

Họ và tên học sinh: Số báo danh:

PHẦN I. (3 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 15 = 0$ có bán kính R bằng

- A. 5. B. $\sqrt{5}$. C. 15. D. 25.

Câu 2: Tìm $\int e^x dx$.

- A. $\int e^x dx = \frac{1}{x \ln 2} + C$. B. $\int e^x dx = e^x + C$. C. $\int e^x dx = e^x \ln 2 + C$. D. $\int e^x dx = \frac{1}{e^x} + C$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2; 1; -1)$, bán kính bằng 3 có phương trình là

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 3$. B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 36$.
C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 4: Cho hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$ và a là số thực dương. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $\int_a^a f(x) dx = 1$. B. $\int_a^a f(x) dx = -1$. C. $\int_a^a f(x) dx = f(a)$. D. $\int_a^a f(x) dx = 0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$ và $d_2: \begin{cases} x=1+t \\ y=-2t \\ z=-3+t \end{cases}$ bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .

Câu 6: Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,7$; $P(AB) = 0,4$. Xác suất $P(A|B)$ bằng

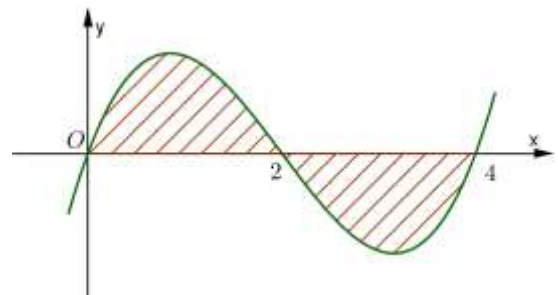
- A. $\frac{6}{7}$. B. $\frac{4}{7}$. C. 0,28. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 7: Biết $\int_0^2 f(x) dx = 2$ và $\int_0^2 g(x) dx = 4$. Giá trị của $\int_0^2 [2f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 10. B. 6. C. 8. D. 12.

Câu 8: Diện tích của hình phẳng phân gạch chéo trong hình bên được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_0^2 f(x) dx - \int_2^4 f(x) dx$.
B. $S = -\int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx$.
C. $S = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx$.
D. $S = \int_0^4 f(x) dx$.



Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (1; -2; 3)$. B. $\vec{n}_1 = (1; -2; 0)$. C. $\vec{n}_2 = (1; 0; -2)$. D. $\vec{n}_4 = (1; 0; 2)$.

Câu 10: Cho A và B hai biến cố độc lập. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. $P(B|A) = P(A)$. B. $P(A|B) = P(A)$.
C. $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A})$. D. $P(A|\bar{B}) = P(A)$.

Câu 11: Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0$. Xác suất của biến cố B với điều kiện biến cố A đã xảy ra là

- A. $P(B|A) = \frac{P(A)}{P(B)}$. B. $P(B|A) = P(A).P(B)$.
C. $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$. D. $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(B)}$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_3 = (1; 2; -3)$. B. $\vec{u}_1 = (1; -2; 3)$. C. $\vec{u}_4 = (1; -2; -3)$. D. $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$.

PHẦN II. (4 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^2$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

a) $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

b) $F(x) = \frac{x^3}{3} + C$ (C là hằng số).

c) Biết $F(1) = 0$. Giá trị của $F(0)$ bằng 0.

d) Với $a > 1$, không có giá trị nào của a thoả mãn $\int_1^a [3f(x) - 1]dx = 0$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; -1)$ và $B(3; 2; -4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 6 = 0$.

a) Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{a} = (1; 0; -1)$.

b) Mặt phẳng (P) có một vecto pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

c) Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là:

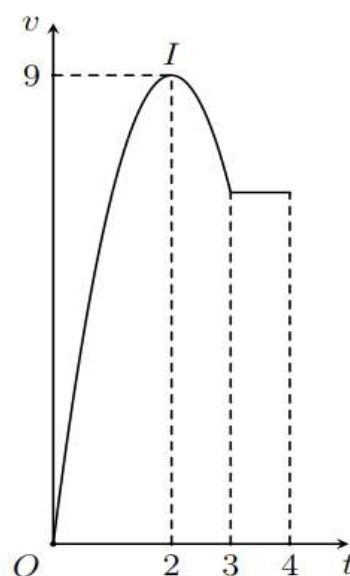
$$\frac{x}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

d) Mặt cầu đường kính AB có phương trình là: $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (x-2)^2 + \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 18$.

Câu 3. Một lớp học có 40 học sinh gồm 28 nữ và 12 nam. Trong năm học 2023-2024, có 7 học sinh nữ đạt danh hiệu học sinh giỏi và 6 học sinh nam đạt danh hiệu học sinh giỏi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp đó. Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn là nữ” và B là biến cố “Học sinh được chọn đạt danh hiệu học sinh giỏi”.

- Xác suất của biến cố A là $0,7$.
- Xác suất của biến cố B là $0,3$.
- A và B là hai biến cố độc lập.
- Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra là $0,25$.

