

## CHỦ ĐỀ 23: MÔ TẢ VÀ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU TRÊN CÁC BẢNG, BIỂU ĐỒ

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### Kiến thức cần nhớ

##### 1. Biểu diễn dữ liệu trên các bảng thống kê.

**Để biểu diễn dữ liệu trên bảng thống kê, ta có thể làm như sau:**

**Bước 1.** Các đối tượng thống kê lần lượt được biểu diễn ở cột đầu tiên, trong khi các tiêu chí thống kê lần lượt được biểu diễn ở dòng đầu tiên hoặc ngược lại.

**Bước 2.** Các số liệu thống kê theo tiêu chí của mỗi đối tượng thống kê lần lượt được biểu diễn ở dòng (hoặc cột) tương ứng.

**Lựa chọn và biểu diễn dữ liệu vào bảng, biểu đồ thích hợp:**

- + Để biểu diễn dữ liệu thống kê, ta cần lựa chọn bảng, biểu đồ thích hợp.
- + Để có thể hoàn thiện được biểu đồ thống kê (hoặc bảng thống kê) đã lựa chọn, ta cần biểu diễn được dữ liệu vào biểu đồ (hoặc bảng) đó. Muốn vậy, ta cần biết cách xác định mỗi yếu tố của biểu đồ (hoặc bảng) thống kê đó.

##### 2. Biểu diễn một tập dữ liệu trên các biểu đồ.

###### 2.1. Để biểu diễn dữ liệu trên biểu đồ tranh, ta có thể làm như sau:

**Bước 1.** Các đối tượng thống kê được biểu diễn ở cột đầu tiên của bảng thống kê.

**Bước 2.** Chọn biểu tượng để biểu diễn số liệu thống kê. Các biểu tượng đó được trình bày ở dòng cuối cùng trong bảng thống kê.

**Bước 3.** Số liệu thống kê theo tiêu chí của mỗi đối tượng thống kê được biểu diễn bằng các biểu tượng ở dòng tương ứng trong bảng thống kê.

###### 2.2. Để biểu diễn dữ liệu trên biểu đồ cột, ta có thể làm như sau:

**Bước 1.** Vẽ hai trục vuông góc với nhau

- Trên trục nằm ngang: biểu diễn các đối tượng thống kê
- Trên trục thẳng đứng: xác định độ dài đơn vị để biểu diễn số liệu thống kê và cần chọn độ dài đơn vị *thích hợp* với số liệu

**Bước 2.** Tại vị trí các đối tượng thống kê trên trục nằm ngang, vẽ những cột hình chữ nhật: cách đều nhau; có cùng chiều rộng; có chiều cao thể hiện số liệu thống kê theo tiêu chí của mỗi đối tượng thống kê

**Bước 3.** Hoàn thiện biểu đồ: ghi tên các trục và ghi số liệu tương ứng trên mỗi cột (nếu cần).

#### Nhận xét

Cách vẽ biểu đồ cột kép tương tự như cách vẽ biểu đồ cột. Nhưng tại vị trí ghi mỗi đối tượng trên trục ngang, ta vẽ hai cột sát nhau thể hiện hai loại số liệu của đối tượng đó. Các cột thể hiện số liệu theo cùng một tiêu chí thống kê của các đối tượng hường được tô cùng màu để thuận tiện cho việc đọc biểu đồ.

###### 2.3. Để biểu diễn dữ liệu trên biểu đồ đoạn thẳng, ta có thể làm như sau:

**Bước 1.** Vẽ hai trục vuông góc với nhau tại điểm  $O$ .

- Trên trục nằm ngang: mỗi đối tượng thống kê được đánh dấu bằng một điểm và các điểm này thường được vẽ cách đều nhau.

- Trên trục thẳng đứng: xác định độ dài đơn vị để biểu hiện số liệu thống kê và cần chọn độ dài đơn vị thích hợp với số liệu, đánh dấu điểm theo tiêu chí của đối tượng thống kê tương ứng.

**Bước 2.** Với mỗi đối tượng thống kê, ta tiếp tục:

- Xác định điểm  $A$  đánh dấu số liệu thống kê trên trục thẳng đứng của đối tượng thống kê đó.
- Kẻ bằng nét đứt một đoạn thẳng có độ dài bằng  $OA$ , vuông góc với trục nằm ngang và đi qua điểm đánh dấu đối tượng thống kê đó trên trục nằm ngang. Đầu mút trên của đoạn thẳng đó là điểm mốc của đối tượng thống kê.

**Bước 3.** Vẽ đường gấp khúc gồm các đoạn thẳng nối liên tiếp các điểm mốc

**Bước 4.** Hoàn thiện biểu đồ: ghi tên các trục và ghi số liệu tương ứng trên mỗi điểm mốc (nếu cần).

Như vậy, mỗi điểm mốc được xác định bởi hai “tọa độ”, trong đó “hoành độ” là điểm đánh dấu đối tượng thống kê, “tung độ” là số liệu thống kê theo tiêu chí của đối tượng đó.

**2.4. Để vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn các số liệu thống kê tính theo tỉ số phần trăm, ta có thể làm như sau:**

**Bước 1.** Vẽ đường tròn tâm  $O$  bán kính  $R$ .

**Bước 2.** Chuyển đổi số liệu của một đối tượng thống kê (tính theo tỉ số phần trăm) về số đo cung tương ứng với đối tượng thống kê đó (tính theo độ) dựa trên nguyên tắc sau:  $x\%$  tương ứng với  $x\% \cdot 360^\circ$ .

Các số đo cung tương ứng với các đối tượng thống kê được cho ở bảng sau:

| Đối tượng thống kê                   | 1     | 2     | ... | $k$   |
|--------------------------------------|-------|-------|-----|-------|
| Số đo cung tương ứng<br>(đơn vị: độ) | $n_1$ | $n_2$ | ... | $n_k$ |

Bảng 7

Chú ý:  $n_1 + n_2 + \dots + n_k = 360^\circ$

**Bước 3.**

- Vẽ tia gốc  $OA$  theo phương thẳng đứng
- Căn cứ vào Bảng 7, sử dụng thước thẳng và thước đo độ, vẽ theo chiều quay cầu kim đồng hồ các cung  $AA_1, A_1A_2, \dots, A_{k-2}A_{k-1}$  lần lượt có số đo là  $n_1, n_2, \dots, n_{k-1}$ . Khi đó cung  $A_{k-1}A$  có số đo là:  $360^\circ - (n_1 + n_2 + \dots + n_{k-1}) = n_k$

**Bước 4.** Hoàn thiện biểu đồ: ghi tên đối tượng thống kê vào hình quạt tương ứng; ghi số liệu tương ứng trên mỗi hình quạt; các hình quạt được màu khác nhau (nếu cần) và xóa đi những thông tin không cần thiết trong biểu đồ.

**Chú ý:** Bán kính  $R$  của đường tròn  $(O; R)$  được vẽ ở Bước 1 nên chọn phù hợp với tính thẩm mỹ của biểu đồ.

**Nhận xét**

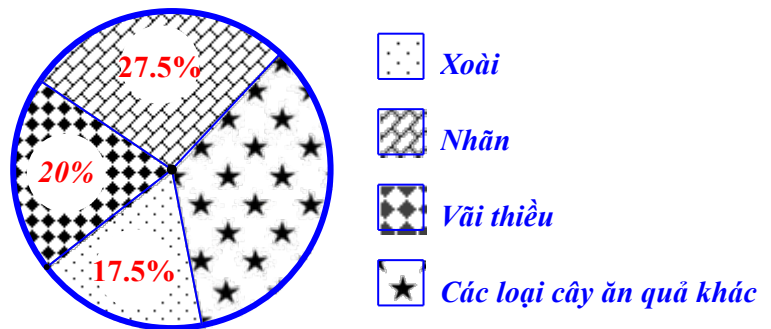
- Biểu đồ hình quạt tròn cho phép nhận biết nhanh chóng mỗi đối tượng thống kê chiếm bao nhiêu phần trăm trong tổng thống kê.
- Bảng thống kê hoặc biểu đồ cột cho phép nhận biết nhanh chóng số liệu thống kê (theo tiêu chí) của mỗi đối tượng thống kê và so sánh các số liệu đó.
- Để vẽ biểu đồ hình quạt tròn từ bảng thống kê (hoặc từ biểu đồ), trước hết từ các số liệu ở bảng đó (hoặc ở biểu đồ cột đó) cần xác định các số đo cung tương ứng với các đối tượng thống kê.

## B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

### I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

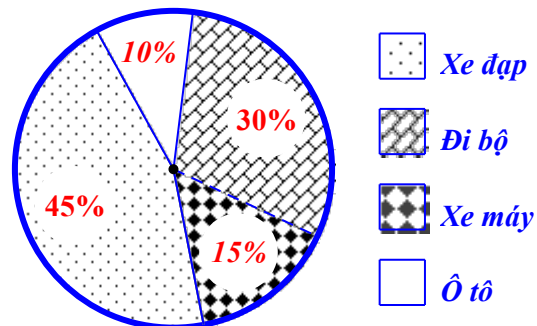
**Câu 1.** Biểu đồ dưới đây cho biết tỉ lệ phần trăm diện tích trồng các loại cây ăn quả ở một trang trại: Tỉ lệ phần trăm diện tích trồng nhãn và vải thiều là

- A. 17,5%
- B. 37,5%
- C. 47,5%
- D. 30%.

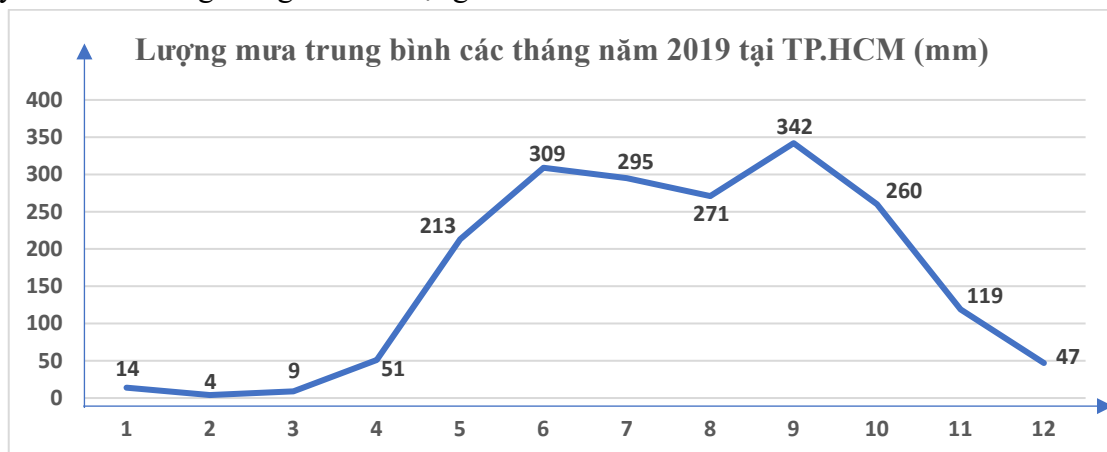


**Câu 2.** Biểu đồ hình quạt dưới đây cho biết tỉ số phần trăm các phương tiện được sử dụng để đến trường của các em học sinh của một trường học. Loại phương tiện được sử dụng nhiều nhất là

- A. xe đạp
- B. ô tô.
- C. xe máy
- D. đi bộ.

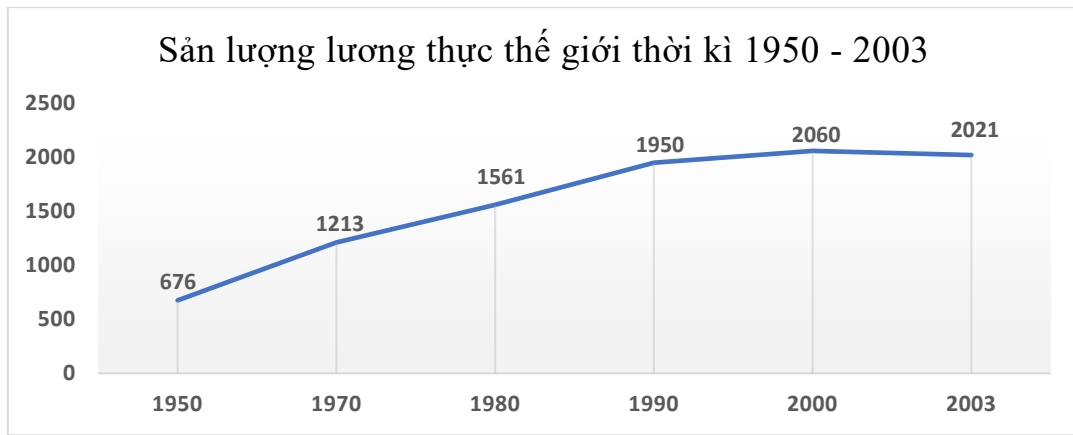


**Câu 3.** Biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn lượng mưa trung bình các tháng năm 2019 tại Thành phố Hồ Chí Minh. Hãy cho biết những tháng nào có lượng mưa trên 300 mm?



- A. Tháng 6, 7.
- B. Tháng 6, 9.
- C. Tháng 7, 8.
- D. Tháng 9, 10.

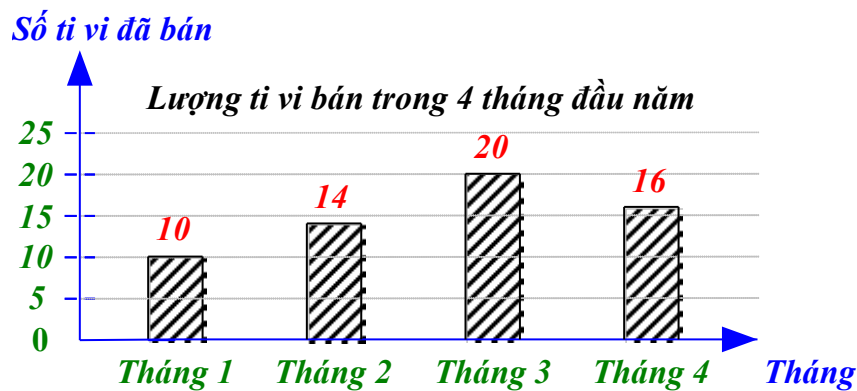
**Câu 4.** Biểu đồ bên dưới biểu diễn sản lượng lương thực thế giới thời kì từ năm 1950 đến năm 2003.



Sản lượng lương thực thế giới thời kì 1950 – 2003 đạt thấp nhất vào năm

- A. 2000                      B. 2060.                      C. 2003                      D. 1950.

**Câu 5.** Cửa hàng của bác Minh trong 4 tháng đầu năm bán được số lượng tivi như sau:



Quan sát biểu đồ hãy cho biết tháng 3 cửa hàng bác Minh bán được bao nhiêu chiếc tivi?

- A. 16                      B. 20.                      C. 14                      D. 10.

**Câu 6.** Diện tích trồng rừng tập trung ở một số địa phương từ năm 2015 đến năm 2020 (tính theo nghìn hecta) được cho trong bảng sau:

| Năm                            | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 |
|--------------------------------|------|------|------|------|------|------|
| Diện tích rừng trồng tập trung | 6    | 8    | 10   | 12   | 15   | 18   |

Hãy cho biết năm nào, địa phương trên trồng được nhiều rừng nhất?

- A. 2020                      B. 2015                      C. 2017                      D. 2019

**Câu 7.** Để biểu diễn sự thay đổi của một đại lượng theo thời gian ta dùng:

- A. Biểu đồ hình quạt tròn                      B. Biểu đồ cột kép  
C. Biểu đồ đoạn thẳng                      D. Biểu đồ tranh

**Câu 8.** Muốn so sánh các phần trong toàn bộ dữ liệu ta nên dùng:

- A. Biểu đồ tranh                      B. Biểu đồ cột  
C. Biểu đồ hình quạt tròn                      D. Biểu đồ đoạn thẳng

**Câu 9.** Trong biểu đồ hình quạt tròn, nửa đường tròn biểu diễn:

- A. 25%                      B. 50%                      C. 75%                      D. 100%

**Câu 10.** Trong biểu đồ hình quạt tròn, khẳng định nào sau đây không đúng ?

- A. Hai hình quạt tròn bằng nhau biểu diễn cùng một tỉ lệ.  
B. Hình quạt nào lớn hơn biểu diễn số liệu lớn hơn

C. Cả hai hình tròn biểu diễn 75%

D.  $\frac{1}{4}$  biểu diễn 25%

**Câu 11.** Trong biểu đồ đoạn thẳng, khẳng định nào sau đây không đúng:

A. Góc của trục đứng không nhất thiết phải là 0

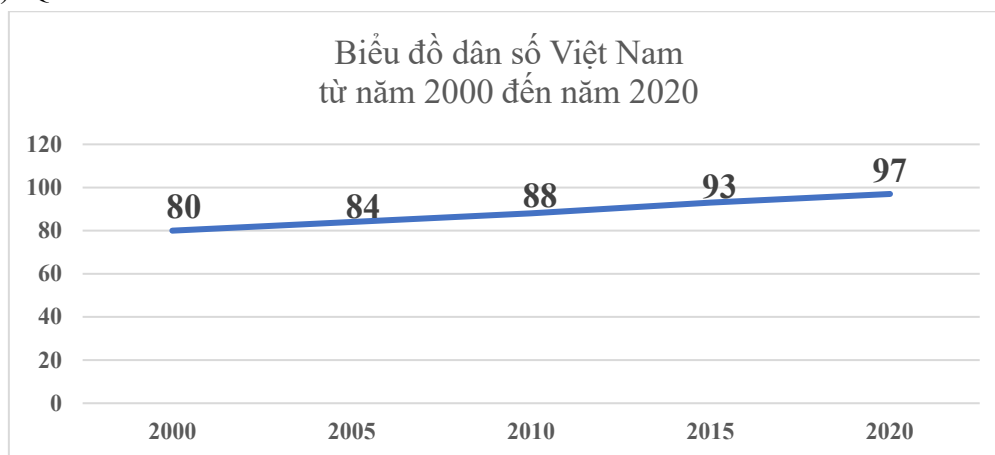
B. Trục ngang biểu diễn thời gian

C. Giá trị của một đại lượng tại một thời điểm có thể biểu diễn bằng dấu chấm tròn, dấu chấm vuông, dấu nhân.

D. Thời gian trên trục ngang không nhất thiết phải sắp xếp theo thứ tự tăng dần

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

**Câu 12.** Biểu đồ dưới đây cho biết dân số Việt Nam từ năm 2000 đến năm 2020 (làm tròn đến hàng triệu). Quan sát biểu đồ và cho biết:



Từ năm 2000 đến 2020 dân số tăng thêm bao nhiêu người?

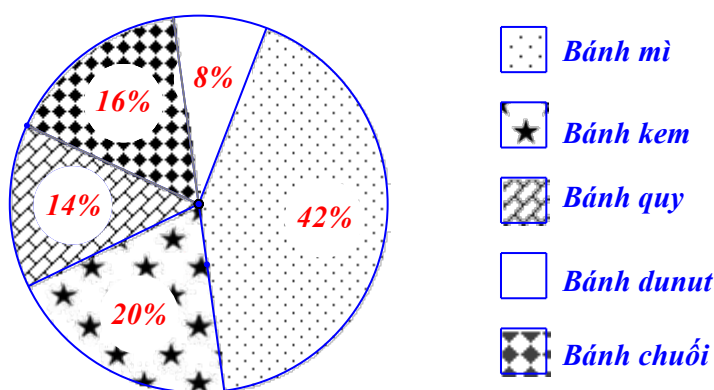
A. 16 triệu người.

B. 17 triệu người.

C. 9 triệu người.

D. 10 triệu người.

**Câu 13.** Lượng bánh ngọt bán ra của một cửa hàng được biểu diễn bằng biểu đồ hình quạt tròn sau:



Tổng tỉ lệ phần trăm các loại bánh bán ra bằng 50% là:

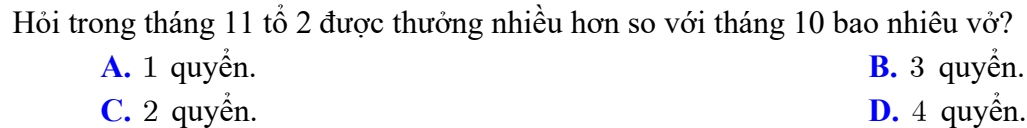
A. Bánh chuối, bánh quy và bánh donut.

B. Bánh mì và bánh donut, bánh kem.

C. Bánh kem và bánh quy.

D. Bánh chuối, bánh quy và bánh kem.

**Câu 14.** Thực hiện phong trào thi đua chào mừng ngày Nhà Giáo Việt Nam 20 /11 của lớp 8C, các bạn tổ 2 đã nỗ lực thi đua và giành được rất nhiều phần thưởng được thống kê trong biểu đồ sau

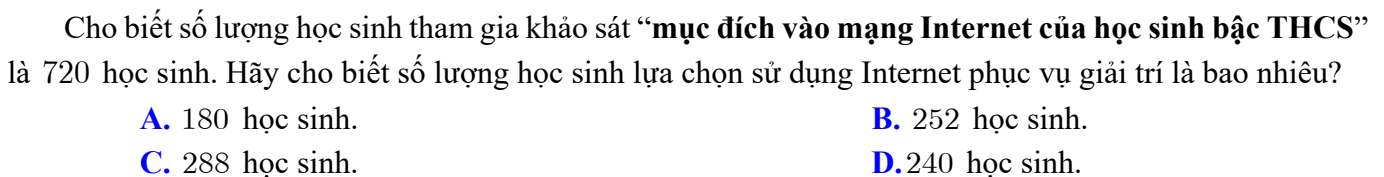


| Học lực | Số học sinh |
|---------|-------------|
| Giỏi    | 38          |
| Khá     | 140         |
| TB      | 52          |
| Yếu     | 13          |

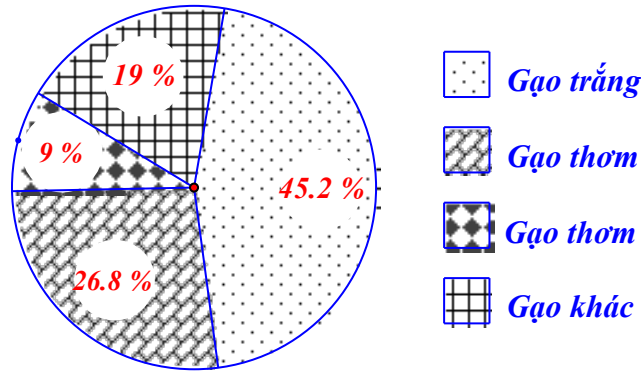
Số học sinh học lực TB ít hơn số học sinh học lực khá là bao nhiêu?

A. 88 học sinh  
B. 90 học sinh  
C. 92 học sinh  
D. 94 học sinh

**Câu 16.** Biểu đồ khảo sát “Mục đích vào mạng Internet của học sinh bậc THCS”



6



Biết rằng lượng gạo thơm xuất khẩu là 1,6482 triệu tấn gạo. Tổng số lượng gạo nước ta xuất khẩu trong năm 2020 là bao nhiêu?

A. 6,15 triệu tấn.

B. 0,0615 triệu tấn.

C. 4,417176 triệu tấn.

D. 16,26 triệu tấn.

**Câu 18.** Cho bảng thống kê số máy điều hòa và số quạt hơi nước bán được trong các tháng 6, 7, 8 như sau :

|         | Điều hòa | Quạt hơi nước |
|---------|----------|---------------|
| Tháng 6 | 250      | 200           |
| Tháng 7 | 320      | 285           |
| Tháng 8 | 260      | 240           |

Tỉ lệ phần trăm tổng số điều hòa bán được so với tổng số sản phẩm bán được trong ba tháng 6, 7, 8 là (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị):

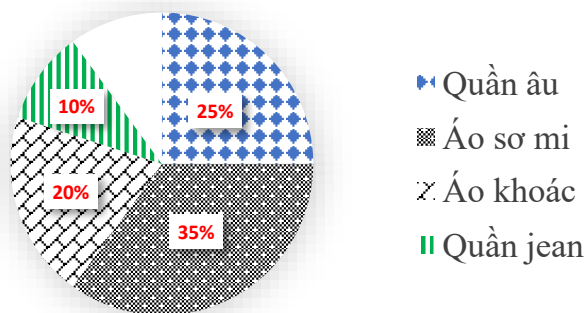
A. 51%.

B. 52%

C. 53%

D. 54%

**Câu 19.** Một cửa hàng bán quần áo đưa ra chương trình khuyến mại giảm giá như biểu đồ.



Cô Hải đã mua 2 chiếc áo sơ mi với giá mỗi chiếc sau khi giảm giá là 325 000 đồng và 4 chiếc quần âu. Khi đó tổng số tiền hóa đơn cô Hải thanh toán tại quầy là 1 850 000 đồng. Em hãy tính xem mỗi chiếc quần âu cô Hải mua trị giá bao nhiêu tiền nếu chưa được giảm giá?

A. 410 000 đồng

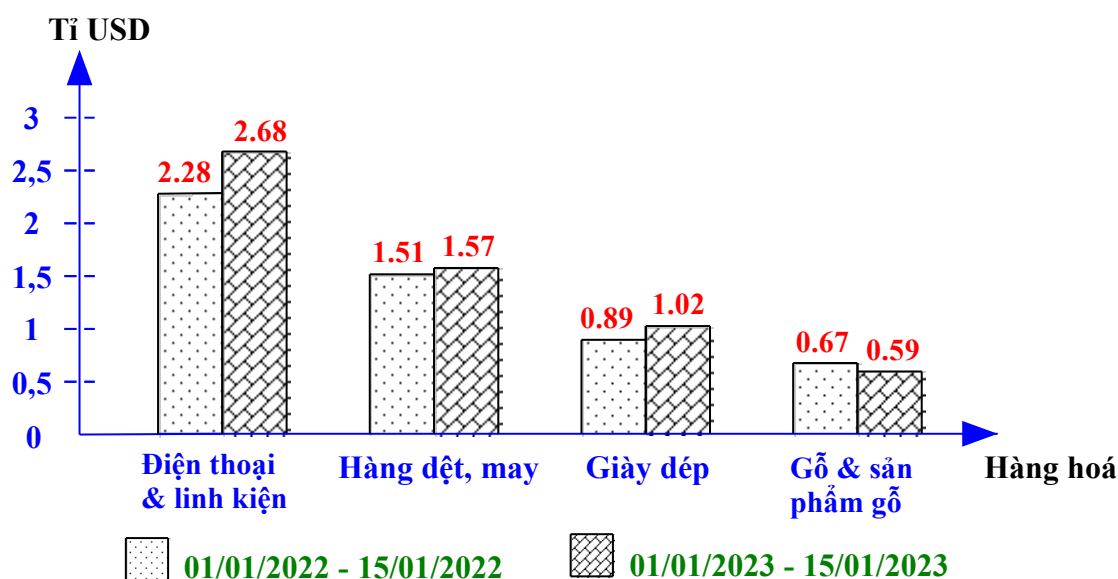
B. 430 000 đồng

C. 400 000 đồng

D. 404 000 đồng

**Câu 20.** Biểu đồ cột kép ở hình dưới biểu diễn trị giá xuất khẩu lớn của các mặt hàng điện thoại & linh kiện; hàng dệt, may; Giày dép; Gỗ và sp gỗ trong 15 ngày đầu năm 2023 và cùng kỳ năm 2022. (Nguồn : Tổng cục hải quan)

1/1/2023 – 15/1/2023 tổng trị giá xuất khẩu lớn của các mặt hàng điện thoại & linh kiện; hàng dệt, may; Giày dép; Gỗ và sp gỗ so với tổng trị giá xuất khẩu lớn của các mặt hàng điện thoại & linh kiện; hàng dệt, may; Giày dép; Gỗ và sp gỗ từ 1/1/2022 – 15/1/2022 là tăng hay giảm bao nhiêu tỷ USD ?



- A. Tăng 0,51 tỷ USD  
C. Giảm 0,51 tỷ USD

- B. Tăng 0,53 tỷ USD  
D. Giảm 0,35 tỷ USD

### C. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

#### Dạng 1. Biểu diễn dữ liệu trên bảng thống kê, biểu đồ tranh

##### Phương pháp giải

- Để biểu diễn dữ liệu trên bảng thống kê, ta có thể làm như sau:
  - Bước 1:** Các đối tượng thống kê lần lượt được biểu diễn ở cột đầu tiên, trong khi các tiêu chí thống kê lần lượt được biểu diễn ở dòng đầu tiên hoặc ngược lại.
  - Bước 2:** Các số liệu thống kê theo tiêu chí của mỗi đối tượng thống kê lần lượt được biểu diễn ở dòng (hoặc cột) tương ứng.
- Để biểu diễn dữ liệu trên biểu đồ tranh, ta có thể làm như sau:
  - Bước 1:** Các đối tượng thống kê được biểu diễn ở cột đầu tiên của bảng thống kê
  - Bước 2:** Chọn biểu tượng để biểu diễn số liệu thống kê. Các biểu tượng đó được trình bày ở dòng cuối cùng trong bảng thống kê
  - Bước 3:** Số liệu thống kê theo tiêu chí của mỗi đối tượng thống kê được biểu diễn bằng các biểu tượng ở dòng tương ứng trong bảng thống kê

**Bài 1.** Kim ngạch xuất khẩu (đơn vị : nghìn đô la Mỹ) của Việt Nam trong sáu tháng cuối năm 2022 lần lượt là: 31 309 161 ; 35 257 448 ; 29 748 102 ; 30 597 155 ; 29 250 026; 29 110 462. (Nguồn <https://www.gso.gov.vn>)  
Hãy lập bảng thống kê biểu diễn các số liệu đó.

**Bài 2.** Số vốn đầu tư nước ngoài (đơn vị: tỉ đô la Mỹ) đăng kí vào Việt Nam trong các năm 2019, 2020, 2021, 2022 lần lượt là: 38,9; 28,53; 31,15; 27,72. (Nguồn: Tổng cục Thống kê). Lập bảng thống kê biểu diễn các số liệu đó.

**Bài 3.** Cả sáu học sinh Việt Nam tham dự kì thi Toán học quốc tế (IMO) lần thứ 64 năm 2023 tổ chức tại Nhật Bản đều đạt giải. Đoàn học sinh Việt Nam xếp thứ 6 trên 112 nước tham dự. Số huy chương

vàng của 6 nước đứng đầu Trung Quốc, Mỹ, Hàn Quốc, Rumani, Nhật Bản, Việt Nam là lượt như sau: 6;5;4;5;2;2.

(Nguồn: Việt Nam tại Olympic Toán học quốc tế- Wikipedia).

Lập bảng thống kê biểu diễn dữ liệu đó.

**Bài 4.** Khối lượng thịt lợn bán được trong các tháng 8, 9, 10, 11, 12 năm 2022 của một hệ thống siêu thị lần lượt là: 10 tạ; 10 tạ; 25 tạ; 20 tạ; 35 tạ.

- Hãy lập bảng thống kê biểu diễn các số liệu đó
- Vẽ biểu đồ tranh biểu diễn các số liệu đó.

**Bài 5.** Lớp 9A lấy ý kiến của các bạn trong lớp về việc tham gia các câu lạc bộ ngoại ngữ với 3 lựa chọn:

- Tiếng Anh
- Tiếng Pháp
- Tiếng Trung

Mỗi bạn chỉ được chọn tham gia một trong ba câu lạc bộ. Kết quả khảo sát được ghi lại như sau:

A B B C C B A C A A B A B A C C A A B B A B B B A C A A B A B A A A C C

- Lập bảng thống kê biểu diễn số lượng học sinh đăng kí tham gia mỗi câu lạc bộ;
- Vẽ biểu đồ tranh cho bảng thống kê trên.

### Dạng 2. Biểu diễn dữ liệu trên biểu đồ

#### Phương pháp giải

Để biểu diễn dữ liệu trên biểu đồ cột, ta có thể làm như sau:

- **Bước 1:** Vẽ hai trục vuông góc với nhau
  - Trên trục nằm ngang: biểu diễn các đối tượng thống kê
  - Trên trục thẳng đứng: xác định độ dài đơn vị để biểu diễn số liệu thống kê và cần chọn độ dài đơn vị thích hợp với số liệu
- **Bước 2:** Tại vị trí các đối tượng thống kê trên trục nằm ngang, vẽ những cột hình chữ nhật: cách đều nhau; có cùng chiều rộng; có chiều cao thể hiện số liệu thống kê theo tiêu chí của mỗi đối tượng thống kê
- **Bước 3:** Hoàn thiện biểu đồ: ghi tên các trục và ghi số liệu tương ứng trên mỗi cột( nếu cần).

**Bài 6.** Điểm kiểm tra môn toán của học sinh lớp 6A được cô giáo ghi lại như sau:

|   |   |    |    |   |    |   |   |   |   |
|---|---|----|----|---|----|---|---|---|---|
| 6 | 6 | 5  | 7  | 8 | 7  | 7 | 7 | 6 | 8 |
| 8 | 7 | 7  | 10 | 8 | 10 | 7 | 6 | 8 | 7 |
| 6 | 8 | 10 | 5  | 6 | 8  | 8 | 7 | 6 | 7 |

- Lập bảng thống kê điểm kiểm tra môn toán của học sinh lớp 6A?
- Vẽ biểu đồ biểu diễn điểm kiểm tra theo bảng ở câu a.

**Bài 7.** Bảng sau biểu diễn số lượng các loại gạo (đơn vị: kilogam) đã bán trong tháng 01/2023 của một đại lí kinh doanh gạo.

| Loại gạo                           | Bắc Hương | Thơm Thái | Tám xoan Hải Hậu | ST24 | Hàm Châu | Nàng Xuân | ST25 |
|------------------------------------|-----------|-----------|------------------|------|----------|-----------|------|
| Số lượng gạo                       |           |           |                  |      |          |           |      |
| Số lượng gạo bán được( đơn vị: kg) | 393       | 185       | 158              | 109  | 170      | 197       | 98   |

Vẽ biểu đồ cột biểu diễn các số liệu đó.

