 + 2x^2 - x - 9 - 3x^5 - 2x^4 + x^3 + 9x^2$

$$= -3x^5 - 2x^4 + 4x^3 + 11x^2 - x - 9$$

c) $(0,2x^2 - x)(x^2 + 7x - 3) = 0,2x^4 + 1,4x^3 - 0,6x^2 - x^3 - 7x^2 + 3x$

$$= 0,2x^4 + \frac{2}{5}x^3 - \frac{38}{5}x^2 + 3x;$$

d) $5(x^3 - x)(x^2 + 2x - 3) = (5x^3 - 5x)(x^2 + 2x - 3)$

$$= 5x^5 + 10x^4 - 15x^3 - 5x^3 - 10x^2 + 15x$$

$$= 5x^5 + 10x^4 - 20x^3 - 10x^2 + 15x$$

2B. Tương tự 2A

a) $2x^4 + x^3 - 8x^2 + 6x + 5;$

$$\text{b) } -2x^6 - x^5 - x^4 + \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x;$$

$$\text{c) } -5x^4 + 21x^3 + 25x^2 - 25x;$$

$$\text{d) } -3x^4 - 3x^3 + 15x^2 + 6x.$$

$$\mathbf{3A. a) } 5x^2(3x^2 - 1) - 6x(4x^3 - 3x + 1) - 2x^3(3x - 1)$$

$$= 15x^4 - 5x^2 - 24x^4 + 18x^2 - 6x - 6x^4 + 2x^3$$

$$= (15x^4 - 24x^4 - 6x^4) + 2x^3 + (-5x^2 + 18x^2) - 6x$$

$$= -15x^4 + 2x^3 + 12x^2 - 6x$$

$$\text{b) } \frac{1}{2}x\left(x^2 - \frac{2}{5}x + 2\right) - \frac{3}{4}x^2\left(x + \frac{1}{3}\right) - x(x + 1)$$

$$= \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{5}x^2 + x - \frac{3}{4}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - x^2 - x$$

$$= \left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^3\right) + \left(-\frac{1}{5}x^2 - \frac{1}{4}x^2 - x^2\right) + (x - x)$$

$$= -\frac{1}{4}x^3 - \frac{29}{20}x^2$$

$$\text{c) } 1\frac{1}{2}x^2(x^2 - 2x) - 2x(x^3 + x^2 + 1) + 2(x - 1)$$

$$= -\frac{1}{2}x^4 - 5x^3 - 2$$

$$\text{d) } = x^4 - 2x^3 + 5x^3 - 10x^2 + \frac{5}{2}x - x^4 + x^3 - x^2$$

$$= 4x^3 - 11x^2 + \frac{5}{2}x$$

3B. Tương tự 3A

$$\text{a) } 2x^4 - 15x^2 + 18x + 8;$$

$$\text{b) } -14x^3 + 48x + 4$$

$$\text{c) } 8x^4 - 22x^3 + 14x^2 + 2x;$$

$$\text{d) } 4x^4 - 17x^3 + 6x^2 - 8x;$$

4A. Tương tự 3A

$$\text{a) } 7x^2 + 20x - 2;$$

b) $-2x^3 + 3x^2 + 9x - 2$;

c) $x^3 + x^2 + 2x - 1$;

d) $5x^2 - 11x$.

4B. Tương tự 3A

a) $-x^3 - 5x^2 - 4x - 2$;

b) $\frac{13}{6}x + 1$;

c) $3x^3 - 7x^2 + 4$;

d) $-x^2 + 28x - 8$.

5A. a) $60x^2 - 31x$ với $x = 2$, ta có: $60x^2 - 31x = 60.2^2 - 31.2 = 178$.

b) $-7x + 1$ với $x = \frac{1}{7}$. Ta có: $-7x + 1 = -7.\frac{1}{7} + 1 = -1 + 1 = 0$

5B. Tương tự 5A

a) $A = -39x^2 + 21$; $A = -18$ tại $x = -1$;

b) $B = 3x + \frac{13}{2}$; $B = 7$ tại $x = \frac{1}{6}$.

6A. a) $(2x - 1)(x^2 - x + 1) + x^2(3 - 2x) = 2$

$$2x^3 - 2x^2 + 2x - x^2 + x - 1 + 3x^2 - 2x^3 = 2$$

$$3x - 1 = 2$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

Vậy $x = 1$.

b) $3(1 - 4x)(x - 2) + 4(3x + 1)(x + 2) = 24$

$$3x - 6 - 12x^2 + 24x + 12x^2 + 28x + 8 = 24$$

$$55x + 2 = 24$$

$$55x = 22$$

$$x = \frac{2}{5}$$

Vậy $x = \frac{2}{5}$.

c) Tương tự câu a) $-2x^2 - 5x = 0$

$$x.(-2x - 5) = 0$$

Hoặc $x = 0$ hoặc $x = -\frac{5}{2}$.

d) $6x + 12 = 0 \Rightarrow x = -2$

Vậy $x = -2$.

6B. Tương tự 6A

a) $-8x = 0 \Rightarrow x = 0$.

b) $x + 2 = 5 \Rightarrow x = 3$.

c) $-15x - 12 = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{5}$.

d) $6x^2 + 6x = 0 \Rightarrow 6x.(x + 1) = 0$. Hoặc $x = 0$ hoặc $x = -1$.

7A. a) $A = (3x - 2)(2x + 10) - (2x + 2)(3x + 10)$

$$= 6x^2 + 26x^2 - 20 - (6x^2 + 26x^2 + 20)$$

$$= 6x^2 + 26x^2 - 20 - 6x^2 - 26x^2 - 20$$

$$= -40$$

Chúng tỏ biểu thức có giá trị không phụ thuộc vào biến.

b) $B = (x - 5)(2x + 7) - 2x(x - 5) - 7x + 2$

$$= 2x^2 - 3x - 35 - 2x^2 + 10x - 7x + 2$$

$$= -33$$

Chúng tỏ biểu thức có giá trị không phụ thuộc vào biến.