Câu 4. Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc đã cho (hình bên). Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I(2;9)$, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng.

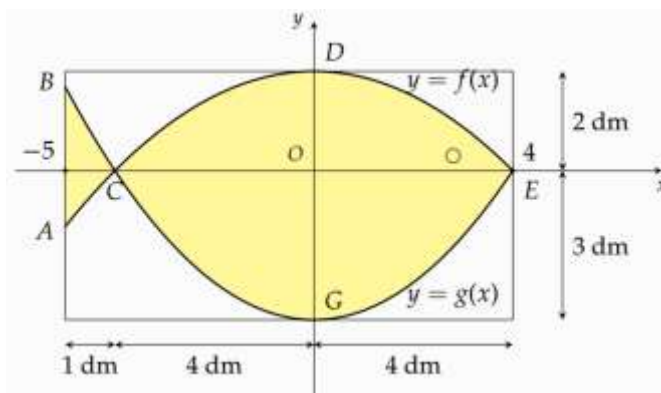


- Vận tốc lớn nhất của chuyển động là 9 km/h.
- $v(t) = -\frac{9}{4}t^2 + 9t$ với $0 \leq t \leq 3$.
- $v(t) = 3t$ với $3 \leq t \leq 4$.
- Quãng đường vật di chuyển được trong 4 giờ là $\frac{81}{4}$ km.

PHẦN III. (3 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Biết tích phân $\int_1^e \left(\frac{1}{x} - 1 \right) dx = a - e$. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Câu 2. Trên cửa sổ có dạng hình chữ nhật của ngôi nhà một doanh nghiệp kinh doanh hải sản, họa sĩ cần thiết kế logo hình con cá. Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol với các kích thước được cho trong hình bên (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là dm). Họa sĩ cần tính diện tích của logo để báo giá cho doanh nghiệp đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo bằng $x \text{ dm}^2$. Tìm x (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Câu 3. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc $15m/s$ thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường cách đó $40m$, người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15(m/s)$, trong đó t (giây) là thời gian. Tính quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

Câu 4. Khi đặt hệ tọa độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Câu 5. Một mô hình cầu treo được thiết kế trong không gian tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Làn đường d đi qua hai điểm $M(4; 3; 1)$ và $N(5; 7; 3)$. Từ một điểm $A(5; 2; 1)$ trên cáp treo, người ta cần tìm tọa độ điểm $A'(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của A trên d để lắp đặt đai chịu lực nâng cho cầu. Tính giá trị của $a + b + c$.



Câu 6. Có hai hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 bi đỏ và 5 bi vàng. Hộp thứ hai chứa 6 bi đỏ và 4 bi vàng. Chọn ngẫu nhiên một hộp và sau đó lấy ngẫu nhiên 1 bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ (làm tròn đến hàng phần trăm).

-----HẾT-----

Họ và tên học sinh: Số báo danh:

PHẦN I. (3 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y + 5 = 0$ có bán kính R bằng

- A. 15. B. $\sqrt{5}$. C. 10. D. 25.

Câu 2: Tìm $\int \frac{1}{x} dx$

- A. $\int \frac{1}{x} dx = x^2 + C$. B. $\int \frac{1}{x} dx = e^x + C$. C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$. D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2; 1; -1)$, bán kính bằng 6 có phương trình là

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 36$. B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 36$.
C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 4: Cho hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$ và a là số thực dương. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $\int_a^a f(x) dx = 1$. B. $\int_a^a f(x) dx = -1$. C. $\int_a^a f(x) dx = 0$. D. $\int_a^a f(x) dx = f(a)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -2t \\ z = -3+t \end{cases}$ bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 6: Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,7$; $P(AB) = 0,4$. Xác suất $P(B|A)$ bằng

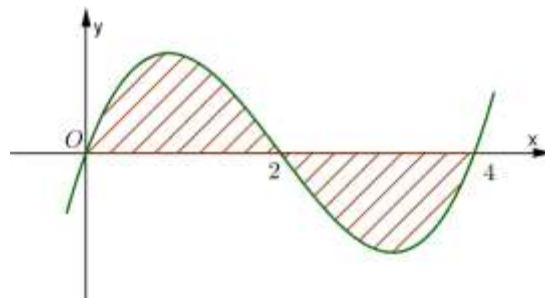
- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{7}$. C. 0,28. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 7: Biết $\int_0^2 f(x) dx = 2$ và $\int_0^2 g(x) dx = 4$. Giá trị của $\int_0^2 [f(x) + 2g(x)] dx$ bằng

- A. 12. B. 6. C. 8. D. 10.

Câu 8: Diện tích của hình phẳng phần gạch chéo trong hình bên được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_0^2 f(x) dx - \int_2^4 f(x) dx$.
B. $S = -\int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx$.
C. $S = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx$.
D. $S = \int_0^4 f(x) dx$.



Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2z + 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (1; -2; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (1; 0; -2)$. C. $\vec{n}_1 = (1; -2; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (1; 0; 2)$.