**Bài 8.** Cho bảng số liệu sau :

GDP CỦA MA-LAI-XI-A GIAI ĐOẠN 2010 - 2016 (Đơn vị: Tỷ đô la Mỹ)

| Năm         | 2010 | 2013 | 2016 |
|-------------|------|------|------|
| Ma-lai-xi-a | 255  | 323  | *    |

(Nguồn: Tổng cục thống kê)

- Điền vào dấu \* bằng số liệu thích hợp biết rằng tổng GDP của Ma –lai –si –a giai đoạn 2010 – 2016 là 875 tỷ đô la Mỹ ?
- Vẽ biểu đồ thích hợp nhất thể hiện tình hình GDP của Ma-lai-xi-a giai đoạn 2010 - 2016?
- Từ năm 2013 đến năm 2016 sự phát triển GDP của Ma-lai-xi-a giai tăng hay giảm bao nhiêu tỷ đô la Mỹ ?

**Bài 9.** Đại hội thể thao Đông Nam Á - SEA Games 30 diễn ra tại Philippines tháng 12/2019 được xem là kỳ Đại hội thành công nhất của Việt Nam từ trước đến nay. Việt Nam xếp thứ 2 toàn đoàn với 98 huy chương vàng , 85 huy chương bạc và 105 huy chương đồng .

- Lập bảng số liệu về các loại huy chương do các vận động viên nước ta đã giành được trong SEA Games 30.Trong đại hội thể thao Đông Nam Á - SEA Games 30 Việt Nam đã gặt hái được tất cả bao nhiêu huy chương?
- Vẽ biểu đồ cột thể hiện số loại huy chương do các vận động viên nước ta đã giành được trong SEA Games 30.

**Bài 10.** Dựa theo báo cáo xuất khẩu gạo 10 tháng đầu năm năm 2022 của Bộ Công thương, bạn Bình thống kê tốt 5 thị trường xuất khẩu gạo Việt Nam là Philippines, Trung Quốc, Bờ biển Ngà, Malaysia, Ghê-lan lượt như sau: 2 739 (nghìn tấn), 757 (nghìn tấn), 586 000 (tấn), 396 (nghìn tấn), 393,5 (nghìn tấn).

- Nếu vẽ biểu đồ cột biểu diễn các số liệu đó thì số liệu nào viết chưa hợp lí?
- Viết lại dãy số liệu thống kê đó rồi lập bảng thống kê và vẽ biểu đồ cột biểu diễn các số liệu đó.

**Bài 11.** Bảng thống kê sau đây cho biết số lượng các bạn nam, nữ trong lớp yêu thích một số môn thể thao

|     | Bóng đá | Cầu lông | Cờ vua | Bóng bàn |
|-----|---------|----------|--------|----------|
| Nam | 20      | 15       | 10     | 17       |
| Nữ  | 5       | 6        | 12     | 9        |

Vẽ biểu đồ cột kép biểu diễn các số liệu đó.

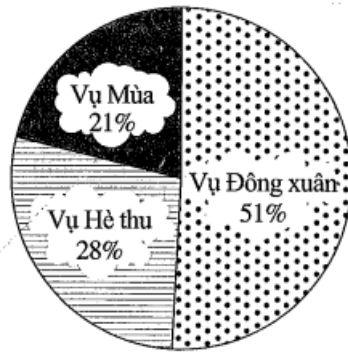
**Bài 12.** Calo (Cal hay kcal) là đơn vị năng lượng mà cơ thể chuyển hoá thức ăn để duy trì các hoạt động sống. 1 Cal= 1 kcal = 1000 cal. Lượng Calo trong 100g trái cây của táo, chuối, nho, xoài, dứa lần lượt như sau: 52; 88; 70; 62; 66. (Nguồn: viện Dinh dưỡng Quốc gia).

- Vẽ biểu đồ cột biểu diễn các dữ liệu thống kê đó.
- Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn các dữ liệu thống kê đó.
- Phát biểu “Tổng lượng Calo trong 100g của trái táo và 100g trái chuối bằng 65% tổng lượng Calo trong 100g trái nho, 100g trái xoài và 100g trái dứa” là đúng hay sai? Vì sao?

**Bài 13.** Lúa là cây trồng chủ lực hằng năm ở nhiều địa phương trên cả nước. Bảng 17 thống kê sản lượng lúa vụ Đông xuân, vụ Hè thu, vụ Mùa năm 2021 của nước ta như sau:

| Vụ lúa                           | Đông xuân | Hè thu | Mùa   |
|----------------------------------|-----------|--------|-------|
| Sản lượng<br>(đơn vị: triệu tấn) | 20,298    | 11,144 | 8,358 |

Phát biểu: “ Biểu đồ hình quạt tròn hình bên biểu diễn các dữ liệu thống kê ở bảng là đúng hay sai? Vì sao?



## C. ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

BẢNG ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| C | A | B | D | B | A | C | C | B | C  | D  | B  | D  | B  | A  | A  | A  | C  | C  | A  |

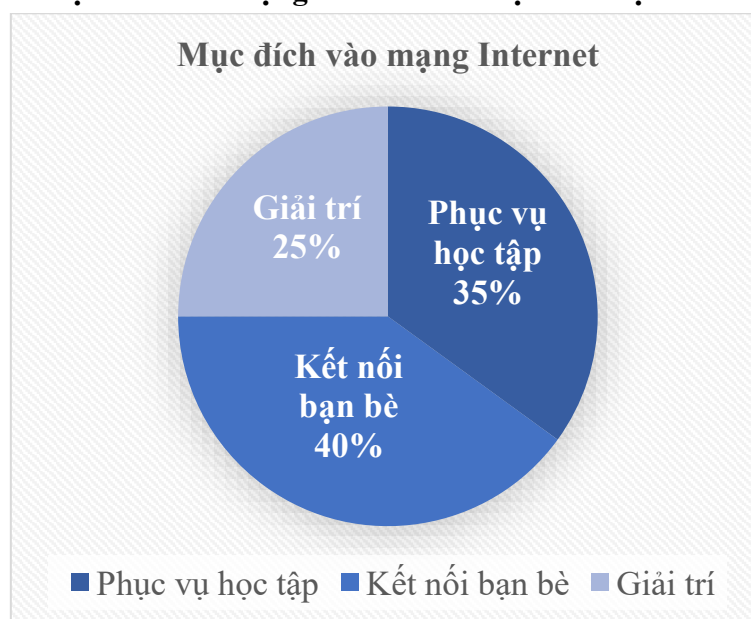
## HƯỚNG DẪN

## I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

## III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

**Câu 16.** Biểu đồ khảo sát “Mục đích vào mạng Internet của học sinh bậc THCS”



Cho biết số lượng học sinh tham gia khảo sát “mục đích vào mạng Internet của học sinh bậc THCS” là 720 học sinh. Hãy cho biết số lượng học sinh lựa chọn sử dụng Internet phục vụ giải trí là bao nhiêu?

**A.** 180 học sinh.

**B.** 252 học sinh.

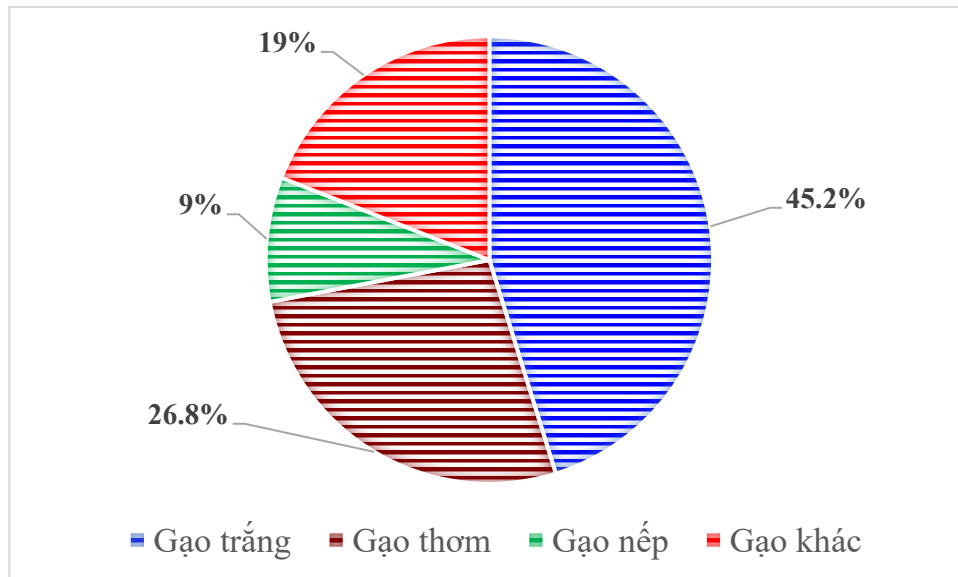
**C.** 288 học sinh.

**D.** 240 học sinh.

**HD:** số lượng học sinh lựa chọn sử dụng Internet phục vụ giải trí là:

$$720 \cdot 25\% = 180 \text{ học sinh}$$

**Câu 17.** Cho biểu đồ xuất khẩu các loại gạo của nước ta trong năm 2020 .



Biết rằng lượng gạo thơm xuất khẩu là 1,6482 triệu tấn gạo. Tổng số lượng gạo nước ta xuất khẩu trong năm 2020 là bao nhiêu?

**A.** 6,15 triệu tấn.

**B.** 0,0615 triệu tấn..

**C.** 4,417176 triệu tấn.

**D.** 16,26 triệu tấn.

**HD:** Tổng số lượng gạo nước ta xuất khẩu trong năm 2020 là:

$$1,6482 : 26,8\% = 6,15 \text{ triệu tấn}$$

**Câu 18.** Cho bảng thống kê số máy điều hòa và số quạt hơi nước bán được trong các tháng 6, 7, 8 như sau :

|         | Điều hòa | Quạt hơi nước |
|---------|----------|---------------|
| Tháng 6 | 250      | 200           |
| Tháng 7 | 320      | 285           |
| Tháng 8 | 260      | 240           |

Tỉ lệ phần trăm tổng số điều hòa bán được so với tổng số sản phẩm bán được trong ba tháng 6, 7, 8 là (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị):

**A.** 51%.

**B.** 52%

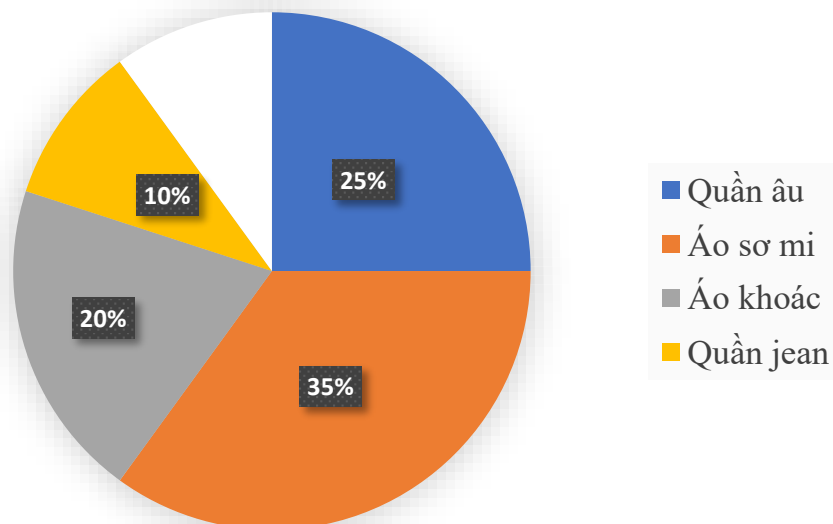
**C.** 53%

**D.** 54%

**HD:** Tỉ lệ phần trăm tổng số điều hòa bán được so với tổng số sản phẩm bán được trong ba tháng 6, 7, 8 là:  $(250 + 320 + 260) : (250 + 320 + 260 + 200 + 285 + 240) \cdot 100\% \approx 53\%$

#### IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

**Câu 19.** Một cửa hàng bán quần áo đưa ra chương trình khuyến mại giảm giá như biểu đồ.



Cô Hải đã mua 2 chiếc áo sơ mi với giá mỗi chiếc sau khi giảm giá là 325 000 đồng và 4 chiếc quần âu. Khi đó tổng số tiền hóa đơn cô Hải thanh toán tại quầy là 1 850 000 đồng. Em hãy tính xem mỗi chiếc quần âu cô Hải mua trị giá bao nhiêu tiền nếu chưa được giảm giá?

A. 410 000 đồng

B. 430 000 đồng

C. 400 000 đồng

D. 404 000 đồng

**HD :** Giá một chiếc quần sau giảm giá là :

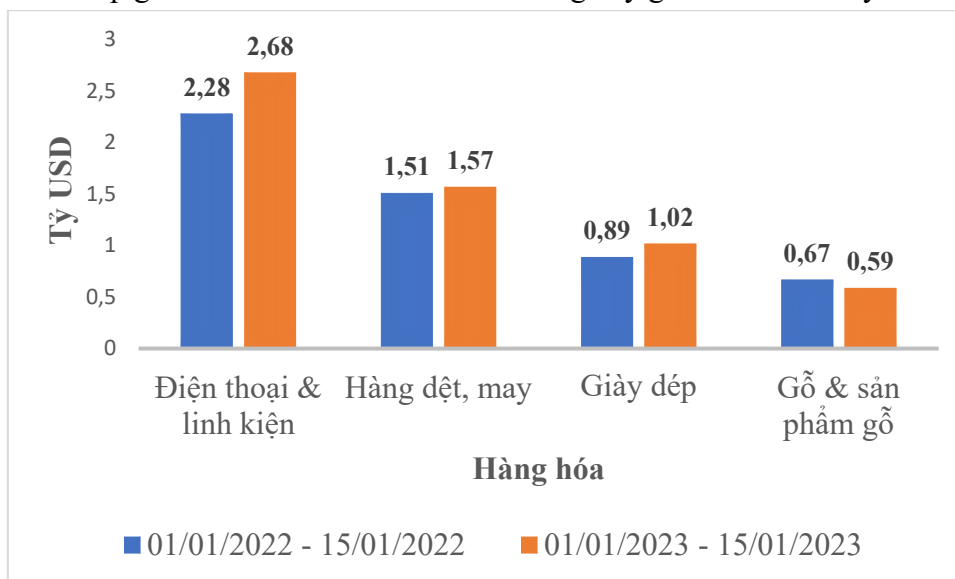
$$(1850000 - 2.325000) : 4 = 300000 \text{ (đồng)}$$

Giá một chiếc quần khi chưa giảm giá là:

$$300000 : (100\% - 25\%) = 400000 \text{ (đồng)}$$

**Câu 20.** Biểu đồ cột kép ở hình dưới biểu diễn trị giá xuất khẩu lớn của các mặt hàng điện thoại & linh kiện; hàng dệt, may; Giày dép; Gỗ và sp gỗ trong 15 ngày đầu năm 2023 và cùng kỳ năm 2022. (Nguồn : Tổng cục hải quan)

1/1/2023 – 15/1/2023 tổng trị giá xuất khẩu lớn của các mặt hàng điện thoại & linh kiện; hàng dệt, may; Giày dép; Gỗ và sp gỗ so với tổng trị giá xuất khẩu lớn của các mặt hàng điện thoại & linh kiện; hàng dệt, may; Giày dép; Gỗ và sp gỗ từ 1/1/2022 – 15/1/2022 là tăng hay giảm bao nhiêu tỷ USD ?



**A.** Tăng 0,51 tỷ USD**B.** Tăng 0,53 tỷ USD**C.** Giảm 0,51 tỷ USD**D.** Giảm 0,35 tỷ USD

**HD câu 20.** 1/1/2023 – 15/1/2023 tổng trị giá xuất khẩu lớn của các mặt hàng điện thoại & linh kiện; hàng dệt, may; Giày dép; Gỗ và sp gỗ là:

$$2,68 + 1,57 + 1,02 + 0,59 = 5,86 \text{ tỷ USD}$$

1/1/2022 – 15/1/2022 tổng trị giá xuất khẩu lớn của các mặt hàng điện thoại & linh kiện; hàng dệt, may; Giày dép; Gỗ và sp gỗ là:

$$2,28 + 1,51 + 0,89 + 0,67 = 5,35 \text{ tỷ USD}$$

1/1/2023 – 15/1/2023 tổng trị giá xuất khẩu lớn của các mặt hàng điện thoại & linh kiện; hàng dệt, may; Giày dép; Gỗ và sp gỗ so với tổng trị giá xuất khẩu lớn của các mặt hàng điện thoại & linh kiện; hàng dệt, may; Giày dép; Gỗ và sp gỗ từ 1/1/2022 – 15/1/2022 là tăng:

$$5,86 - 5,35 = 0,51 \text{ tỷ USD.}$$

### E. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TỰ LUẬN

#### *Dạng 1. Biểu diễn dữ liệu trên bảng thống kê, biểu đồ tranh*

**Bài 1.** Kim ngạch xuất khẩu (đơn vị : nghìn đô la Mỹ) của Việt Nam trong sáu tháng cuối năm 2022 lần lượt là: 31 309 161 ; 35 257 448 ; 29 748 102 ; 30 597 155 ; 29 250 026; 29 110 462. (Nguồn <https://www.gso.gov.vn>)

Hãy lập bảng thống kê biểu diễn các số liệu đó.

#### Lời giải

Bảng thống kê:

| Tháng                                           | 7          | 8          | 9          | 10         | 11         | 12         |
|-------------------------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Kim ngạch xuất khẩu<br>(đơn vị: nghìn đô la Mỹ) | 31 309 161 | 35 257 448 | 29 748 102 | 30 597 155 | 29 250 026 | 29 110 462 |

**Bài 2.** Số vốn đầu tư nước ngoài( đơn vị: tỉ đô la Mỹ) đăng kí vào Việt Nam trong các năm 2019, 2020, 2021, 2022 lần lượt là: 38,9; 28,53; 31,15; 27,72. (Nguồn: Tổng cục Thống kê). Lập bảng thống kê biểu diễn các số liệu đó.

#### Lời giải

Bảng thống kê:

| Năm                                     | 2019 | 2020  | 2021  | 2022  |
|-----------------------------------------|------|-------|-------|-------|
| Số vốn đầu tư<br>( đơn vị: tỉ đô la Mỹ) | 38,9 | 28,53 | 31,15 | 27,72 |

**Bài 3.** Cả sáu học sinh Việt Nam tham dự kì thi Toán học quốc tế (IMO) là thứ 64 năm 2023 tổ chức tại Nhật Bnar đều đạt giải. Đoàn học sinh Việt Nam xếp thứ 6 trên 112 nước tham dự. Số huy chương vàng của 6 nước đứng đầu Trung Quốc, Mỹ, Hàn Quốc, Rumani, Nhật Bản, Việt Nam là lượt như sau: 6;5;4;5;2;2.

(Nguồn: Việt Nam tại Olympic Toán học quốc tế- Wikipedia).

Lập bảng thống kê biểu diễn dữ liệu đó.

Lời giải

| Nước          | Trung Quốc | Mỹ | Hàn Quốc | Rumani | Nhật Bản | Việt Nam |
|---------------|------------|----|----------|--------|----------|----------|
| Số huy chương | 6          | 5  | 4        | 5      | 2        | 2        |

**Bài 4.** Khối lượng thịt lợn bán được trong các tháng 8, 9, 10, 11, 12 năm 2022 của một hệ thống siêu thị lần lượt là: 10 tạ; 10 tạ; 25 tạ; 20 tạ; 35 tạ.  
a) Hãy lập bảng thống kê biểu diễn các số liệu đó  
b) Vẽ biểu đồ tranh biểu diễn các số liệu đó.

Lời giải

a) Bảng thống kê

| Tháng                    | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
|--------------------------|----|----|----|----|----|
| Khối lượng thịt lợn( tạ) | 10 | 10 | 25 | 20 | 35 |

b) Vẽ biểu đồ tranh.

|          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Tháng 8  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| Tháng 9  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| Tháng 10 |                                                                                                                                                                                  |
| Tháng 11 |                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Tháng 12 |        |

(Mỗi  tương ứng với 5 tấn).

**Bài 5.** Lớp 9A lấy ý kiến của các bạn trong lớp về việc tham gia các câu lạc bộ ngoại ngữ với 3 lựa chọn:  
A. Tiếng Anh  
B. Tiếng Pháp  
C. Tiếng Trung

Mỗi bạn chỉ được chọn tham gia một trong ba câu lạc bộ. Kết quả khảo sát được ghi lại như sau:

A B B C C B A C A A B A B A C C A A B B A B B B A C A A B A B A A A C C

a) Lập bảng thống kê biểu diễn số lượng học sinh đăng kí tham gia mỗi câu lạc bộ;

b) Vẽ biểu đồ tranh cho bảng thống kê trên.

**Lời giải**

a) Bảng thống kê:

| Câu lạc bộ  | Tiếng Anh | Tiếng Pháp | Tiếng Trung |
|-------------|-----------|------------|-------------|
| Số học sinh | 16        | 12         | 8           |

b) Biểu đồ tranh:

| Tiếng Anh   |     |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Tiếng Pháp  |                                                                                        |
| Tiếng Trung |                                                                                                                                                                         |

(Mỗi  ứng với 4 học sinh).

**Dạng 2. Biểu diễn dữ liệu trên biểu đồ**

**Bài 6.**

Điểm kiểm tra môn toán của học sinh lớp 6A được cô giáo ghi lại như sau:

6   6   5   7   8   7  
 7   7   6   8   8   6  
 8   7   7   10   8   10  
 7   6   8   7   7   7  
 6   8   10   5   6   8

a) Lập bảng thống kê điểm kiểm tra môn toán của học sinh lớp 6A?

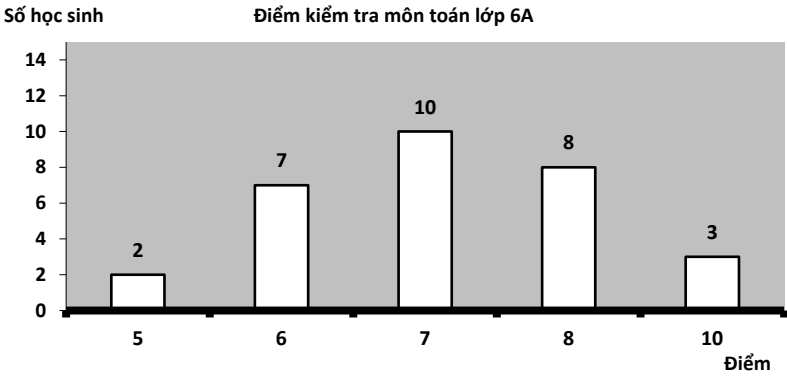
b) Vẽ biểu đồ biểu diễn điểm kiểm tra theo bảng ở câu a.

**Lời giải**

a) Bảng thống kê điểm kiểm tra môn toán :

| Điểm        | 5 | 6 | 7  | 8 | 10 |
|-------------|---|---|----|---|----|
| Số học sinh | 2 | 7 | 10 | 8 | 3  |

b) Vẽ biểu đồ :

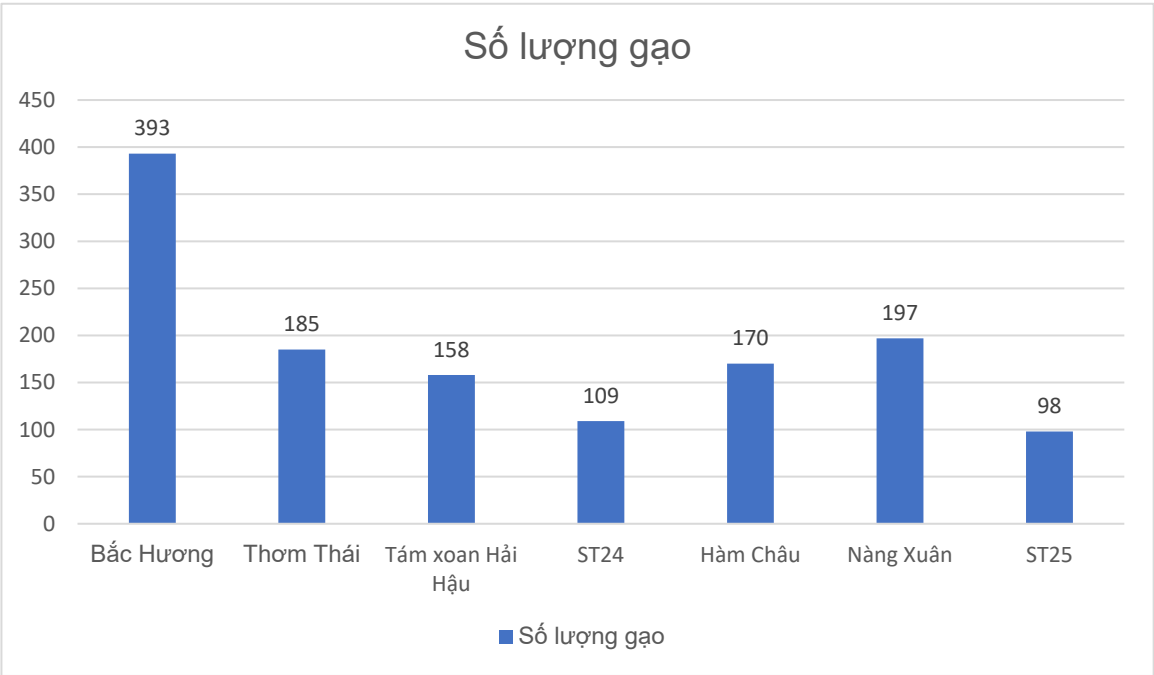


**Bài 7.** Bảng sau biểu diễn số lượng các loại gạo (đơn vị: kilogram) đã bán trong tháng 01/2023 của một đại lý kinh doanh gạo:

| Loại gạo                           | Bắc Hương | Thơm Thái | Tám xoan Hải Hậu | ST24 | Hàm Châu | Nàng Xuân | ST25 |
|------------------------------------|-----------|-----------|------------------|------|----------|-----------|------|
| Số lượng gạo                       |           |           |                  |      |          |           |      |
| Số lượng gạo bán được( đơn vị: kg) | 393       | 185       | 158              | 109  | 170      | 197       | 98   |

Vẽ biểu đồ cột biểu diễn các số liệu đó.

Lời giải



**Bài 8.** Cho bảng số liệu sau :

GDP CỦA MA-LAI-XI-A GIAI ĐOẠN 2010 - 2016 (Đơn vị: Tỷ đô la Mỹ)

|     |      |      |      |
|-----|------|------|------|
| Năm | 2010 | 2013 | 2016 |
|-----|------|------|------|

|             |     |     |   |
|-------------|-----|-----|---|
| Ma-lai-xi-a | 255 | 323 | * |
|-------------|-----|-----|---|

(Nguồn: Tổng cục thống kê)

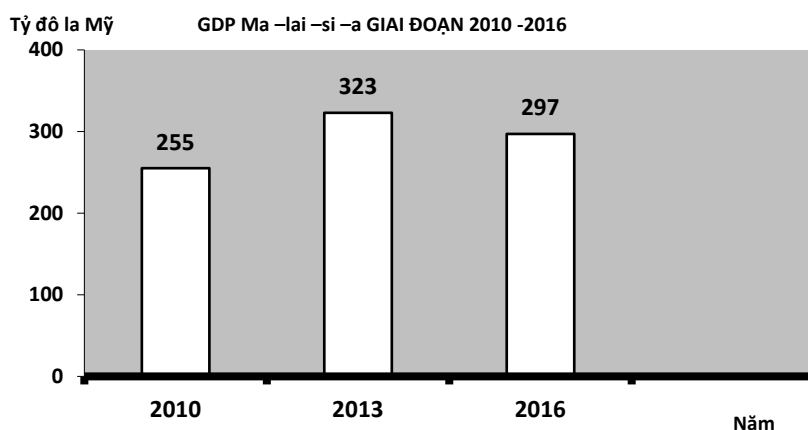
- a) Điền vào dấu \* bằng số liệu thích hợp biết rằng tổng GDP của Ma – lai – si – a giai đoạn 2010 – 2016 là 875 tỷ đô la Mỹ ?
- b) Vẽ biểu đồ thích hợp nhất thể hiện tình hình GDP của Ma-lai-xi-a giai đoạn 2010 - 2016?
- c) Từ năm 2013 đến năm 2016 sự phát triển GDP của Ma-lai-xi-a giai tăng hay giảm bao nhiêu tỷ đô la Mỹ ?

**Lời giải**

a) Tổng GDP của Ma – lai – si – a giai đoạn 2010 – 2016 là 875 tỷ đô la Mỹ

Nên GDP của Ma – lai – si – a năm 2016 là:  $875 - (255 + 323) = 297$  (Tỷ đô la Mỹ)

Vậy \* = 297 tỷ đô la Mỹ.



b) Vẽ biểu đồ:

c) Từ năm 2013 đến năm 2016 GDP của Ma – lai- si – a giảm từ 323 tỷ đô la Mỹ xuống còn 297 tỷ đô la Mỹ ,do đó giảm

$$323 - 297 = 26 \text{ ( tỷ đô la Mỹ )}$$

**Bài 9.** Đại hội thể thao Đông Nam Á - SEA Games 30 diễn ra tại Philippines tháng 12/2019 được xem là kỳ Đại hội thành công nhất của Việt Nam từ trước đến nay. Việt Nam xếp thứ 2 toàn đoàn với 98 huy chương vàng , 85 huy chương bạc và 105 huy chương đồng .

a) Lập bảng số liệu về các loại huy chương do các vận động viên nước ta đã giành được trong SEA Games 30. Trong đại hội thể thao Đông Nam Á - SEA Games 30 Việt Nam đã gặt hái được tất cả bao nhiêu huy chương?

b) Vẽ biểu đồ cột thể hiện số loại huy chương do các vận động viên nước ta đã giành được trong SEA Games 30.

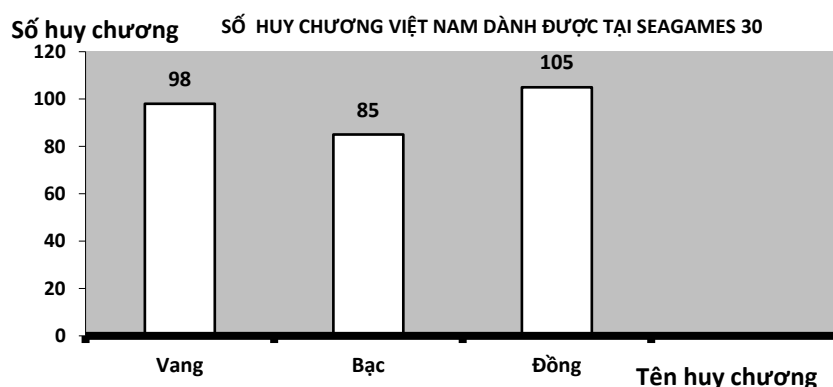
**Lời giải**

a) Bảng số liệu về các loại huy chương:

| Tên huy chương | Huy chương vàng | Huy chương bạc | Huy chương đồng |
|----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| Số lượng       | 98              | 85             | 105             |

Trong đại hội thể thao Đông Nam Á - SEA Games 30 Việt Nam đã gặt hái được tất cả số huy chương là:  
 $98 + 85 + 105 = 288$  (Huy chương)

b) Vẽ biểu đồ :



**Bài 10.** Dựa theo báo cáo xuất khẩu gạo 10 tháng đầu năm năm 2022 của Bộ Công thương, bạn Bình thống kê tốt 5 thị trường xuất khẩu gạo Việt Nam là Philippines, Trung Quốc, Bờ biển Ngà, Malaysia, Ghana lần lượt như sau: 2 739 (nghìn tấn), 757 (nghìn tấn), 586 000 (tấn), 396 (nghìn tấn), 393,5 (nghìn tấn).

a) Nếu vẽ biểu đồ cột biểu diễn các số liệu đó thì số liệu nào viết chưa hợp lí?

b) Viết lại dãy số liệu thống kê đó rồi lập bảng thống kê và vẽ biểu đồ cột biểu diễn các số liệu đó.

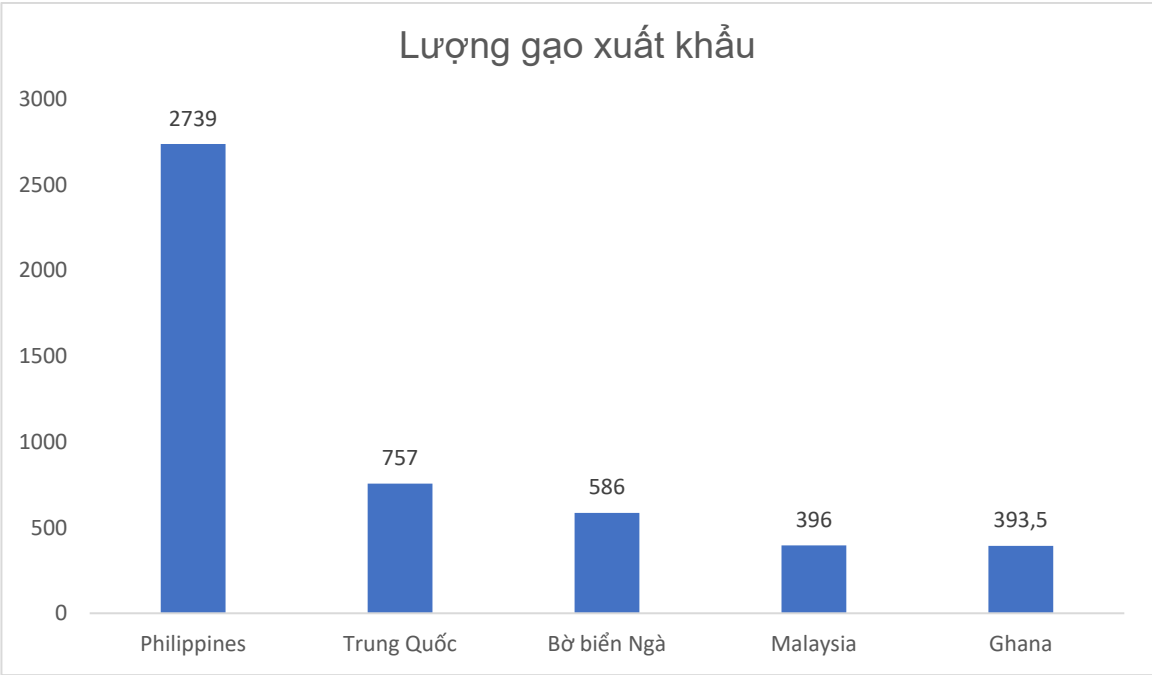
**Lời giải**

a) Số liệu 586 000 tấn được viết chưa hợp lí.

b)

| Nước                                       | Philippines | Trung Quốc | Bờ biển Ngà | Malaysia | Ghana |
|--------------------------------------------|-------------|------------|-------------|----------|-------|
| Lượng gạo xuất khẩu<br>(đơn vị: nghìn tấn) | 2 739       | 757        | 586         | 396      | 393,5 |

Vẽ biểu đồ:



**Bài 11.** Bảng thống kê sau đây cho biết số lượng các bạn nam, nữ trong lớp yêu thích một số môn thể thao .

|     | Bóng đá | Cầu lông | Cờ vua | Bóng bàn |
|-----|---------|----------|--------|----------|
| Nam | 20      | 15       | 10     | 17       |
| Nữ  | 5       | 6        | 12     | 9        |

Vẽ biểu đồ cột kép biểu diễn các số liệu đó.