7B. Tương tự 7A

a) $C = -5$

b) $D = -2$

8A. Đa thức biểu thị diện tích (đơn vị: m^2) của hình thang là:

$$\frac{(2x + 1 + x + 5).x}{2} = \frac{1}{2}.(3x + 6).x = \frac{3}{2}x^2 + 3x \text{ (m}^2\text{)}$$

8B. Tương tự 8A

$$(x + 1)(2x + 3)(x - 3) = 2x^3 - x^2 - 12x - 9 \text{ (cm}^3\text{)}$$

9A. a) Chiều dài hình chữ nhật thứ nhất là: $x + 10 \text{ (m)}$

Diện tích hình chữ nhật thứ nhất là: $x.(x+10) = x^2 + 10x(m^2)$

Chiều rộng hình chữ nhật thứ hai là: $x+5(m)$

Chiều dài hình chữ nhật thứ hai là: $x+10+15 = x+25(m)$

Diện tích hình chữ nhật thứ hai là: $(x+5).(x+25) = x^2 + 30x + 125(m^2)$

b) Diện tích hình chữ nhật thứ hai hơn diện tích hình thứ nhất $325m^2$ nên ta có:

$$(x^2 + 30x + 125) - (x^2 + 10x) = 325$$

$$20x + 125 = 325$$

$$20x = 200$$

$$x = 10$$

Khi đó, diện tích hình chữ nhật thứ nhất là:

$$10^2 + 10.10 = 200(m^2)$$

Diện tích hình chữ nhật thứ hai là:

$$10^2 + 30.10 + 125 = 525(m^2)$$

9B. Tương tự 9A.

a) Đáy nhỏ thửa ruộng là $x+5(m)$

Đáy lớn thửa ruộng là $x+10(m)$

Diện tích cả thửa ruộng: $\frac{1}{2}(2x+15)(x+1) = x^2 + \frac{17}{2}x + \frac{15}{2}(m^2)$

Diện tích phần trồng hoa là: $(x+1)(x+5) = x^2 + 6x + 5(m^2)$

Diện tích phần trồng rau là:

$$x^2 + \frac{17}{2}x + \frac{15}{2} - (x^2 + 6x + 5) = \frac{5}{2}x + \frac{5}{2}(m^2)$$

b) Tìm được: $x = 4$

Thửa ruộng có: chiều cao: 5 m ; đáy bé: 9 m ; đáy lớn 14 m .

10A. Gọi 3 số tự nhiên chẵn liên tiếp lần lượt là:

$2k; 2k+2; 2k+4(k \in \mathbb{N})$ Tích của hai số sau lớn hơn tích của hai số đầu là 200 ta có:

$$(2k+2)(2k+4) - 2k(2k+2) = 200$$

$$4k^2 + 12k + 8 - 4k^2 - 4k = 200$$

$$8k = 192$$

$$k = 24$$

Vậy 3 số tự nhiên chẵn liên tiếp đó là 48; 50; 52.

10B. Tương tự 10A

3 số tự nhiên lẻ liên tiếp đó là 7; 9; 11.

11. Tương tự 2A

$$a) 8x^4 - 6x^3 + x^2 + 2x - 1;$$

$$b) -3x^6 + 9x^5 - 2x^3 - 12x^2 + 8.$$

12. Tương tự 3A

$$a) -x^4 - 2x^3 + 4x;$$

$$b) x^3 + x^2 - 4x - 10;$$

$$c) \frac{1}{2}x^3 - 6x^2 + \frac{25}{2}x - 16;$$

13. Tương tự 5A

$$a) A = -100x + 100; A = 2 \text{ tại } x = 0,98;$$

$$b) B = -5x - 15; B = 66 \text{ tại } x = -16,2;$$

$$c) C = 2x^2 - 6x - 5; C = 3 \text{ tại } x = -1;$$

$$d) D = x^4 - x; D = 0 \text{ tại } x = 1;$$

14. Tương tự 6A

$$a) x = -1; \quad b) x = 0; \quad c) x = -\frac{6}{5}; \quad d) x \in \{-1; 1\}.$$

15. Tương tự 7A

$$a) M = 161; \quad b) N = 5; \quad c) P = -42$$

16. Giải sử tuổi của bạn là x . Đem tuổi của mình:

$$+) \text{ Cộng thêm 7 ta được: } x + 7$$

$$+) \text{ Được bao nhiêu đem nhân với 4 ta được: } 4(x + 7) = 4x + 28$$

$$+) \text{ Lấy kết quả vừa tìm được cộng với 12: } 4x + 28 + 12 = 4x + 40$$

$$+) \text{ Nhân kết quả vừa tìm được với 2,5 ta được:}$$

$$(4x + 40).2,5 = 10x + 100$$

$$+) \text{ Kết quả cuối cùng sau khi đã trừ đi 100 là: } 10x.$$

Vậy kết quả cuối cùng bằng mười lần số tuổi thực của bạn. Do đó ta chỉ cần lấy kết quả cuối cùng chia cho 10 là ra số tuổi thực.

BÀI 5. PHÉP CHIA ĐA THỨC MỘT BIẾN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Nếu A và B là hai đa thức đã cho (trong đó B là đa thức khác đa thức 0) thì bằng cách đặt tính chia ta luôn có thể tìm được các đa thức Q và R thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

a) $A = B.Q + R$;

b) Đa thức R phải bằng 0 hoặc đa thức R có bậc nhỏ hơn bậc của B .

- Nếu $R = 0$ thì $A = B.Q$, khi đó ta nói A chia hết cho B và Q là thương của phép chia đa thức A (đa thức bị chia) cho đa thức B (đa thức chia) và viết $A : B = Q$ hoặc $Q = \frac{A}{B}$.

- Nếu $R \neq 0$ thì ta nói phép chia đa thức A cho đa thức B là phép chia có dư với đa thức thương là Q và đa thức dư là R .

II. BÀI TẬP VÀ CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Chia đơn thức cho đơn thức

Phương pháp giải: Cho hai đơn thức ax^m và bx^n ($m, n \in \mathbb{N}; a, b \in \mathbb{R}$ và $b \neq 0$). Khi đó nếu $m \geq n$ thì phép chia ax^m cho bx^n là phép chia hết và ta có:

$$ax^m : bx^n = \frac{a}{b} x^{m-n} \quad (\text{quy ước: } x^0 = 1)$$

1A. Tính:

a) $9x^4 : 3x$; b) $125x^5 : (-25x^3)$;

c) $\frac{5}{6}(-x)^2 : \frac{1}{3}x$; d) $\frac{-8}{3}x^7 : (-2x)^4$.

1B. Tính:

a) $10x^5 : 2x^2$; b) $(-120x^7) : (-6x)^3$;

c) $\frac{3}{4}x^8 : \left(\frac{-3}{2}x^4\right)$; d) $(-x)^6 : (-2,5x^3)$.