Câu 10: Cho A và B hai biến cố độc lập. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. $P(B|A) = P(B)$. B. $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A})$.
C. $P(A|B) = P(A)$. D. $P(A|\bar{B}) = P(A)$.

Câu 11: Cho hai biến cố A và B với $P(B) > 0$. Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra là

- A. $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$. B. $P(A|B) = P(A).P(B)$.
C. $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$. D. $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{-3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}_3 = (-1; 2; 3)$. B. $\vec{u}_1 = (1; -2; 3)$. C. $\vec{u}_4 = (1; -2; -3)$. D. $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$.

PHẦN II. (4 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^2$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

a) $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

b) $F(x) = \frac{x^3}{3} + C$ (C là hằng số).

c) Biết $F(-1) = 0$. Giá trị của $F(0)$ bằng $\frac{1}{3}$.

d) Với $a > 1$, có 3 giá trị của a thoả mãn $\int_1^a [3f(x) - 1]dx = 0$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; -1)$ và $B(3; 2; -4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 6 = 0$.

a) Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{a} = (1; 0; -1)$.

b) Mặt phẳng (P) có một vecto pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

c) Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là:

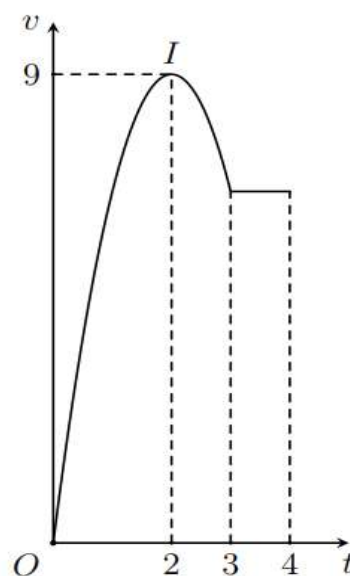
$$\frac{x}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

d) Mặt cầu đường kính AB có phương trình là: $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (x-2)^2 + \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 18$.

Câu 3. Một lớp học có 40 học sinh gồm 28 nữ và 12 nam. Trong năm học 2023-2024, có 7 học sinh nữ đạt danh hiệu học sinh giỏi và 6 học sinh nam đạt danh hiệu học sinh giỏi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp đó. Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn là nữ” và B là biến cố “Học sinh được chọn đạt danh hiệu học sinh giỏi”.

- Xác suất của biến cố A là $0,7$.
- Xác suất của biến cố B là $0,3$.
- A và B là hai biến cố độc lập.
- Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra là $0,35$.

Câu 4. Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc đã cho (hình bên). Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I(2;9)$, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng.

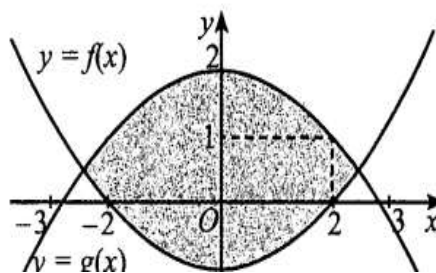


- Vận tốc lớn nhất của chuyển động là 9 km/h.
- $v(t) = -\frac{9}{4}t^2 + 9t$ với $0 \leq t \leq 3$.
- $v(t) = 3t$ với $3 \leq t \leq 4$.
- Quãng đường vật di chuyển được trong 4 giờ là 27 km.

PHẦN III. (3 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Biết tích phân $\int_1^e \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx = e + a$. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Câu 2. Bạn An nhận thiết kế logo hình con mắt cho một cơ sở y tế. Logo là hình phẳng giới hạn bởi 2 parabol $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là dm). Bạn An cần tính diện tích của logo để báo giá cho cơ sở y tế đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo bằng $x \, dm^2$. Tìm x (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 3. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc $18m/s$ thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường cách đó $60m$, người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 18(m/s)$, trong đó t (giây) là thời gian. Tính quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

Câu 4. Khi đặt hệ tọa độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Câu 5. Một mô hình cầu treo được thiết kế trong không gian tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Làn đường d đi qua hai điểm $M(4; 3; 1)$ và $N(5; 7; 3)$. Từ một điểm $A(5; 2; 1)$ trên cáp treo, người ta cần tìm tọa độ điểm $A'(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của A trên d để lắp đặt đai chịu lực nâng cho cầu. Tính giá trị của $a + b + c$.



Câu 6. Có hai hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 bi đỏ và 5 bi vàng. Hộp thứ hai chứa 6 bi đỏ và 4 bi vàng. Bạn Cường chọn ngẫu nhiên một hộp và sau đó lấy ngẫu nhiên 1 bi từ hộp đó. Tính xác suất để Cường lấy được viên bi đỏ (làm tròn đến hàng phần trăm).