**Lời giải**

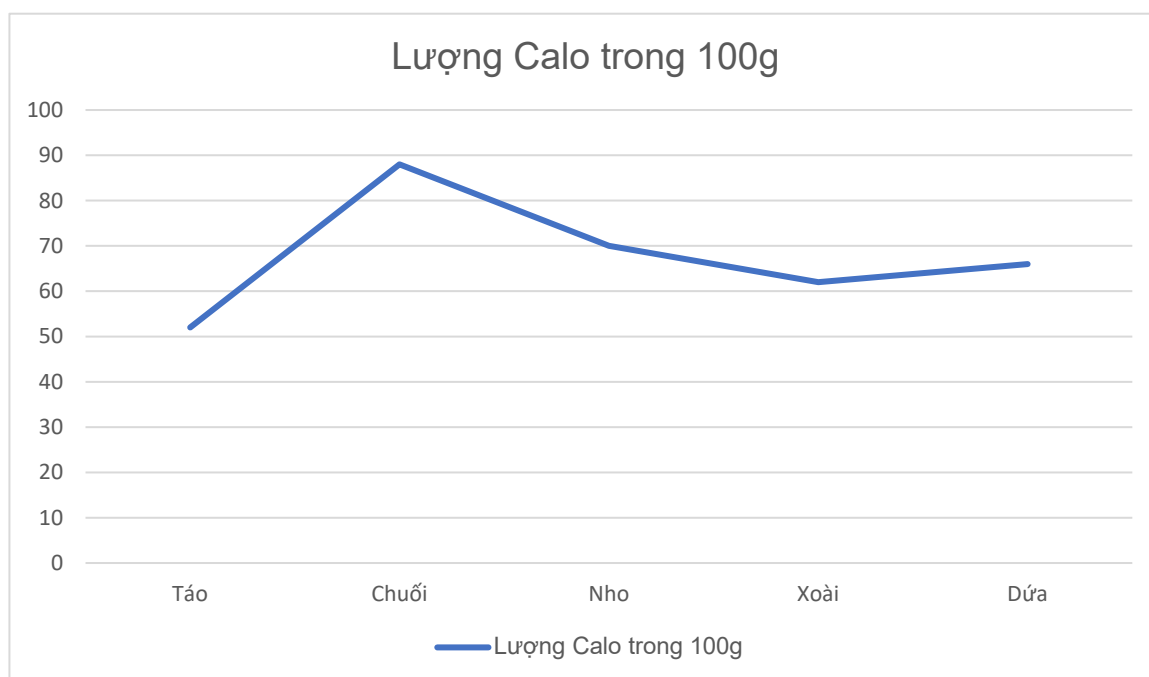
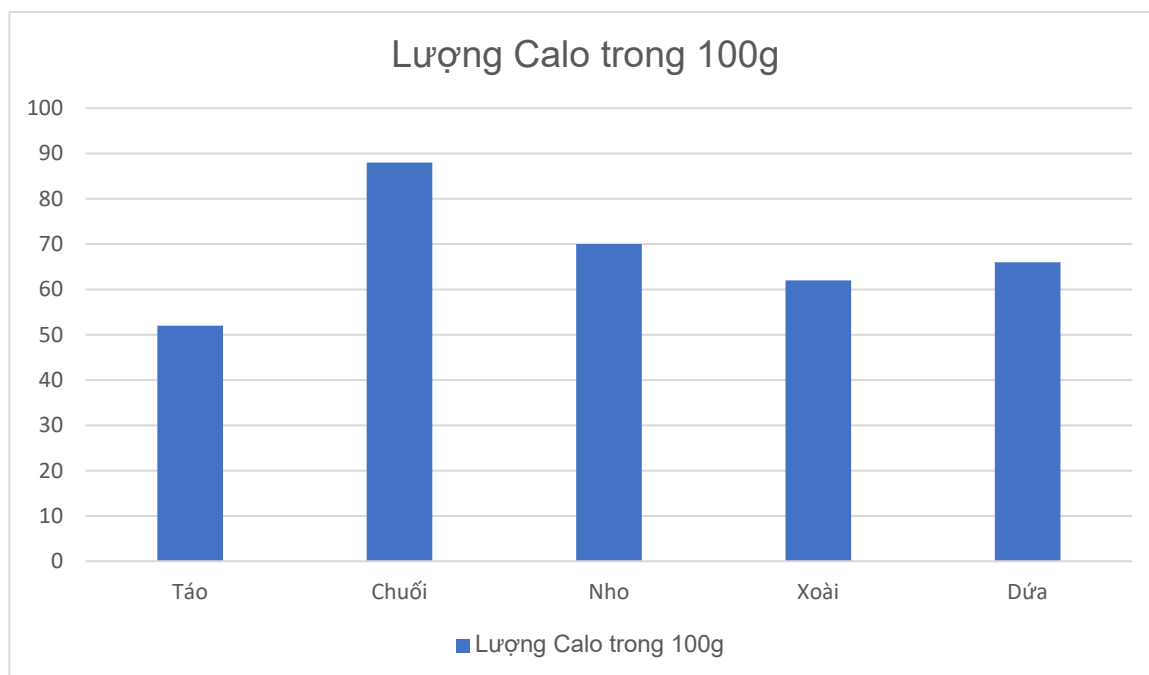
**Bài 12.** Calo(Cal hay kcal) là đơn vị năng lượng mà cơ thể chuyển hoá thức ăn để duy trì các hoạt động sống. 1 Cal= 1 kcal = 1000 cal. Lượng Calo trong 100g trái cây của táo, chuối, nho, xoài, dứa lần lượt như sau: 52; 88; 70; 62; 66. (Nguồn: viện Dinh dưỡng Quốc gia).

- a) Vẽ biểu đồ cột biểu diễn các dữ liệu thống kê đó.
- b) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn các dữ liệu thống kê đó.
- c) Phát biểu “Tổng lượng Calo trong 100g của trái táo và 100g trái chuối bằng 65% tổng lượng Calo trong 100g trái nho, 100g trái xoài và 100g trái dứa” là đúng hay sai? Vì sao?

**Lời giải**

a)

| Trái cây              | Táo | Chuối | Nho | Xoài | Dứa |
|-----------------------|-----|-------|-----|------|-----|
| Lượng Calo trong 100g | 52  | 88    | 70  | 62   | 66  |



c) Tổng lượng Calo trong 100g của trái táo và 100g trái chuối là  $52+88=140$ (Calo).

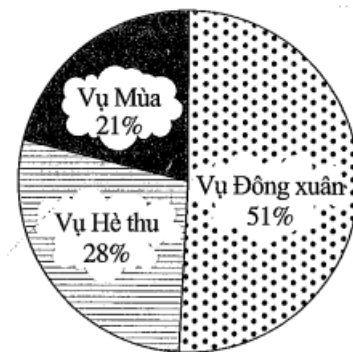
Tổng lượng Calo trong 100g của trái nho, 100g trái xoài và 100g trái dứa là:  $70+62+66=198$  (Calo). Ta có

tỉ số phần trăm của 140 và 198 là:  $\frac{140 \cdot 100}{198} \% \approx 71\%$  và  $71\% > 65\%$ . Vậy nếu phát biểu “Tổng lượng

Calo trong 100g của trái táo và 100g trái chuối bằng 65% tổng lượng Calo trong 100g trái nho, 100g trái xoài và 100g trái dứa” là sai.

**Bài 13.** Lúa là cây trồng chủ lực hằng năm ở nhiều địa phương trên cả nước. Bảng 17 thống kê sản lượng lúa vụ Đông xuân, vụ Hè thu, vụ Mùa năm 2021 của nước ta như sau:

| Vụ lúa                           | Đông xuân | Hè thu | Mùa   |
|----------------------------------|-----------|--------|-------|
| Sản lượng<br>(đơn vị: triệu tấn) | 20,298    | 11,144 | 8,358 |



Phát biểu: “Biểu đồ hình quạt tròn hình bên biểu diễn các dữ liệu thống kê ở bảng là đúng hay sai? Vì sao?”

### Lời giải

Tổng sản lượng lúa vụ Đông xuân, vụ Hè thu, vụ Mùa năm 2021 của Việt Nam là:  $20,298 + 11,144 + 8,358 = 39,8$  (triệu tấn).

Tỉ số phần trăm của sản lượng lúa vụ Đông xuân, vụ Hè thu, vụ Mùa và tổng sản lượng lúa vụ Đông xuân, vụ Hè thu, vụ Mùa năm 2021 của Việt Nam là lượt là:  $\frac{20,298.100}{39,8}\% = 51\%$ ;

$\frac{11,144.100}{39,8}\% = 28\%$ ;  $\frac{8,358.100}{39,8}\% = 21\%$ . Do đó, ta có phát biểu “Biểu đồ hình quạt tròn hình bên biểu diễn các dữ liệu thống kê ở bảng” là đúng.

## BÀI 2. TẦN SỐ. TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### Kiến thức cần nhớ

##### I. Bảng tần số và biểu đồ tần số

- Tần số của một giá trị là số lần xuất hiện giá trị đó trong mẫu dữ liệu.
- Bảng tần số là bảng thống kê cho biết tần số của các giá trị trong mẫu dữ liệu.
- Bảng tần số có dạng như sau:

|         |       |       |         |       |
|---------|-------|-------|---------|-------|
| Giá trị | $x_1$ | $x_2$ | $\dots$ | $x_k$ |
| Tần số  | $m_1$ | $m_2$ | $\dots$ | $m_k$ |

Trong đó  $m_1$  là tần số của  $x_1$ ,  $m_2$  là tần số của  $x_2, \dots, m_k$  là tần số của  $x_k$ .

- Biểu đồ tần số: là biểu đồ biểu diễn bảng tần số. Biểu đồ tần số thường gặp là biểu đồ tần số dạng cột và biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng.

##### II. Bảng tần số tương đối và biểu đồ tần số tương đối

- Cho dãy dữ liệu  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Tần số tương đối  $f_i$  của giá trị  $x_i$  là tỉ số giữa tần số của  $x_i$  (gọi là  $m_i$ ) với  $n$ .
- Bảng tần số tương đối:

|                  |       |         |       |
|------------------|-------|---------|-------|
| Giá trị          | $x_1$ | $\dots$ | $x_k$ |
| Tần số tương đối | $f_1$ | $\dots$ | $f_k$ |

Trong đó  $n = m_1 + \dots + m_k$  và  $f_1 = \frac{m_1}{n} \cdot 100\%$  là tần số tương đối của  $x_1$ ,  $\dots$ ,  $f_k = \frac{m_k}{n} \cdot 100\%$  là tần số tương đối của  $x_k$ .

- Biểu đồ tần số tương đối thường là biểu đồ cột hoặc biểu đồ hình quạt tròn.
- + Để vẽ biểu đồ tần số tương đối ở dạng biểu đồ cột/ hình quạt tròn của một mẫu dữ liệu thống kê, ta có thể thực hiện các bước sau:

**Bước 1:** Lập bảng tần số tương đối của mẫu dữ liệu thống kê đó

**Bước 2:** Vẽ biểu đồ cột/ hình quạt tròn biểu diễn số liệu thống kê trong bảng tần số tương đối nhận được ở bước 1.

### A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

#### I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

**Bài toán 1:** Thống kê khối lượng rau thu hoạch một vụ (đơn vị: tạ) của mỗi hộ gia đình trong 38 hộ gia đình tham gia chương trình trồng rau theo tiêu chuẩn VIETGAP như sau:

|   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |   |
|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|----|---|---|
| 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 7  | 4 | 4 | 5 | 5 | 7  | 8 | 8 |
| 9 | 4 | 5 | 7 | 4 | 10 | 7 | 7 | 7 | 6 | 6  | 5 | 7 |
| 8 | 9 | 8 | 8 | 9 | 9  | 9 | 8 | 7 | 5 | 10 | 8 |   |

**Câu 1:** Trong 38 số liệu thống kê ở trên có bao nhiêu giá trị khác nhau?

- A. 6                                      B. 7                                      C. 8                                      D. 9

**Câu 2:** Tần số của giá trị  $x = 7$  là

- A.  $n = 8$                                       B.  $n = 7$                                       C.  $n = 6$                                       D.  $n = 5$

**Câu 3:** Tần số của giá trị nào là lớn nhất?

- A. 5                                      B. 9                                      C. 8                                      D. 7

**Câu 4:** Tần số của giá trị nào nhỏ nhất?

- A. 10                                      B. 4                                      C. 6                                      D. 9

**Câu 5:** Giá trị nào là lớn nhất?

- A. 10                                      B. 8                                      C. 12                                      D. 4

**Bài toán 2:** Tuổi nghề (đơn vị: năm) của tất cả các 32 giáo viên ở một trường trung học cơ sở được ghi lại như sau:

|    |    |    |    |    |    |   |    |    |   |    |
|----|----|----|----|----|----|---|----|----|---|----|
| 7  | 7  | 10 | 3  | 4  | 4  | 9 | 3  | 3  | 7 | 7  |
| 12 | 4  | 3  | 12 | 9  | 12 | 9 | 10 | 7  | 7 | 12 |
| 7  | 10 | 4  | 10 | 10 | 4  | 9 | 7  | 10 | 9 |    |

**Câu 6:** Có tất cả bao nhiêu giáo viên?

- A. 32                                      B. 26                                      C. 29                                      D. 31

**Câu 7:** Có bao nhiêu giá trị khác nhau?

- A. 6                                      B. 7                                      C. 8                                      D. 9

**Câu 8:** Giá trị nào là lớn nhất?

- A. 10                                      B. 8                                      C. 12                                      D. 4

**Câu 9:** Giá trị nào là nhỏ nhất?

- A. 3                                      B. 8                                      C. 2                                      D. 4

**Câu 10:** Tần số của giá trị  $x = 7$  là

- A.  $n = 8$                                       B.  $n = 7$                                       C.  $n = 6$                                       D.  $n = 5$

**Câu 11:** Tần số của giá trị nào là lớn nhất?

- A. 5                                      B. 9                                      C. 8                                      D. 7

**Câu 12:** Tần số của giá trị nào bằng 6 ?

- A. 10                                      B. 4                                      C. 12                                      D. 9

**Bài toán 3:** Trong bài thơ “*Quê hương*” của tác giả Đỗ Trung Quân có hai câu thơ:

“*Quê hương nếu ai không nhớ*

*Sẽ không lớn nổi thành người*”.

Mẫu dữ liệu thống kê các chữ cái H; N; G; L lần lượt xuất hiện trong hai câu thơ trên là: H;N; G; N; H; N; G; N; H; H; N; G; L; N; N; H; N; H; N; G.

**Câu 13:** Có tất cả bao nhiêu dữ liệu trong mẫu dữ liệu thống kê trên?

- A. 20                                      B. 26                                      C. 19                                      D. 17

**Câu 14:** Có bao nhiêu giá trị khác nhau?

- A. 4                                      B. 7                                      C. 3                                      D. 9

**Câu 15:** Tần số của giá trị nào bằng 4 ?

- A. H                                      B. L                                      C. G                                      D. N

**Câu 16:** Tần số của giá trị nào là lớn nhất?

- A. H                                      B. L                                      C. G                                      D. N

**Câu 17:** Tần số tương đối của giá trị H là bao nhiêu?

A. 35%

B. 45%

C. 30%

D. 20%

**Câu 18:** Tần số tương đối lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. 35%

B. 45%

C. 30%

D. 20%

**B. CÁC DẠNG TỰ LUẬN****Dạng 1. Lập bảng tần số, tần số tương đối****Phương pháp giải****1. Cách lập bảng tần số ở dạng bảng ngang:**

- **Bước 1:** Xác định các giá trị khác nhau của mẫu dữ liệu và tìm tần số của mỗi giá trị đó.
- **Bước 2:** Lập bảng gồm 2 dòng và một số cột. Theo thứ tự từ trên xuống dưới, ta lần lượt ghi:

- Cột đầu tiên: Tên các giá trị ( $x$ ), tần số ( $n$ )
- Cột tiếp theo lần lượt ghi giá trị và tần số của giá trị đó
- Cột cuối cùng: Cộng

**Chú ý:** Bảng tần số ở dạng bảng dọc được lập bằng cách tương tự như trên.**2. Để lập bảng tần số tương đối ở dạng bảng ngang, ta có thể làm như sau:**

- **Bước 1:** Xác định các giá trị khác nhau của mẫu dữ liệu và tìm tần số tương đối của mỗi giá trị đó.
- **Bước 2:** Lập bảng gồm 2 dòng và một số cột. Theo thứ tự từ trên xuống dưới, ta lần lượt ghi:

- Cột đầu tiên: Tên các giá trị ( $x$ ), tần số tương đối (%)
- Cột tiếp theo lần lượt ghi giá trị và tần số tương đối của giá trị đó
- Cột cuối cùng: Cộng, 100.

**Chú ý:** Bảng tần số ở dạng bảng dọc được lập bằng cách tương tự như trên.**Bài 1.** Thống kê điểm kiểm tra môn Toán (hay còn gọi là mẫu số liệu thống kê) của 40 học sinh lớp 9A như sau:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 5 | 5 | 7 | 7 | 8 | 8 | 8 | 5 | 8 | 8 | 8 | 6 | 6 | 6 | 6 | 8 | 9 | 5 | 7 |
| 6 | 6 | 7 | 7 | 6 | 8 | 9 | 9 | 7 | 8 | 8 | 5 | 7 | 7 | 7 | 7 | 6 | 8 | 8 | 9 |

Lập bảng tần số và tần số tương đối cho dãy dữ liệu trên.

**Bài 2.** Gieo một xúc xắc 32 lần liên tiếp, ghi lại số chấm trên mặt xuất hiện của xúc xắc, ta được mẫu số liệu thống kê như sau:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 4 | 4 | 6 | 6 | 5 | 5 | 4 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 4 | 4 |
| 5 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 4 | 4 | 5 | 2 | 3 | 4 | 2 | 6 | 2 | 2 |

Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê đó.

**Bài 3.** Kết quả đánh giá chất lượng bằng điểm của 50 sản phẩm được cho trong bảng sau:

|                |    |    |    |    |          |
|----------------|----|----|----|----|----------|
| Điểm ( $x$ )   | 7  | 8  | 9  | 10 | Cộng     |
| Tần số ( $m$ ) | 10 | 16 | 20 | 4  | $n = 50$ |

Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê đó.

**Bài 4.** Biểu đồ tranh sau đây biểu diễn số số lượng học sinh lớp 9B bình chọn môn học yêu thích nhất:

|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Môn Toán      |        |
| Môn Văn       |                                                                                                                                                                                                                                                         |
| Môn ngoại ngữ |                                                                                                                                                                       |

(Mỗi một  biểu diễn cho 2 học sinh)

Lập bảng tần số tương đối cho dữ liệu được biểu diễn trong biểu đồ tranh trên.

**Bài 5.** Cho bảng tần số tương đối của một dãy dữ liệu ghi lại kết quả 20 lần bắn bia của một xạ thủ như sau:

|                        |    |    |    |    |    |      |
|------------------------|----|----|----|----|----|------|
| Điểm ( $x$ )           | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | Cộng |
| Tần số tương đối ( % ) | 15 | 20 | 25 | 30 | 10 | 100  |

Tính tần số tương ứng của các điểm 5; 6; 7; 8; 9 mà xạ thủ đó bắn được.

**Dạng 2. Biểu đồ tần số, tần số tương đối**

**Phương pháp giải**

- Để vẽ biểu đồ tần số tương đối ở dạng biểu đồ cột/ hình quạt tròn của một mẫu dữ liệu thống kê, ta có thể thực hiện các bước sau:
  - **Bước 1:** Lập bảng tần số tương đối của mẫu dữ liệu thống kê đó
  - **Bước 2:** Vẽ biểu đồ cột/ hình quạt tròn biểu diễn số liệu thống kê trong bảng tần số tương đối nhận được ở bước 1.

**Bài 6.** Cho bảng tần số tương đối của một cửa hàng bán hoa quả trong một ngày như sau.

|                        |    |     |      |     |
|------------------------|----|-----|------|-----|
| Loại quả               | Lê | Táo | Nhãn | Nho |
| Tần số tương đối ( % ) | 20 | 30  | 40   | 10  |

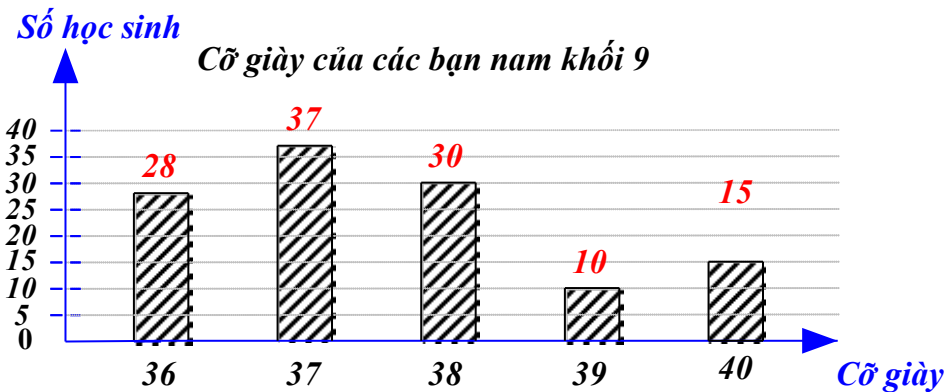
Hãy vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn bảng tần số tương đối đã cho.

**Bài 7.** Thống kê điểm kiểm tra môn Văn của 20 học sinh lớp 9C như sau:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 5 | 5 | 7 | 7 | 8 | 8 | 8 | 6 | 8 |
| 6 | 6 | 7 | 7 | 6 | 8 | 9 | 9 | 7 | 8 |

- Lập bảng tần số tương đối cho dãy dữ liệu trên.
- Vẽ biểu đồ hình cột biểu diễn bảng tần số tương đối thu được ở câu a

**Bài 8.** Cho biểu đồ hình cột sau cho biết cỡ giày của các bạn nam khối 9 trong trường.



Lập bảng tần số và tần số tương đối cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

**Bài 9.** Bảng sau thống kê số lượt nhấp chuột vào quảng cáo ở một trang Web vào tháng 5/2024

|                    |    |     |    |    |    |   |
|--------------------|----|-----|----|----|----|---|
| Số lượt nhấp chuột | 0  | 1   | 2  | 3  | 4  | 5 |
| Số người dùng      | 50 | 112 | 24 | 18 | 10 | 6 |

- Lập bảng tần số tương đối cho mẫu số liệu trên.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng hình quạt tròn biểu diễn số liệu trên.

**Bài 10.** Một cửa hàng thống kê số điện thoại bán được trong tháng 4/2023 và tháng 4/2024 ở bảng sau:

| Thương hiệu  | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | Các thương hiệu khác |
|--------------|-----|-----|-----|-----|----------------------|
| Tháng 4/2023 | 54  | 48  | 32  | 96  | 20                   |
| Tháng 4/2025 | 60  | 56  | 60  | 120 | 24                   |

- Hãy lựa chọn và vẽ biểu đồ phù hợp để thấy xu thế thay đổi lựa chọn thương hiệu điện thoại giữa hai đợt thống kê.
- Hãy cho biết trong các thương hiệu điện thoại  $A, B, C, D$  thương hiệu nào tăng trưởng cao nhất.

**C . HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TỰ LUẬN****Dạng 1. Lập bảng tần số, tần số tương đối**

**Bài 1:** Thống kê điểm kiểm tra môn Toán (hay còn gọi là mẫu số liệu thống kê) của 40 học sinh lớp 9A như sau:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 5 | 5 | 7 | 7 | 8 | 8 | 8 | 5 | 8 | 8 | 8 | 6 | 6 | 6 | 6 | 8 | 9 | 5 | 7 |
| 6 | 6 | 7 | 7 | 6 | 8 | 9 | 9 | 7 | 8 | 8 | 5 | 7 | 7 | 7 | 7 | 6 | 8 | 8 | 9 |

Lập bảng tần số và tần số tương đối cho dãy dữ liệu trên.

**Lời giải**

- Số học sinh được điểm 5;6;7;8;9 tương ứng là 6;8;10;12;4. Ta có bảng tần số sau:

|                   |   |   |    |    |   |          |
|-------------------|---|---|----|----|---|----------|
| <b>Điểm (x)</b>   | 5 | 6 | 7  | 8  | 9 | Cộng     |
| <b>Tần số (n)</b> | 6 | 8 | 10 | 12 | 4 | $n = 40$ |

- Tỷ số phần trăm của tần số  $m_1 = 6$  và số học sinh của lớp 9A là  $f_1 = \frac{6}{40} \cdot 100\% = 15\%$

- Tỷ số phần trăm được gọi là tần số tương đối của giá trị  $x_1$  ký hiệu  $f_1 = 15\%$

- Tương tự, các giá trị  $x_2 = 6; x_3 = 7; x_4 = 8; x_5 = 9$  lần lượt có các tần số tương đối là:

$$f_2 = \frac{8}{40} \cdot 100\% = 20\%; \quad f_3 = \frac{10}{40} \cdot 100\% = 25\%; \quad f_4 = \frac{12}{40} \cdot 100\% = 30\%; \quad f_5 = \frac{4}{40} \cdot 100\% = 10\%.$$

- Ta có thể lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê trên như sau:

-

|                             |    |    |    |    |    |      |
|-----------------------------|----|----|----|----|----|------|
| <b>Điểm (x)</b>             | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | Cộng |
| <b>Tần số tương đối (%)</b> | 15 | 20 | 25 | 30 | 10 | 100  |

**Bài 2:** Gieo một xúc xắc 32 lần liên tiếp, ghi lại số chấm trên mặt xuất hiện của xúc xắc, ta được mẫu số liệu thống kê như sau:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 4 | 4 | 6 | 6 | 5 | 5 | 4 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 4 | 4 |
| 5 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 4 | 4 | 5 | 2 | 3 | 4 | 2 | 6 | 2 | 2 |

Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê đó.

**Lời giải**

Tổng số lần gieo xúc xắc là  $n = 32$ . Số lần xuất hiện số chấm trên mặt xúc xắc là  $x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = 3; x_4 = 4; x_5 = 5; x_6 = 6$  tương ứng là  $m_1 = 4; m_2 = 8; m_3 = 4; m_4 = 8; m_5 = 4; m_6 = 4$ . Do đó các tần số tương đối của  $x_1; x_2; x_3; x_4; x_5; x_6$  lần lượt là:

$$f_1 = \frac{4}{32} \cdot 100\% = 12,5\%; \quad f_2 = \frac{8}{32} \cdot 100\% = 25\%; \quad f_3 = \frac{4}{32} \cdot 100\% = 12,5\%; \quad f_4 = \frac{8}{32} \cdot 100\% = 25\%$$

$$f_5 = \frac{4}{32} \cdot 100\% = 12,5\%; \quad f_6 = \frac{4}{32} \cdot 100\% = 12,5\%.$$

Ta có bảng tần số tương đối sau:

|                                     |   |   |   |   |   |   |      |
|-------------------------------------|---|---|---|---|---|---|------|
| <b>Số chấm trên mặt xúc sắc (x)</b> | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Cộng |
|-------------------------------------|---|---|---|---|---|---|------|

|                      |      |    |      |    |      |      |     |
|----------------------|------|----|------|----|------|------|-----|
| Tần số tương đối (%) | 12,5 | 25 | 12,5 | 25 | 12,5 | 12,5 | 100 |
|----------------------|------|----|------|----|------|------|-----|

**Bài 3:** Kết quả đánh giá chất lượng bằng điểm của 50 sản phẩm được cho trong bảng sau:

|                |    |    |    |    |          |
|----------------|----|----|----|----|----------|
| Điểm ( $x$ )   | 7  | 8  | 9  | 10 | Cộng     |
| Tần số ( $m$ ) | 10 | 16 | 20 | 4  | $n = 50$ |

Lập bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê đó.

**Lời giải**

Tổng số sản phẩm được đánh giá là  $n = 50$ . Số lần được đánh giá điểm số  $x_1 = 7$ ;  $x_2 = 8$ ;  $x_3 = 9$ ;  $x_4 = 10$ ; tương ứng là  $m_1 = 10$ ;  $m_2 = 16$ ;  $m_3 = 20$ ;  $m_4 = 4$ . Do đó các tần số tương đối của  $x_1; x_2; x_3; x_4$  lần lượt là:

$$f_1 = \frac{10}{50} \cdot 100\% = 20\%; f_2 = \frac{16}{50} \cdot 100\% = 32\%; f_3 = \frac{20}{50} \cdot 100\% = 40\%; f_4 = \frac{4}{50} \cdot 100\% = 8\%.$$

Ta có bảng tần số tương đối sau:

|                        |    |    |    |    |      |
|------------------------|----|----|----|----|------|
| Điểm ( $x$ )           | 7  | 8  | 9  | 10 | Cộng |
| Tần số tương đối ( % ) | 20 | 32 | 40 | 8  | 100  |

**Bài 4.** Biểu đồ tranh sau đây biểu diễn số số lượng học sinh lớp 9B bình chọn môn học yêu thích nhất:

|               |                                                                                      |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| Môn Toán      |  |
| Môn Văn       |   |
| Môn ngoại ngữ |   |

(Mỗi một  biểu diễn cho 2 học sinh)

Lập bảng tần số tương đối cho dữ liệu được biểu diễn trong biểu đồ tranh trên.

**Lời giải**

Tổng số học sinh tham gia bình chọn là  $n = 32$ . Số học sinh yêu thích môn Toán, Văn, Anh lần lượt là  $m_1 = 14$ ;  $m_2 = 8$ ;  $m_3 = 10$ . Do đó các tần số tương đối lần lượt là:

$$f_1 = \frac{14}{32} \cdot 100\% = 43,75\%; f_2 = \frac{8}{32} \cdot 100\% = 25\%; f_3 = \frac{10}{32} \cdot 100\% = 31,25\%.$$

Ta có bảng tần số tương đối sau:

|                        |       |     |       |      |
|------------------------|-------|-----|-------|------|
| Môn yêu thích          | Toán  | Văn | Anh   | Cộng |
| Tần số tương đối ( % ) | 43,75 | 25  | 31,25 | 100  |

**Bài 5.** Cho bảng tần số tương đối của một dãy dữ liệu ghi lại kết quả 20 lần bắn bia của một xạ thủ như sau:

|                        |    |    |    |    |    |      |
|------------------------|----|----|----|----|----|------|
| Điểm ( $x$ )           | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | Cộng |
| Tần số tương đối ( % ) | 15 | 20 | 25 | 30 | 10 | 100  |

Tính tần số tương ứng của các điểm 5; 6; 7; 8; 9 mà xạ thủ đó bắn được.

**Lời giải**

Ta có:  $f_i = \frac{m_i}{n} \cdot 100\%$  suy ra  $m_i = f_i \cdot n : 100$

- Tần số của  $x_1 = 5$  là  $m_1 = 15 \cdot 20 : 100 = 3$

- Tần số của  $x_2 = 6$  là  $m_2 = 20 \cdot 20 : 100 = 4$

- Tần số của  $x_3 = 7$  là  $m_3 = 25 \cdot 20 : 100 = 5$

- Tần số của  $x_4 = 8$  là  $m_4 = 30 \cdot 20 : 100 = 6$

- Tần số của  $x_5 = 9$  là  $m_5 = 10 \cdot 20 : 100 = 2$ .

**Dạng 2. Biểu đồ tần số, tần số tương đối**

**Bài 6.** Cho bảng tần số tương đối của một cửa hàng bán hoa quả trong một ngày như sau.

| Loại quả             | Lê | Táo | Nhãn | Nho |
|----------------------|----|-----|------|-----|
| Tần số tương đối (%) | 20 | 30  | 40   | 10  |

Hãy vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn bảng tần số tương đối đã cho.