Dạng 2. Chia đa thức cho đơn thức

Phương pháp giải:

Muốn chia đa thức A cho đơn thức B ta làm như sau: Chia mỗi hạng tử của A cho B rồi cộng các kết quả với nhau.

2A. Thực hiện các phép chia đa thức sau:

$$a) (-10x^4 + 25x^3 + 16x^2) : (-5x^2);$$

$$b) (4x^5 - 5x^3 + 2x^2) : 2x^2;$$

$$c) \left(6x^4 + 5x^3 - 11x^2 + \frac{3}{4}x \right) : \frac{1}{2}x;$$

$$d) (-7x^5 + 13x^4 - x^3) : \left(-\frac{1}{7}x^2 \right).$$

2B. Thực hiện các phép chia đa thức sau:

$$a) (x^3 - 9x^2 + 28x) : 7x;$$

$$b) (-4x^6 + 5x^5 + 3x^4 - 5x^3) : (-2x^2);$$

$$c) (3x^7 - 7x^5 + x^3) : \left(-\frac{1}{3}x^2 \right);$$

$$d) (x^8 - x^7 + 5x^6 - 4x^4) : (2x^3).$$

Dạng 3. Chia đa thức một biến.

Phương pháp giải: Cách đặt tính chia đa thức một biến:

Để chia một đa thức cho một đa thức khác 0 (của cùng một biến) ta làm như sau:

- Rút gọn và sắp xếp hai đa thức đã cho theo thứ tự bậc giảm dần của biến.
- Đặt tính tương tự chia hai số tự nhiên: Kẻ một đường thẳng đứng rồi đặt trên cùng một hàng đa thức bị chia ở bên trái và đa thức chia bên phải đường thẳng đứng.

Bước 1: Chia hạng tử bậc cao nhất của đa thức bị chia cho hạng tử bậc cao nhất của đa thức chia và viết thương ngay dưới hạng tử cao nhất của đa thức chia, đồng thời nhân thương đó với đa thức chia và đặt tích dưới đa thức bị chia sao cho các đơn thức có cùng số mũ thẳng cột.

Bước 2: Lấy đa thức bị chia trừ đi tích dưới và xét hiệu.

- Nếu hiệu là 0 thì phép chia kết thúc và là phép chia hết.
- Nếu hiệu khác 0 và là đa thức có bậc nhỏ hơn bậc của đa thức chia thì phép chia cũng kết thúc và hiệu chính là đa thức dư.
- Nếu hiệu khác 0 và là đa thức có bậc lớn hơn hoặc bằng bậc của đa thức chia thì ta tiếp tục quá trình trên: chia đa thức hiệu nhận được cho đa thức chia,...

Ví dụ:

a) Chia hết:

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 2x^2 \left| \frac{x-1}{2x^2} \right. \\ \hline 2x^3 - 2x^2 \\ \hline 0 \end{array}$$

ta có $(2x^3 - 2x^2) : (x-1) = 2x^2$.

b) Dừng ngay bước 1, dư bằng 1:

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 2x^2 + 1 \left| \frac{x-1}{2x^2} \right. \\ \hline 2x^3 - 2x^2 \\ \hline 1 \end{array}$$

Ta có $(2x^3 - 2x^2) : (x-1) = 2x^2$ (dư 1)

c) Dừng sau bước 2, chia có dư bằng 3 :

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 2x^2 + x + 1 \left| \frac{x-2}{2x^2+1} \right. \\ \hline 2x^3 - 2x^2 \\ \hline x+1 \\ \hline x-2 \\ \hline 3 \end{array}$$

Ta có $(2x^3 - 2x^2 + x + 1) : (x-1) = 2x^2 + 1$ (dư 3)

3A. Thực hiện các phép chia đa thức sau bằng cách đặt tính chia.

a) $(2x^3 - 5x^2 + 4x - 1) : (x - 1);$

b) $(-2x^6 + 2x^5 - x^4 + x^3 - 2x^2 - 1) : (2x^2 + 1);$

c) $(2x^4 - 3x^3 + 3x^2 + 9x - 27) : (x^2 - 3);$

d) $\left(\frac{1}{5}x^3 + \frac{2}{5}x^2 - 7,6x + 3 \right) : (0,2x - 1).$

3B. Thực hiện các phép chia đa thức sau bằng cách đặt tính chia.

a) $(3x^2 + 8,5x + 6) : (x + 1,5);$

b) $(2x^3 + 3x^2 - 3x - 2) : (2x + 1);$

c) $(x^3 - 5x^2 + x - 5) : (x^2 + 1);$

d) $(3x^4 + 2x^3 + 11x^2 + 4x + 10) : (x^2 + 2).$

4A. Tìm đa thức M biết:

a) $(x^3 - 7x^2 + x - 7) = (x - 7).M;$

b) $(x^2 - 4x - 3).M = 2x^3 - 7x^2 - 10x - 3;$

c) $(3x^6 - x^4 - 3x^2 + 1) = M.(3x^2 - 1).$

d) $M.(x^2 + x + 1) = x^4 - 2x^3 - x + 2.$

4B. Tìm đa thức N biết:

a) $(-3x + 5).N = -3x^3 + 5x^2 - 9x + 15;$

b) $5x^4 + 9x^3 - 2x^2 - 4x - 8 = N.(x - 1);$

c) $N.(x - 2) = x^3 - 8;$

d) $(x^2 - 6x + 9).N = x^3 - 2x^2 - 15x + 36.$

5A. Thực hiện phép tính:

a) $(3x^2 + 7x + 9) : (x - 1);$

b) $(5x^3 + 3x^2 - 4) : (x + 2);$

c) $(4x^3 - 6) : (x^2 - 1);$

d) $(2x^3 + 13x^2 + 15x - 3) : (2x + 3).$

5B. Thực hiện phép tính:

a) $(-3x^3 + x^2 + 17x - 2) : (-3x + 7);$

b) $(2x^4 + 4x^3 + 5x^2 - 3x - 10) : (x^2 + x + 3);$

c) $(2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 9) : (2x - 3);$

d) $(x^3 - 2x^2 + 15x + 24) : (x + 4).$

6A. Trong mỗi trường hợp sau đây, tìm thương $Q(x)$ và dư $R(x)$ trong phép chia $F(x)$ cho $G(x)$ rồi biểu diễn $F(x)$ dưới dạng:

$$F(x) = G(x).Q(x) + R(x).$$

- a) $F(x) = 35x^3 + 11x^2 + 15x - 5; G(x) = 5x - 2;$
 b) $F(x) = x^4 - 6x^3 + 15x^2 - 20x + 10; G(x) = x^2 - 2x + 4.$
 c) $F(x) = x^3 + x^2 - x + 15; G(x) = x^2 - 2x + 5.$