-----**HẾT**-----

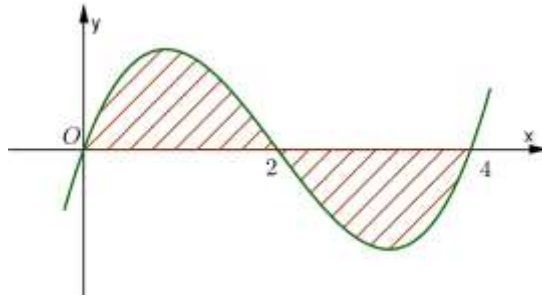
Họ và tên học sinh: Số báo danh:

PHẦN I. (3 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm $\int e^x dx$.

- A. $\int e^x dx = \frac{1}{x \ln 2} + C$. B. $\int e^x dx = e^x + C$. C. $\int e^x dx = e^x \ln 2 + C$. D. $\int e^x dx = \frac{1}{e^x} + C$.

Câu 2: Diện tích của hình phẳng phần gạch chéo trong hình bên dưới được tính theo công thức nào sau đây?



- A. $S = \int_0^4 f(x) dx$. B. $S = -\int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx$.
C. $S = \int_0^2 f(x) dx - \int_2^4 f(x) dx$. D. $S = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx$.

Câu 3: Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,7$; $P(AB) = 0,4$. Xác suất $P(A|B)$ bằng

- A. $\frac{6}{7}$. B. $\frac{4}{7}$. C. 0,28. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -2t \\ z = -3+t \end{cases}$ bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .

Câu 5: Cho hai biến cố A và B với $P(A) > 0$. Xác suất của biến cố B với điều kiện biến cố A đã xảy ra là

- A. $P(B|A) = \frac{P(A)}{P(B)}$. B. $P(B|A) = P(A).P(B)$.
C. $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(B)}$. D. $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 15 = 0$ có bán kính R bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 15. C. 5. D. 25.

Câu 7: Cho hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$ và a là số thực dương. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A. $\int_a^a f(x) dx = 0$. B. $\int_a^a f(x) dx = f(a)$. C. $\int_a^a f(x) dx = -1$. D. $\int_a^a f(x) dx = 1$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (1; -2; 3)$. B. $\vec{n}_1 = (1; -2; 0)$. C. $\vec{n}_2 = (1; 0; -2)$. D. $\vec{n}_4 = (1; 0; 2)$.

Câu 9: Biết $\int_0^2 f(x)dx = 2$ và $\int_0^2 g(x)dx = 4$. Giá trị của $\int_0^2 [2f(x) + g(x)]dx$ bằng

- A. 8. B. 6. C. 10. D. 12.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2; 1; -1)$, bán kính bằng 3 có phương trình là

- A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 36$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 36$.
C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_3 = (1; 2; -3)$. B. $\vec{u}_1 = (1; -2; 3)$. C. $\vec{u}_4 = (1; -2; -3)$. D. $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$.

Câu 12: Cho A và B hai biến cố độc lập. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. $P(B|A) = P(B)$. B. $P(A|B) = P(B)$.
C. $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A})$. D. $P(A|\bar{B}) = P(A)$.

PHẦN II. (4 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^2$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

a) $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

b) $F(x) = \frac{x^3}{3} + C$ (C là hằng số).

c) Biết $F(1) = 0$. Giá trị của $F(0)$ bằng 0.

d) Với $a > 1$, không có giá trị nào của a thoả mãn $\int_1^a [3f(x) - 1]dx = 0$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; -1)$ và $B(3; 2; -4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 6 = 0$.

a) Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{a} = (1; 0; -1)$.

b) Mặt phẳng (P) có một vecto pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

c) Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là:

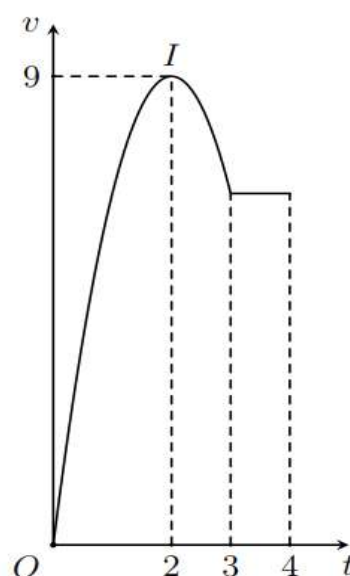
$$\frac{x}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

d) Mặt cầu đường kính AB có phương trình là: $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (x-2)^2 + \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 18$.

Câu 3. Một lớp học có 40 học sinh gồm 28 nữ và 12 nam. Trong năm học 2023-2024, có 7 học sinh nữ đạt danh hiệu học sinh giỏi và 6 học sinh nam đạt danh hiệu học sinh giỏi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp đó. Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn là nữ” và B là biến cố “Học sinh được chọn đạt danh hiệu học sinh giỏi”.

- Xác suất của biến cố A là $0,7$.
- Xác suất của biến cố B là $0,3$.
- A và B là hai biến cố độc lập.
- Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra là $0,25$.

Câu 4. Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc đã cho (hình bên). Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I(2;9)$, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng.