**Lời giải**

Từ các số liệu thống kê tính theo tỉ số phần trăm ở bảng trên, ta có các số đo cung tương ứng với các đối tượng thống ở bảng sau:

| Loại quả           | Lê | Táo | Nhãn | Nho |
|--------------------|----|-----|------|-----|
| Số đo (đơn vị: độ) | 72 | 108 | 144  | 36  |



**Bài 7.** Thống kê điểm kiểm tra môn Văn của 20 học sinh lớp 9C như sau:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 5 | 5 | 7 | 7 | 8 | 8 | 8 | 6 | 8 |
| 6 | 6 | 7 | 7 | 6 | 8 | 9 | 9 | 7 | 8 |

a) Lập bảng tần số tương đối cho dãy dữ liệu trên.

b) Vẽ biểu đồ hình cột biểu diễn bảng tần số tương đối thu được ở câu a

**Lời giải**

a) Số học sinh được điểm 5; 6; 7; 8; 9 tương ứng là 3; 4; 5; 6; 2. Ta có :

- Tỉ số phần trăm của tần số  $m_1 = 3$  và số học sinh của lớp 9C là  $f_1 = \frac{3}{20} \cdot 100\% = 15\%$

- Tần số tương đối của giá trị  $x_1$  ký hiệu  $f_1 = 15\%$

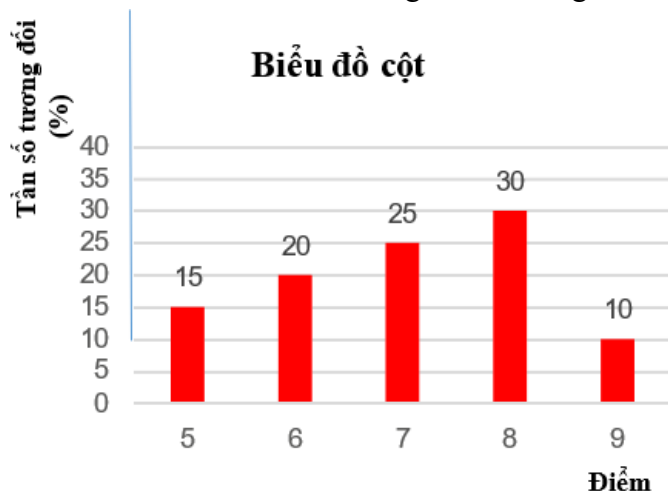
- Tương tự, các giá trị  $x_2 = 6; x_3 = 7; x_4 = 8; x_5 = 9$  lần lượt có các tần số tương đối là:

$$f_2 = \frac{4}{20} \cdot 100\% = 20\%; \quad f_3 = \frac{5}{20} \cdot 100\% = 25\%; \quad f_4 = \frac{6}{20} \cdot 100\% = 30\%; \quad f_5 = \frac{2}{20} \cdot 100\% = 10\%.$$

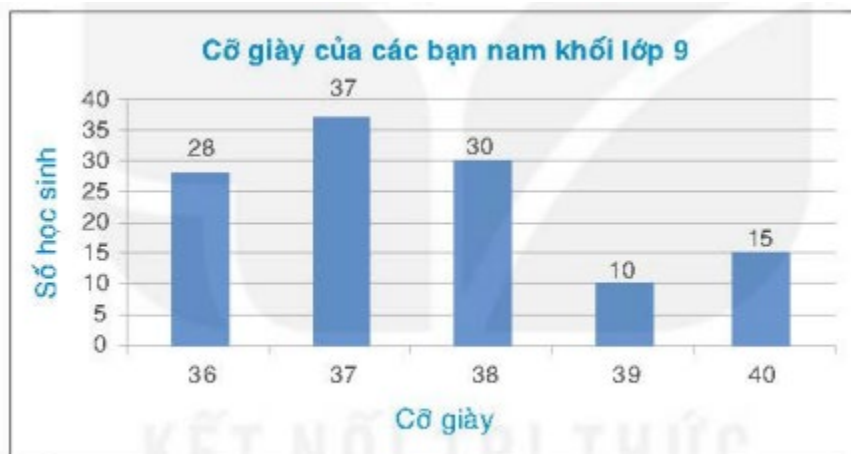
- Bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê trên như sau:

| Điểm (x)             | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | Cộng |
|----------------------|----|----|----|----|----|------|
| Tần số tương đối (%) | 15 | 20 | 25 | 30 | 10 | 100  |

b) Vẽ biểu đồ hình cột biểu diễn bảng tần số tương đối thu được ở câu a:



**Bài 8.** Cho biểu đồ hình cột sau cho biết cỡ giày của các bạn nam khối 9 trong trường.



Lập bảng tần số và tần số tương đối cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

### Lời giải

-Bảng tần số:

| Cỡ giày | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |           |
|---------|----|----|----|----|----|-----------|
| Tần số  | 28 | 37 | 30 | 10 | 15 | $n = 120$ |

-Ta có:  $f_1 = \frac{28}{120} \cdot 100\% = 23,33\%$ ;  $f_2 = \frac{37}{120} \cdot 100\% = 30,84\%$ ;  $f_3 = \frac{30}{120} \cdot 100\% = 25\%$ ;

$$f_4 = \frac{10}{120} \cdot 100\% = 8,33\%; \quad f_5 = \frac{15}{120} \cdot 100\% = 12,5\%.$$

-Bảng tần số tương đối:

| Cỡ giày | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
|---------|----|----|----|----|----|
|---------|----|----|----|----|----|

|                     |       |       |    |      |      |
|---------------------|-------|-------|----|------|------|
| Tần số tương đối(%) | 23,33 | 30,84 | 25 | 8,33 | 12,5 |
|---------------------|-------|-------|----|------|------|

**Bài 9.** Bảng sau thống kê số lượt nhấp chuột vào quảng cáo ở một trang Web vào tháng 5/2024

|                    |    |     |    |    |    |   |
|--------------------|----|-----|----|----|----|---|
| Số lượt nhấp chuột | 0  | 1   | 2  | 3  | 4  | 5 |
| Số người dùng      | 50 | 112 | 24 | 18 | 10 | 6 |

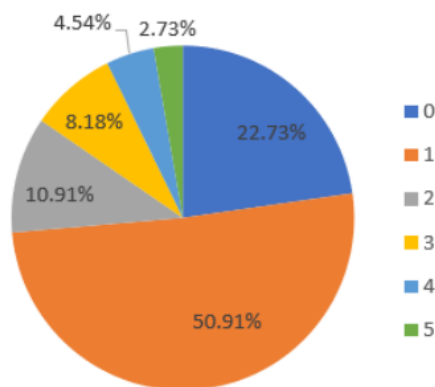
- c) Lập bảng tần số tương đối cho mẫu số liệu trên.  
d) Vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng hình quạt tròn biểu diễn số liệu trên.

**Lời giải**

- a) Bảng tần số tương đối:

|                     |       |       |       |      |      |      |
|---------------------|-------|-------|-------|------|------|------|
| Số lượt nhấp chuột  | 0     | 1     | 2     | 3    | 4    | 5    |
| Tần số tương đối(%) | 22,73 | 50,91 | 10,91 | 8,18 | 4,54 | 2,73 |

- b) Biểu đồ tần số tương đối dạng hình quạt tròn



Tần số tương đối của số lượt nhấp chuột

**Bài 10.** Một cửa hàng thống kê số điện thoại bán được trong tháng 4/2023 và tháng 4/2024 ở bảng sau:

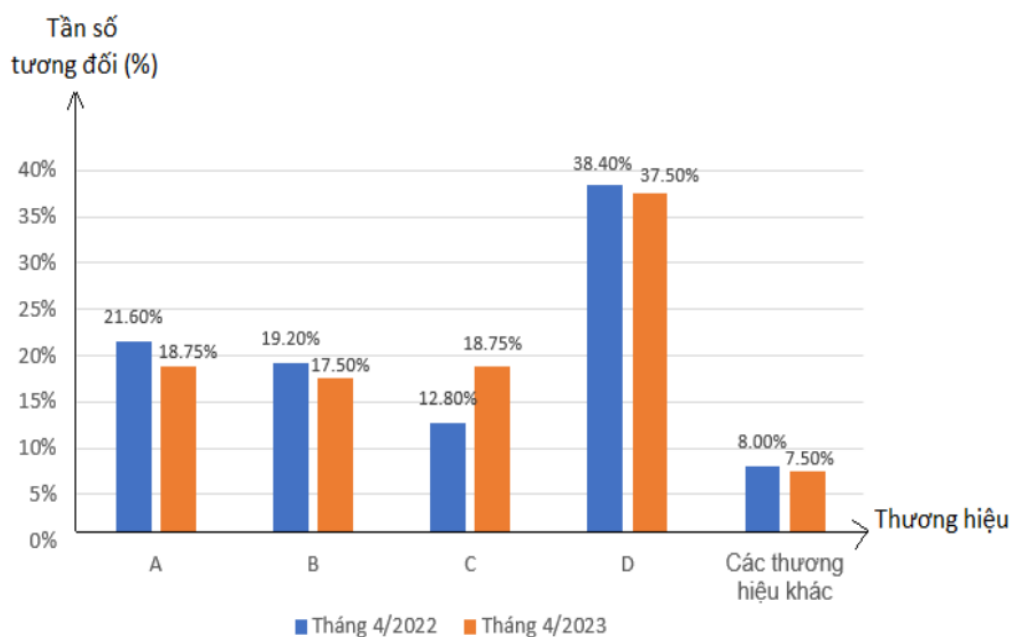
| Thương hiệu  | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | Các thương hiệu khác |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------------------|
| Tháng 4/2023 | 54       | 48       | 32       | 96       | 20                   |
| Tháng 4/2025 | 60       | 56       | 60       | 120      | 24                   |

- c) Hãy lựa chọn và vẽ biểu đồ phù hợp để thấy xu thế thay đổi lựa chọn thương hiệu điện thoại giữa hai đợt thống kê.  
d) Hãy cho biết trong các thương hiệu điện thoại *A, B, C, D* thương hiệu nào tăng trưởng cao nhất.

**Lời giải**

- a) Bảng tần số tương đối:

| Thương hiệu                         | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | Các thương hiệu khác |
|-------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------------------|
| Tần số tương đối trong tháng 4/2023 | 21,6     | 19,2     | 12,8     | 38,4     | 8                    |
| Tần số tương đối trong tháng 4/2025 | 18,75    | 17,5     | 18,75    | 37,5     | 7,5                  |



Tần số tương đối của thương hiệu điện thoại giữa hai đợt thống kê

- b) Thương hiệu tăng trưởng cao nhất là thương hiệu *C* (tăng 2,85%)  
 Thương hiệu tăng trưởng thấp nhất là thương hiệu *A* (giảm 5,95%)

## BÀI 3. TẦN SỐ GHEP NHÓM.

### TẦN SỐ TƯƠNG ĐỐI GHEP NHÓM

#### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

##### Kiến thức cần nhớ

##### I. Mẫu số liệu ghép nhóm

Trong thống kê, ta quy ước:

- Nửa khoảng  $[a;b)$  là tập hợp các giá trị  $x$  của số liệu sao cho  $x \geq a$  và  $x < b$
- Độ dài của nửa khoảng  $[a;b)$  là  $b - a$ ;
- Khi một nhóm ứng với nửa khoảng  $[a;b)$  thì ta gọi  $a$  là đầu mút trái và  $b$  là đầu mút phải của nhóm đó.
- Để chuyển mẫu số liệu không ghép nhóm thành mẫu số liệu ghép nhóm, ta có thể thực hiện như sau:
  - Tìm nửa khoảng  $[a;b)$  sao cho giá trị của mỗi số liệu trong mẫu số liệu đều thuộc nửa khoảng  $[a;b)$ ;
  - Ta thường phân chia nửa khoảng  $[a;b)$  thành các nửa khoảng có độ dài bằng nhau.
- **Chú ý:** Khi ghép nhóm số liệu, đầu mút của các nhóm có thể không phải là giá trị của mẫu số liệu.

##### II. Tần số ghép nhóm. bảng tần số ghép nhóm

- Trong một mẫu số liệu ghép nhóm, tần số ghép nhóm (hay tần số) của một nhóm là số số liệu trong mẫu số liệu thuộc vào nhóm đó. Tần số của nhóm 1, nhóm 2, nhóm  $m$  kí hiệu lần lượt là  $n_1, n_2, \dots, n_m$
- Ta có thể trình bày gọn gàng mẫu số liệu ghép nhóm trong bảng tần số ghép nhóm.
- Để lập bảng tần số ghép nhóm ở dạng bảng ngang, ta có thể làm như sau:
 

**Bước 1.** Xác định các nhóm của mẫu dữ liệu ghép nhóm và tìm tần số của mỗi nhóm đó

**Bước 2.** Lập bảng gồm 2 dòng và một số cột

Theo thứ tự từ trên xuống dưới, ta lần lượt ghi:

  - Cột đầu tiên: Nhóm, Tần số ( $n$ );
  - Các cột tiếp theo lần lượt ghi tên nhóm và tần số của nhóm đó;
  - Cột cuối cùng: Cộng,  $N = \dots$

**Chú ý:** Bảng tần số ghép nhóm ở dạng bảng dọc được lập bằng cách tương tự như trên.

##### III. Tần số tương đối ghép nhóm. bảng tần số tương đối ghép nhóm. biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm

##### 1. Tần số tương đối ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm

Tần số tương đối ghép nhóm (hay tần số tương đối)  $f_i$  của nhóm  $i$  là tỉ số giữa tần số  $n$

của nhóm đó và số lượng  $N$  các số liệu trong mẫu số liệu thống kê:  $f_i = \frac{n_i}{N}$

Ta thường viết tần số tương đối dưới dạng phần trăm.

Ta có thể trình bày gọn gàng một mẫu số liệu ghép nhóm trong *bảng tần số tương đối ghép nhóm* của mẫu số liệu đó.

Để lập bảng tần số tương đối ghép nhóm có dạng như ở *Bảng 30*, ta có thể làm như sau:

**Bước 1.** Xác định các nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm và tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó

**Bước 2.** Lập bảng gồm 2 dòng và một số cột

Theo thứ tự từ trên xuống dưới, ta lần lượt ghi:

- Cột đầu tiên: Nhóm, Tần số tương đối (%);
- Các cột tiếp theo lần lượt ghi nhóm và tần số tương đối của nhóm đó;
- Cột cuối cùng: Cộng, 100.

**Chú ý:** Bảng tần số tương đối ghép nhóm có dạng như ở *Bảng 31* được lập bằng cách tương tự như trên.

## 2. Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm

- Để trình bày mẫu số liệu ghép nhóm một cách trực quan sinh động, dễ nhớ và gây ấn tượng, người ta sử dụng biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm (ở dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng).
- Để vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột của một mẫu số liệu ghép nhóm, ta có thể thực hiện các bước sau:

**Bước 1.** Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho

**Bước 2.** Vẽ biểu đồ cột biểu diễn số liệu thống kê trong bảng tần số tương đối ghép nhóm nhận được ở *Bước 1*.

- Để vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ đoạn thẳng của một mẫu số liệu ghép nhóm, ta có thể thực hiện các bước sau:

**Bước 1.** Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho

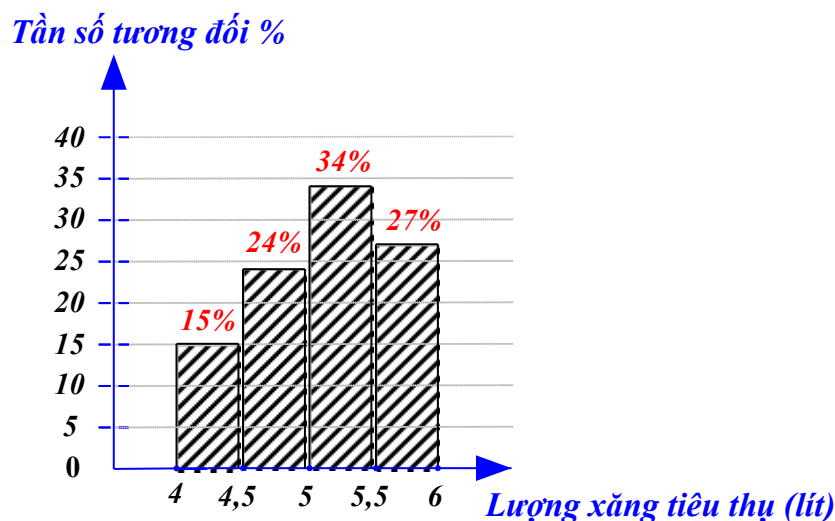
**Bước 2.** Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn các số liệu trong bảng tần số ghép nhóm nhận được ở *Bước 1*.

## B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

### I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

**Bài toán 1:** Sử dụng dữ liệu sau để trả lời các câu hỏi 1, 2, 3.

Một doanh nghiệp sản xuất xe ô tô khảo sát lượng xăng tiêu thụ trên 100 km của một số loại xe ô tô trên thị trường. Kết quả khảo sát được biểu diễn trong biểu đồ bên dưới:



**Câu 1.** Tần số tương đối của số lượng xe ô tô tiêu thụ lượng xăng lớn hoặc bằng 5 và nhỏ hơn 5,5 là:

- A. 15% .                      B. 24% .                      C. 34% .                      D. 27% .

**Câu 2.** Tần số tương đối của số lượng xe ô tô tiêu thụ lượng xăng lớn hoặc bằng 4 và nhỏ hơn 4,5 là:

- A. 15% .                      B. 24% .                      C. 34% .                      D. 27% .

**Câu 3.** Khoảng tiêu thụ xăng phổ biến nhất là:

- A. Từ 4 đến dưới 4,5 lít.                      B. Từ 4,5 đến dưới 5 lít.  
C. Từ 5 đến dưới 5,5 lít.                      D. Từ 5,5 đến dưới 6 lít.

**Bài toán 2:** Sử dụng dữ liệu sau để trả lời các câu hỏi 4;5

Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết pin của một số máy vi tính cùng loại được thống kê lại ở bảng sau:

| Thời gian (giờ) | $[7,2; 7,4)$ | $[7,4; 7,6)$ | $[7,6; 7,8)$ | $[7,8; 8,0)$ |
|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Tần số ( $n$ )  | 2            | 4            | 7            | 6            |

**Câu 4.** Số lượng máy tính có thời gian sử dụng từ 7,4 đến 7,6 giờ là:

- A. 2 .                      B. 4 .                      C. 7 .                      D. 6 .

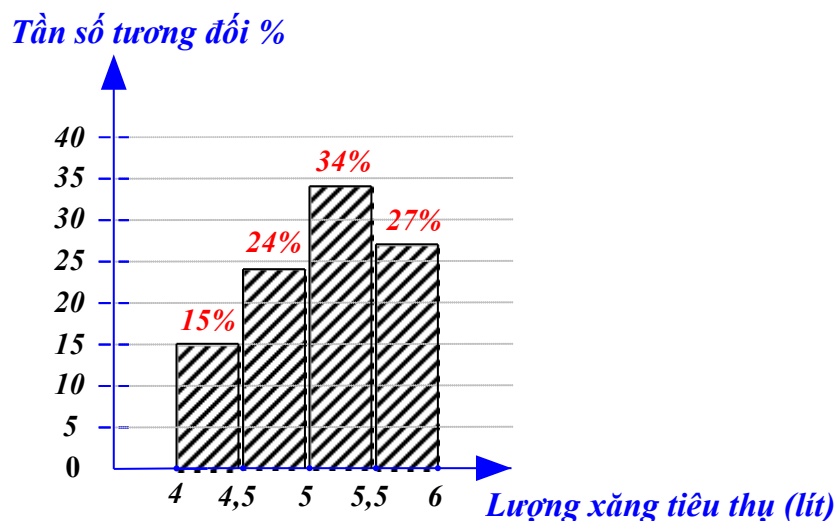
**Câu 5.** Khoảng thời gian sử dụng nào có nhiều máy tính nhất?

- A.  $[7,2; 7,4)$  .                      B.  $[7,4; 7,6)$  .                      C.  $[7,6; 7,8)$  .                      D.  $[7,8; 8,0)$  .

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

**Bài toán 3:** Sử dụng dữ liệu sau để trả lời các câu hỏi 4, 5.

Một doanh nghiệp sản xuất xe ô tô khảo sát lượng xăng tiêu thụ trên 100 km của một số loại xe ô tô trên thị trường. Kết quả khảo sát được biểu diễn trong biểu đồ bên dưới:



**Câu 6.** Tần số tương đối của số lượng xe ô tô tiêu thụ dưới 5 lít xăng cho 100 km là:

- A. 24%.                      B. 39%.                      C. 61%.                      D. 76%.

**Câu 7.** Trong 300 chiếc xe được khảo sát, có bao nhiêu chiếc xe tiêu thụ hết từ 5 đến dưới 5,5 lít xăng khi đi hết quãng đường 100 km?

- A. 102.                      B. 81.                      C. 45.                      D. 72.

**Bài toán 4:** Sử dụng dữ liệu sau để trả lời các câu hỏi 8, 9.

Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết pin của một số máy vi tính cùng loại được thống kê lại ở bảng sau:

| Thời gian (giờ) | $[7,2; 7,4)$ | $[7,4; 7,6)$ | $[7,6; 7,8)$ | $[7,8; 8,0)$ |
|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Tần số ( $n$ )  | 2            | 4            | 7            | 6            |

**Câu 8.** Người ta đã thực hiện khảo sát số lượng máy tính là:

- A. 18.                      B. 19.                      C. 20.                      D. 22.

**Câu 9.** Số lượng máy tính có thời gian sử dụng từ 7,4 đến 7,8 giờ là:

- A. 11.                      B. 12.                      C. 13.                      D. 14.

**Câu 10.** Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu sản phẩm mới. Người điều tra yêu cầu mỗi người được phỏng vấn cho điểm mẫu sản phẩm đó theo thang điểm là 100. Kết quả thống kê là như sau:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 50 | 60 | 62 | 64 | 71 | 73 | 70 | 70 | 70 | 75 |
| 75 | 52 | 55 | 69 | 80 | 75 | 75 | 78 | 79 | 73 |
| 55 | 72 | 71 | 85 | 82 | 90 | 78 | 78 | 75 | 75 |
| 65 | 85 | 87 | 77 | 81 | 79 | 99 | 75 | 70 | 72 |

Ghép các số liệu thành năm nhóm như sau:  $[50; 60)$ ;  $[60; 70)$ ;  $[70; 80)$ ;  $[80; 90)$ ;  $[90; ?)$ .

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm  $[50; 60)$  là:

- A. 10%.                      B. 12,5%.                      C. 5%.                      D. 15%.

## III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

**Bài toán 5:** Sử dụng dữ liệu sau để trả lời các câu hỏi 11, 12, 13, 14, 15.

Bảng dưới đây ghi lại cự li ném tạ (đơn vị: mét) của một vận động viên trước và sau một đợt tập huấn đặc biệt.

| Cự li (m)                 | [20;20,2) | [20,2;20,4) | [20,4;20,6) | [20,6;20,8) | [20,8;21) | [21;21,2) |
|---------------------------|-----------|-------------|-------------|-------------|-----------|-----------|
| Tần số trước đợt tập huấn | 3         | 5           | 5           | 2           | 1         | 0         |
| Tần số sau đợt tập huấn   | 1         | 2           | 4           | 5           | 3         | 1         |

**Câu 11.** Mỗi lần khảo sát, người ta đã thực hiện thống kê số lần ném là:

- A. 14.                      B. 15.                      C. 16.                      D. 17.

**Câu 12.** Tần số tương đối của số lần vận động viên ném dưới 20,4 m trước khi tập huấn là:

- A. 18,75%.                      B. 25%.                      C. 31,25%.                      D. 50%.

**Câu 13.** Tần số tương đối của số lần vận động viên ném từ 20,8 m trở lên sau khi tập huấn là:

- A. 20%.                      B. 25%.                      C. 30%.                      D. 35%.

**Câu 14.** Tần số tương đối của số lần vận động viên ném từ 20,8 m trở lên sau khi tập huấn tăng thêm:

- A. 18,75%.                      B. 30,5%.                      C. 35%.                      D. 37,5%.

**Câu 15.** Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu sản phẩm mới. Người điều tra yêu cầu mỗi người được phỏng vấn cho điểm mẫu sản phẩm đó theo thang điểm là 100. Kết quả thống kê là như sau:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 50 | 60 | 62 | 64 | 71 | 73 | 70 | 70 | 70 | 75 |
| 75 | 52 | 55 | 69 | 80 | 75 | 75 | 78 | 79 | 73 |
| 55 | 72 | 71 | 85 | 82 | 90 | 78 | 78 | 75 | 75 |
| 65 | 85 | 87 | 77 | 81 | 79 | 99 | 75 | 70 | 72 |

Khi vẽ biểu đồ bảng tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng, điểm  $M(85;6)$  ứng với nhóm số liệu nào:

- A. [60;70).                      B. [70;80).                      C. [80;90).                      D. [90;100).

## IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

**Câu 16.** Bảng dưới đây ghi lại cự li ném tạ (đơn vị: mét) của một vận động viên trước và sau một đợt tập huấn đặc biệt.

| Cự li (m)                 | [20;20,2) | [20,2;20,4) | [20,4;20,6) | [20,6;20,8) | [20,8;21) | [21;21,2) |
|---------------------------|-----------|-------------|-------------|-------------|-----------|-----------|
| Tần số trước đợt tập huấn | 3         | 5           | 5           | 2           | 1         | 0         |
| Tần số sau đợt tập huấn   | 1         | 2           | 4           | 5           | 3         | 1         |

Tần số tương đối của số lần vận động viên ném dưới 20,2 m sau khi tập huấn giảm đi:

A. 12,5%.

B. 15,5%.

C. 35%.

D. 31,25%

Sử dụng dữ liệu sau để trả lời các câu hỏi 21, 22, 23, 24.

Bảng dưới đây ghi lại khối lượng (đơn vị: ki lô gam) của một hai nhóm cá mè trong cùng một cái ao.

| Khối lượng (kg)     | [0,6;0,8) | [0,8;1,0) | [1,0;1,2) | [1,2;1,4) | [1,4;1,6) | Tổng |
|---------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------|
| Nhóm cá mè thứ nhất | 4         | 6         | 6         | 4         | 0         | 20   |
| Nhóm cá mè thứ hai  | 3         | 4         | 5         | 5         | 3         | 20   |

**Câu 17.** Tần số tương đối của số cá nặng dưới 1,2 kg trong nhóm cá mè thứ nhất là:

A. 20%.

B. 30%.

C. 100%.

D. 80%.

**Câu 18.** Tần số tương đối của số cá nặng từ 1,2 kg trở lên trong nhóm cá mè thứ hai là:

A. 30%.

B. 40%.

C. 15%.

D. 25%.

**Câu 19.** Tần số tương đối của số cá nặng dưới 1,2 kg trong nhóm cá mè thứ nhất nhiều hơn trong nhóm cá mè thứ hai là:

A. 10%.

B. 15%.

C. 20%.

D. 25%.

**Câu 20.** Tần số tương đối của số cá nặng từ 1,2 kg trở lên trong nhóm cá mè thứ hai nhiều hơn trong nhóm cá mè thứ nhất là:

A. 20%.

B. 25%.

C. 30%.

D. 35%.

### C. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

#### Dạng 1. Tần số ghép nhóm và bảng tần số ghép nhóm

**Bài 1.** Chiều cao (đơn vị: mét) của 35 cây bạch đàn được cho như sau:

|     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 6,6 | 7,2 | 8,0 | 8,0 | 7,5 | 7,5 | 7,7 |
| 6,6 | 7,2 | 8,0 | 8,0 | 7,5 | 7,5 | 7,7 |
| 8,2 | 8,3 | 7,8 | 7,9 | 8,2 | 7,4 | 8,3 |
| 7,8 | 8,7 | 8,6 | 8,5 | 7,9 | 7,7 | 8,1 |
| 9,0 | 7,0 | 8,1 | 8,0 | 8,9 | 9,4 | 9,2 |

Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau

**Bài 2.** Nhà may Hưng Thịnh tặng áo phông cho 40 học sinh của lớp 9A. Nhà may đo chiều cao (đơn vị: centimét) của cả lớp để quyết định chọn các cỡ áo khi may, kết quả như sau:

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 161 | 159 | 168 | 153 | 150 | 157 | 172 | 165 | 161 | 158 |
| 169 | 153 | 164 | 167 | 172 | 174 | 163 | 156 | 166 | 166 |
| 161 | 152 | 165 | 169 | 160 | 152 | 165 | 163 | 174 | 168 |
| 159 | 168 | 164 | 169 | 156 | 172 | 167 | 158 | 161 | 160 |

a) Mẫu số liệu trên có bao nhiêu giá trị khác nhau?

b) Có nên dùng bảng tần số (hay bảng tần số tương đối) để biểu diễn mẫu số liệu thống kê đó không?

- c) Mẫu số liệu thống kê ở trên đã được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng:  $[150; 155)$ ,  $[155; 160)$ ,  $[160; 165)$ ,  $[165; 170)$ ,  $[170; 175)$ . Có bao nhiêu số liệu trong mẫu số liệu đó thuộc vào nhóm 1

**Bài 3.** Khối lượng (đơn vị: gam) của 30 củ khoai tây thu hoạch được ở gia đình bác Ngọc là:

|     |     |     |    |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 90  | 73  | 88  | 93 | 101 | 104 | 111 | 95  | 78  | 95  |
| 81  | 97  | 96  | 92 | 95  | 83  | 90  | 101 | 103 | 117 |
| 109 | 110 | 112 | 87 | 75  | 90  | 82  | 97  | 86  | 96  |

- a) Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm sau:  $[70; 80)$ ,  $[80; 90)$ ,  $[90; 100)$ ,  $[100; 110)$ ,  $[110; 120)$ . Tìm tần số của mỗi nhóm đó.
- b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó

**Bài 4.** Bảng sau ghi lại thời gian một bác sĩ khám cho một số bệnh nhân (đơn vị: phút):

|      |     |     |     |     |      |     |      |      |     |
|------|-----|-----|-----|-----|------|-----|------|------|-----|
| 10,1 | 7,7 | 9,4 | 9,1 | 6,7 | 5,9  | 6,7 | 11,7 | 6,9  | 5,4 |
| 6,0  | 5,8 | 8,7 | 6,4 | 5,3 | 12,3 | 7,4 | 9,1  | 11,8 | 6,5 |

- a) Hãy chia số liệu thành 5 nhóm, với nhóm thứ nhất là các bệnh nhân có thời gian khám từ 5 phút đến dưới 6,5 phút và lập bảng tần số ghép nhóm.
- b) Xác định nhóm có tần số cao nhất và nhóm có tần số thấp nhất

**Bài 5.** Chỉ số phát triển con người (HDI) là chỉ tiêu tổng hợp phản ánh các mặt thu nhập, sức khỏe, giáo dục của người dân trong một quốc gia. Các nước và vùng lãnh thổ trên thế giới được chia thành 4 nhóm theo HDI: Nhóm 1(rất cao) có HDI từ 0,8 trở lên; Nhóm 2(cao) có HDI từ 0,7 đến dưới 0,8; Nhóm 3(trung bình) có HDI từ 0,55 đến dưới 0,7; Nhóm 4(thấp) có HDI dưới 0,55. Năm 2021, chỉ số HDI của 11 quốc gia Đông Nam Á như sau.

**0,939   0,829   0,803   0,8   0,705   0,703   0,699   0,607   0,607   0,593   0,585**

Dựa vào dữ liệu trên., hãy hoàn thành bảng tần số ghép nhóm sau:

| Chỉ số HDI | $[0; 0,55)$ | $[0,55; 0,7)$ | $[0,7; 0,8)$ | $[0,8; 1)$ |
|------------|-------------|---------------|--------------|------------|
| Tần số     | ?           | ?             | ?            | ?          |

## Dạng 2. Tần số tương đối ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm

**Bài 1.** Xét mẫu số liệu được ghép nhóm với bảng tần số ghép nhóm sau:

| Nhóm       | $[150; 155)$ | $[155; 160)$ | $[160; 165)$ | $[165; 170)$ | $[170; 175)$ | Cộng     |
|------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|----------|
| Tần số (n) | 5            | 7            | 10           | 13           | 5            | $N = 40$ |

Tính tỉ số phần trăm của tần số  $n_1 = 5$  và  $N = 40$

**Bài 2.** Thống kê số lần truy cập Internet của 30 người trong một tuần như sau:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 85 | 81 | 65 | 58 | 47 | 30 | 51 | 89 | 85 | 42 |
| 55 | 37 | 31 | 82 | 63 | 33 | 44 | 88 | 77 | 57 |
| 44 | 74 | 63 | 67 | 46 | 73 | 52 | 53 | 47 | 35 |

- a) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu đó sau khi ghép nhóm theo sáu nhóm sau:

$[30; 40)$ ,  $[40; 50)$ ,  $[50; 60)$ ,  $[60; 70)$ ,  $[70; 80)$ ,  $[80; 90)$ .

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu đó.

**Bài 3.**

Giáo viên chủ nhiệm lớp 9C đã thu được kết quả như sau: Thời gian tự học dưới 1 giờ có 10 bạn; từ 1 giờ đến dưới 2 giờ có 15 bạn; từ 2 giờ đến dưới 3 giờ có 8 bạn; từ 3 giờ đến dưới 4 giờ có 7 bạn. Dựa vào dữ liệu trên, hãy hoàn thành các bảng sau vào vở:

| Thời gian (Giờ) | $[0; 1)$ | $[1; 2)$ | $[2; 3)$ | $[3; 4)$ |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|
| Tần số          | ?        | ?        | ?        | ?        |

**Bảng 1**

| Thời gian (Giờ)  | $[0; 1)$ | $[1; 2)$ | $[2; 3)$ | $[3; 4)$ |
|------------------|----------|----------|----------|----------|
| Tần số tương đối | ?        | ?        | ?        | ?        |

**Bảng 2****Bài 4.**

Cho bảng tần số ghép nhóm về tuổi thọ của một số ong mật cái như sau:

| Tuổi thọ (ngày) | $[30; 40)$ | $[40; 50)$ | $[50; 60)$ |
|-----------------|------------|------------|------------|
| Tần số          | 12         | 23         | 15         |

a) Đọc và giải thích bảng thống kê trên.

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho bảng thống kê này.

**Bài 5.**

Bạn Phương Linh ghi lại thời gian truy cập Internet của mình mỗi ngày (đơn vị: giờ) trong vòng 1 tháng như sau.