6B. Trong mỗi trường hợp sau đây, tìm thương $Q(x)$ và dư $R(x)$ trong phép chia $A(x)$ cho $B(x)$ rồi biểu diễn $A(x)$ dưới dạng:

$$A(x) = B(x).Q(x) + R(x).$$

- a) $A(x) = 3x^3 - 10x^2 + 6x - 5; B(x) = x^2 - x + 1;$
 b) $A(x) = 6x^3 - x^2 - 24x + 21; B(x) = -2x + 3;$
 c) $A(x) = 2x^3 - 5x^2 - x + 1; B(x) = 2x + 1.$

Dạng 5. Xác định các hằng số a và b sao cho một phép chia đa thức là phép chia hết

Phương pháp giải: Dùng tính chất của phép chia $R = 0$ để tìm được a và b .

7A. Xác định a để A chia hết cho B với:

- a) $A = x^3 - 4x + a - 3$ và $B = x - 2;$
 b) $A = x^3 - 9x^2 + 17x - 25 + a$ và $B = x^2 - 2x + 3.$

7B. Xác định b để C chia hết cho D với:

- a) $C = x^4 - 3x^2 - 18x + b + 2$ và $D = x - 3;$
 b) $C = 5x^3 + 3x^2 - 7x + 2b + 1$ và $D = 5x - 2.$

8A. Xác định a và b để :

- a) $2x^3 - x^2 + ax + b$ chia hết cho $x^2 - 1.$
 b) $x^4 - 7x^3 + 4x^2 + ax + b - 1$ chia hết cho $x^2 - 7x + 3.$

8B. Xác định m và n để:

- a) $2x^6 - x^4 - 2x^2 + (m - 2)x + n$ chia hết cho $2x^2 - 1.$
 b) $x^5 + 3x^4 - 2x^3 + (m - 1)x^2 + nx + 3$ chia hết cho $x^2 + x + 1.$

Dạng 6. Tìm số nguyên x sao cho tại đó giá trị của đa thức A chia hết cho giá trị của đa thức B

Phương pháp giải:

Bước 1. Thực hiện phép chia như chia đa thức cho đa thức

Bước 2. Để giá trị của đa thức A chia hết cho giá trị của đa thức B thì giá trị của đa thức dư phải chia hết cho giá trị của đa thức chia.

Bước 3. Áp dụng các tính chất chia hết (tính chất chia hết của một tích, một tổng) để giải quyết bài toán.

9A. Tìm x nguyên để giá trị của đa thức A chia hết cho giá trị của đa thức B .

a) $A = -2x^3 - 3x^2 + 12x + 2$ và $B = 2x - 1$;

b) $A = -3x^3 - x^2 + 15x - 6$ và $B = 3x + 1$.

9B. Tìm x nguyên để giá trị của đa thức C chia hết cho giá trị của đa thức D .

a) $C = 3x^3 + 2x^2 - 10x + 5$ và $D = 3x - 1$;

b) $C = -5x^3 + 3x^2 + 37x + 24$ và $D = 5x + 2$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

10. Thực hiện phép tính:

a) $55(-x)^3 : 11x^2$; b) $\frac{3}{2}x^7 : (-2x^5)$;

c) $-3,5x^8 : (-7x^5)$; d) $1\frac{3}{4}x^6 : \frac{1}{14}x^3$.

11. Thực hiện các phép chia đa thức sau:

a) $(-2x^6 + 4x^4 - x^3 + 3x^2) : 0,5x^2$;

b) $\left(x^4 + 3x^3 - \frac{1}{2}x^2\right) : \frac{1}{3}x^2$;

c) $(5x^4 - 3x^3 + x^2) : 3x^2$;

d) $\left(-5x^5 + 2x^4 - \frac{1}{3}x^3\right) : \left(-\frac{1}{2}x^3\right)$.

12. Thực hiện phép tính:

a) $(16x^2 - 9) : (4x + 3)$;

b) $(x^3 + 2x^2 - x - 2) : (x + 2)$;

c) $(x^4 - x^3 - 4x^2 - 5x - 3) : (x^2 + x + 1)$;

d) $(6x^4 - 4x^3 + x^2 + x) : (2x^2 - 2x + 1)$.

13. Tìm đa thức M biết:

a) $M \cdot \left(\frac{1}{2}x + 3\right) = \frac{1}{2}x^3 + 4x^2 + 7,5x + 9$;

b) $x^5 + 3x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 2 = (x^3 + 3x^2 - 1).M.$

14. Trong mỗi trường hợp sau đây, tìm thương Q và dư R trong phép chia đa thức A cho đa thức B rồi biểu diễn dưới dạng:

$$A = B.Q + R.$$

a) $A = 5x^3 + 14x^2 + 12x - 5; B = x + 2;$

b) $A = -\frac{3}{2}x^3 + 5x^2 - 7x + 11; B = -3x + 4.$

15. Tìm các số a, b sao cho đa thức A chia hết cho đa thức B .

a) $A = x^3 - 2x^2 + (a - 3)x - a - 1; B = x - 3;$

b) $A = 2x^3 + 10x^2 + (a - 1)x + b - a; B = 2x^2 + 5.$

16. Tìm số nguyên x để giá trị của đa thức A chia hết cho giá trị của đa thức B .

a) $A = 6x^3 + 13x^2 - 8x + 6; B = 3x - 1;$

b) $A = -6x^3 + x^2 + 3x + 2; B = 2x - 1.$

17. Rút gọn biểu thức sau:

$$\left(\frac{5}{2}x^4 - 3x^2\right) : 2x^2 + \left(\frac{1}{4}x^3 + x^2\right) : x + \frac{3}{2}x(2x - 1)(x + 1)$$

18. Tìm x , biết:

a) $(4x^4 + 3x^3) : (-x^2) + (9x^2 - 3x) : 3x + x(x - 1)(x + 1) - x^3 = -1;$

b) $\left(x^3 - \frac{1}{2}x\right) : 2x - \frac{1}{2}x(x - 1) = 0;$

c) $(42x^3 - 12x) : (-6x) + 7x(x + 2) = 10;$

d) $(25x^2 - 10x) : 5x + 3(-x + 1) = 4.$

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) $3x^3$ b) $-5x^2$; c) $\frac{5}{2}x$; d) $-\frac{1}{6}x^3$.