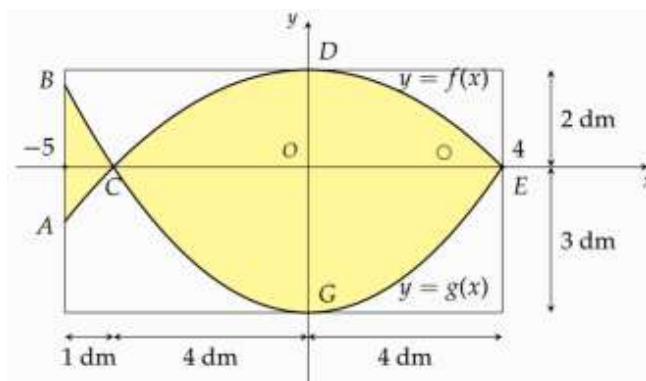


- Vận tốc lớn nhất của chuyển động là 9 km/h.
- $v(t) = -\frac{9}{4}t^2 + 9t$ với $0 \leq t \leq 3$.
- $v(t) = 3t$ với $3 \leq t \leq 4$.
- Quãng đường vật di chuyển được trong 4 giờ là $\frac{81}{4}$ km.

PHẦN III. (3 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Biết tích phân $\int_1^e \left(\frac{1}{x} - 1 \right) dx = a - e$. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Câu 2. Trên cửa sổ có dạng hình chữ nhật của ngôi nhà một doanh nghiệp kinh doanh hải sản, họa sĩ cần thiết kế logo hình con cá. Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol với các kích thước được cho trong hình bên (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là dm). Họa sĩ cần tính diện tích của logo để báo giá cho doanh nghiệp đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo bằng $x \text{ dm}^2$. Tìm x (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Câu 3. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc $15m/s$ thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường cách đó $40m$, người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15(m/s)$. Tính quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

Câu 4. Khi đặt hệ toạ độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Câu 5. Một mô hình cầu treo được thiết kế trong không gian toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ. Làn đường d đi qua hai điểm $M(4;3;1)$ và $N(5;7;3)$. Từ một điểm $A(5;2;1)$ trên cáp treo, người ta cần tìm toạ độ điểm $A'(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của A trên d để lắp đặt đai chịu lực nâng cho cầu. Tính giá trị của $a + b + c$.



Câu 6. Có hai hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 bi đỏ và 5 bi vàng. Hộp thứ hai chứa 6 bi đỏ và 4 bi vàng. Chọn ngẫu nhiên một hộp và sau đó lấy ngẫu nhiên 1 bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ (làm tròn đến hàng phần trăm).

-----HẾT-----

Họ và tên học sinh: Số báo danh:

PHẦN I. (3 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm $\int \frac{1}{x} dx$.

- A. $\int \frac{1}{x} dx = x + C$ B. $\int \frac{1}{x} dx = e^x + C$ C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$ D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.

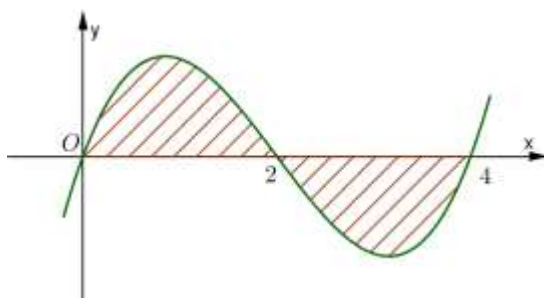
Câu 2: Diện tích của hình phẳng phần gạch chéo trong hình bên được tính theo công thức nào sau đây?

A. $S = \int_0^2 f(x)dx - \int_2^4 f(x)dx$.

B. $S = -\int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx$.

C. $S = \int_0^4 f(x)dx$.

D. $S = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx$.



Câu 3: Cho hai biến cố A, B có $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,7$; $P(AB) = 0,4$. Xác suất $P(B|A)$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{7}$. C. 0,28. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$ và $d_2: \begin{cases} x=1+t \\ y=-2t \\ z=-3+t \end{cases}$ bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 5: Cho hai biến cố A và B với $P(B) > 0$. Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra là

A. $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

B. $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$

C. $P(A|B) = P(A).P(B)$.

D. $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y + 5 = 0$ có bán kính R bằng

- A. 5. B. 15. C. $\sqrt{5}$. D. 25.

Câu 7: Cho hàm số f liên tục trên $\mathbb{R}$ và a là số thực dương. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $\int_a^a f(x)dx = f(a)$. B. $\int_a^a f(x)dx = -1$. C. $\int_a^a f(x)dx = 0$. D. $\int_a^a f(x)dx = 1$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2z + 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (1; -2; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (1; 0; -2)$. C. $\vec{n}_1 = (1; -2; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (1; 0; 2)$.

Câu 9: Biết $\int_0^2 f(x)dx = 2$ và $\int_0^2 g(x)dx = 4$. Giá trị của $\int_0^2 [f(x) + 2g(x)]dx$ bằng

- A. 8. B. 6. C. 12. D. 10.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2; 1; -1)$, bán kính bằng 6 có phương trình là

- A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 36$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 36$.
C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{-3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}_3 = (-1; 2; 3)$. B. $\vec{u}_1 = (1; -2; 3)$. C. $\vec{u}_4 = (1; -2; -3)$. D. $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$.