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,2 | 3,2 | 2,4 | 2,7 | 0,5 | 2,6 | 4,8 | 2,4 | 4,2 | 2,4 |
| 3,7 | 2,3 | 3,5 | 4,9 | 0,4 | 0,6 | 1,5 | 4,6 | 1,7 | 3,4 |
| 3,9 | 2,1 | 3,4 | 2,7 | 1,5 | 1,8 | 2,9 | 3,5 | 3,9 | 1,6 |

Bạn Phương Linh đánh giá mức độ sử dụng Internet mỗi ngày của mình theo tiêu chí sau:

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1,2 | 3,2 | 2,4 | 2,7 | 0,5 | 2,6 | 4,8 | 2,4 | 4,2 | 2,4 |
| 3,7 | 2,3 | 3,5 | 4,9 | 0,4 | 0,6 | 1,5 | 4,6 | 1,7 | 3,4 |
| 3,9 | 2,1 | 3,4 | 2,7 | 1,5 | 1,8 | 2,9 | 3,5 | 3,9 | 1,6 |

Hãy xác định tỉ lệ các ngày trong tháng bạn Phương Linh cập Internet mức độ “Rất nhiều”

**Bài 6.**

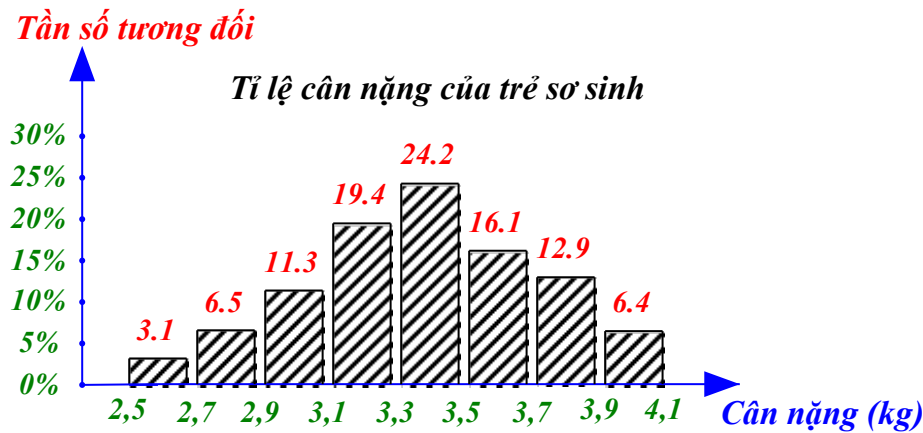
Ông Thành ghi lại chiều cao (đơn vị: cm) của các cây bạch đàn giống vừa được chuyển đến nông trường ở bảng sau.

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 16,4 | 19   | 29,6 | 18,3 | 21,8 | 20,6 | 22,2 | 27,1 | 23,3 | 19,5 |
| 21,2 | 15,9 | 28,6 | 18   | 29,8 | 27,2 | 18,1 | 28,4 | 18,8 | 23,5 |
| 29,2 | 23,8 | 29,6 | 25   | 24,4 | 15,4 | 23,8 | 16   | 17,2 | 23,5 |

Hãy chia dữ liệu trên thành 5 nhóm, với nhóm đầu tiên gồm các cây có chiều cao từ 15 cm đến dưới 18 cm và bảng tần số tương đối ghép nhóm tương ứng.

**Dạng 3. Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm.**

**Bài 1.** Biểu đồ hình bên dưới, cho biết tỉ lệ cân nặng của 62 trẻ sơ sinh tại một bệnh viện:



- a) Đọc và giải thích số liệu được biểu diễn trên biểu đồ
- b) Lập bảng thống kê cho số liệu được biểu diễn trên biểu đồ. Bảng thống kê đó có phải là bảng tần số tương đối ghép nhóm không?

**Bài 2.** Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng sau về chiều cao của một số cây chà là giống 3 tháng tuổi:

|                  |          |          |          |          |
|------------------|----------|----------|----------|----------|
| Chiều cao (cm)   | [30; 34) | [34; 38) | [38; 42) | [42; 46) |
| Tần số tương đối | 20%      | 35%      | 30%      | 15%      |

**Bài 3.** Cho bảng tần số ghép nhóm sau về thời gian gọi (phút) của một số cuộc gọi điện thoại:

|                  |            |            |            |            |             |
|------------------|------------|------------|------------|------------|-------------|
| Thời gian (phút) | [0,5; 2,5) | [2,5; 4,5) | [4,5; 6,5) | [6,5; 8,5) | [8,5; 10,5) |
| Số cuộc gọi      | 6          | 14         | 20         | 12         | 8           |

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng cho bảng thống kê trên

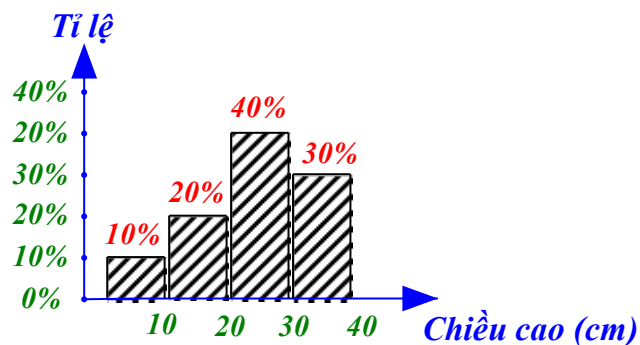
**Bài 4.** Sau khi điều tra về số học sinh trong 100 lớp học (đơn vị: học sinh), người ta có bảng tần số ghép nhóm như ở bảng sau:

| Nhóm        | Tần số (n)     |
|-------------|----------------|
| [36; 38)    | 20             |
| [38; 40)    | 15             |
| [40; 42)    | 25             |
| [42; 44)    | 30             |
| [44; 46)    | 10             |
| <b>Cộng</b> | <b>N = 100</b> |

- a) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó.
- b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó
- c) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

**Bài 5.** Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm hình bên dưới, cho biết tỉ lệ chiều cao của các cây keo giống do một kĩ sư lâm nghiệp đã trồng trong nhà kính:

**Tỉ lệ chiều cao cá cây keo giống trồng trong nhà kính**



Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ

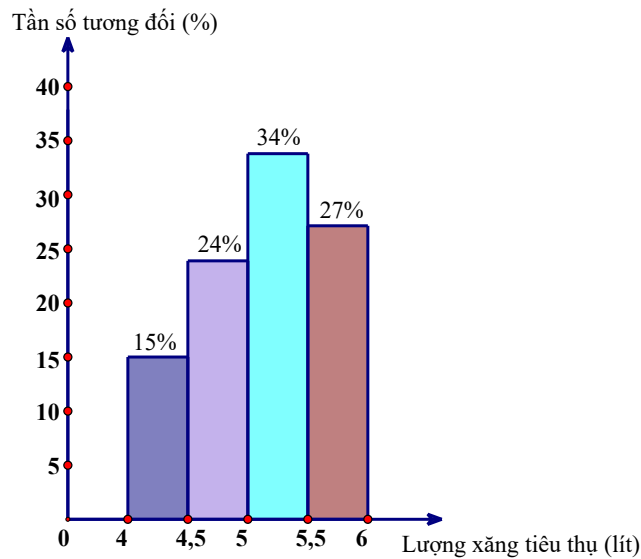
**C. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

| Câu    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
|--------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Đáp án | C  | A  | C  | B  | C  | B  | A  | B  | A  | A  |
| Câu    | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Đáp án | C  | D  | B  | A  | C  | D  | D  | B  | C  | A  |

**I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT**

Sử dụng dữ liệu sau để trả lời các câu hỏi 1, 2, 3.

Một doanh nghiệp sản xuất xe ô tô khảo sát lượng xăng tiêu thụ trên 100 km của một số loại xe ô tô trên thị trường. Kết quả khảo sát được biểu diễn trong biểu đồ bên dưới:



**Câu 1.** Tần số tương đối của số lượng xe ô tô tiêu thụ lượng xăng lớn hoặc bằng 5 và nhỏ hơn 5,5 là:

- A.** 15% .                      **B.** 24% .                      **C.** 34% .                      **D.** 27% .

**Đáp án: C**

**Câu 2.** Tần số tương đối của số lượng xe ô tô tiêu thụ lượng xăng lớn hoặc bằng 4 và nhỏ hơn 4,5 là:

- A.** 15% .                      **B.** 24% .                      **C.** 34% .                      **D.** 27% .

**Đáp án: A**

**Câu 3.** Khoảng tiêu thụ xăng phổ biến nhất là:

- A.** Từ 4 đến dưới 4,5 lít.                      **B.** Từ 4,5 đến dưới 5 lít.  
**C.** Từ 5 đến dưới 5,5 lít.                      **D.** Từ 5,5 đến dưới 6 lít.

**Đáp án: C**

Sử dụng dữ liệu sau để trả lời các câu hỏi 4;5

Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết pin của một số máy vi tính cùng loại được thống kê lại ở bảng sau:

|                 |              |              |              |              |
|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Thời gian (giờ) | $[7,2; 7,4)$ | $[7,4; 7,6)$ | $[7,6; 7,8)$ | $[7,8; 8,0)$ |
| Tần số ( $n$ )  | 2            | 4            | 7            | 6            |

**Câu 4.** Số lượng máy tính có thời gian sử dụng từ 7,4 đến 7,6 giờ là:

A. 2.

**B.** 4.

C. 7.

D. 6.

**Đáp án: B**

**Câu 5.** Khoảng thời gian sử dụng nào có nhiều máy tính nhất?

A.  $[7,2; 7,4)$ .

B.  $[7,4; 7,6)$ .

**C.**  $[7,6; 7,8)$ .

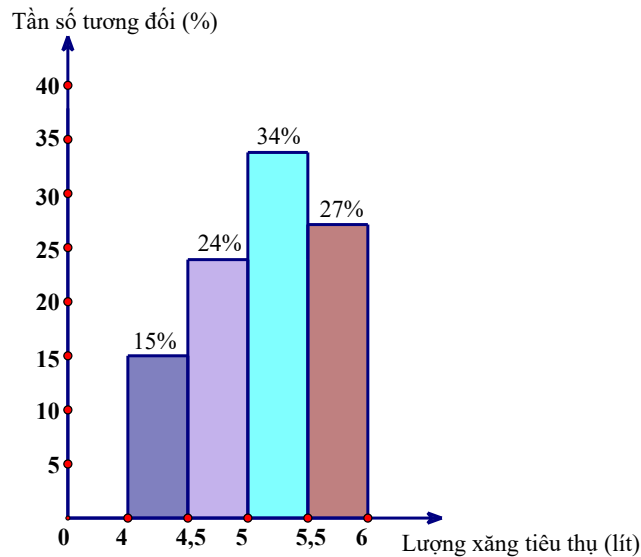
D.  $[7,8; 8,0)$ .

**Đáp án: C**

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Sử dụng dữ liệu sau để trả lời các câu hỏi 6; 7.

Một doanh nghiệp sản xuất xe ô tô khảo sát lượng xăng tiêu thụ trên 100 km của một số loại xe ô tô trên thị trường. Kết quả khảo sát được biểu diễn trong biểu đồ bên dưới:



**Câu 6.** Tần số tương đối của số lượng xe ô tô tiêu thụ dưới 5 lít xăng cho 100 km là:

A. 24%.

**B.** 39%.

C. 61%.

D. 76%.

**Đáp án: B**

Tần số tương đối của số lượng xe ô tô tiêu thụ dưới 5 lít xăng cho 100km là:

$$15\% + 24\% = 39\%$$

**Câu 7.** Trong 300 chiếc xe được khảo sát, có bao nhiêu chiếc xe tiêu thụ hết từ 5 đến dưới 5,5 lít xăng khi đi hết quãng đường 100km?

**A.** 102.

B. 81.

C. 45.

D. 72.

**Đáp án: A**

Số xe tiêu thụ từ 5 đến dưới 5,5 lít xăng trong 300 chiếc xe được khảo sát là:

$$34:100 \times 300 = 102 \text{ (xe)}$$

Sử dụng dữ liệu sau để trả lời các câu hỏi 8, 9.

Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết pin của một số máy vi tính cùng loại được thống kê lại ở bảng sau:

| Thời gian (giờ) | $[7,2; 7,4)$ | $[7,4; 7,6)$ | $[7,6; 7,8)$ | $[7,8; 8,0)$ |
|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Tần số ( $n$ )  | 2            | 4            | 7            | 6            |

**Câu 8.** Người ta đã thực hiện khảo sát số lượng máy tính là:

A. 18.

**B.** 19.

C. 20.

D. 22.

**Đáp án: B**

Người ta thực hiện khảo sát số lượng máy là:

$$2 + 4 + 7 + 6 = 19 \text{ (máy)}$$

**Câu 9.** Số lượng máy tính có thời gian sử dụng từ 7,4 đến 7,8 giờ là:

**A.** 11.

B. 12.

C. 13.

D. 14.

**Đáp án: A**

Số lượng máy tính có thời gian sử dụng từ 7,4 đến 7,8 giờ là:

$$4 + 7 = 11 \text{ (máy)}$$

**Câu 10.** Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu sản phẩm mới. Người điều tra yêu cầu mỗi người được phỏng vấn cho điểm mẫu sản phẩm đó theo thang điểm là 100. Kết quả thống kê là như sau:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 50 | 60 | 62 | 64 | 71 | 73 | 70 | 70 | 70 | 75 |
| 75 | 52 | 55 | 69 | 80 | 75 | 75 | 78 | 79 | 73 |
| 55 | 72 | 71 | 85 | 82 | 90 | 78 | 78 | 75 | 75 |
| 65 | 85 | 87 | 77 | 81 | 79 | 99 | 75 | 70 | 72 |

Ghép các số liệu thành năm nhóm như sau:  $[50; 60)$ ;  $[60; 70)$ ;  $[70; 80)$ ;  $[80; 90)$ ;  $[90; ?)$ .

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm  $[50; 60)$  là:

**A.** 10%.

B. 12,5%.

C. 5%.

D. 15%.

**Đáp án: A**

Tần số ghép nhóm của nhóm  $[50; 60)$  là 4

$$\text{Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm } [50; 60) \text{ là } \frac{4 \cdot 100}{40} \% = 10\%$$

## III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

Sử dụng dữ liệu sau để trả lời các câu hỏi 11, 12, 13, 14, 15.

Bảng dưới đây ghi lại cự li ném tạ (đơn vị: mét) của một vận động viên trước và sau một đợt tập huấn đặc biệt.

| Cự li (m)                 | [20;20,2) | [20,2;20,4) | [20,4;20,6) | [20,6;20,8) | [20,8;21) | [21;21,2) |
|---------------------------|-----------|-------------|-------------|-------------|-----------|-----------|
| Tần số trước đợt tập huấn | 3         | 5           | 5           | 2           | 1         | 0         |
| Tần số sau đợt tập huấn   | 1         | 2           | 4           | 5           | 3         | 1         |

**Câu 11.** Mỗi lần khảo sát, người ta đã thực hiện thống kê số lần ném là:

A. 14.

B. 15.

**C. 16.**

D. 17.

**Đáp án: C**

Mỗi lần khảo sát, người ta thực hiện số lần thống kê là:  $3 + 5 + 5 + 2 + 1 = 16$  (lần ném) (hoặc  $1 + 2 + 4 + 5 + 3 + 1 = 16$ )

**Câu 12.** Tần số tương đối của số lần vận động viên ném dưới 20,4 m trước khi tập huấn là:

A. 18,75%.

B. 25%.

**C. 31,25%.**

**D. 50%.**

**Đáp án: D**

Tần số của số lần vận động viên ném dưới 20,4 m trước khi tập huấn là:  $3 + 5 = 8$  (lần)

Tần số tương đối của số lần vận động viên ném dưới 20,4 m trước khi tập huấn là:

$$\frac{8.100}{16} \% = 50\%$$

**Câu 13.** Tần số tương đối của số lần vận động viên ném từ 20,8 m trở lên sau khi tập huấn là:

A. 20%.

**B. 25%.**

C. 30%.

D. 35%.

**Đáp án: B**

Tần số của số lần vận động viên ném từ 20,8 m trở lên sau khi tập huấn là:  $3 + 1 = 4$  (lần)

Tần số tương đối của số lần vận động viên ném từ 20,8 m trở lên sau khi tập huấn là:

$$\frac{4.100}{16} = 25\%$$

**Câu 14.** Tần số tương đối của số lần vận động viên ném từ 20,8 m trở lên sau khi tập huấn tăng thêm:

**A. 18,75%.**

B. 30,5%.

C. 35%.

D. 37,5%.

**Đáp án: A**

Tần số của số lần vận động viên ném từ 20,8 m trở lên trước khi tập huấn là: 1 (lần)

Tần số tương đối của số lần vận động viên ném từ 20,8 m trở lên trước khi tập huấn là:

$$\frac{1.100}{16} = 6,25\%$$

Tần số tương đối của số lần vận động viên ném từ 20,8m trở lên sau khi tập huấn tăng thêm:  
 $25\% - 6,25\% = 18,75\%$

**Câu 15.** Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu sản phẩm mới. Người điều tra yêu cầu mỗi người được phỏng vấn cho điểm mẫu sản phẩm đó theo thang điểm là 100. Kết quả thống kê là như sau:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 50 | 60 | 62 | 64 | 71 | 73 | 70 | 70 | 70 | 75 |
| 75 | 52 | 55 | 69 | 80 | 75 | 75 | 78 | 79 | 73 |
| 55 | 72 | 71 | 85 | 82 | 90 | 78 | 78 | 75 | 75 |
| 65 | 85 | 87 | 77 | 81 | 79 | 99 | 75 | 70 | 72 |

Khi vẽ biểu đồ bảng tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng, điểm  $M(85;6)$  ứng với nhóm số liệu nào:

- A.  $[60;70)$ .      B.  $[70;80)$ .      **C.  $[80;90)$ .**      D.  $[90;100)$ .

**Đáp án: C**

Giá trị đại diện của các nhóm lần lượt là:  $x_1 = \frac{50+60}{2} = 55$ ;  $x_2 = \frac{60+70}{2} = 65$ ;  $x_3 = \frac{70+80}{2} = 75$ ;  
 $x_4 = \frac{80+90}{2} = 85$ ;  $x_5 = \frac{90+100}{2} = 95$ .

Tần số ghép nhóm của nhóm  $[80;90)$  là 6 nên khi vẽ biểu đồ bảng tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng, điểm  $M(85;6)$  ứng với nhóm  $[80;90)$ .

#### IV – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

**Câu 16.** Bảng dưới đây ghi lại cự li ném tạ (đơn vị: mét) của một vận động viên trước và sau một đợt tập huấn đặc biệt.

| Cự li (m)                 | $[20;20,2)$ | $[20,2;20,4)$ | $[20,4;20,6)$ | $[20,6;20,8)$ | $[20,8;21)$ | $[21;21,2)$ |
|---------------------------|-------------|---------------|---------------|---------------|-------------|-------------|
| Tần số trước đợt tập huấn | 3           | 5             | 5             | 2             | 1           | 0           |
| Tần số sau đợt tập huấn   | 1           | 2             | 4             | 5             | 3           | 1           |

Tần số tương đối của số lần vận động viên ném dưới 20,2 m sau khi tập huấn giảm đi:

- A. 12,5%.      B. 15,5%.      C. 35%.      **D. 31,25%**

**Đáp án: D**

Tần số của số lần vận động viên ném dưới 20,4 m sau khi tập huấn là:  $1 + 2 = 3$  (lần)

Tần số tương đối của số lần vận động viên ném dưới 20,4 m sau khi tập huấn là:

$$\frac{3.100}{16}\% = 18,75\%$$

Tần số tương đối của số lần vận động viên ném dưới 20,2 m sau khi tập huấn giảm đi:

$$50\% - 18,75\% = 31,25\%$$

Sử dụng dữ liệu sau để trả lời các câu hỏi 21, 22, 23, 24.

Bảng dưới đây ghi lại khối lượng (đơn vị: ki lô gam) của một hai nhóm cá mè trong cùng một cái ao.

| Khối lượng (kg)     | [0,6;0,8) | [0,8;1,0) | [1,0;1,2) | [1,2;1,4) | [1,4;1,6) | Tổng |
|---------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------|
| Nhóm cá mè thứ nhất | 4         | 6         | 6         | 4         | 0         | 20   |
| Nhóm cá mè thứ hai  | 3         | 4         | 5         | 5         | 3         | 20   |

**Câu 17.** Tần số tương đối của số cá nặng dưới 1,2 kg trong nhóm cá mè thứ nhất là:

- A. 20% .                      B. 30% .                      C. 100% .                      **D. 80% .**

**Đáp án: D**

Tần số của số cá nặng dưới 1,2 kg trong nhóm cá mè thứ nhất là:  $4 + 6 + 6 = 16$  (con)

Tần số tương đối của số cá nặng dưới 1,2 kg trong nhóm cá mè thứ nhất là:  $\frac{16.100}{20}\% = 80\%$

**Câu 18.** Tần số tương đối của số cá nặng từ 1,2 kg trở lên trong nhóm cá mè thứ hai là:

- A. 30% .                      **B. 40% .**                      C. 15% .                      D. 25% .

**Đáp án: B**

Tần số của số cá nặng từ 1,2 kg trở lên trong nhóm cá mè thứ hai là:  $5 + 3 = 8$  (con)

Tần số tương đối của số cá nặng từ 1,2 kg trở lên trong nhóm cá mè thứ hai là:

$$\frac{8.100}{20}\% = 40\%$$

**Câu 19.** Tần số tương đối của số cá nặng dưới 1,2 kg trong nhóm cá mè thứ nhất nhiều hơn trong nhóm cá mè thứ hai là:

- A. 10% .                      B. 15% .                      **C. 20% .**                      D. 25% .

**Đáp án: C**

Tần số của số cá nặng dưới 1,2 kg trong nhóm cá mè thứ hai là:  $3 + 4 + 5 = 12$  (con)

Tần số tương đối của số cá nặng dưới 1,2 kg trong nhóm cá mè thứ hai là:

$$\frac{12.100}{20}\% = 60\%$$

Tần số tương đối của số cá nặng dưới 1,2 kg trong nhóm cá mè thứ nhất nhiều hơn trong nhóm cá mè thứ hai là:  $80\% - 60\% = 20\%$ .

**Câu 20.** Tần số tương đối của số cá nặng từ 1,2 kg trở lên trong nhóm cá mè thứ hai nhiều hơn trong nhóm cá mè thứ nhất là:

- A.** 20%.                      **B.** 25%.                      **C.** 30%.                      **D.** 35%.

**Đáp án: A**

Tần số của số cá nặng từ 1,2 kg trở lên trong nhóm cá mè thứ nhất là:  $4 + 0 = 4$  (con)

Tần số tương đối của số cá nặng từ 1,2 kg trở lên trong nhóm cá mè thứ nhất là:

$$\frac{4.100}{20}\% = 20\%$$

Tần số tương đối của số cá nặng từ 1,2 kg trở lên trong nhóm cá mè thứ hai nhiều hơn trong nhóm cá mè thứ nhất là:  $40\% - 20\% = 20\%$

### C. BÀI TẬP TỰ LUẬN

#### **Dạng 1. Tần số ghép nhóm và bảng tần số ghép nhóm**

**Bài 1.** Bảng ghép nhóm số liệu

| Chiều cao (m) | [6,6; 7,2) | [7,2; 7,8) | [7,8; 8,4) | [8,4; 9,0) | [9,0; 9,5) |
|---------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Số cây        | 3          | 10         | 15         | 4          | 3          |

**Bài 2.**

- a) Mẫu số liệu trên có 18 giá trị khác nhau  
b) Nên dùng bảng tần số để biểu diễn mẫu số liệu thống kê đó không?  
b) Mẫu số liệu thống kê ở trên đã được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng: [150; 155), [155; 160), [160; 165), [165; 170), [170; 175). Có 5 số liệu trong mẫu số liệu đó thuộc vào nhóm 1

**Bài 3.**

a)

| Khối lượng của khoai tây (gam) | [70; 80) | [80; 90) | [90; 100) | [100; 110) | [110; 120) |
|--------------------------------|----------|----------|-----------|------------|------------|
| Tần số                         | 3        | 6        | 12        | 5          | 4          |

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó

| Khối lượng của khoai tây (gam) | [70; 80) | [80; 90) | [90; 100) | [100; 110) | [110; 120) | Cộng   |
|--------------------------------|----------|----------|-----------|------------|------------|--------|
| Tần số ghép nhóm               | 3        | 6        | 12        | 5          | 4          | N = 30 |

**Bài 4.** a)

|                  |          |            |            |             |              |        |
|------------------|----------|------------|------------|-------------|--------------|--------|
| Thời gian (phút) | [5; 6,5) | [6,5; 8,0) | [8,0; 9,5) | [9,5; 11,0) | [11,0; 12,5) | Cộng   |
| Tần số ghép nhóm | 6        | 6          | 4          | 1           | 3            | N = 20 |

b)-Nhóm có tần số cao nhất là [5; 6,5); [6,5; 8,0)

-Nhóm có tần số thấp nhất là [9,5; 11,0)

**Bài 5.** Bảng tần số ghép nhóm

|                   |          |            |           |         |             |
|-------------------|----------|------------|-----------|---------|-------------|
| <b>Chỉ số HDI</b> | [0;0,55) | [0,55;0,7) | [0,7;0,8) | [0,8;1) | <b>Cộng</b> |
| <b>Tần số</b>     | 0        | 5          | 2         | 4       | N = 11      |

**Dạng 2. Tần số tương đối ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm****Bài 1.** Tỉ số phần trăm của tần số  $n_1 = 5$  và  $N = 40$  là:  $f_1 = \frac{5}{40} = 12,5\%$ **Bài 2.**

a) Lập bảng tần số ghép nhóm

|                 |          |          |          |          |          |          |        |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|
| Số lần truy cập | [30; 40) | [40; 50) | [50; 60) | [60; 70) | [70; 80) | [80; 90) | Cộng   |
| Tần số          | 5        | 6        | 6        | 4        | 3        | 6        | N = 30 |

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm

|                  |          |          |          |          |          |          |      |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|------|
| Số lần truy cập  | [30; 40) | [40; 50) | [50; 60) | [60; 70) | [70; 80) | [80; 90) | Cộng |
| Tần số tương đối | 16,67%   | 20%      | 20%      | 13,33%   | 10%      | 20%      | 100% |

**Bài 3.**

|                        |       |       |       |       |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|
| <b>Thời gian (Giờ)</b> | [0;1) | [1;2) | [2;3) | [3;4) |
| <b>Tần số</b>          | 10    | 15    | 8     | 7     |

Bảng 1

|                         |       |       |       |       |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|
| <b>Thời gian (Giờ)</b>  | [0;1) | [1;2) | [2;3) | [3;4) |
| <b>Tần số tương đối</b> | 25%   | 37,5% | 20%   | 17,5% |

Bảng 2

**Bài 4.** Cho bảng tần số ghép nhóm về tuổi thọ của một số ong mật cái như sau:

|                        |         |         |         |
|------------------------|---------|---------|---------|
| <b>Tuổi thọ (ngày)</b> | [30;40) | [40;50) | [50;60) |
| <b>Tần số</b>          | 12      | 23      | 15      |

a) Đọc và giải thích bảng thống kê trên.

Bảng thống kê này cung cấp thông tin về tuổi thọ của một số ong mật cái, được chia thành ba nhóm tuổi thọ khác nhau. Cụ thể:

- Nhóm tuổi thọ từ 30 đến dưới 40 ngày có 12 con ong.

- Nhóm tuổi thọ từ 40 đến dưới 50 ngày có 23 con ong.
- Nhóm tuổi thọ từ 50 đến dưới 60 ngày có 15 con ong.

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho bảng thống kê này.

| Tuổi thọ (ngày) | Tần số | Tần số tương đối (%) |
|-----------------|--------|----------------------|
| [30; 40)        | 12     | 24%                  |
| [40; 50)        | 23     | 46%                  |
| [50; 60)        | 15     | 30%                  |
| Cộng            | N = 50 | 100%                 |

### Bài 5.

| Thời gian (X)<br>(giờ) | [0; 1) | [1; 2) | [2; 3)      | [3; 4) | [4; 5)    |
|------------------------|--------|--------|-------------|--------|-----------|
| Số ngày                | 3      | 6      | 9           | 8      | 4         |
| Mức độ                 | Rất ít | ít     | Bình thường | Nhiều  | Rất nhiều |

Có 4 ngày Bạn Phương Linh cập rất nhiều chiếm  $\frac{4}{30} \cdot 100\% = 13,33\%$

### Bài 6.

| Chiều cao (cm)       | [15; 18) | [18; 21) | [21; 24) | [24; 27) | [27; 30) | Cộng   |
|----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|
| Tần số               | 7        | 7        | 12       | 5        | 9        | N = 40 |
| Tần số tương đối (%) | 17,5%    | 17,5%    | 30%      | 12,5%    | 22,5%    | 100%   |

## **Dạng 3. Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm.**

### Bài 1.

- a) Cân nặng 2,5kg -2,7kg: 3,2%  
 Cân nặng 2,7kg -2,9kg: 6,5%  
 Cân nặng 2,9kg -3,1kg: 11,3%  
 Cân nặng 3,1kg -3,3kg: 19,4%  
 Cân nặng 3,3kg -3,5kg: 24,2% (tỉ lệ cao nhất)  
 Cân nặng 3,5kg -3,7kg: 16,1%  
 Cân nặng 3,7kg -3,9kg: 12,9%  
 Cân nặng 3,9kg -4,1kg: 6,4%

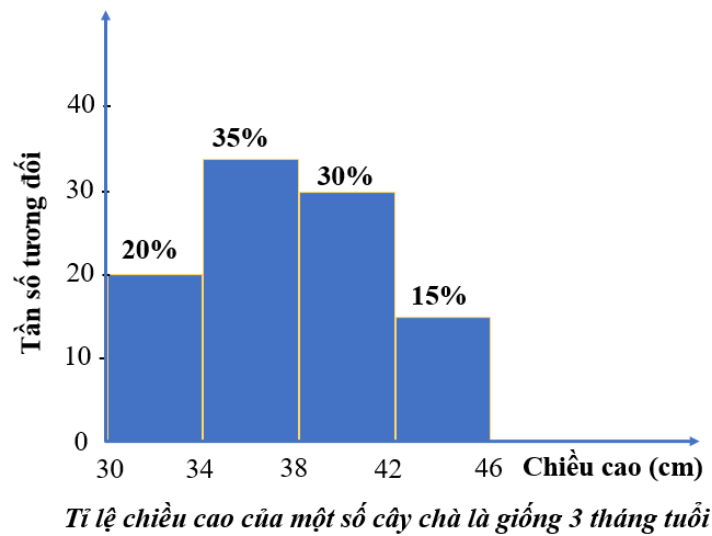
b) Lập bảng

| Cân nặng (kg) | Tần số tương đối |
|---------------|------------------|
| [2,5; 2,7)    | 3,2%             |
| [2,7; 2,9)    | 6,5%             |

|             |       |
|-------------|-------|
| $[2,9;3,1)$ | 11,3% |
| $[3,1;3,3)$ | 19,4% |
| $[3,3;3,5)$ | 24,2% |
| $[3,5;3,7)$ | 16,1% |
| $[3,7;3,9)$ | 12,9% |
| $[3,9;4,1)$ | 6,4%  |
| Cộng        | 100%  |

Bảng thống kê đó là bảng tần số tương đối ghép nhóm

### Bài 2.

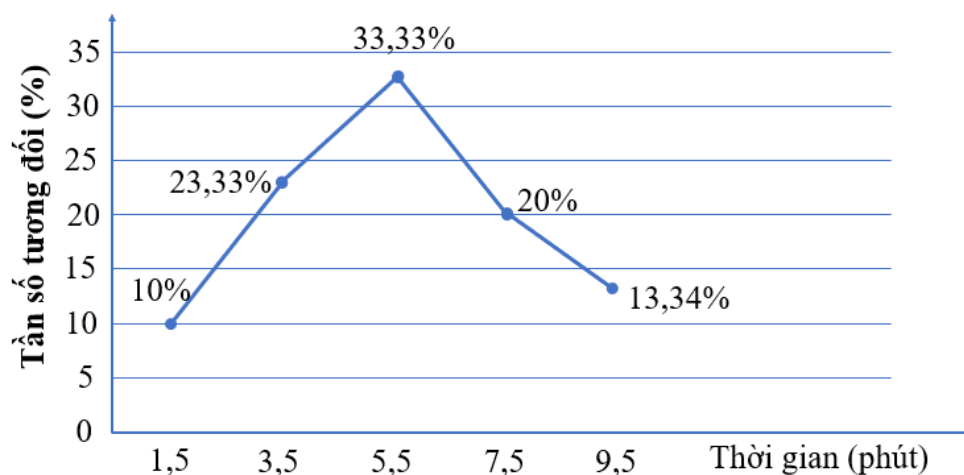


### Bài 3.

bảng tần số tương đối ghép nhóm sau về thời gian gọi (phút) của một số cuộc gọi điện thoại:

|                  |     |        |        |     |        |
|------------------|-----|--------|--------|-----|--------|
| Thời gian (phút) | 1,5 | 3,5    | 5,5    | 7,5 | 9,5    |
| Tần số tương đối | 10% | 23,33% | 33,33% | 20% | 13,34% |

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng cho bảng thống kê trên



**Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm sau về thời gian gọi (phút) của một số cuộc gọi điện thoại**

#### Bài 4.

Sau khi điều tra về số học sinh trong 100 lớp học (đơn vị: học sinh), người ta có bảng tần số ghép nhóm như ở bảng sau:

| Nhóm        | Tần số (n)     |
|-------------|----------------|
| [36; 38)    | 20             |
| [38; 40)    | 15             |
| [40; 42)    | 25             |
| [42; 44)    | 30             |
| [44; 46)    | 10             |
| <b>Cộng</b> | <b>N = 100</b> |

a) tần số tương đối của mỗi nhóm là:

- Nhóm [36; 38):  $\left(\frac{20}{100}\right) \cdot 100\% = 20\%$
- Nhóm [38; 40):  $\left(\frac{15}{100}\right) \cdot 100\% = 15\%$
- Nhóm [40; 42):  $\left(\frac{25}{100}\right) \cdot 100\% = 25\%$
- Nhóm [42; 44):  $\left(\frac{30}{100}\right) \cdot 100\% = 30\%$
- Nhóm [44; 46):  $\left(\frac{10}{100}\right) \cdot 100\% = 10\%$

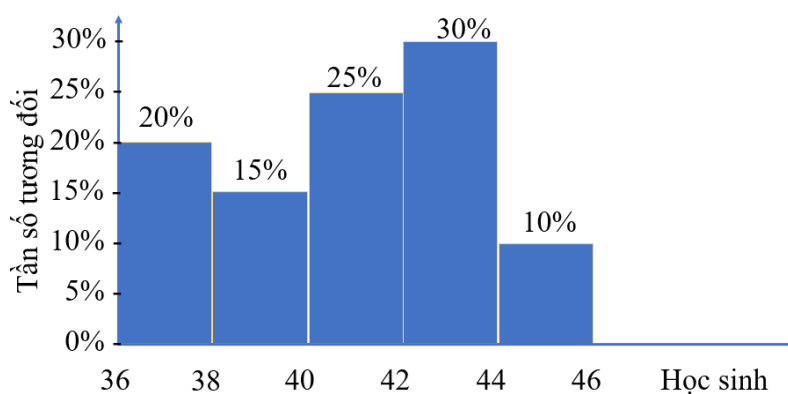
b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó

| Nhóm     | Tần số (n) | Tần số tương đối (%) |
|----------|------------|----------------------|
| [36; 38) | 20         | 20%                  |

|             |           |      |
|-------------|-----------|------|
| $[38; 40)$  | 15        | 15%  |
| $[40; 42)$  | 25        | 25%  |
| $[42; 44)$  | 30        | 30%  |
| $[44; 46)$  | 10        | 10%  |
| <b>Cộng</b> | $N = 100$ | 100% |

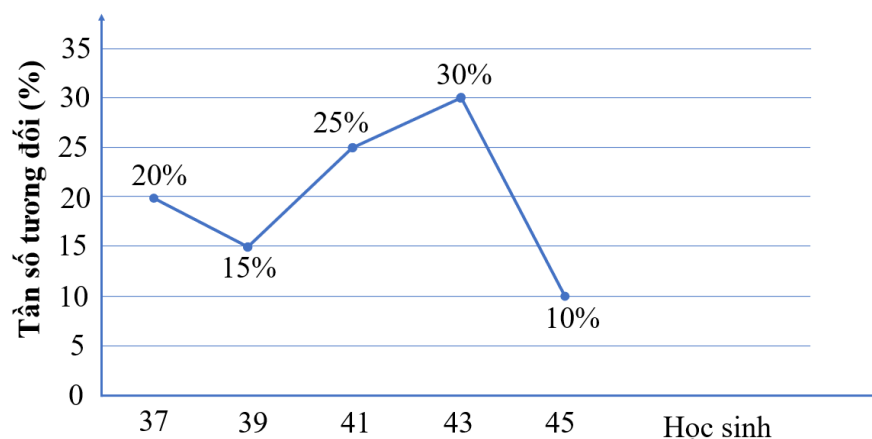
- c) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

*Biểu đồ tần số tương đối số học sinh của 1 lớp*



Biểu đồ tương đối ghép nhóm

|                  |     |     |     |     |     |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Nhóm             | 37  | 39  | 41  | 43  | 45  |
| Tần số tương đối | 20% | 15% | 25% | 30% | 10% |



**Bài 5.**

|                  |           |            |            |            |
|------------------|-----------|------------|------------|------------|
| Chiều cao (cm)   | $[0; 10)$ | $[10; 20)$ | $[20; 30)$ | $[30; 40)$ |
| Tần số tương đối | 10%       | 20%        | 40%        | 30%        |

## BÀI 4. PHÉP THỬ NGẪU NHIÊN VÀ KHÔNG GIAN MẪU – XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### Kiến thức cần nhớ

##### I. Phép thử ngẫu nhiên – Không gian mẫu

- Các hoạt động mà ta không thể biết trước được kết quả của nó, nhưng biết tất cả các kết quả có thể xảy ra được gọi là *phép thử ngẫu nhiên* (còn gọi là phép thử).
- *Không gian mẫu*, kí hiệu  $\Omega$ , là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử.
- Các kết quả có thể xảy ra của một phép thử có khả năng xuất hiện như nhau được gọi là *đồng khả năng*.
- Kết quả thuận lợi cho biến cố  $A$  là một kết quả có thể của phép thử làm cho biến cố  $A$  xảy ra.