1B. Tương tự 1A

a) $5x^3$; b) $\frac{5}{9}x^4$; c) $-\frac{1}{2}x^4$; d) $\frac{-2}{5}x^3$.

2A. a) $(-10x^4 + 25x^3 + 16x^2) : (-5x^2)$
 $= -10x^4 : (-5x^2) + 25x^3 : (-5x^2) + 16x^2 : (-5x^2)$
 $= 2x^2 - 5x - \frac{16}{5}$

b) Tương tự câu a) $2x^3 - \frac{5}{2}x + 1$

c) $12x^3 + 10x^2 - 22x + \frac{3}{2}$;

d) $49x^3 - 91x^2 + 7x$.

2B. Tương tự 2A

a) $\frac{1}{7}x^2 - \frac{9}{7}x + 4$; b) $2x^4 - \frac{5}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{2}x$;

c) $-9x^5 + 21x^3 - 3x$; d) $\frac{1}{2}x^5 - \frac{1}{2}x^4 + \frac{5}{2}x^3 - 2x$.

3A. a)

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1 & x - 1 \\ - 2x^3 - 2x^2 & 2x^2 - 3x + 1 \\ \hline -3x^2 + 4x - 1 & \\ - -3x^2 + 3x & \\ \hline x - 1 & \\ - x - 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

b) Tương tự câu a)

$$(-2x^6 + 2x^5 - x^4 + x^3 - 2x^2 - 1) : (2x^2 + 1) = -x^4 + x^3 - 1$$

$$c) (2x^4 - 3x^3 + 3x^2 + 9x - 27) : (x^2 - 3) = 2x^2 - 3x + 9$$

$$d) \left(\frac{1}{5}x^3 + \frac{2}{5}x^2 - 7,6x + 3 \right) : (0,2x - 1) = x^2 + 7x - 3$$

3B. Tương tự 3A

$$a) (3x^2 + 8,5x + 6) : (x + 1,5) = 3x + 4;$$

$$b) (2x^3 + 3x^2 - 3x - 2) : (2x + 1) = x^2 + x - 2;$$

$$c) (x^3 - 5x^2 + x - 5) : (x^2 + 1) = x - 5;$$

$$d) (3x^4 + 2x^3 + 11x^2 + 4x + 10) : (x^2 + 2) = 3x^2 + 2x + 5.$$

$$4A. a) (x^3 - 7x^2 + x - 7) = (x - 7).M$$

$$M = (x^3 - 7x^2 + x - 7) : (x - 7)$$

$$M = x^2 + 1$$

$$b) \text{ Tương tự câu a) } M = 2x + 1;$$

$$c) M = x^4 - 1;$$

$$d) M = x^2 - 3x + 2.$$

4B. Tương tự 4A

$$a) N = x^2 + 3$$

$$b) N = 5x^3 + 14x^2 + 12x + 8;$$

$$c) N = x^2 + 2x + 4;$$

$$d) N = x + 4.$$

5A. a)

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{r} - 3x^2 + 7x + 9 \\ 3x^2 - 3x \\ \hline - 10x + 9 \\ 10x - 10 \\ \hline 19 \end{array} & \frac{x-1}{3x+10} \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{r}
 - \begin{array}{r} 5x^3 + 3x^2 \end{array} - 4 \\
 \hline
 \begin{array}{r} 5x^3 + 10x^2 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} - 7x^2 - 4 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} - 7x^2 - 14x \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} 14x - 4 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} - 14x + 28 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} - 32 \end{array}
 \end{array}
 \quad \left| \quad \begin{array}{l} \frac{x+2}{5x^2 - 7x + 14} \end{array} \right.
 \end{array}$$

c) Tương tự câu a, b Thương: $4x$; Dư: $4x - 6$

d) Thương: $x^2 + 5x$; Dư: -3

5B. Tương tự 5A

a) Thương: $x^2 + 2x - 1$; Dư: 5 ;

b) Thương: $2x^2 + 2x - 3$; Dư: $-6x - 1$;

c) Thương: $x^3 + 3x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{15}{4}$; Dư: $\frac{9}{4}$;

d) Thương: $x^2 - 6x + 39$; Dư: -132 .

6A. a) $Q(x) = 7x^2 + 5x + 5; R(x) = 5$;

b) $Q(x) = x^2 - 4x + 3; R(x) = 2x - 2$;

c) $Q(x) = x + 3; R(x) = 0$;

6B. a) $Q(x) = 3x - 7; R(x) = -4x + 2$

b) $Q(x) = -3x^2 - 4x + 6; R(x) = 3$

c) $Q(x) = x^2 - 3x + 1; R(x) = 0$

7A. a) Ta có:

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{r}
 - \begin{array}{r} x^3 \end{array} - 4x + a - 3 \\
 \hline
 \begin{array}{r} x^3 - 2x^2 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} - 2x^2 - 4x + a - 3 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} 2x^2 - 4x \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} a - 3 \end{array}
 \end{array}
 \quad \left| \quad \begin{array}{l} \frac{x-2}{x^2 + 2x} \end{array} \right.
 \end{array}$$

A chia hết cho B khi $a - 3 = 0 \Leftrightarrow a = 3$

b) Ta có:

$$\begin{array}{r|l}
 x^3 - 9x^2 + 17x - 25 + a & \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 7} \\
 \hline
 x^3 - 2x^2 + 3x & \\
 \hline
 -7x^2 + 14x - 25 + a & \\
 - & \\
 -7x^2 + 14x - 21 & \\
 \hline
 -4 + a &
 \end{array}$$

A chia hết cho B khi $-4 + a = 0 \Leftrightarrow a = 4$

7B. Tương tự 7A

a) $b = -2$; b) $b = \frac{1}{2}$.