Câu 12: Cho A và B hai biến cố độc lập. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. $P(B|A) = P(A)$. B. $P(A|B) = P(A)$.
C. $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A})$. D. $P(A|\bar{B}) = P(A)$.

PHẦN II. (4 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^2$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

a) $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

b) $F(x) = \frac{x^3}{3} + C$ (C là hằng số).

c) Biết $F(-1) = 0$. Giá trị của $F(0)$ bằng $\frac{1}{3}$.

d) Với $a > 1$, có 3 giá trị của a thỏa mãn $\int_1^a [3f(x) - 1]dx = 0$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; -1)$ và $B(3; 2; -4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 6 = 0$.

a) Một vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{a} = (1; 0; -1)$.

b) Mặt phẳng (P) có một vecto pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

c) Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là:

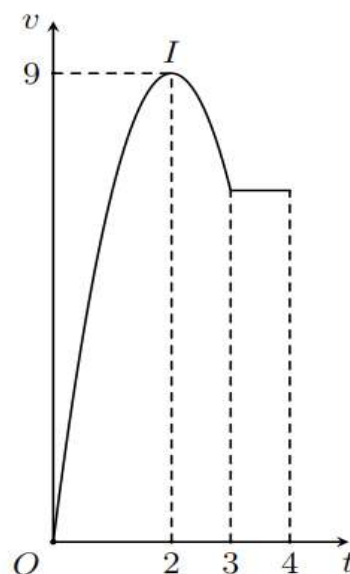
$$\frac{x}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

d) Mặt cầu đường kính AB có phương trình là: $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (x-2)^2 + \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 18$.

Câu 3. Một lớp học có 40 học sinh gồm 28 nữ và 12 nam. Trong năm học 2023-2024, có 7 học sinh nữ đạt danh hiệu học sinh giỏi và 6 học sinh nam đạt danh hiệu học sinh giỏi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp đó. Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn là nữ” và B là biến cố “Học sinh được chọn đạt danh hiệu học sinh giỏi”.

- a) Xác suất của biến cố A là 0,7.
- b) Xác suất của biến cố B là 0,3.
- c) A và B là hai biến cố độc lập.
- d) Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra là 0,35.

Câu 4. Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc đã cho (hình bên). Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I(2;9)$, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng.

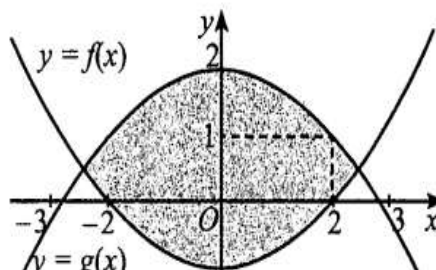


- a) Vận tốc lớn nhất của chuyển động là 9 km/h.
- b) $v(t) = -\frac{9}{4}t^2 + 9t$ với $0 \leq t \leq 3$.
- c) $v(t) = 3t$ với $3 \leq t \leq 4$.
- d) Quãng đường vật di chuyển được trong 4 giờ là 27 km.

PHẦN III. (3 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Biết tích phân $\int_1^e \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx = e + a$. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Câu 2. Bạn An nhận thiết kế logo hình con mắt cho một cơ sở y tế. Logo là hình phẳng giới hạn bởi 2 parabol $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là dm). Bạn An cần tính diện tích của logo để báo giá cho cơ sở y tế đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo bằng $x \text{ dm}^2$. Tìm x (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 3. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc $18m/s$ thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường cách đó $60m$, người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 18(m/s)$. Tính quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

Câu 4. Khi đặt hệ toạ độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Câu 5. Một mô hình cầu treo được thiết kế trong không gian toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ. Làn đường d đi qua hai điểm $M(4;3;1)$ và $N(5;7;3)$. Từ một điểm $A(5;2;1)$ trên cáp treo, người ta cần tìm toạ độ điểm $A'(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của A trên d để lắp đặt đai chịu lực nâng cho cầu. Tính giá trị của $a + b + c$.



Câu 6. Có hai hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 bi đỏ và 5 bi vàng. Hộp thứ hai chứa 6 bi đỏ và 4 bi vàng. Bạn Cường chọn ngẫu nhiên một hộp và sau đó lấy ngẫu nhiên 1 bi từ hộp đó. Tính xác suất để Cường lấy được viên bi đỏ (làm tròn đến hàng phần trăm).