**Chẳng hạn:** Khi ta tung một đồng xu có 2 mặt, ta hoàn toàn không biết trước được kết quả của nó, tuy nhiên ta lại biết chắc chắn rằng đồng xu rơi xuống sẽ ở một trong 2 trạng thái: sấp (S) hoặc ngửa (N).

Không gian mẫu của phép thử là  $\Omega = \{S; N\}$

##### II. Xác suất của biến cố

Giả thiết rằng các kết quả có thể xảy ra của một phép thử là đồng khả năng.

Khi đó, xác suất của biến cố  $A$ , kí hiệu  $P(A)$ , bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố  $A$  và tổng số kết quả có thể xảy ra.

$$P(A) = \frac{\text{Số kết quả thuận lợi cho } A}{\text{Tổng số kết quả xảy ra}}$$

### B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

#### I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

**Câu 1:** Xét phép thử “Gieo một xúc xắc một lần”. Nêu những kết quả có thể xảy ra đối với mặt xuất hiện của xúc xắc.

- A. Mặt 1 chấm; mặt 2 chấm; mặt 4 chấm; mặt 6 chấm; mặt 7 chấm; mặt 8 chấm.
- B. Mặt 1 chấm; mặt 2 chấm; mặt 4 chấm; mặt 5 chấm; mặt 6 chấm; mặt 7 chấm.
- C. Mặt 1 chấm; mặt 2 chấm; mặt 3 chấm; mặt 4 chấm; mặt 5 chấm; mặt 6 chấm.
- D. Mặt 1 chấm; mặt 2 chấm; mặt 3 chấm; mặt 6 chấm; mặt 7 chấm; mặt 8 chấm.

**Câu 2:** Một hộp có 12 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1;2;3;...;12; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Xét phép thử “Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp”. Viết không gian mẫu của phép thử đó.

- A.  $\Omega = \{\text{Thẻ số 1; thẻ số 2; thẻ số 3; thẻ số 12}\}$ .

- B.** Thẻ số 1; thẻ số 2; thẻ số 3; thẻ số 4; thẻ số 5; thẻ số 6; thẻ số 7; thẻ số 8; thẻ số 9; thẻ số 10; thẻ số 11; thẻ số 12.
- C.**  $\Omega = \{ \text{Thẻ số 0; thẻ số 1; thẻ số 2; thẻ số 3; thẻ số 4; thẻ số 5; thẻ số 6; thẻ số 7; thẻ số 8; thẻ số 9; thẻ số 10; thẻ số 11} \}$ .
- D.**  $\Omega = \{ \text{Thẻ số 1; thẻ số 2; thẻ số 3; thẻ số 4; thẻ số 5; thẻ số 6; thẻ số 7; thẻ số 8; thẻ số 9; thẻ số 10; thẻ số 11; thẻ số 12} \}$ .

**Câu 3:** Xác định không gian mẫu của phép thử sau: Gieo 2 lần một đồng xu có 1 mặt xanh và 1 mặt đỏ.

- A.**  $\Omega = \{(\text{xanh}; \text{đỏ}), (\text{đỏ}; \text{xanh})\}$ . **B.**  $\Omega = \{(\text{xanh}; \text{xanh}), (\text{đỏ}; \text{đỏ})\}$ .
- C.**  $\Omega = \{\text{xanh}; \text{đỏ}\}$ . **D.**  $\Omega = \{\text{đỏ}; \text{xanh}\}$ .

**Câu 4:** Xác định không gian mẫu của phép thử sau: Lấy ra 1 quả bóng từ một hộp chứa 3 quả bóng được đánh số 1; 2; 3, xem số, trả lại hộp rồi lại lấy ra 1 quả bóng từ hộp đó.

- A.**  $\Omega = \{(1;2;3), (1;3;2), (2;1;3), (2;3;1), (3;1;2), (3;2;1)\}$ .
- B.**  $\Omega = \{(1;1), (1;2), (1;3), (2;1), (2;2), (2;3), (3;1), (3;2), (3;3)\}$ .
- C.**  $\Omega = \{1;2;3\}$ .
- D.**  $(1;2;3), (1;3;2), (2;1;3), (2;3;1), (3;1;2), (3;2;1)$ .

**Câu 5:** Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là:

- A.**  $\{NN, NS, SN, SS\}$ .
- B.**  $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS\}$ .
- C.**  $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$ .
- D.**  $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$ .

**Câu 6:** Gieo một đồng tiền và một con súc sắc là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là:

- A.**  $\{S1; S2; S3; S4; S5; S6; N1; N2; N3; N4; N5; N6\}$ .
- B.**  $\{S; N; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ .
- C.**  $\{SS; NN; SN; NS; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ .
- D.**  $\{SS; NN; SN; NS; S1; S2; S3; S4; S5; S6; N1; N2; N3; N4; N5; N6\}$ .

**Câu 7:** Gieo con súc sắc hai lần. Biến cố  $A$  là biến cố để sau hai lần gieo có ít nhất một mặt 6 chấm.

- A.**  $A = \{(1;6), (2;6), (3;6), (4;6), (5;6)\}$ .
- B.**  $A = \{(1;6), (2;6), (3;6), (4;6), (5;6), (6;6)\}$ .
- C.**  $A = \{(6;1), (6;2), (6;3), (6;4), (6;5)\}$ .
- D.**  $A = \{(1;6), (2;6), (3;6), (4;6), (5;6), (6;6), (6;1), (6;2), (6;3), (6;4), (6;5)\}$

**Câu 8:** Cho tập hợp  $A = \{4; 5; 6\}$ . Từ các chữ số của tập hợp  $A$  viết ngẫu nhiên một số tự có 2 chữ số.

Mô tả không gian mẫu của phép thử

- A.**  $\Omega = \{45; 46; 54; 56; 64; 65\}$ .

**B.**  $\Omega = \{44; 45; 46; 54; 55; 56; 64; 65; 66\}$ .

**C.**  $\Omega = \{(4; 5); (4; 6); (5; 4); (5; 6); (6; 4); (6; 5)\}$ .

**D.**  $\Omega = \{(4; 4); (4; 5); (4; 6); (5; 4); (5; 5); (5; 6); (6; 4); (6; 5); (6; 6)\}$ .

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

**Câu 9:** Gieo một con xúc sắc cân đối đồng chất hai lần. Số phần tử của không gian mẫu là:

- A.** 9.                      **B.** 18.                      **C.** 12.                      **D.** 36.

**Câu 10:** Gieo một con xúc sắc cân đối đồng chất hai lần liên tiếp. Cho biến cố  $B$ : “Số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ nhất là 2”. Số kết quả thuận lợi của biến cố  $B$  là:

- A.** 6.                      **B.** 4.                      **C.** 3.                      **D.** 2.

**Câu 11:** Tung một đồng xu liên tiếp 3 lần. Cho biến cố  $A$ : “xuất hiện đúng 2 mặt ngửa”.

Số kết quả thuận lợi của biến cố  $A$  là:

- A.** 6.                      **B.** 4.                      **C.** 3.                      **D.** 2.

**Câu 12:** Tung một đồng xu liên tiếp 3 lần. Cho biến cố  $B$ : “có ít nhất 2 mặt ngửa”.

Số kết quả thuận lợi của biến cố  $B$  là:

- A.** 8.                      **B.** 4.                      **C.** 3.                      **D.** 2.

**Câu 13:** Nam và Khang mỗi bạn viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có một chữ số. Biết biến cố: “Hai chữ số đó có tổng bằng 10”. Số kết quả thuận lợi của biến cố  $A$  là:

- A.** 10.                      **B.** 9.                      **C.** 8.                      **D.** 5.

**Câu 14:** Cho tập hợp  $A = \{1; 0; 5; 6\}$ . An dùng 2 chữ số khác nhau từ  $A$  để tạo thành số có 2 chữ số. Số kết quả thuận lợi của biến cố: “Số tạo thành là số chẵn”.

- A.** 2.                      **B.** 3.                      **C.** 5.                      **D.** 6.

**Câu 15:** Cho tập hợp  $A = \{1; 0; 5; 6\}$ . Mai dùng 2 chữ số khác nhau từ  $A$  để tạo thành số có 2 chữ số. Số kết quả thuận lợi của biến cố: “Số tạo thành chia hết cho 5”.

- A.** 2.                      **B.** 3.                      **C.** 5.                      **D.** 6.

**Câu 16:** Cho tập hợp  $A = \{1; 0; 5; 6\}$ . Khang dùng 2 chữ số khác nhau từ  $A$  để tạo thành số có 2 chữ số. Số kết quả thuận lợi của biến cố: “Số tạo thành lớn hơn 10”.

- A.** 10.                      **B.** 9.                      **C.** 8.                      **D.** 5.

## III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

**Câu 17:** Tung một lần 3 đồng xu giống nhau. Xác suất của biến cố  $A$ : “Có ít nhất một đồng xu xuất hiện mặt sấp” là:

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{1}{4}$ .

C.  $\frac{3}{8}$ .

D.  $\frac{7}{8}$ .

**Bài 18.** Tung một lần 3 đồng xu giống nhau. Xác suất của biến cố  $B$ : “Ba mặt xuất hiện giống nhau” là:

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{1}{4}$ .

C.  $\frac{3}{8}$ .

D.  $\frac{7}{8}$ .

**Câu 19:** Cho tập hợp  $A = \{4; 5; 6\}$ . Từ các chữ số của tập hợp  $A$  viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có 2 chữ số. Xác suất để số được viết có hai chữ số khác nhau là:

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{1}{3}$ .

C.  $\frac{2}{3}$ .

D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 20:** Một hộp chứa 30 thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp đó. Xác suất thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3 là:

A.  $\frac{3}{10}$ .

B.  $\frac{1}{3}$ .

C.  $\frac{1}{5}$ .

D.  $\frac{1}{6}$ .

**Câu 21:** Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Nam viết lên các viên bi đó các số  $1; 2; 3; \dots; 20$ ; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau. Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”. Xác suất biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1 là:

A.  $\frac{3}{20}$ .

B.  $\frac{3}{10}$ .

C.  $\frac{1}{3}$ .

D.  $\frac{1}{6}$ .

**Câu 22:** Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lớn hơn 499 và nhỏ hơn 1000. Xác suất “Số tự nhiên viết ra là lập phương của một số tự nhiên”.

A.  $\frac{1}{100}$ .

B.  $\frac{1}{250}$ .

C.  $\frac{1}{500}$ .

D.  $\frac{3}{500}$ .

**Câu 23:** Rút ra một lá bài từ bộ bài tú lơ khơ 52 lá. Xác suất để được lá bích và không thuộc bộ: “J, Q, K, Át” là:

A.  $\frac{1}{13}$ .

B.  $\frac{12}{13}$ .

C.  $\frac{3}{4}$ .

D.  $\frac{9}{52}$ .

**Câu 24:** Gieo ba con xúc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con xúc sắc như nhau là?

A.  $\frac{1}{216}$ .

B.  $\frac{3}{216}$ .

C.  $\frac{6}{216}$ .

D.  $\frac{12}{216}$ .

**Câu 25:** Gieo một con xúc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Xác suất của biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A.  $\frac{1}{6}$ .

B.  $\frac{5}{36}$ .

C.  $\frac{1}{9}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

## III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

**Câu 26:** Gieo một con xúc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Xác suất của biến cố có tích hai lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn.

- A. 1.                      B.  $\frac{3}{4}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 27:** Gieo 3 con xúc xắc, kết quả là một bộ thứ tự  $(x; y; z)$  với  $x; y; z$  lần lượt là số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc. Xác suất để  $x + y + z < 16$  là:

- A.  $\frac{1}{24}$ .                      B.  $\frac{23}{24}$ .                      C.  $\frac{5}{108}$ .                      D.  $\frac{103}{108}$ .

**Câu 28:** Một người bỏ ngẫu nhiên 4 lá thư và 4 chiếc phong bì thư đã để sẵn địa chỉ. Xác suất để có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ là:

- A.  $\frac{1}{3}$ .                      B.  $\frac{2}{3}$ .                      C.  $\frac{3}{8}$ .                      D.  $\frac{5}{8}$ .

## B. CÁC DẠNG TỰ LUẬN

**Dạng 1. Tìm không gian mẫu và kết quả thuận lợi của biến cố****Phương pháp giải**

- *Nêu các kết quả có thể xảy ra đối với phép thử bằng cách liệt kê*
- *Viết không gian mẫu của phép thử đó dưới dạng liệt kê các phần tử của tập hợp*
- *Liệt kê các kết quả thuận lợi của biến cố.*

**Bài 1.** Xét phép thử “Gieo ngẫu nhiên một đồng xu cân đối đồng chất liên tiếp hai lần”

- a) Viết không gian mẫu của phép thử đó.
- b) Gọi  $M$  là biến cố “Mặt ngửa xuất hiện đúng một lần”. Hãy viết tập hợp mô tả biến cố  $M$
- c) Gọi  $E$  là biến cố “Mặt ngửa xuất hiện ít nhất một lần”. Hãy viết tập hợp mô tả biến cố  $E$

**Bài 2.** Xét phép thử “Gieo ngẫu nhiên một đồng xu cân đối đồng chất liên tiếp ba lần”

- a) Viết không gian mẫu của phép thử đó.
- b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:  
 $A$ : “Kết quả ba lần gieo là như nhau”  
 $B$ : “Mặt sấp xuất hiện ít nhất 2 lần”.  
 $C$ : “Lần đầu xuất hiện mặt ngửa”  
 $D$ : “Mặt ngửa xảy ra đúng một lần”.

**Bài 3.** Có hai nhóm học sinh: Nhóm I có ba học sinh nam: Minh, Lâm, Nguyễn; nhóm II có ba học sinh nữ: Linh, Phương, Hà. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh từ mỗi nhóm.

Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

**Bài 4.** Phần thưởng trong một chương trình khuyến mãi của một cửa hàng là: ti vi, bàn ghế, tủ lạnh, máy tính, bếp từ, bộ bát đĩa. Bác Hoa tham gia chương trình được chọn ngẫu nhiên một mặt hàng.

- a) Hãy mô tả không gian mẫu.

b) Gọi  $A$  là biến cố: "Bác Hoa chọn được mặt hàng là đồ điện". Hỏi  $A$  là tập con nào của không gian

**Bài 5.** Một hộp đựng 4 tấm thẻ cùng loại được đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4. Lấy ngẫu nhiên lần lượt hai tấm thẻ từ hộp, thẻ được lấy ra lần đầu không trả lại vào hộp. Quan sát hai số ghi trên hai tấm thẻ được lấy ra.

- Phép thử và kết quả của phép thử là gì?
- Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

**Bài 6.** Một hộp có chứa 5 quả bóng có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên cùng một lúc 2 quả bóng từ hộp.

- Hãy liệt kê các phần tử của không gian mẫu của phép thử.
- Liệt kê các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:  
 $C$  : "Trong 2 quả bóng lấy ra có đúng 1 quả bóng ghi số lẻ"  
 $D$  : "Trong 2 quả bóng lấy ra có ít nhất 1 quả bóng ghi số chẵn".

**Bài 7.** Xét phép thử ngẫu nhiên: Gieo hai con xúc xắc cùng một lúc.

- Mô tả không gian mẫu
- Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:  
 $A$  là biến cố "Mặt có số chấm giống nhau xuất hiện"  
Gọi  $B$  là biến cố "tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6"  
 $C$  : "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 13"  
 $D$  : "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc bằng 13"

**Bài 8.** Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp cho đến khi lần đầu tiên xuất hiện mặt sấp hoặc cả năm lần ngửa thì dừng lại.

- Tìm số phần tử của không gian mẫu.
- Xác định số khả năng thuận lợi cho các biến cố:  
 $A$  : "Số lần gieo không vượt quá ba"  
 $B$  : "Có ít nhất 2 lần gieo xuất hiện mặt ngửa"

## Dạng 2. Xác suất của biến cố

### Phương pháp giải

**Để tính xác suất của biến cố  $A$ , ta có thể thực hiện các bước sau:**

- Bước 1.** Kiểm tra tính đồng khả năng đối với các kết quả có thể xảy ra của phép thử
- Bước 2.** Đếm số kết quả có thể xảy ra, tức là đếm số phần tử của không gian mẫu  $\Omega$
- Bước 3.** Đếm số kết quả thuận lợi cho biến cố  $A$
- Bước 4.** Lập tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố  $A$  và tổng số kết quả có thể xảy ra.

**Bài 9.** Xét phép thử: "Gieo một đồng tiền liên tiếp 3 lần."

Gọi  $A$  là biến cố "có ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp". Tính xác suất của biến cố  $A$ .

**Bài 10.** Xét phép thử: "Gieo ngẫu nhiên hai con súc sắc cân đối và đồng chất". Tính xác suất của các biến cố sau:

- $A = \{ \text{Tổng số chấm trên hai mặt bằng 11} \}$
- $B = \{ \text{Kết quả sau hai lần gieo là như nhau} \}$
- $C = \{ \text{Tổng số chấm trên hai mặt bằng 7} \}$

**Bài 11.** Xét phép thử: “Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá”. Tính xác suất của các biến cố sau:

- $A = \{ \text{Rút được lá bích} \}$
- $B = \{ \text{Rút được lá K} \}$
- $C = \{ \text{Rút được lá K bích} \}$

**Bài 12.** Một trung tâm du học xuất khẩu ra nước ngoài gồm có 60 học sinh trong đó có 25 học sinh học tiếng Trung ; 25 học sinh học tiếng Nhật; 7 học sinh học tiếng Hàn; 3 học sinh học cả tiếng Trung và tiếng Hàn . Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ trung tâm đó.

Tính xác suất của các biến cố sau :

- “*Học sinh được chọn học tiếng Trung*”.
- “*Học sinh được chọn học tiếng Nhật*”.
- “*Học sinh được chọn học tiếng Hàn*”.
- “*Học sinh được chọn học cả tiếng Trung và tiếng Hàn*”.

**Bài 13.** Hộp thứ nhất đựng 1 thẻ xanh, 1 thẻ đỏ và 1 thẻ vàng. Hộp thứ hai đựng 1 thẻ xanh, 1 thẻ đỏ. Các tấm thẻ có kích thước có khối lượng như nhau. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp một tấm thẻ

- Liệt kê tất cả các kết quả có thể xảy ra.
- Tính xác suất của biến cố “Trong 2 thẻ lấy ra có ít nhất 1 thẻ màu xanh”

**Bài 14.** Trong một cuộc tổng điều tra dân số, điều tra viên chọn ngẫu nhiên một gia đình có ba người con và quan tâm giới tính của ba người con này.

- Vẽ sơ đồ hình cây để mô tả các phần tử của không gian mẫu.
- Giả thiết rằng khả năng sinh con trai và khả năng sinh con gái là như nhau. Tính xác suất để gia đình đó có một con trai và hai con gái.

**Bài 15.** Một đội thanh niên tình nguyện gồm 11 thành viên đến từ các tỉnh , TP: *Kon Tum; Bình Phước; Tây Ninh; Bình Dương; Gia Lai; Bà Rịa – Vũng Tàu; Đồng Nai; Đắk Lắk ; Đắk Nông; Lâm Đồng; TP Hồ Chí Minh*, mỗi tỉnh ,TP chỉ có đúng một thành viên trong đội. Chọn ngẫu nhiên một thành viên của đội tình nguyện đó.

- Gọi  $K$  là tập hợp gồm các kết quả có thể xảy ra đối với thành viên được chọn. Tính số phần tử của tập hợp  $K$ .
- Tính xác suất của mỗi biến cố sau :
  - “*Thành viên được chọn ra đến từ vùng Tây Nguyên*”.
  - “*Thành viên được chọn ra đến từ vùng Đông Nam Bộ*”.

**Bài 16.** Màu hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: màu vàng và màu xanh. Có hai gene ứng với hai kiểu hình này là allele trội  $A$  và allele lặn  $a$ . Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này allele trội  $B$  và allele lặn  $b$ .

Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Phép thử là cho lai hai cây đậu Hà Lan, trong đó cây bố có kiểu gene là  $(AA, Bb)$ , cây mẹ có kiểu gene là  $(Aa, Bb)$ .

- Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử trên. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?
- Hỏi xác suất để cây con có kiểu hình như cây bố và cây mẹ là bao nhiêu?



**C. ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:**

|        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|--------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Câu    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| Đáp án | C  | D  | A  | B  | C  | A  | D  | B  | D  | A  |
| Câu    | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Đáp án | C  | B  | B  | C  | C  | C  | D  | B  | C  | D  |
| Câu    | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |    |    |
| Đáp án | A  | B  | D  | C  | B  | B  | D  | D  |    |    |

**D. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**BẢNG ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| C  | D  | A  | B  | C  | A  | D  | B  | D  | A  |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| C  | B  | B  | C  | C  | C  | D  | B  | C  | D  |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |    |    |
| A  | B  | D  | C  | B  | B  | D  | D  |    |    |

**HƯỚNG DẪN**

**Câu 1:** Xét phép thử “Gieo một xúc xắc một lần”. Nêu những kết quả có thể xảy ra đối với mặt xuất hiện của xúc xắc.

- A. Mặt 1 chấm; mặt 2 chấm; mặt 4 chấm; mặt 6 chấm; mặt 7 chấm; mặt 8 chấm.
- B. Mặt 1 chấm; mặt 2 chấm; mặt 4 chấm; mặt 5 chấm; mặt 6 chấm; mặt 7 chấm.
- C. Mặt 1 chấm; mặt 2 chấm; mặt 3 chấm; mặt 4 chấm; mặt 5 chấm; mặt 6 chấm.
- D. Mặt 1 chấm; mặt 2 chấm; mặt 3 chấm; mặt 6 chấm; mặt 7 chấm; mặt 8 chấm.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Những kết quả có thể xảy ra đối với mặt xuất hiện của xúc xắc: Mặt 1 chấm; mặt 2 chấm; mặt 3 chấm; mặt 4 chấm; mặt 5 chấm; mặt 6 chấm

**Câu 2:** Một hộp có 12 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1;2;3;...;12; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Xét phép thử “Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp”. Viết không gian mẫu của phép thử đó.

- A.  $\Omega = \{ \text{Thẻ số 1; thẻ số 2; thẻ số 3; thẻ số 12} \}$ .
- B. Thẻ số 1; thẻ số 2; thẻ số 3; thẻ số 4; thẻ số 5; thẻ số 6; thẻ số 7; thẻ số 8; thẻ số 9; thẻ số 10; thẻ số 11; thẻ số 12.

**C.**  $\Omega = \{ \text{Thẻ số 0; thẻ số 1; thẻ số 2; thẻ số 3; thẻ số 4; thẻ số 5; thẻ số 6; thẻ số 7; thẻ số 8; thẻ số 9; thẻ số 10; thẻ số 11} \}.$

**D.**  $\Omega = \{ \text{Thẻ số 1; thẻ số 2; thẻ số 3; thẻ số 4; thẻ số 5; thẻ số 6; thẻ số 7; thẻ số 8; thẻ số 9; thẻ số 10; thẻ số 11; thẻ số 12} \}.$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Không gian mẫu của phép thử đó là:

$\Omega = \{ \text{Thẻ số 1; thẻ số 2; thẻ số 3; thẻ số 4; thẻ số 5; thẻ số 6; thẻ số 7; thẻ số 8; thẻ số 9; thẻ số 10; thẻ số 11; thẻ số 12} \}.$

**Câu 3:** Xác định không gian mẫu của phép thử sau: Gieo 2 lần một đồng xu có 1 mặt xanh và 1 mặt đỏ.

**A.**  $\Omega = \{ (\text{xanh; đỏ}), (\text{đỏ; xanh}) \}.$

**B.**  $\Omega = \{ (\text{xanh; xanh}), (\text{đỏ; đỏ}) \}.$

**C.**  $\Omega = \{ \text{xanh; đỏ} \}.$

**D.**  $\Omega = \{ \text{đỏ; xanh} \}.$

**Lời giải**

**Chọn A.**

Không gian mẫu của phép thử đó là:  $\Omega = \{ (\text{xanh; đỏ}), (\text{đỏ; xanh}) \}.$

**Câu 4:** Xác định không gian mẫu của phép thử sau: Lấy ra 1 quả bóng từ một hộp chứa 3 quả bóng được đánh số 1; 2; 3, xem số, trả lại hộp rồi lại lấy ra 1 quả bóng từ hộp đó.

**A.**  $\Omega = \{ (1; 2; 3), (1; 3; 2), (2; 1; 3), (2; 3; 1), (3; 1; 2), (3; 2; 1) \}.$

**B.**  $\Omega = \{ (1; 1), (1; 2), (1; 3), (2; 1), (2; 2), (2; 3), (3; 1), (3; 2), (3; 3) \}.$

**C.**  $\Omega = \{ 1; 2; 3 \}.$

**D.**  $\{ (1; 2; 3), (1; 3; 2), (2; 1; 3), (2; 3; 1), (3; 1; 2), (3; 2; 1) \}.$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Không gian mẫu của phép thử đó là:  $\Omega = \{ (1; 1), (1; 2), (1; 3), (2; 1), (2; 2), (2; 3), (3; 1), (3; 2), (3; 3) \}$

**Câu 5:** Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là:

**A.**  $\{ NN, NS, SN, SS \}.$

**B.**  $\{ NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS \}.$

**C.**  $\{ NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN \}.$

**D.**  $\{ NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN \}.$

**Lời giải**

**Chọn C.**

Không gian mẫu của phép thử đó là:  $\{ NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN \}$

**Câu 6:** Gieo một đồng tiền và một con súc sắc là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là:

**A.**  $\{ S1; S2; S3; S4; S5; S6; N1; N2; N3; N4; N5; N6 \}.$

**B.**  $\{ S; N; 1; 2; 3; 4; 5; 6 \}.$

C.  $\{SS; NN; SN; NS; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ .

D.  $\{SS; NN; SN; NS; S1; S2; S3; S4; S5; S6; N1; N2; N3; N4; N5; N6\}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Không gian mẫu của phép thử đó là:  $\{S1; S2; S3; S4; S5; S6; N1; N2; N3; N4; N5; N6\}$

**Câu 7:** Gieo con súc sắc hai lần. Biến cố  $A$  là biến cố để sau hai lần gieo có ít nhất một mặt 6 chấm.

A.  $A = \{(1;6), (2;6), (3;6), (4;6), (5;6)\}$ .

B.  $A = \{(1;6), (2;6), (3;6), (4;6), (5;6), (6;6)\}$ .

C.  $A = \{(6;1), (6;2), (6;3), (6;4), (6;5)\}$ .

D.  $A = \{(1;6), (2;6), (3;6), (4;6), (5;6), (6;6), (6;1), (6;2), (6;3), (6;4), (6;5)\}$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Không gian mẫu của phép thử đó là:

$$A = \{(1;6), (2;6), (3;6), (4;6), (5;6), (6;6), (6;1), (6;2), (6;3), (6;4), (6;5)\}$$

**Câu 8:** Cho tập hợp  $A = \{4; 5; 6\}$ . Từ các chữ số của tập hợp  $A$  viết ngẫu nhiên một số tự có 2 chữ số.

Mô tả không gian mẫu của phép thử

A.  $\Omega = \{45; 46; 54; 56; 64; 65\}$ .

B.  $\Omega = \{44; 45; 46; 54; 55; 56; 64; 65; 66\}$ .

C.  $\Omega = \{(4;5); (4;6); (5;4); (5;6); (6;4); (6;5)\}$ .

D.  $\Omega = \{(4;4); (4;5); (4;6); (5;4); (5;5); (5;6); (6;4); (6;5); (6;6)\}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Không gian mẫu của phép thử đó là:  $\Omega = \{44; 45; 46; 54; 55; 56; 64; 65; 66\}$

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

**Câu 9:** Gieo một con xúc sắc cân đối đồng chất hai lần. Số phần tử của không gian mẫu là:

A. 9.

B. 18.

C. 12.

D. 36.

**Lời giải:**

**Chọn D**

Không gian mẫu:

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{l} (1;1), (1;2), (1;3), (1;4), (1;5), (1;6), (2;1), (2;2), (2;3), (2;4), (2;5), (2;6), \\ (3;1), (3;2), (3;3), (3;4), (3;5), (3;6), (4;1), (4;2), (4;3), (4;4), (4;5), (4;6), \\ (5;1), (5;2), (5;3), (5;4), (5;5), (5;6), (6;1), (6;2), (6;3), (6;4), (6;5), (6;6) \end{array} \right\}$$

$$n(\Omega) = 36.$$

**Câu 10:** Gieo một con xúc sắc cân đối đồng chất hai lần liên tiếp. Cho biến cố  $B$ : “Số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ nhất là 2”. Số kết quả thuận lợi của biến cố  $B$  là:

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải:

Chọn A

Biến cố  $B$ : “Số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ nhất là 2” là:

$$B = \{(2;1);(2;2);(2;3);(2;4);(2;5);(2;6)\}.$$

Số kết quả thuận lợi của biến cố  $B$  là 6.

**Câu 11:** Tung một đồng xu liên tiếp 3 lần. Cho biến cố  $A$ : “xuất hiện đúng 2 mặt ngửa”.

Số kết quả thuận lợi của biến cố  $A$  là:

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải:

Lời giải:

Chọn C

Không gian mẫu của phép thử đó là:  $\Omega = \{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$

Biến cố  $A$ : “xuất hiện đúng 2 mặt ngửa” là  $A = \{NNS; NSN; SNN\}$ .

Số kết quả thuận lợi của biến cố  $A$  là: 3.

**Câu 12:** Tung một đồng xu liên tiếp 3 lần. Cho biến cố  $B$ : “có ít nhất 2 mặt ngửa”.

Số kết quả thuận lợi của biến cố  $B$  là:

A. 8.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải:

Chọn B

Không gian mẫu của phép thử đó là:  $\Omega = \{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$

Biến cố  $B$ : “có ít nhất 2 mặt ngửa” là  $B = \{NNS; NSN; SNN; NNN\}$ .