8A. a) Ta có:

$$\begin{array}{r|l}
 2x^3 - x^2 + ax + b & \frac{x^2 - 1}{2x - 1} \\
 \hline
 2x^3 & -2x \\
 \hline
 -x^2 + (a+2)x + b & \\
 - & \\
 -x^2 & +1 \\
 \hline
 (a+2)x + b - 1 &
 \end{array}$$

$2x^3 - x^2 + ax + b$ chia hết cho $x^2 - 1$ nếu $(a+2)x + b - 1 = 0, \forall x$

Khi và chỉ khi: $\begin{cases} a+2=0 \\ b-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=1 \end{cases}$

b) Tương tự câu a) ta có: $b = 4; a = -7$

8B. Tương tự 8A

a) $m = 2; n = 1$. b) $m = -5; n = -8$.

9A. a) Xét phép chia:

$$\begin{array}{r|l}
 -2x^3 - 3x^2 + 12x + 2 & \frac{2x-1}{-x^2-2x+5} \\
 \hline
 -2x^3 + x^2 & \\
 \hline
 -4x^2 + 12x + 2 & \\
 - & \\
 -4x^2 + 2x & \\
 \hline
 10x + 2 & \\
 - & \\
 10x - 5 & \\
 \hline
 7 &
 \end{array}$$

Với x nguyên để giá trị của đa thức A chia hết cho giá trị của đa thức B thì

$$2x-1 \in U(7) = \{\pm 1; \pm 7\}.$$

Từ đó tìm được $x \in \{0; 1; 4; -3\}.$

b) Tương tự câu a) tìm được $3x+1 \in U(-11) = \{\pm 1; \pm 11\}.$

Từ đó tìm được $x \in \{0; -4\}.$

9B. Tương tự 9A

a) $x \in \{0; 1\};$ b) $x = 0.$

10. Tương tự 1A

a) $-5x;$ b) $-\frac{3}{4}x^2;$ c) $\frac{1}{2}x^3;$ d) $\frac{49}{2}x^3.$

11. Tương tự 2A

a) $-4x^4 + 8x^2 - 2x + 6;$ b) $3x^2 + 9x - \frac{3}{2};$
c) $\frac{5}{3}x^2 - x + \frac{1}{3};$ d) $10x^2 - 4x + \frac{2}{3}.$

12. Tương tự 3A

a) $4x - 3;$ b) $x^2 - 1;$ c) $x^2 - 2x - 3;$ d) $3x^2 + x.$

13. Tương tự 4A

a) $M = x^2 + 2x + 3$ b) $M = x^2 - 2.$

14. Tương tự 6A

a) $Q = 5x^2 + 4x + 4; R = -13;$

b) $Q = \frac{1}{2}x^2 - x + 1; R = 7.$

15. Tương tự 8A

a) $a = \frac{1}{2};$ b) $a = 6; b = 31.$

16. Tương tự 9A

a) $x \in \{0; 2\}$ b) $x \in \{0; \pm 1; 2\}.$

17. $3x^3 + 3x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

18. a) $4x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(4x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = -\frac{1}{4}.$

b) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

c) $14x + 2 = 10 \Leftrightarrow 14x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{4}{7}.$

d) $2x + 1 = 4 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$

ÔN TẬP CHƯƠNG VII

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Xem phần *Tóm tắt lý thuyết* các bài từ Bài 1 đến bài 5.

II. BÀI TẬP

1A. Tính tích các đơn thức sau rồi xác định hệ số, bậc của mỗi đa đơn thức nhận được:

a) $A = -2x^4; B = \frac{3}{4}x^6;$

b) $A = \frac{1}{5}x^3; B = \left(-\frac{4}{3}x\right)^2; C = 2x.$

1B. Tính tích các đơn thức sau rồi xác định hệ số, bậc của mỗi đa đơn thức nhận được:

a) $M = x^3 \cdot \left(-\frac{5}{4}x^2\right); N = \frac{2}{5}x^7;$

b) $M = -\frac{3}{4}x^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2; N = -\frac{8}{9}x^2; P = x.$

2A. Cho hai đa thức:

$$A(x) = 7x^3 - 9 - x^2 + \frac{1}{3}x + 2x^2 - 7x^3 - \frac{2}{3}x$$

$$B(x) = -7x^3 + x^2 - x + 3 + \frac{1}{3}x + 2 - 4x^2$$

a) Rút gọn và sắp xếp hai đa thức trên theo lũy thừa bậc giảm dần của x ;

b) Tính $A(x) + B(x)$; $A(x) - B(x)$; $B(x) - A(x)$;

c) Đặt $H(x) = A(x) + B(x)$. Tìm hệ số cao nhất và hệ số tự do của $H(x)$;

d) Tính $H(0)$; $H(-1)$; $H\left(\frac{1}{2}\right)$;

e) Tìm giá trị của x để $H(x) + 4 = 0$.

2B. Cho hai đa thức:

$$P(x) = 3x^3 + 5x - 12 - x^2 + x^3 - 6x^2 - 2x$$

$$Q(x) = -2x^3 + x - 3x^2 + 12 + 8x^2 - 10x - 2x^3$$

a) Rút gọn và sắp xếp hai đa thức trên theo lũy thừa bậc tăng dần của x ;

- b) Tính $H(x) = P(x) + Q(x); G(x) = 2P(x) - Q(x);$
- c) Tìm hệ số cao nhất và hệ số tự do của $H(x)$ và $G(x);$
- d) Tính $H(-1); H(2); G\left(-\frac{1}{2}\right); G(0);$
- e) Tìm nghiệm của đa thức $H(x).$

3A. Hãy kiểm tra:

- a) $x = \frac{1}{6}$ có là nghiệm của đa thức $P(x) = 2x + \frac{1}{3}$ không?
- b) Mỗi số $x = 1; x = 3$ có phải là một nghiệm của đa thức $Q(x) = x^2 - 4x + 3$ không?

3B. Cho đa thức $P(x) = 2x^2 + 5x - 3$. Chứng tỏ rằng $x = \frac{1}{2}; x = -3$ là hai nghiệm của đa thức đó.

4A. Trong một xưởng sản xuất đồ gia dụng có tổng cộng 1200 thùng hàng và mỗi ngày nhân viên sẽ lấy đi 40 thùng hàng để đi phân phối cho đại lí.

- a) Gọi x là số ngày nhân viên đã đến lấy thùng hàng. Hãy lập biểu thức biểu thị số thùng hàng còn lại sau x ngày.
- b) Sau bao nhiêu ngày thì xưởng sẽ vận chuyển hết được 1200 thùng hàng?

