SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9
KHÓA NGÀY: 18-3-2025

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN
Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian phát đề)*
Ngày thi: 18-3-2025

Bài 1 *(5,0 điểm)*

1. Cho hai số thực x, y thỏa mãn điều kiện

$$\sqrt{x+2024}+\sqrt{2025-x}+\sqrt{2024-y}=\sqrt{y+2024}+\sqrt{2025-y}+\sqrt{2024-x}.$$

Tính giá trị của biểu thức $P=(x-y+1)^{2024}-2025(x+1)+2025y+2026.$

2. Giải phương trình trên tập số thực $3x^2-x+1=2(2x-1)\sqrt{x+1}.$

Bài 2 *(2,0 điểm)*

Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{x}+2, \forall x\neq 0.$

1. Chứng minh rằng $\dfrac{1}{f(x)}+\dfrac{1}{f(1-x)}=1, \forall x\neq 0, x\neq 1.$

2. Tính giá trị biểu thức $S=\dfrac{1}{f\left(\dfrac{1}{2026}\right)}+\dfrac{1}{f\left(\dfrac{2}{2026}\right)}+\ldots+\dfrac{1}{f\left(\dfrac{2025}{2026}\right)}.$

Bài 3 *(5,0 điểm)*

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (x,y) sao cho cả hai số x^2+8y và y^2+8x đều là các số chính phương.

2. Gieo một con xúc xắc cân đối, đồng chất hai lần. Tính xác xuất để tổng số chấm xuất hiện ở hai lần gieo của con xúc xắc là một số nguyên tố.

Bài 4 *(6,0 điểm)*

1. Cho đường tròn $(O;R)$ và dây cung $BC<2R$. Điểm A nằm trên cung lớn BC, điểm D nằm trên cung nhỏ BC. Hãy xác định vị trí của A và D để tổng $\dfrac{1}{DA}+\dfrac{1}{DB}+\dfrac{1}{DC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

2. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) với $AB<AC$. Gọi M là trung điểm cạnh BC, đường thẳng AM cắt đường tròn (O) tại điểm D khác A. Đường tròn ngoại tiếp tam giác MDC cắt đường thẳng AC tại E khác C. Đường tròn ngoại tiếp tam giác MDB cắt đường thẳng AB tại F khác B.

a) Chứng minh ba điểm E, M, F thẳng hàng và $OA\perp EF$.

b) Đường phân giác của góc $\widehat{BAC}$ cắt EF tại điểm N, đường phân giác của góc $\widehat{CEN}$ cắt CN tại P và đường phân giác của góc $\widehat{BFN}$ cắt BN tại Q. Chứng minh PQ song song với BC.

Bài 5 *(2,0 điểm)*

Trong mặt phẳng cho tập H gồm 8097 điểm đôi một phân biệt mà diện tích của mỗi tam giác có 3 đỉnh thuộc tập H đều không lớn hơn 1. Chứng minh rằng tồn tại một tam giác G có diện tích không lớn hơn 1 chứa ít nhất 2025 điểm thuộc tập H (mỗi điểm trong số 2025 điểm đó hoặc nằm bên trong tam giác G hoặc nằm trên cạnh của tam giác G).

----------- HẾT -----------