Số kết quả thuận lợi của biến cố  $B$  là: 4.

**Câu 13:** Nam và Khang mỗi bạn viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có một chữ số. Biết biến cố: “Hai chữ số đó có tổng bằng 10”. Số kết quả thuận lợi của biến cố  $A$  là:

A. 10.

B. 9.

C. 8.

D. 5.

Lời giải:

Chọn B

Biến cố  $A$ : “Hai chữ số đó có tổng bằng 10” là:

$$A = \{(1;9);(9;1);(2;8);(8;2);(3;7);(7;3);(4;6);(6;4);(5;5)\}$$

Số kết quả thuận lợi của biến cố  $A$  là: 9.

**Câu 14:** Cho tập hợp  $A = \{1; 0; 5; 6\}$ . An dùng 2 chữ số khác nhau từ  $A$  để tạo thành số có 2 chữ số. Số kết quả thuận lợi của biến cố: “Số tạo thành là số chẵn”.

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải:

Chọn C

Các kết quả thuận lợi của biến cố: “Số tạo thành là số chẵn” là  $\{10; 50; 60; 16; 56\}$ .

**Câu 15:** Cho tập hợp  $A = \{1; 0; 5; 6\}$ . Mai dùng 2 chữ số khác nhau từ  $A$  để tạo thành số có 2 chữ số. Số kết quả thuận lợi của biến cố: “Số tạo thành chia hết cho 5”.

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải:

Chọn C

Các kết quả thuận lợi của biến cố: “Số tạo thành chia hết cho 5” là  $\{10; 50; 60; 15; 65\}$ .

**Câu 16:** Cho tập hợp  $A = \{1; 0; 5; 6\}$ . Khang dùng 2 chữ số khác nhau từ  $A$  để tạo thành số có 2 chữ số. Số kết quả thuận lợi của biến cố: “Số tạo thành lớn hơn 10”.

A. 10.

B. 9.

C. 8.

D. 5.

Lời giải:

Chọn C

Các kết quả thuận lợi của biến cố: “Số tạo thành lớn hơn 10” là  $\{15; 16; 50; 51; 56; 60; 61; 65\}$ .

### III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

**Câu 17:** Tung một lần 3 đồng xu giống nhau. Xác suất của biến cố  $A$ : “Có ít nhất một đồng xu xuất hiện mặt sấp” là:

A.  $\frac{1}{2}$ .B.  $\frac{1}{4}$ .C.  $\frac{3}{8}$ .D.  $\frac{7}{8}$ .

Lời giải:

Chọn D

Không gian mẫu là:  $\Omega = \{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$

$$n(\Omega) = 8.$$

Biến cố  $A$ : “Có ít nhất một đồng xu xuất hiện mặt sấp” là

$$A = \{SSS, SSN, SNS, NSS, SNN, NSN, NNS\}$$

$$n(A) = 7.$$

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{8}.$$

**Bài 18.** Tung một lần 3 đồng xu giống nhau. Xác suất của biến cố  $B$ : “Ba mặt xuất hiện giống nhau” là:

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{1}{4}$ .

C.  $\frac{3}{8}$ .

D.  $\frac{7}{8}$ .

**Lời giải:**

**Chọn B**

Không gian mẫu là:  $\Omega = \{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$

$$n(\Omega) = 8.$$

Biến cố  $B$ : “Ba mặt xuất hiện giống nhau” là  $B = \{(S, S, S), (N, N, N)\}$

$$n(B) = 2.$$

$$\text{Xác suất của biến cố } B \text{ là } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}.$$

**Câu 19:** Cho tập hợp  $A = \{4; 5; 6\}$ . Từ các chữ số của tập hợp  $A$  viết ngẫu nhiên một số tự nhiên có 2 chữ số. Xác suất để số được viết có hai chữ số khác nhau là:

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{1}{3}$ .

C.  $\frac{2}{3}$ .

D.  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải:**

**Chọn C**

Không gian mẫu là:  $\Omega = \{44; 45; 46; 54; 55; 56; 64; 65; 66\}$ .

$$n(\Omega) = 9.$$

Số được viết có hai chữ số khác nhau có thể là  $45; 46; 54; 56; 64; 65$ .

$$\text{Xác suất cần tìm là: } \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$$

**Câu 20:** Một hộp chứa 30 thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp đó. Xác suất thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3 là:

A.  $\frac{3}{10}$ .

B.  $\frac{1}{3}$ .

C.  $\frac{1}{5}$ .

D.  $\frac{1}{6}$ .

**Lời giải:**

**Chọn D**

Ta có:  $n(\Omega) = 30$ .

Gọi  $A$  là biến cố lấy được một tấm thẻ ghi số lẻ và chia hết cho 3.

$$A = \{3; 9; 15; 21; 27\}$$

$$n(A) = 5$$

$$\text{Do đó } P(A) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}.$$

**Câu 21:** Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Nam viết lên các viên bi đó các số  $1; 2; 3; \dots; 20$ ; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau. Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”. Xác suất biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1 là:

A.  $\frac{3}{20}$ .

B.  $\frac{3}{10}$ .

C.  $\frac{1}{3}$ .

D.  $\frac{1}{6}$ .

**Lời giải:**

**Chọn A**

Ta có:  $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20\}$

$$n(\Omega) = 20.$$

Gọi  $A$  là biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1”.

$$A = \{1; 8; 15\}$$

$$n(A) = 3$$

$$\text{Do đó } P(A) = \frac{3}{20}.$$

**Câu 22:** Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lớn hơn 499 và nhỏ hơn 1000. Xác suất “Số tự nhiên viết ra là lập phương của một số tự nhiên”.

A.  $\frac{1}{100}$ .

B.  $\frac{1}{250}$ .

C.  $\frac{1}{500}$ .

D.  $\frac{3}{500}$ .

**Lời giải:**

**Chọn B**

Ta có:  $n(\Omega) = (999 - 500) : 1 + 1 = 500$ .

Gọi  $B$  là biến cố: “Số tự nhiên viết ra là lập phương của một số tự nhiên”.

$$B = \{512; 729\}$$

$$n(B) = 2$$

$$\text{Do đó } P(B) = \frac{2}{500} = \frac{1}{250}.$$

**Câu 23:** Rút ra một lá bài từ bộ bài tứ lơ khơ 52 lá. Xác suất để được lá bích và không thuộc bộ: “J, Q, K, Át” là:

A.  $\frac{1}{13}$ .

B.  $\frac{12}{13}$ .

C.  $\frac{3}{4}$ .

D.  $\frac{9}{52}$ .

**Lời giải:**

**Chọn D**

Số phần tử không gian mẫu  $n(\Omega) = 52$ .

Gọi  $A$  là biến cố: Lá bài rút ra được là lá bích và không thuộc bộ: “J, Q, K, Át”

Ta có:  $n(A) = 9$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{9}{52}.$$

**Câu 24:** Gieo ba con xúc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con xúc sắc như nhau là?

A.  $\frac{1}{216}$ .

B.  $\frac{3}{216}$ .

C.  $\frac{6}{216}$ .

D.  $\frac{12}{216}$ .

**Lời giải:**

**Chọn C**

Số phần tử không gian mẫu  $n(\Omega) = 6.6.6 = 216$ .

Gọi  $A$  là biến cố: “Số chấm xuất hiện trên ba con xúc sắc như nhau”.

Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố  $A$  là

$$A = \{(1;1;1), (2;2;2), (3;3;3), (4;4;4), (5;5;5), (6;6;6)\}$$

Ta có:  $n(A) = 6$ .

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{216}.$$

**Câu 25:** Gieo một con xúc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Xác suất của biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A.  $\frac{1}{6}$ .

B.  $\frac{5}{36}$ .

C.  $\frac{1}{9}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải:**

**Chọn B**

Số phần tử của không gian mẫu  $n(\Omega) = 6.6 = 36$ .

Gọi  $A$  là biến cố: “Số chấm trên mặt hai lần gieo có tổng hai mặt bằng 8”.

Gọi số chấm trên mặt khi gieo lần một là  $x$ , số chấm trên mặt khi gieo lần hai là  $y$ .

$$\text{Theo đề bài, ta có: } \begin{cases} 1 \leq x \leq 6 \\ 1 \leq y \leq 6 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

Khi đó các kết quả thuận lợi của biến cố  $A$  là:

$$A = \{(2;6); (3;5); (4;4); (6;2); (5;3)\}$$

$n(A) = 5$ .

$$\text{Vậy xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{36}.$$

### III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

**Câu 26:** Gieo một con xúc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Xác suất của biến cố có tích hai lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn.

- A. 1.                                      B.  $\frac{3}{4}$ .                                      C.  $\frac{1}{2}$ .                                      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải:**

**Chọn B**

Số phần tử của không gian mẫu  $n(\Omega) = 6.6.6 = 216$ .

Gọi  $A$  là biến cố: “Tích hai lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn”. Ta xét các trường hợp sau

\* **TH1:** Gieo lần một, số chấm xuất hiện trên mặt là số lẻ thì khi gieo lần hai số chấm xuất hiện trên mặt là số chẵn. Khi đó ta có  $3.3 = 9$  cách gieo.

\* **TH2:** Gieo lần một, số chấm xuất hiện trên mặt là số chẵn thì khi gieo lần hai số chấm xuất hiện trên mặt là số lẻ hoặc số chẵn. Khi đó ta có  $3.3 + 3.3 = 18$  cách gieo.

Do đó số kết quả thuận lợi của biến cố  $A$  là:  $n(A) = 9 + 18 = 27$ .

Vậy xác suất của biến cố  $A$  là  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{27}{216} = \frac{1}{8}$ .

**Câu 27:** Gieo 3 con xúc xắc, kết quả là một bộ thứ tự  $(x; y; z)$  với  $x; y; z$  lần lượt là số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc. Xác suất để  $x + y + z < 16$  là:

- A.  $\frac{1}{24}$ .                                      B.  $\frac{23}{24}$ .                                      C.  $\frac{5}{108}$ .                                      D.  $\frac{103}{108}$ .

**Lời giải:**

**Chọn D**

Gọi  $X$  là biến cố: “số bộ thứ tự  $(x; y; z)$  có tổng  $x + y + z < 16$ ”.

Số các bộ thứ tự  $(x; y; z)$  với  $x; y; z$  là số tự nhiên lớn hơn hoặc bằng 1 và nhỏ hơn hoặc bằng 6 là  $n(\Omega) = 6.6.6 = 216$ .

Xét các bộ thứ tự  $(x; y; z)$  có tổng  $x + y + z \geq 16$ . Ta có:

$$16 = 5 + 5 + 6 = 5 + 6 + 5 = 6 + 5 + 5 = 4 + 6 + 6 = 6 + 6 + 4$$

$$17 = 5 + 6 + 6 = 6 + 6 + 5 = 6 + 5 + 6$$

$$18 = 6 + 6 + 6$$

Như vậy có tổng cộng 10 bộ  $(x; y; z)$  thỏa mãn  $x + y + z \geq 16$ .

Khi đó số bộ thứ tự  $(x; y; z)$  có tổng  $x + y + z < 16$  là  $216 - 10 = 206$

Xác suất của biến cố  $X$  là  $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{206}{216} = \frac{103}{108}$ .

**Câu 28:** Một người bỏ ngẫu nhiên 4 lá thư và 4 chiếc phong bì thư đã để sẵn địa chỉ. Xác suất để có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ là:

- A.  $\frac{1}{3}$ .                                      B.  $\frac{2}{3}$ .                                      C.  $\frac{3}{8}$ .                                      D.  $\frac{5}{8}$ .

**Lời giải:**

**Chọn D**

Gọi 4 lá thư lần lượt là  $A, B, C, D$  và 4 chiếc phong bì thư có địa chỉ đúng với các lá thư trên lần lượt 1;2;3;4.

Số phần tử của không gian mẫu là  $n(\Omega) = 24$ .

Gọi  $X$  là biến cố: “có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ”.

Ta có 3 trường hợp sau;

\* **TH1:** Cả 4 lá thư đều bỏ đúng địa chỉ: chỉ có 1 trường hợp duy nhất.

\* **TH2:** Có đúng 2 lá thư đều bỏ đúng địa chỉ.

Có 6 trường hợp xảy ra là:  $A1 - B2 - C4 - D3$ ;  $A1 - B4 - C3 - D2$ ;  $A4 - B4 - C3 - D1$ ;  $A1 - B3 - C2 - D4$ ;  $A3 - B2 - C1 - D4$  hoặc  $A1 - B4 - C2 - D4$ .

\* **TH3:** Có đúng 1 lá thư đều bỏ đúng địa chỉ. Chỉ có lá thư  $A$  bỏ đúng địa chỉ thì có 2 trường hợp  $A1 - B3 - C4 - D2$ ;  $A1 - B4 - C2 - D3$ .

Tương tự với lá thư  $B$  có 2 trường hợp.

Lá thư  $C$  chỉ có đúng 2 trường hợp.

Lá thư  $D$  chỉ có đúng 2 trường hợp.

Suy ra có 8 trường hợp chỉ có đúng 1 lá thư bỏ đúng địa chỉ.

Do đó số kết quả thuận lợi của biến cố  $X$  là:  $n(X) = 1 + 6 + 8 = 15$

$$\text{Vậy xác suất của biến cố } X \text{ là } P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}.$$

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TỰ LUẬN

### Dạng 1: Tìm không gian mẫu và kết quả thuận lợi của biến cố

**Bài 1.** Xét phép thử “Gieo ngẫu nhiên một đồng xu cân đối đồng chất liên tiếp hai lần”

- Viết không gian mẫu của phép thử đó.
- Gọi  $M$  là biến cố “Mặt ngửa xuất hiện đúng một lần”. Hãy viết tập hợp mô tả biến cố  $M$
- Gọi  $E$  là biến cố “Mặt ngửa xuất hiện ít nhất một lần”. Hãy viết tập hợp mô tả biến cố  $E$

#### Lời giải

Kí hiệu mặt sấp là  $S$ , mặt ngửa là  $N$ .

- Không gian mẫu là  $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$
- $M$  là biến cố “Mặt ngửa xuất hiện đúng một lần”.  
Tập hợp mô tả biến cố  $M$  là  $M = \{SN; NS\}$
- $E$  là biến cố “Mặt ngửa xuất hiện ít nhất một lần”.  
Tập hợp mô tả biến cố  $E$  là  $E = \{SN; NS; NN\}$

**Bài 2.** Xét phép thử “Gieo ngẫu nhiên một đồng xu cân đối đồng chất liên tiếp ba lần”

- Viết không gian mẫu của phép thử đó.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

$A$  : “Kết quả ba lần gieo là như nhau”

$B$  : “Mặt sấp xuất hiện ít nhất 2 lần”.

$C$  : “Lần đầu xuất hiện mặt ngửa”

$D$  : “Mặt ngửa xảy ra đúng một lần”.

### Lời giải

Kí hiệu mặt sấp là  $S$ , mặt ngửa là  $N$ .

a) Không gian mẫu trong phép thử trên là tập hợp

$$\Omega = \{SSS; SSN; SNS; NSS; SNN; NSN; NNS; NNN\}$$

b) Biến cố  $A$  là tập hợp:  $A = \{SSS; NNN\}$

Biến cố  $B$  là tập hợp:  $B = \{SSN; SNS; NSS; SSS\}$

Biến cố  $C$  là tập hợp:  $C = \{NSS; NSN; NNS; NNN\}$

Biến cố  $D$  là tập hợp:  $D = \{SSN; SNS; NSS\}$

**Bài 3.** Có hai nhóm học sinh: Nhóm I có ba học sinh nam: Minh, Lâm, Nguyên; nhóm II có ba học sinh nữ: Linh, Phương, Hà. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh từ mỗi nhóm.

Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

### Lời giải

Không gian mẫu trong phép thử trên là tập hợp

$$\Omega = \{ (Minh; Linh), (Minh; Phương), (Minh; Hà), (Lâm; Linh), (Lâm; Phương), (Lâm; Hà); (Nguyên; Linh), (Nguyên; Phương), (Nguyên; Hà) \}$$

Không gian mẫu có 9 phần tử.

**Bài 4.** Phần thưởng trong một chương trình khuyến mãi của một cửa hàng là: ti vi, bàn ghế, tủ lạnh, máy tính, bếp từ, bộ bát đĩa. Bác Hoa tham gia chương trình được chọn ngẫu nhiên một mặt hàng.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Gọi  $A$  là biến cố: "Bác Hoa chọn được mặt hàng là đồ điện". Hỏi  $A$  là tập con nào của không gian

### Lời giải

a. Không gian mẫu là tập hợp các phần thưởng trong chương trình khuyến mãi của siêu thị,

$$\Omega = \{ \text{ti vi; bàn ghế; tủ lạnh; máy tính; bếp từ; bộ bát đĩa} \}$$

b.  $A = \{ \text{ti vi; tủ lạnh; máy tính; bếp từ} \}$ .

**Bài 5.** Một hộp đựng 4 tấm thẻ cùng loại được đánh số 1 ; 2 ; 3 ; 4. Lấy ngẫu nhiên lần lượt hai tấm thẻ từ hộp, thẻ được lấy ra lần đầu không trả lại vào hộp. Quan sát hai số ghi trên hai tấm thẻ được lấy ra.

a) Phép thử là gì?

b) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

### Lời giải

a) Phép thử là lấy ngẫu nhiên lần lượt hai tấm thẻ từ hộp.

b) Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

| Lần 1 \ Lần 2 | 1                 | 2                 | 3                 | 4                 |
|---------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1             | <del>(1, 1)</del> | (1, 2)            | (1, 3)            | (1, 4)            |
| 2             | (2, 1)            | <del>(2, 2)</del> | (2, 3)            | (2, 4)            |
| 3             | (3, 1)            | (3, 2)            | <del>(3, 3)</del> | (3, 4)            |
| 4             | (4, 1)            | (4, 2)            | (4, 3)            | <del>(4, 4)</del> |

Vì thẻ được lấy ra lần đầu không trả lại vào hộp nên cặp có hai phần tử trùng nhau không được tính.

Không gian mẫu của phép thử là:

$$\Omega = \{(1; 2); (1; 3); (1; 4); (2; 1); (2; 3); (2; 4); (3; 1); (3; 2); (3; 4); (4; 1); (4; 2); (4; 3)\}$$

Không gian mẫu có 12 phần tử.

**Bài 6.** Một hộp có chứa 5 quả bóng có cùng khối lượng và kích thước, được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên cùng một lúc 2 quả bóng từ hộp.

a) Hãy liệt kê các phần tử của không gian mẫu của phép thử.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

C: “Trong 2 quả bóng lấy ra có đúng 1 quả bóng ghi số lẻ”

D: “Trong 2 quả bóng lấy ra có ít nhất 1 quả bóng ghi số chẵn”.

**Lời giải**

a) Các phần tử của không gian mẫu của phép thử là:

$$\{(1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (3; 4); (3; 5); (4; 5)\}$$

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố C là:

$$\{(1; 2); (1; 4); (2; 3); (2; 5); (3; 4); (4; 5)\}$$

Các kết quả thuận lợi cho biến cố D là:

$$\{(1; 2); (1; 4); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (3; 4); (4; 5)\}$$

**Bài 7.** Xét phép thử ngẫu nhiên: Gieo hai con xúc xắc cùng một lúc.

a) Mô tả không gian mẫu

b) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố sau:

A là biến cố “Mặt có số chấm giống nhau xuất hiện”

Gọi B là biến cố “tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6”

C: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 13”

D: “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 13”

**Lời giải**

a) Kết quả của phép thử là một cặp số  $(a; b)$  trong đó  $a, b$  lần lượt là số chấm xuất hiện trên con xúc xắc thứ nhất và thứ hai

Không gian mẫu  $\Omega = \{(1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4); (1; 5); (1; 6); (2; 1); (2; 2); (2; 3); (2; 4); (2; 5); (2; 6); (3; 1); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (3; 5); (3; 6); (4; 1); (4; 2); (4; 3); (4; 4); (4; 5); (4; 6); (5; 1); (5; 2); (5; 3); (5; 4); (5; 5); (5; 6); (6; 1); (6; 2); (6; 3); (6; 4); (6; 5); (6; 6)\}$

b) Ta có  $A = \{(1; 1); (2; 2); (3; 3); (4; 4); (5; 5); (6; 6)\}$ .

Do đó số khả năng thuận lợi cho biến cố A là 6

b) Ta có  $a + b = 6 = 1 + 5 = 5 + 1 = 2 + 4 = 4 + 2 = 3 + 3$ .

Do đó  $B = \{(1;5);(5;1);(2;4);(4;2);(3;3)\}$

Vậy số khả năng thuận lợi cho biến cố  $B$  là 5

c) Ta có tổng số chấm xuất hiện trên mặt hai con xúc xắc tối đa là  $12 < 13$ . Nên  $C = \Omega$

Vậy số khả năng thuận lợi cho biến cố  $C$  là 36

d) Ta có  $D = \emptyset$ . Vậy số khả năng thuận lợi cho biến cố  $D$  là 0

**Bài 8.** Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp cho đến khi lần đầu tiên xuất hiện mặt sấp hoặc cả năm lần ngửa thì dừng lại.

- Tìm số phần tử của không gian mẫu.
- Xác định số khả năng thuận lợi cho các biến cố:  
 $A$ : “Số lần gieo không vượt quá ba”  
 $B$ : “Có ít nhất 2 lần gieo xuất hiện mặt ngửa”

### Lời giải

Kí hiệu mặt sấp là  $S$ , mặt ngửa là  $N$ .

- Ta có  $\Omega = \{S; NS; NNS; NNNS; NNNNS; NNNNN\}$

Số phần tử của không gian mẫu là 6

- $A = \{S; NS; NNS\}$

$$B = \{NNS; NNNS; NNNNS; NNNNN\}$$

### Dạng 2: Tính xác suất của biến cố.

**Bài 9.** Xét phép thử: “Gieo một đồng tiền xu cân đối và đồng chất liên tiếp 3 lần.”

Gọi  $A$  là biến cố “có ít nhất một lần xuất hiện mặt sấp”. Tính xác suất của biến cố  $A$ .

### Lời giải

+) Không gian mẫu của phép thử trên là:

$$\Omega = \{SSS; SSN; SNS; NSS; SNN; NSN; NNS; NNN\}$$

Số phần tử của không gian mẫu là: 8

$$+) A = \{SSS; SSN; SNS; NSS; SNN; NSN; NNS\}$$

Số kết quả thuận lợi của biến cố  $A$  là: 7

$$\text{Xác suất biến cố } A \text{ là: } P(A) = \frac{7}{8}.$$

**Bài 10.** Xét phép thử: “Gieo ngẫu nhiên hai con súc sắc cân đối và đồng chất”. Tính xác suất của các biến cố sau:

- $A = \{ \text{Tổng số chấm trên hai mặt bằng } 11 \}$
- $B = \{ \text{Kết quả sau hai lần gieo là như nhau} \}$
- $C = \{ \text{Tổng số chấm trên hai mặt bằng } 7 \}$

### Lời giải

Không gian mẫu  $\Omega = \{(1;1), (1;2), (1;3), (1;4), (1;5), (1;6), (2;1), (2;2), (2;3), (2;4), (2;5), (2;6), (3;1), (3;2), (3;3), (3;4), (3;5), (3;6), (4;1), (4;2), (4;3), (4;4), (4;5), (4;6), (5;1), (5;2), (5;3), (5;4), (5;5), (5;6), (6;1), (6;2), (6;3), (6;4), (6;5), (6;6)\}$

Số phần tử không gian mẫu: 36

a) Biến cố tổng hai mặt là 11:  $A = \{(5;6); (6;5)\}$  nên số kết quả thuận lợi của biến cố A là: 2

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}.$$

b) Biến cố xuất hiện hai lần như nhau:  $B = \{(1;1); (2;2); (3;3); (4;4); (5;5); (6;6)\}$

$$\text{Suy ra } P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

c) Biến cố tổng hai mặt là 7:  $C = \{(1;6); (2;5); (3;4); (4;3); (5;2); (6;1)\}$

$$\text{Suy ra } P(C) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

**Bài 11.** Xét phép thử: “Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá”. Tính xác suất của các biến cố sau:

- a)  $A = \{\text{Rút được lá bích}\}$
- b)  $B = \{\text{Rút được lá K}\}$
- c)  $C = \{\text{Rút được lá K bích}\}$

#### Lời giải

a) Số phần tử không gian mẫu: 52

Số phần tử của biến cố xuất hiện lá bích: 13

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}.$$

b) Số phần tử của biến cố xuất hiện lá K: 4 (K bích, K rô, K cơ, K tép)

$$\text{Suy ra } P(B) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}.$$

c) Số phần tử của biến cố xuất hiện lá K bích là: 1

$$\text{Suy ra } P(C) = \frac{1}{52}.$$

**Bài 12.** Một trung tâm du học xuất khẩu ra nước ngoài gồm có 60 học sinh trong đó có 25 học sinh học tiếng Trung; 25 học sinh học tiếng Nhật; 7 học sinh học tiếng Hàn; 3 học sinh học cả tiếng Trung và tiếng Hàn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ trung tâm đó.

Tính xác suất của các biến cố sau :

- a) “Học sinh được chọn học tiếng Trung ”.  
 b) “Học sinh được chọn học tiếng Nhật”.  
 c) “Học sinh được chọn học tiếng Hàn”.  
 d) “Học sinh được chọn học cả tiếng Trung và tiếng Hàn”.

**Lời giải**

a) Có 25 kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn học tiếng Trung ”.

Vì thế xác suất của biến cố đó là  $\frac{25}{60} = \frac{5}{12}$ .

b) Có 25 kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn học tiếng Nhật”.

Vì thế xác suất của biến cố đó là  $\frac{25}{60} = \frac{5}{12}$ .

c) Có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn học tiếng Hàn”.

Vì thế xác suất của biến cố đó là  $\frac{7}{60}$ .

d) Có 32 kết quả thuận lợi cho biến cố “Học sinh được chọn học cả tiếng Trung và tiếng Hàn”.

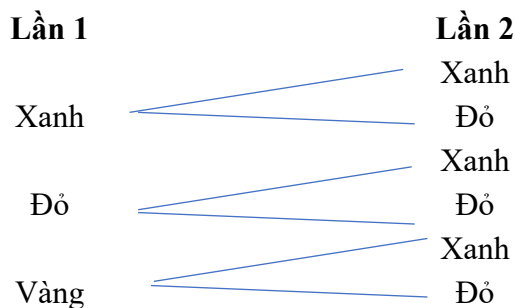
Vì thế xác suất của biến cố đó là  $\frac{32}{60} = \frac{8}{15}$ .

**Bài 13.** Hộp thứ nhất đựng 1 thẻ xanh, 1 thẻ đỏ và 1 thẻ vàng. Hộp thứ hai đựng 1 thẻ xanh, 1 thẻ đỏ. Các tấm thẻ có kích thước có khối lượng như nhau. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp một tấm thẻ

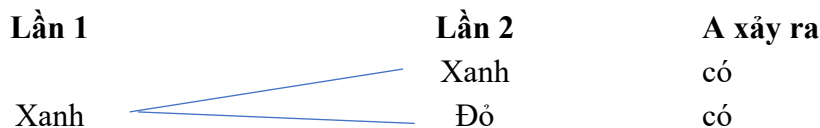
- a) Liệt kê tất cả các kết quả có thể xảy ra.  
 b) Tính xác suất của biến cố “Trong 2 thẻ lấy ra có ít nhất 1 thẻ màu xanh”

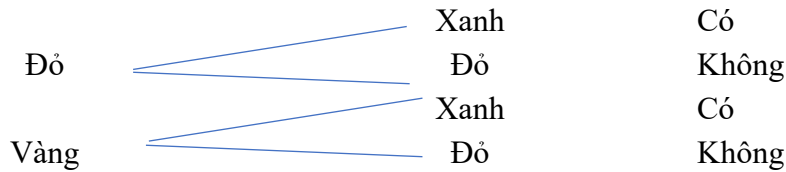
**Lời giải**

- a) Các kết quả có thể xảy ra trong 2 lần lấy tấm thẻ từ 2 hộp  
 (xanh ; xanh), (xanh ; đỏ), (đỏ ; xanh), (đỏ ; đỏ), (vàng ; xanh), (vàng ; đỏ)  
 Có thể hướng dẫn học sinh sử dụng sơ đồ cây



b)





Gọi  $A$  là biến cố “Trong 2 thẻ lấy ra có ít nhất 1 thẻ màu xanh”

Số kết quả thuận lợi của biến cố  $A$  là: 4

$$P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

**Bài 14.** Trong một cuộc tổng điều tra dân số, điều tra viên chọn ngẫu nhiên một gia đình có ba người con và quan tâm giới tính của ba người con này.

a) Mô tả không gian mẫu.

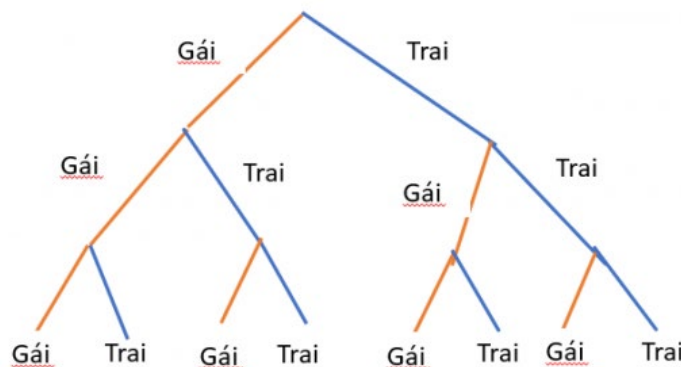
b) Giả thiết rằng khả năng sinh con trai và khả năng sinh con gái là như nhau. Tính xác suất để gia đình đó có một con trai và hai con gái.

#### Lời giải

a) Kí hiệu G là viết tắt của gái, T là viết tắt của trai.

$$\Omega = \{GGG; GGT; GTG; GTT; TTT; TTG; TGT; TGG\}$$

(GV có thể hướng dẫn học sinh sử dụng sơ đồ cây như hình bên dưới)



Vậy số phần tử của không gian mẫu là 8.

b) Gọi biến cố  $A$ : " gia đình đó có một con trai và hai con gái".

$$A = \{GTG; TGG; GGT\}$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{3}{8}$$

**Bài 15.** Một đội thanh niên tình nguyện gồm 11 thành viên đến từ các tỉnh, TP: *Kon Tum; Bình Phước; Tây Ninh; Bình Dương; Gia Lai; Bà Rịa – Vũng Tàu; Đồng Nai; Đắk Lắk; Đắk Nông; Lâm Đồng; TP Hồ Chí Minh*, mỗi tỉnh, TP chỉ có đúng một thành viên trong đội. Chọn ngẫu nhiên một thành viên của đội tình nguyện đó.



a) Gọi K là tập hợp gồm các kết quả có thể xảy ra đối với thành viên được chọn. Tính số phần tử của tập hợp K.

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau :

- “Thành viên được chọn ra đến từ vùng Tây Nguyên”.
- “Thành viên được chọn ra đến từ vùng Đông Nam Bộ”.

### Lời giải

a) Tập hợp K gồm các kết quả xảy ra đối với thành viên được chọn là :

$K = \{ \text{Kon Tum; Bình Phước; Tây Ninh; Bình Dương; Gia Lai; Bà Rịa – Vũng Tàu; Đồng Nai; Đắk Lắk; Đắk Nông; Lâm Đồng; TP Hồ Chí Minh} \}$

Số phần tử của tập hợp K là 11.

b) Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố “Thành viên được chọn ra đến từ vùng Tây Nguyên”.

đó là *Kon Tum; Gia Lai ;Đắk Lắk ; Đắk Nông; Lâm Đồng*.

Vì thế xác suất của biến cố đó là  $\frac{5}{11}$ .

- Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố “Thành viên được chọn ra đến từ vùng Đông Nam Bộ” đó là *Bình Phước; Tây Ninh; Bình Dương; Bà Rịa – Vũng Tàu; Đồng Nai; TP Hồ Chí Minh*.

Vì thế xác suất của biến cố đó là  $\frac{6}{11}$ .

**Bài 16.** Màu hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: màu vàng và màu xanh. Có hai gene ứng với hai kiểu hình này là allele trội A và allele lặn a. Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này allele trội B và allele lặn b.



Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Phép thử là cho lai hai cây đậu Hà Lan, trong đó cây bố có kiểu gene là (AA, Bb), cây mẹ có kiểu gene là (Aa, Bb).

- a) Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử trên. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?
- b) Hỏi xác suất để cây con có kiểu hình như cây bố và cây mẹ là bao nhiêu?

### Lời giải

a) Về kiểu gene, có hai kiểu gene ứng với màu hạt của cây con là: AA, Aa

Có bốn kiểu gene ứng với dạng hạt của cây con là: BB; Bb; bB; bb

Liệt kê được tất cả các kết quả có thể của phép thử bằng cách lập bảng theo mẫu sau:

|    | BB       | Bb       | bB       | bb       |
|----|----------|----------|----------|----------|
| AA | (AA, BB) | (AA, Bb) | (AA, bB) | (AA, bb) |
| Aa | (Aa, BB) | (Aa, Bb) | (Aa, bB) | (Aa, bb) |

Không gian mẫu có 8 phần tử

b) Cây con có kiểu hình như cây bố và cây mẹ tức là cây con có hạt vàng và trơn nếu trong gene màu hạt có ít nhất một allele trội A và trong gene dạng hạt có ít nhất một allele trội B

Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố M: “cây con có kiểu hình như cây bố và cây mẹ”

$M = \{(AA, BB); (AA, Bb); (AA, bB); (Aa, BB); (Aa, Bb); (Aa, bB)\}$

$$\text{Vậy } P(M) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

# BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VI

## A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

### Kiến thức cần nhớ

#### 1. Tần số tương đối

Tần số tương đối  $f_i$  của giá trị  $x_i$  là tỉ số giữa tần số  $n_i$  của giá trị đó và số lượng  $N$  các dữ liệu trong mẫu dữ liệu thống kê:  $f_i = \frac{n_i}{N}$

Ta thường viết tần số tương đối dưới dạng phần trăm.