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN TOÁN 12-CUỐI KỲ 2 NĂM HỌC 2024-2025

PHẦN 1: MÃ ĐỀ 1211

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A												
B												
C												
D												

PHẦN 1: MÃ ĐỀ 1215

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A												
B												
C												
D												

PHẦN II. MÃ ĐỀ 1211-1215

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng	a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Sai c) Sai d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

PHẦN III. MÃ ĐỀ 1211-1215

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	2	28	37,5	6	7	0,52

PHẦN 1: MÃ ĐỀ 1213

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A												
B												
C												
D												

PHẦN 1: MÃ ĐỀ 1217

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A												
B												
C												
D												

PHẦN II: MÃ ĐỀ 1213-1217

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Sai c) Sai d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

PHẦN III: MÃ ĐỀ 1213-1217

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	-2	9,8	54	8	7	0,52

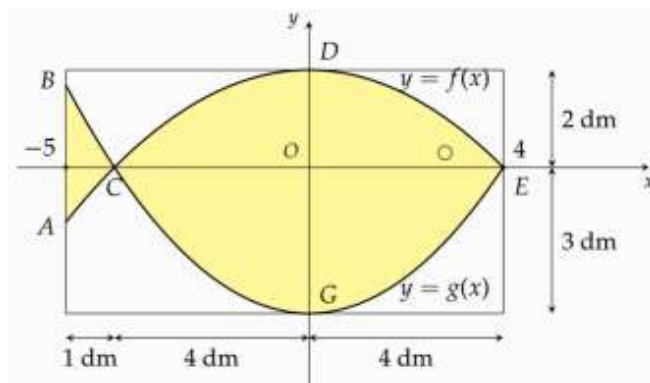
HƯỚNG DẪN GIẢI PHẦN TRẢ LỜI NGẮN MÃ ĐỀ 1211-1215

Câu 1. Biết tích phân $\int_1^e \left(\frac{1}{x} - 1\right) dx = a - e$. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Giải

$$\text{Ta có } \int_1^e \left(\frac{1}{x} - 1\right) dx = 2 - e \Rightarrow a = 2.$$

Câu 2. Trên cửa sổ có dạng hình chữ nhật của ngôi nhà một doanh nghiệp kinh doanh hải sản, họa sĩ cần thiết kế logo hình con cá. Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol với các kích thước được cho trong hình bên (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là dm). Họa sĩ cần tính diện tích của logo để báo giá cho doanh nghiệp đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo bằng $x \text{ dm}^2$. Tìm x (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Giải

Parabol $y = f(x)$ có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Parabol nhận Oy làm trục đối xứng nên $b = 0$.

Vì đồ thị đi qua điểm $(4; 0)$ và $(0; 2) \Rightarrow a = -\frac{1}{8}$ và $c = 2$.

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + 2$$

$$\text{Tương tự } g(x) = \frac{3}{16}x^2 - 3.$$

$$\text{Diện tích của logo là } S = \int_{-5}^4 [f(x) - g(x)] dx = \int_{-5}^4 \left[5 - \frac{5}{16}x^2\right] dx \approx 28(\text{dm}^2).$$

Câu 3. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường cách đó 40 m , người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15 (\text{m/s})$, trong đó t (giây) là thời gian. Tính quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

Giải

$$\text{Khi xe dừng hẳn thì } v(t) = 0 \Leftrightarrow -3t + 15 = 0 \Rightarrow t = 5.$$

Quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là

$$s = \int_0^5 (-3t + 15) dx = 37,5(m).$$

Câu 4. Khi đặt hệ toạ độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Giải

Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng bằng đường kính mặt cầu:

Mặt cầu có bán kính $R = 3 \Rightarrow$ đường kính mặt cầu $2R = 6$.

Câu 5. Một mô hình cầu treo được thiết kế trong không gian toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ. Làn đường d đi qua hai điểm $M(4; 3; 1)$ và $N(5; 7; 3)$. Từ một điểm $A(5; 2; 1)$ trên cáp treo, người ta cần tìm toạ độ điểm $A'(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của A trên d để lắp đặt đai chịu lực nâng cho cầu. Tính giá trị của $a + b + c$.



Giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với MN ,

$\Rightarrow A'$ là giao điểm của (P) và d .

Đường thẳng d đi qua điểm $M(4; 3; 1)$ và nhận $\overrightarrow{MN} = (1; 4; 2)$ làm vector chỉ phương nên có

$$\text{phương trình tham số là: } \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 3 + 4t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Mặt phẳng (P) đi qua $A(5; 2; 1)$ và nhận $\overrightarrow{MN} = (1; 4; 2)$ làm vector pháp tuyến nên có phương trình: $1(x - 5) + 4(y - 2) + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 4y + 2z - 15 = 0$

Tọa độ điểm A' là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 27 / 7 \\ y = 17 / 7 \\ z = 5 / 7 \end{cases} \Rightarrow A' \left(\frac{27}{7}; \frac{17}{7}; \frac{5}{7} \right) \Rightarrow a + b + c = 7.$$

Câu 6. Có hai hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 bi đỏ và 5 bi vàng. Hộp thứ hai chứa 6 bi đỏ và 4 bi vàng. Chọn ngẫu nhiên một hộp và sau đó lấy ngẫu nhiên một bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ (làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Giải.

Gọi A là biến cố “chọn hộp thứ nhất” và B là biến cố “chọn hộp thứ hai”.