4B. Một cửa hàng sách cũ có một chính sách như sau: Nếu khách hàng đăng kí làm hội viên của cửa hàng sách thì mỗi năm phải đóng 50 000 đồng chi phí và chỉ phải mượn sách với giá 5000 đồng/cuốn. Nếu khách hàng không phải là hội viên thì sẽ mượn sách với giá 10000 đồng/cuốn. Gọi x là số sách khách mượn.

- a) Hãy lập đa thức biểu diễn số tiền khách phải trả trong mỗi năm đối với khách là hội viên và đối với khách không là hội viên.
- b) Đức là hội viên, năm ngoài Đức phải trả cho cửa hàng tổng cộng 95000 đồng. Tính số tiền mà Đức phải trả nếu không là hội viên.

5A. Tìm giá trị của x , biết rằng:

- | | |
|----------------------------------|---|
| a) $3 - \frac{5}{2}x = 0;$ | b) $(x - 2)(x + 3) = 0;$ |
| c) $x^2 - \frac{1}{4} = 0;$ | d) $3x^2 + 2x = 0;$ |
| e) $x^3 + 2x = 0;$ | f) $(5x + 3) - (2x + 1) = 0.$ |
| g) $3x(x - 4) - x(5 + 3x) = 17;$ | h) $(x^3 + 2x^2) : x^2 + 3(x - 1) = 0.$ |

5B. Tìm giá trị của x , biết rằng:

a) $\frac{3}{2}x - 4 = 0$;

b) $(1 - 2x)(x + 4) = 0$;

c) $x^2 - \frac{1}{9} = 0$;

d) $-x + 5x^2 = 0$;

e) $x^4 + 1 = 0$;

f) $\frac{1}{3}(x - 5) - \frac{1}{6}(x - 7) = 0$.

g) $2x(x - 5) - x(3 + 2x) = 26$;

h) $(3x^5 + 6x^3) : 3x^3 - x(x - 3) = 0$.

6A. Thực hiện phép tính:

a) $3x(x^2 - 5x + 7)$;

b) $(x + 4)(-x^2 + 6x + 5)$;

c) $(x^2 - 1)(2x^2 - 3x + 4)$;

d) $(3x - 1)(3x + 5) - 7(x^2 + 2)$.

6B. Thực hiện phép tính:

a) $-2x^2(x^3 - x^2 + 1)$;

b) $(2x + 1)(-x^2 + 5x + 2)$;

c) $(2x^2 - 1)(x^2 + 5x + 1)$;

d) $(5x - 2)(5x + 1) - 20(x^2 + x - 1)$.

7A. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến:

a) $5x^2 - (2x + 1)(x - 2) - 3x(x + 1) + 7$;

b) $(3x - 1)(2x + 3) - (x - 5)(6x - 1) - 38x$.

7B. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến:

a) $(5x - 2)(x + 1) - (x - 3)(5x + 1) - 17(x - 2)$;

b) $(x - 5)(x + 8) - (x + 4)(x - 1)$.

8A. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $(x + 1)(x^2 + 2x + 4) - x^2(x + 3)$ với $x = -\frac{10}{3}$.

b) $4\left(\frac{3}{4}x - 1\right) + (12x^2 - 3x) : (-3x) - (2x - 1)$ với $x = 3$.

8B. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $(x - 3)^2 - (8x + 3)(3 - x) + x(x - 3)$ với $x = 103$.

b) $5\left(-\frac{3}{5}x + 2\right) + (5x^3 - 3x^2) : (-2x)^2 + x - 3$ với $x = -3$.

9A. Cho đa thức bậc hai $F(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những số và $a \neq 0$.

a) Cho biết $a + b + c = 0$. Giải thích tại sao $x = 1$ là một nghiệm của $F(x)$.

b) Áp dụng, hãy tìm một nghiệm của đa thức bậc hai $3x^2 - 4x + 1$.

9B. Cho đa thức bậc hai $F(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những số và $a \neq 0$.

a) Cho biết $a - b + c = 0$. Giải thích tại sao $x = -1$ là một nghiệm của $F(x)$.

b) Áp dụng, hãy tìm một nghiệm của đa thức bậc hai $2x^2 - 3x - 5$.

10A. Xác định a, b sao cho $3x^3 + ax^2 + bx + 9 : x^2 - 9$.

10B. Xác định a sao cho $x^4 + ax^2 + 1 : x^2 + x + 1$.

11A. Tìm n nguyên sao cho $10n^2 + n - 10$ chia hết cho $n - 1$.

11B. Tìm n nguyên sao cho $2n^3 - 7n^2 + 13n + 2$ chia hết cho $2n - 1$.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

12. Cho hai đa thức:

$$M(x) = -5x^4 + 3x^5 + x(x^2 + 5) + 14x^4 - 6x^5 - x^3 + x - 1$$

$$N(x) = x^4(x - 5) - 3x^3 + 3x + 2x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 5$$

a) Thu gọn và sắp xếp hai đa thức trên theo lũy thừa tăng dần của biến;

b) Tính $H(x) = M(x) + Q(x); G(x) = M(x) - N(x)$;

c) Tìm hệ số cao nhất và hệ số tự do của $H(x)$ và $G(x)$;

d) Tính $H(-1); H(1); G(1); G(0)$;

e) Tìm nghiệm của đa thức $H(x)$.

13. Rút gọn biểu thức sau:

$$a) \left(\frac{1}{2}x^5 - 3x^2 \right) : x^2 - x \left(\frac{1}{2}x^2 + 5 \right) + 2x(x - 2)(x + 2) - (x^3 - 27) : (x - 3)$$

$$b) (7x^3 - 2x^2) : (-2x^2) + \left(\frac{5}{4}x^2 - 3x \right) : x - \frac{1}{2}x(x - 1)(2x + 1)$$

14. Tìm x , biết:

$$a) (6x^3 + x^2) : 2x - 3x(x - 1) + 2 = 0;$$

$$b) (5x^4 - 3x^2) : x^2 - x(5x + 6) = 0;$$

c) $(2x-1)(4x^2+1)=0$;

d) $(x^2-3x)(x^4+1)=0$.

15. Cho đa thức $A = x^4 + 2x^3 - 5x - 10$

a) Tìm đa thức B sao cho $A + B = x^3 + \frac{3}{2}x + 3$;

b) Tìm đa thức C sao cho $A - C = 2x^2$;

c) Tìm đa thức D biết rằng $D = (2x-1).A$;

d) Tìm đa thức P biết rằng $A = (x+2).P$;

e) Có hay không đa thức Q sao cho $A = (x^3 - 5).Q$.

16. Một hình chữ nhật có kích thước là 25 cm và 45 cm. Người ta tăng mỗi kích thước thêm x cm.

a) Hãy lập đa thức biểu thị chu vi của hình chữ nhật mới.

b) Tính chu vi của hình chữ nhật mới trong các trường hợp $x = 3(\text{cm})$; $x = 5(\text{cm})$.

17. Một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là: $n-3$; $2n-9$ (đơn vị là mét và $n > 4,5$).

a) Hãy lập đa thức biểu diễn công thức tính diện tích của tam giác vuông đó.

b) Tính diện tích của tam giác vuông trên trong các trường hợp $n = 6$; $n = 7$.

18. Một xí nghiệp đang dự tính chuyển hàng bằng hai xe tải và đang phân vân giữa việc mua hẳn hai xe tải hay mượn hai xe tải. Nếu mua hai xe và mỗi xe giá 200000000 đồng thì mỗi ngày xí nghiệp phải tốn 5000000 đồng cho tất cả tài xế và nhiên liệu. Còn nếu thuê xe thì giá thuê một xe tải là 10000000 đồng/ngày (đã bao gồm tiền công cho tài xế và nhiên liệu).

a) Gọi A là đa thức biểu thị tổng số tiền xí nghiệp bỏ ra để vận chuyển sau x ngày. Xác định đa thức A đối với mỗi phương án.

b) Nếu muốn vận chuyển 1500 thùng hàng và mỗi ngày mỗi xe phải chở 75 thùng thì phương án nào sẽ tiết kiệm hơn.

HƯỚNG DẪN GIẢI - ĐÁP SỐ

1A. a) $-\frac{3}{2}x^{10}$; hệ số: $-\frac{3}{2}$, bậc: 10

b) $\frac{32}{45}x^6$, hệ số: $\frac{32}{45}$, bậc: 6 .

1B. Tương tự 1A

2A. a) $A(x) = 7x^3 + x^2 - \frac{1}{3}x - 9$; $B(x) = -7x^3 - 3x^2 - \frac{2}{3}x + 5$

b) $A(x) + B(x) = -2x^2 - x - 4$; $A(x) - B(x) = 14x^3 + 4x^2 + \frac{1}{3}x - 14$;

$B(x) - A(x) = -[A(x) - B(x)] = -14x^3 - 4x^2 - \frac{1}{3}x + 14$.

c) Hệ số cao nhất: -2; hệ số tự do: -4.

d) $H(0) = -4$; $H(-1) = -5$; $H\left(\frac{1}{2}\right) = -5$.

e) $x \in \left\{0; -\frac{1}{2}\right\}$.

2B. Tương tự 2A

3A. HS tự làm.

3B. HS tự làm

4A. a) $1200 - 40x$; b) $x = 3$.

4B. HS tự làm

5A. a) $x = \frac{6}{5}$ b) $x \in \{2; -3\}$; c) $x = \pm \frac{1}{2}$ d) $x \in \left\{0; -\frac{2}{3}\right\}$

e) $x = 0$; f) $x = \frac{-2}{3}$; g) $x = -1$; h) $x = \frac{1}{4}$.

5B. HS tự làm

6A. HS tự làm

6B. HS tự làm

7A. Thu gọn, kết quả sau khi thu gọn là:

a) 9; b) -8 .

7B. Tương tự 7A

8A. *Hướng dẫn*: Thu gọn biểu thức, sau đó thay giá trị.

$$\text{a) } 6x + 4 = 6 \cdot \left(-\frac{10}{3}\right) + 4 = -16;$$

$$\text{b) } -3x - 2 = -3 \cdot 3 - 2 = -11$$

8B. Tương tự 8A

9A. a) HS tự làm

b) Áp dụng: Nhận xét: $3 - 4 + 1 = 0$. Khi đó đa thức có 1 nghiệm $x = 1$

9B. Tương tự 9A

10A. Thực hiện phép chia đa thức ta được đa thức dư là:

$$(b + 27)x + 9 + 9a. \text{ Lập luận tìm được } a = -1; b = -27$$

10B. Tương tự 10A

$$\text{11A. } n \in \{0; 2\}.$$

11B. Tương tự 11A

$$\text{12. a) } M(x) = -3x^5 + 9x^4 + 6x - 1; N(x) = 3x^5 - 9x^4 + 3x - 5.$$

$$\text{b) } H(x) = 9x - 6; G(x) = -6x^5 + 18x^4 + 3x + 4$$

$$\text{c) } H(x) \text{ có hệ số cao nhất: } 9; \text{ hệ số tự do: } -6$$

$$G(x) \text{ có hệ số cao nhất: } -6; \text{ hệ số tự do: } 4$$

$$\text{d) } H(-1) = -15; H(1) = 3; G(1) = 19; G(0) = 4$$

$$\text{e) } H(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}.$$

$$\text{13. a) } 2x^3 - x^2 - 16x - 12$$

$$\text{b) } -x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{4}x - 2.$$

$$\text{14. a) } x = -\frac{4}{7};$$

$$\text{b) } x = -\frac{1}{2};$$

$$\text{c) } x = \frac{1}{2};$$

$$\text{d) } x \in \{0; 3\}.$$

15. HS tự làm

$$\text{16. a) } 2 \cdot (25 + x + 45 + x) = 4x + 140$$

$$\text{b) Với } x = 3, \text{ chu vi hình chữ nhật bằng: } 4 \cdot 3 + 140 = 152(\text{cm}).$$

$$\text{Với } x = 5, \text{ chu vi hình chữ nhật bằng: } 4 \cdot 5 + 140 = 160(\text{cm}).$$

$$\text{17. a) } \frac{1}{2}(n-3)(2n-9) = n^2 - \frac{15}{2}n + \frac{27}{2}.$$

b) $n = 6; S = 4,5(\text{cm}^2). n = 7; S = 10(\text{cm}^2).$

18. a) Phương án mua xe ta có: $A = 200000000 + 5000000x$ (đồng)

Với phương án thuê xe ta có: $A = 10000000x$ (đồng)

b) Số ngày cần vận chuyển là: $1500:(75 + 75) = 10$ ngày.

Nếu mua xe thì chi phí hết:

$$200000000 + 5000000.10 = 250000000 \text{ (đồng).}$$

Nếu mượn xe thì chi phí hết: $10000000.10 = 100000000$ (đồng)

Do đó thuê xe tiết kiệm chi phí hơn.