Gọi C là biến cố “lấy được viên bi đỏ”

$$\text{Ta có } P(A) = P(B) = \frac{1}{2}, P(C \setminus A) = \frac{4}{9}, P(C \setminus B) = \frac{3}{5}.$$

Xác suất cần tìm là $P(C) = P(AC \cup BC)$.

Vì AC, BC là hai biến cố xung khắc nên ta có

$$P(AC \cup BC) = P(AC) + P(BC) = P(A) \cdot P(C \setminus A) + P(B) \cdot P(C \setminus B).$$

$$\text{Vậy } P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{47}{90} \approx 0,52$$

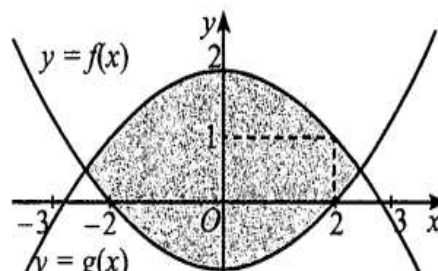
HƯỚNG DẪN GIẢI PHẦN TRẢ LỜI NGẮN MÃ ĐỀ 1213-1217

Câu 1. Biết tích phân $\int_1^e \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx = e + a$. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Giải

$$\text{Ta có } \int_1^e \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx = e + a \Rightarrow a = -2.$$

Câu 2. Bạn An nhận thiết kế logo hình con mắt cho một cơ sở y tế. Logo là hình phẳng giới hạn bởi 2 parabol $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là dm). Bạn An cần tính diện tích của logo để báo giá cho cơ sở y tế đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo bằng $x \text{ dm}^2$. Tìm x (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Giải

Parabol $y = f(x)$ có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Parabol $y = f(x)$ nhận Oy làm trục đối xứng nên $b = 0$.

Vì đồ thị đi qua điểm $(0; -1)$ và $(2; 0) \Rightarrow a = \frac{1}{4}$ và $c = -1$.

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1.$$

Tương tự ta có $g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2$.

Khi đó, diện tích S của phần logo là: $S = \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} |g(x) - f(x)| dx \approx 9,8 dm^2$.

Câu 3. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc $18m/s$ thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường cách đó $60m$, người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 18(m/s)$, trong đó t (giây) là thời gian. Tính quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

Giải

Khi xe dừng hẳn thì $v(t) = 0 \Leftrightarrow -3t + 18 = 0 \Rightarrow t = 6$.

Quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là

$$s = \int_0^6 (-3t + 18) dt = 54(m).$$

Câu 4. Khi đặt hệ toạ độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Giải

Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng bằng đường kính mặt cầu:

Mặt cầu có bán kính $R = 4 \Rightarrow$ đường kính mặt cầu $2R = 8$.

Câu 5. Một mô hình cầu treo được thiết kế trong không gian toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ. Làn đường d đi qua hai điểm $M(4;3;1)$ và $N(5;7;3)$. Từ một điểm $A(5;2;1)$ trên cáp treo, người ta cần tìm toạ độ điểm $A'(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của A trên d để lắp đặt đai chịu lực nâng cho cầu. Tính giá trị của $a + b + c$.



Giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với MN ,

$\Rightarrow A'$ là giao điểm của (P) và d .

Đường thẳng d đi qua điểm $M(4;3;1)$ và nhận $\overrightarrow{MN} = (1;4;2)$ làm vector chỉ phương nên có

$$\text{phương trình tham số là: } \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 3 + 4t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Mặt phẳng (P) đi qua $A(5;2;1)$ và nhận $\overrightarrow{MN} = (1;4;2)$ làm vector pháp tuyến nên có phương trình: $1(x - 5) + 4(y - 2) + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 4y + 2z - 15 = 0$

Toạ độ điểm A' là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 27/7 \\ y = 17/7 \\ z = 5/7 \end{cases} \Rightarrow A' \left(\frac{27}{7}; \frac{17}{7}; \frac{5}{7} \right) \Rightarrow a + b + c = 7.$$

Câu 6. Có hai hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 bi đỏ và 5 bi vàng. Hộp thứ hai chứa 6 bi đỏ và 4 bi vàng. Chọn ngẫu nhiên một hộp và sau đó lấy ngẫu nhiên 1 bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Giải.

Gọi A là biến cố “chọn hộp thứ nhất” và B là biến cố “chọn hộp thứ hai”.
 Gọi C là biến cố “lấy được viên bi đỏ”

$$\text{Ta có } P(A) = P(B) = \frac{1}{2}, P(C|A) = \frac{4}{9}, P(C|B) = \frac{3}{5}.$$

Xác suất cần tìm là $P(C) = P(A \cap C \cup B \cap C)$.

Vì A, B là hai biến cố xung khắc nên ta có

$$P(A \cap C \cup B \cap C) = P(A \cap C) + P(B \cap C) = P(A) \cdot P(C|A) + P(B) \cdot P(C|B).$$

$$\text{Vậy } P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{47}{90} \approx 0,52$$

-----Hết-----