#### 2. Tần số ghép nhóm

Tần số ghép nhóm (hay tần số) của một nhóm là số số liệu trong mẫu số liệu thuộc vào nhóm đó. Tần số của nhóm 1, nhóm 2, ..., nhóm  $m$  kí hiệu lần lượt là  $n_1, n_2, \dots, n_m$ .

#### 3. Tần số tương đối ghép nhóm

Tần số tương đối ghép nhóm (hay tần số tương đối)  $f_i$  của nhóm  $i$  là tỉ số giữa tần số  $n_i$  của nhóm đó và số lượng  $N$  các số liệu trong mẫu số liệu thống kê:  $f_i = \frac{n_i}{N}$

Ta thường viết tần số tương đối dưới dạng phần trăm.

#### 4. Xác suất của biến cố đơn giản

##### 4.1 Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu

Có những phép thử mà tập hợp  $\Omega$  gồm các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó hoàn toàn xác định. Tuy nhiên, các kết quả xảy ra có tính ngẫu nhiên, ta không thể đoán trước được, những phép thử như thế gọi là phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) và tập hợp  $\Omega$  gọi là không gian mẫu của phép thử.

##### 4.2 Xác suất của biến cố

- Giả thiết rằng các kết quả có thể xảy ra của một phép thử là đồng khả năng. Khi đó xác suất của biến cố  $A$ , kí hiệu là  $P(A)$ , bằng tỉ số giữa kết quả thuận lợi cho biến cố  $A$  và tổng số kết quả có thể xảy ra.

$$P(A) = \frac{\text{Số kết quả thuận lợi cho } A}{\text{Tổng số kết quả có thể xảy ra}}$$

- Để tính xác suất của biến cố  $A$ , ta có thể thực hiện các bước sau:

**Bước 1:** Kiểm tra tính đồng khả năng đối với các kết quả có thể xảy ra của phép thử

**Bước 2:** Đếm số kết quả có thể xảy ra, tức là đếm số phần tử của không gian mẫu  $\Omega$

**Bước 3:** Đếm số kết quả thuận lợi cho biến cố  $A$

**Bước 4:** Lập tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố  $A$  và tổng số kết quả có thể xảy ra.

## B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

### I – MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Kết quả điều tra về số con của 30 hộ trong phường được cho trong bảng 1 sau:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 1 | 0 | 2 |
| 2 | 4 | 2 | 3 | 2 | 1 | 3 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 4 | 1 | 0 | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 |

Bảng 1

Dùng bảng 1 trả lời cho các câu số 1, 2, 3

**Câu 1:** Số các giá trị khác nhau có trong bảng 1 là

- A. 3                                      B. 4                                      C. 30                                      D. 5

**Câu 2:** Số các giá trị của bảng 1 là

- A. 30                                      B. 5                                      C. 4                                      D. 3

**Câu 3:** Tần số của giá trị 2 là

- A. 17                                      B. 30                                      C. 2                                      D. 4

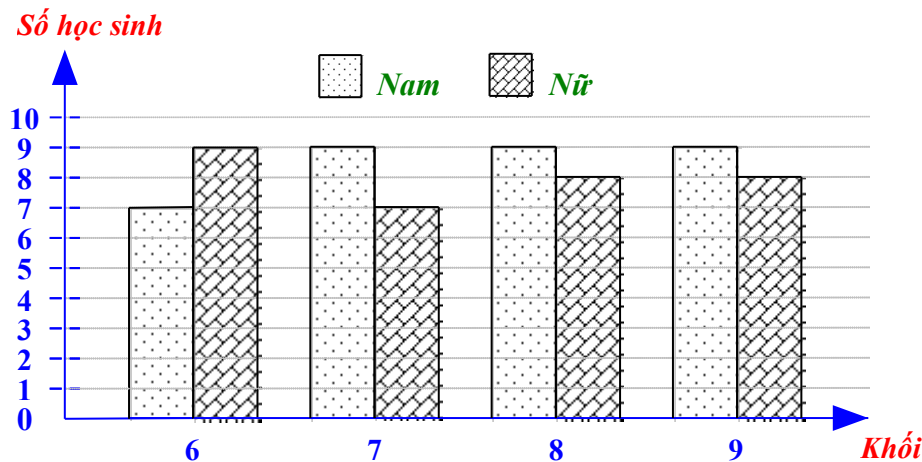
**Câu 4:** Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

| Nhóm      | [10;20) | [20;30) | [30;40) | [40;50) | Cộng |
|-----------|---------|---------|---------|---------|------|
| Tần số(n) | 6       | 18      | 24      | 12      | 60   |

Tần số của nhóm [40;50) là

- A. 0,2                                      B. 12                                      C. 5                                      D. 20%

Cho biểu đồ cột kép **hình 1** biểu diễn số lượng học sinh tham gia giải thi đấu thể thao của một trường THCS.



Hình 1

Sử dụng **hình 1** trả lời cho các câu 5, 6, 7

**Câu 5:** Số học sinh nam khối 9 tham gia giải thi đấu thể thao của trường là

- A. 9                                      B. 8                                      C. 7                                      D. 6

**Câu 6:** Tổng học sinh tham gia thể thao của khối 8 là

- A. 17                                      B. 16                                      C. 66                                      D. 32

**Câu 7:** Xác suất để chọn ra một học sinh nữ của khối 6 làm đội trưởng cho nhóm học sinh khối 6 tham gia giải thi đấu thể thao của trường là

- A.  $\frac{9}{16}$                       B.  $\frac{7}{16}$                       C.  $\frac{9}{32}$                       D.  $\frac{9}{66}$

**Câu 8:** Xác suất của biến cố "Mặt một chấm xuất hiện khi tung con xúc xắc một lần" là

- A.  $\frac{1}{6}$                       B.  $\frac{1}{5}$                       C.  $\frac{2}{5}$                       D.  $\frac{3}{6}$

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

**Câu 9:** Một lớp học có 60 học sinh, trong đó 15 học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc. Xác suất chọn 1 học sinh CLB âm nhạc của lớp để tham gia biểu diễn là

- A. 0,15                      B. 0,25                      C. 0,3                      D. 0,5

**Câu 10:** Một không gian mẫu có 6 kết quả có thể, xác suất xảy ra của mỗi kết quả (giả sử các kết quả có xác suất bằng nhau) là

- A.  $\frac{1}{6}$                       B.  $\frac{1}{5}$                       C.  $\frac{1}{4}$                       D.  $\frac{1}{3}$

**Câu 11:** Một hộp có 25 thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,..., 23, 24, 25; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Xác suất của biến cố "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nhỏ hơn 16" là

- A.  $\frac{3}{5}$                       B.  $\frac{16}{25}$                       C.  $\frac{14}{25}$                       D.  $\frac{4}{5}$

**Câu 12:** Thống kê lượng hàng tồn kho (đơn vị: sản phẩm) của 30 mặt hàng ở một cửa hàng kinh doanh được cho bởi bảng tần số sau:

|                 |   |   |   |   |          |
|-----------------|---|---|---|---|----------|
| Số sản phẩm (x) | 2 | 3 | 4 | 5 | Cộng     |
| Tần số(n)       | 7 | 9 | 6 | 8 | $N = 30$ |

Tần số tương đối của mặt hàng tồn kho 4 sản phẩm là

- A. 20%                      B. 30%                      C. 27%                      D. 23%

**Bài 13.** Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 là dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

|           |         |         |         |         |      |
|-----------|---------|---------|---------|---------|------|
| Nhóm      | [10;20) | [20;30) | [30;40) | [40;50) | Cộng |
| Tần số(n) | 6       | 18      | 24      | 12      | 60   |

Tần số tương đối của nhóm [30;40) là

- A. 30%                      B. 10%                      C. 40%                      D. 20%

**Bài 14.** Một túi có 5 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Bốc ngẫu nhiên một viên bi. Xác suất để bốc được viên bi xanh là

- A.  $\frac{3}{8}$                       B.  $\frac{5}{8}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{3}{5}$

## III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

**Câu 15:** Nhóm học sinh tình nguyện khối 9 của một trường THCS có 7 bạn, trong đó 4 bạn nam là: Quang (lớp 9A8), Kiên (lớp 9A1), Khải (lớp 9A7), Đăng (lớp 9A3) và 3 bạn nữ là: Ngân (lớp 9A3), Chi (lớp 9A7), Linh (lớp 9A6). Chọn ngẫu nhiên một bạn trong nhóm tham gia tình nguyện của trường. Xác suất chọn được một bạn nữ là

- A.  $\frac{3}{7}$                       B. 0                      C. 1                      D.  $\frac{4}{7}$

**Câu 16:** Có hai túi I và II. Túi I chứa 3 tấm thẻ, đánh số 2, 3, 4. Túi II chứa 2 tấm thẻ, đánh số 5; 6. Từ mỗi túi I và II, rút ngẫu nhiên một tấm thẻ. Xác suất của biến cố "Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau hai đơn vị" là

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C. 0                      D.  $\frac{2}{3}$

**Câu 17:** Tung hai viên xúc xắc đồng chất. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt bằng 8 là

- A.  $\frac{5}{36}$                       B. 1                      C. 0                      D.  $\frac{8}{36}$

**Câu 18:** Một bó hoa gồm 3 bông hoa màu đỏ và 1 bông hoa màu vàng. Bạn Mai chọn ngẫu nhiên 2 bông hoa từ bó hoa đó. Xác suất bạn Mai chọn được "Trong hai bông hoa được chọn ra có đúng 1 bông hoa màu đỏ" là

- A.  $\frac{1}{2}$                       B. 1                      C. 0                      D.  $\frac{2}{3}$

**Câu 19:** Một túi có 2 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Bốc lần lượt hai viên bi không hoàn lại. Xác suất để cả hai viên bi bốc ra đều là bi đỏ là

- A.  $\frac{1}{10}$                       B.  $\frac{2}{5}$                       C.  $\frac{3}{5}$                       D.  $\frac{3}{10}$

**Câu 20:** Việt và Nam chơi cờ. Trong một ván cờ, xác suất Việt thắng Nam là 0,3 và Nam thắng Việt là 0,4. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ.

- A. 0,12                      B. 0,7                      C. 0,9                      D. 0,21

**C. CÁC DẠNG TỰ LUẬN****Dạng 1. Lập bảng tần số. Tần số tương đối****Phương pháp giải**

- **Bước 1:** Xác định các giá trị (khoảng giá trị) khác nhau của mẫu dữ liệu (mẫu dữ liệu ghép nhóm) và tìm tần số, tần số tương đối của mỗi giá trị đó.
- **Bước 2:** Lập bảng tần số, tần số tương đối.
- Công thức tính tần số tương đối (tần số tương đối ghép nhóm)  $f_i$  của dữ liệu  $x_i$  (nhóm dữ liệu  $i$ ) là tỉ số giữa tần số  $n_i$  của dữ liệu  $x_i$  (nhóm dữ liệu  $i$ ) đó và số lượng  $N$  các số liệu trong mẫu số liệu thống kê:  $f_i = \frac{n_i}{N}$

**Bài 1.** Thống kê tuổi thọ của 30 bóng đèn điện được lắp thử (đơn vị: giờ) được cho trong bảng dưới đây:

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1180 | 1150 | 1190 | 1170 | 1180 | 1170 | 1160 | 1170 | 1160 | 1150 |
| 1190 | 1180 | 1170 | 1170 | 1170 | 1190 | 1170 | 1170 | 1170 | 1180 |
| 1170 | 1160 | 1160 | 1160 | 1170 | 1160 | 1180 | 1180 | 1150 | 1170 |

- a) Lập bảng tần số và tần số tương đối của mẫu số liệu trên.
- b) Có người nói: “Có trên 75% bóng đèn có tuổi thọ từ 1160 đến 1180”. Theo em nhận định đó đúng hay sai?

**Bài 2.** Để đánh giá mức độ hài lòng của khách hàng về thái độ phục vụ của nhân viên, cửa hàng đã lấy ý kiến của 50 khách hàng theo các mức độ: 1; 2; 3; 4; 5. Kết quả được cho ở bảng dưới:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 4 | 1 | 4 | 5 | 2 | 2 | 5 | 5 | 5 |
| 2 | 4 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | 3 | 3 | 4 |
| 4 | 4 | 5 | 1 | 5 | 4 | 4 | 4 | 2 | 4 |
| 4 | 3 | 5 | 5 | 1 | 5 | 5 | 4 | 4 | 4 |
| 3 | 3 | 4 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 |

- a) Lập bảng tần số và tần số tương đối của mẫu số liệu trên.
- b) Chủ cửa hàng nhận định: “Hầu hết mọi người đều hài lòng (khách hàng đánh giá từ 3 điểm trở lên) về thái độ phục vụ của nhân viên”. Theo em chủ cửa hàng đã căn cứ vào đâu để đưa ra nhận định đó?

**Bài 3.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm có bảng tần số ghép nhóm được cho ở Bảng sau:

| Nhóm           | [10;15) | [15;20) | [20;25) | [25;30) | [30;35) | Tổng     |
|----------------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|
| Tần số ( $n$ ) | 4       | 12      | 7       | 8       | 9       | $N = 40$ |

Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

**Bài 4.** Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian (đơn vị: phút) tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

| Thời gian (cm)       | [20;25) | [25;30) | [30;35) | [35;40) | [40;45) | Tổng |
|----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|------|
| Tần số tương đối (%) | 10      | 10      | 30      | 40      | 10      | 100  |

Lập bảng tần số ghép nhóm cho kết quả thu được, biết Chi đã thống kê trong 30 ngày gần đây.

**Bài 5.** Bác Minh thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong 40 ngày. Do sơ xuất nên bác Minh đã ghi thiếu một số số liệu như trong bảng sau:

|                         |          |   |           |         |         |
|-------------------------|----------|---|-----------|---------|---------|
| Độ dài quãng đường (km) | [50;100) | ? | [150;200) | [200;?) | [?;300) |
| Tần số                  | 5        | ? | 12        | ?       | 6       |
| Tần số tương đối (%)    | ?        | ? | 30        | 17,5    | ?       |

Em hãy giúp bác Minh khôi phục lại bảng thống kê trên.

**Bài 6.** Cô Loan ghi lại chiều cao (đơn vị: cm) của các cây xoài giống vừa được chuyển đến nông trường ở bảng sau:

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 16,4 | 19   | 29,6 | 18,3 | 21,8 | 20,6 | 22,2 | 27,1 | 23,3 | 19,5 |
| 29,2 | 23,8 | 29,6 | 25   | 24,4 | 15,4 | 23,8 | 16   | 17,2 | 23,5 |
| 23,2 | 17   | 17,8 | 19,8 | 16,8 | 21,9 | 24,3 | 18,4 | 27,3 | 21   |

Hãy chia dữ liệu trên thành 5 nhóm, với nhóm đầu tiên gồm các cây có chiều cao từ 15 cm đến dưới 18cm và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm tương ứng.

### **Dạng 2. Vẽ biểu đồ tần số. Tần số tương đối**

#### **Phương pháp giải**

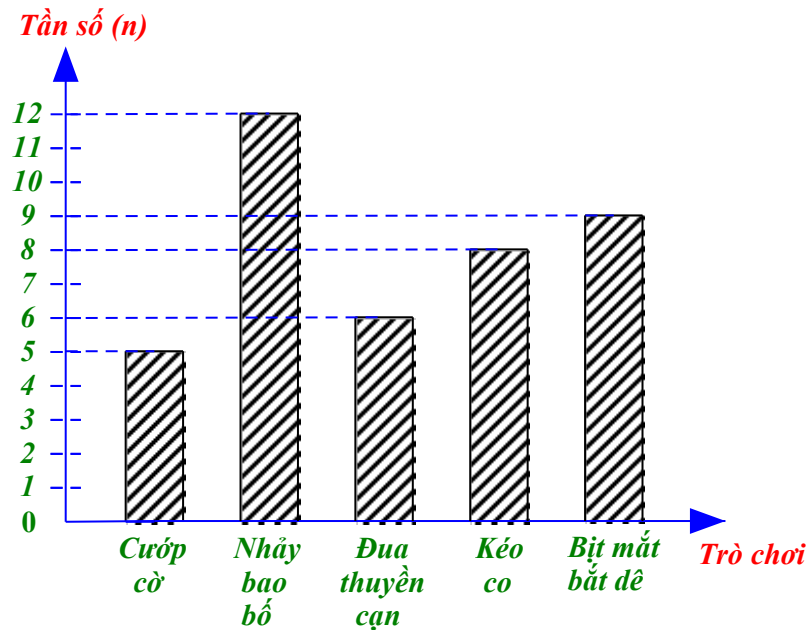
- **Bước 1:** Lập bảng tần số, tần số tương đối của mẫu dữ liệu (mẫu số liệu ghép nhóm) thống kê đó.
- **Bước 2:** Vẽ biểu đồ (cột, đoạn thẳng, quạt tròn) biểu diễn số liệu thống kê trong bảng tần số (tần số tương đối) nhận được ở bước 1.

**Bài 7.** Thống kê điểm sau 30 lần bắn bia của một xạ thủ cho ở bảng dưới:

|    |   |    |    |   |   |   |   |    |    |
|----|---|----|----|---|---|---|---|----|----|
| 8  | 9 | 10 | 9  | 9 | 8 | 8 | 7 | 8  | 10 |
| 10 | 7 | 10 | 9  | 8 | 9 | 9 | 8 | 8  | 9  |
| 9  | 9 | 8  | 10 | 8 | 9 | 8 | 7 | 10 | 7  |

Vẽ biểu đồ tần số ở dạng biểu đồ đoạn thẳng và biểu đồ cột của mẫu số liệu thống kê đó.

**Bài 8.** Lớp 9A dự định tổ chức một trò chơi dân gian khi đi dã ngoại. Lớp trưởng đã yêu cầu mỗi bạn đề xuất một trò chơi bằng cách ghi vào phiếu. Sau khi thu phiếu, tổng hợp kết quả, lớp trưởng thu được biểu đồ cột như sau:



- Biết mỗi bạn lớp 9A đều chọn duy nhất một trò chơi, hỏi lớp 9A có bao nhiêu bạn?
- Lập bảng tần số tương đối cho số liệu thu được.
- Vẽ biểu đồ hình quạt cho bảng tần số thu được ở ý b.

**Bài 9.** Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

| Chiều cao ( m ) | [8,4;8,6) | [8,6;8,8) | [8,8;9,0) | [9,0;9,2) | [9,2;9,4) | Tổng |
|-----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------|
| Số cây          | 5         | 12        | 25        | 44        | 14        | 100  |

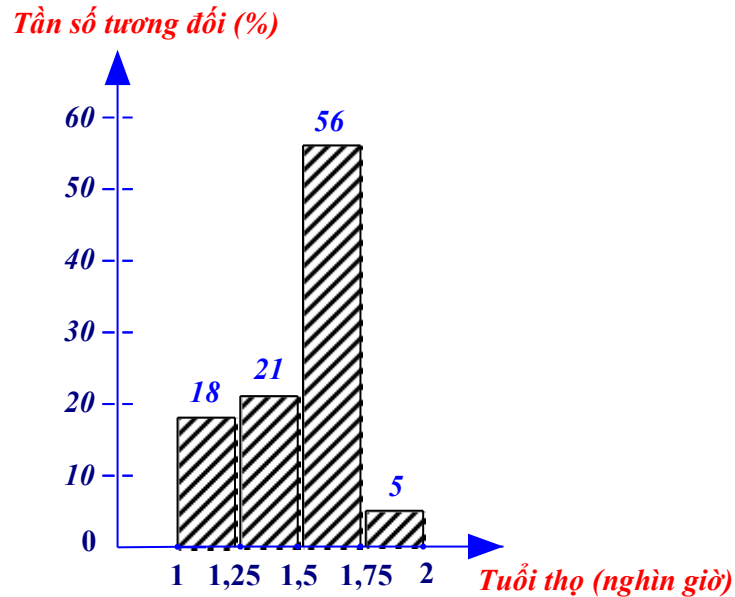
- Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê thu được ở câu a.

**Bài 10.** Bảng sau thống kê tổng lượng mưa (đơn vị: mm) đo được vào tháng 7 từ năm 2002 đến 2021 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau.

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 341,4 | 187,1 | 242,2 | 522,9 | 251,4 | 432,2 | 200,7 | 388,6 | 258,4 | 288,5 |
| 298,1 | 413,5 | 413,5 | 332   | 421   | 475   | 400   | 305   | 520   | 147   |

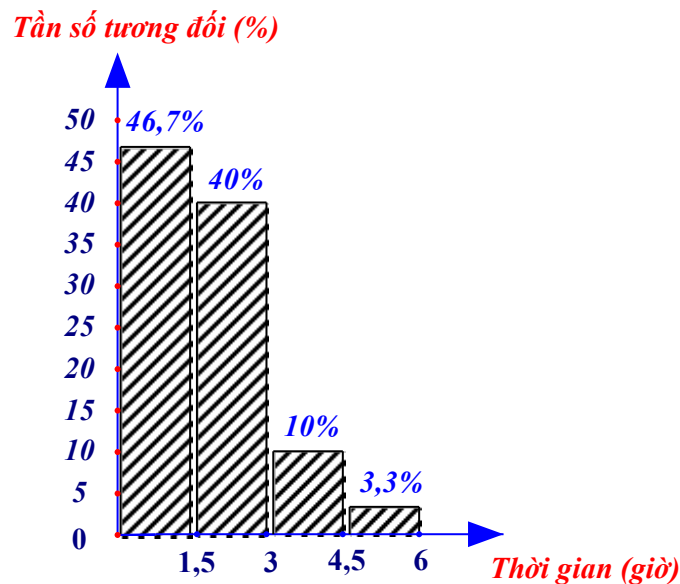
- Hãy chia mẫu số liệu trên thành 4 nhóm với nhóm đầu tiên là  $[140;240)$  và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê trên.

**Bài 11.** Biểu đồ cột bên dưới mô tả tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của 100 chiếc bóng đèn dây tóc trong một lô sản xuất.



- Hãy lập bảng tần số mô tả dữ liệu ở biểu đồ trên.
- Một bóng đèn được cho là thuộc loại *I* nếu có tuổi thọ từ 1 500 giờ trở lên. Hỏi có bao nhiêu bóng đèn thuộc loại *I* trong số các bóng đèn được thống kê?
- Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn dữ liệu ở biểu đồ trên.

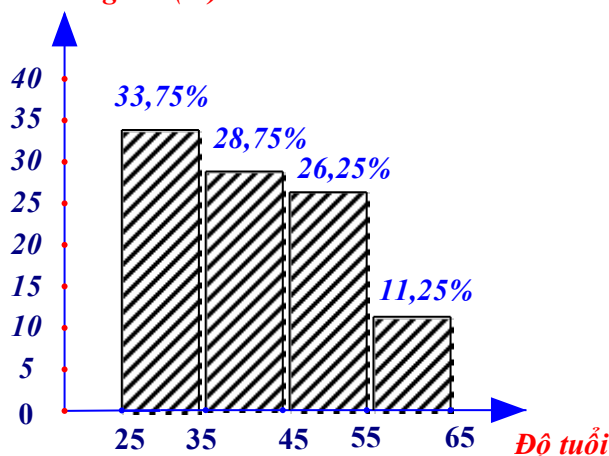
**Bài 12.** Khảo sát các học sinh lớp 6 của một số trường Trung học cơ sở trên địa bàn thành phố X về thời gian sử dụng mạng xã hội trung bình trong một ngày (đơn vị: giờ), kết quả thu được như hình bên dưới.



- Có bao nhiêu bạn tham gia cuộc khảo sát, biết rằng có 66 bạn sử dụng mạng xã hội từ 4,5 giờ trở lên.
- Một người cho rằng có trên 50% học sinh tham gia khảo sát sử dụng mạng xã hội từ 3 giờ trở lên mỗi ngày. Nhận định của người đó có hợp lý không? Tại sao?

**Bài 13.** Biểu đồ bên dưới biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 đến 35 tuổi.

Tần số tương đối (%)



- Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị?
- Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng.
- Một người cho rằng có trên 50% số đại biểu tham dự hội nghị dưới 46 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

### Dạng 3. Xác suất của biến cố

#### Phương pháp giải

- Vận dụng công thức tính xác suất của biến cố: Giả thiết rằng các kết quả có thể xảy ra của một phép thử là đồng khả năng. Khi đó, xác suất của biến cố  $A$ , kí hiệu là  $P(A)$ , bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố  $A$  và tổng số kết quả có thể xảy ra.

$$P(A) = \frac{\text{Số kết quả thuận lợi cho } A}{\text{Tổng số kết quả có thể xảy ra}}$$

**Bài 14.** Một hộp kín đựng 4 quả bóng có cùng khối lượng là kích thước. Các quả bóng được đánh số 1; 2; 3; 4. Nam lấy ngẫu nhiên lần lượt hai quả bóng từ hộp (quả bóng được lấy ra lần đầu được trả lại vào hộp). Nam quan sát và ghi lại hai số ghi trên quả bóng được lấy ra.

- Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?
- Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A: “Số trên hai quả bóng được lấy ra giống nhau”.
- Tính xác suất của biến cố B: “Tổng hai số trên hai quả bóng được lấy ra bằng 6”.

**Bài 15.** Đội văn nghệ lớp 9A gồm 2 bạn nam là: Hùng, Bình và 3 bạn nữ là: Nga, Thảo, Mai. Cô giáo phụ trách đội văn nghệ chọn ngẫu nhiên hai bạn để hát song ca.

- Liệt kê các cách chọn ngẫu nhiên hai bạn để hát song ca.
- Tính xác suất của mỗi biến cố sau:
  - A: “Trong hai bạn được chọn có cả nam và nữ”.
  - B: “Trong hai bạn được chọn, có bạn Nga”.
  - C: “Trong hai bạn được chọn có ít nhất một bạn nam”.

**Bài 16.** Bình tung một đồng tiền xu có hai mặt sấp (S) và ngửa (N) liên tiếp ba lần, sau mỗi lần tung Bình đều ghi lại mặt xuất hiện.

- a) Liệt kê các kết quả có thể xảy ra.
- b) Tính xác suất của các biến cố sau:
  - i. A: “Mặt sấp xuất hiện đúng một lần”.
  - ii. B: “Mặt sấp xuất hiện nhiều hơn mặt ngửa”.
  - iii. C: “Mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần”.

**Bài 17.** Một hộp có 20 thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1; 2; 3; 4; 5; ... ; 20, hai thẻ khác nhau thì ghi số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

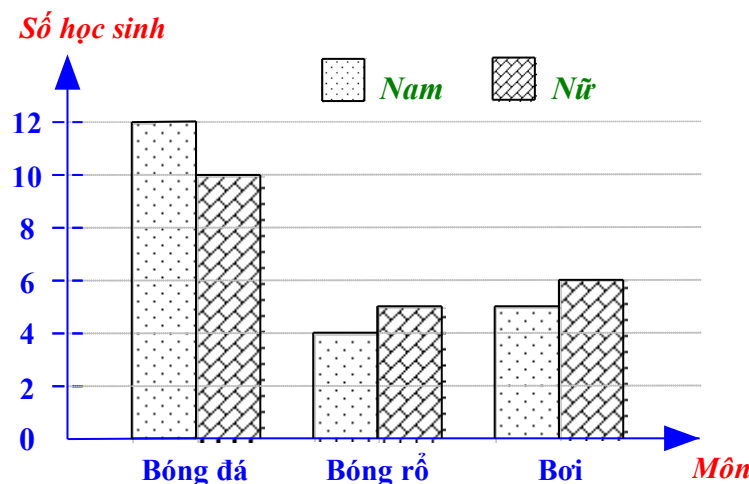
- a) “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có chữ số tận cùng là 2”.
- b) “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có một chữ số”.
- c) “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số với tích các chữ số bằng 4”.

**Bài 18.** Hình bên mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm tám phần bằng nhau và ghi các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Quay đĩa tròn một lần.

Tính xác suất của các biến cố sau:

- a) “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số nhỏ hơn 3”.
- b) “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số nhỏ hơn 5”.
- c) “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là ước của 6”.

**Bài 19.** Biểu đồ cột kép ở hình dưới biểu diễn số học sinh nam và số học sinh nữ của lớp 9C có sở thích chơi một số môn thể thao: bóng đá, bóng rổ, bơi.



Biết rằng mỗi học sinh chỉ nêu một môn thể thao yêu thích nhất. Chọn ngẫu nhiên một học sinh tham gia thi đấu thể thao của trường. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

- A: “Học sinh được chọn là nam”,
- B: “Học sinh được chọn thích bóng rổ”,
- C: “Học sinh được chọn là nữ và không thích bơi”.



**D. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

| Câu    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
|--------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Đáp án | B  | A  | A  | B  | A  | A  | A  | A  | B  | A  |
| Câu    | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Đáp án | A  | A  | C  | A  | A  | B  | A  | A  | A  | D  |

**Câu 1:** Số các giá trị khác nhau có trong bảng 1 là

A. 3

B. 4

C. 30

D. 5

**HD**

Các giá trị khác nhau có trong bảng là: 0, 1, 2, 3, 4

Suy ra có 5 giá trị khác nhau trong bảng.

Đáp án: **D**

**Câu 2:** Số các giá trị của bảng 1 là

A. 30

B. 5

C. 4

D. 3

**HD**

Trong bảng có 30 giá trị.

Đáp án: **A**

**Câu 3:** Tần số của giá trị 2 là

A. 17

B. 30

C. 2

D. 4

**HD**

Đếm các giá trị 2 trong bảng ta thấy có 17 số

Suy ra có 5 giá trị khác nhau trong bảng.

Đáp án: **A**

**Câu 4:** Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 là dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

| Nhóm      | [10;20) | [20;30) | [30;40) | [40;50) | Cộng |
|-----------|---------|---------|---------|---------|------|
| Tần số(n) | 6       | 18      | 24      | 12      | 60   |

Tần số của nhóm [40;50) là

A. 0,2

B. 12

C. 5

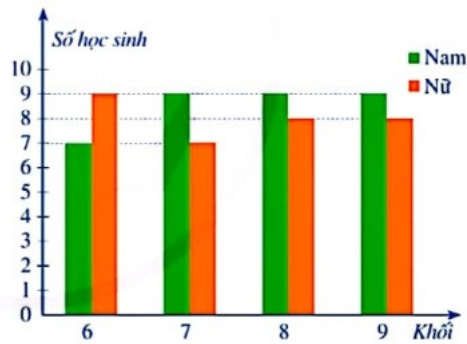
D. 20%

**HD**

Dựa vào bảng ta thấy nhóm [40;50) có tần số là 12.

Đáp án: **B**

Cho biểu đồ cột kép **hình 1** biểu diễn số lượng học sinh tham gia giải thi đấu thể thao của một trường THCS.



Hình 1

Sử dụng **hình 1** trả lời cho các câu 5, 6, 7

**Câu 5:** Số học sinh nam khối 9 tham gia giải thi đấu thể thao của trường là

**A.** 9

**B.** 8

**C.** 7

**D.** 6

**HD**

Nhìn vào bảng ta thấy cột xanh của khối 9 có độ cao là 9

Đáp án: A

**Câu 6:** Tổng học sinh tham gia thể thao của khối 8 là

**A.** 17

**B.** 16

**C.** 66

**D.** 32

**HD**

Tổng số học sinh tham gia thể thao của khối 8 là  $8+9=17$ (hs)

Đáp án: A

**Câu 7:** Xác suất để chọn ra một học sinh nữ của khối 6 làm đội trưởng cho nhóm học sinh khối 6 tham gia giải thi đấu thể thao của trường là

**A.**  $\frac{9}{16}$

**B.**  $\frac{7}{16}$

**C.**  $\frac{9}{32}$

**D.**  $\frac{9}{66}$

**HD**

Số học sinh khối 6 tham gia thể thao là:  $7+9=16$ (hs)

Số cách chọn học sinh nữ của khối 6 là: 9 (cách)

Xác suất để chọn ra 1 hs nữ của khối 6 làm đội trưởng cho khối 6 là:  $\frac{9}{16}$

Đáp án: A

**Câu 8:** Xác suất của biến cố "Mặt một chấm xuất hiện khi tung con xúc xắc một lần" là

**A.**  $\frac{1}{6}$

**B.**  $\frac{1}{5}$

**C.**  $\frac{2}{5}$

**D.**  $\frac{3}{6}$

**HD**

Khi tung con xúc xắc một lần thì có 6 khả năng mặt 1, 2, 3, 4, 5, 6 chấm xuất hiện.

Mặt một chấm có 1 khả năng xảy ra.

Nên xác suất của biến cố "Mặt một chấm xuất hiện khi tung con xúc xắc một lần" là:  $\frac{1}{6}$

Đáp số: A

## II – MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

**Câu 9:** Một lớp học có 60 học sinh, trong đó 15 học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc. Xác suất chọn 1 học sinh CLB âm nhạc của lớp để tham gia biểu diễn là

A. 0,15

B. 0,25

C. 0,3

D. 0,5

**HD**

Lớp học có 60 học sinh trong đó có 15 học sinh tham gia CLB âm nhạc nên

Xác suất chọn 1 học sinh CLB âm nhạc của lớp để tham gia biểu diễn là:  $15:60 = 0,25$

Đáp số: B

**Câu 10:** Một không gian mẫu có 6 kết quả có thể, xác suất xảy ra của mỗi kết quả (giả sử các kết quả có xác suất bằng nhau) là

A.  $\frac{1}{6}$

B.  $\frac{1}{5}$

C.  $\frac{1}{4}$

D.  $\frac{1}{3}$

**HD**

Một không gian mẫu có 6 kết quả có thể, các kết quả có xác suất bằng nhau, nên xác suất xảy ra của mỗi kết quả là:  $\frac{1}{6}$

Đáp số: A

**Câu 11:** Một hộp có 25 thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,..., 23, 24, 25; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Xác suất của biến cố "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nhỏ hơn 16" là

A.  $\frac{3}{5}$

B.  $\frac{16}{25}$

C.  $\frac{14}{25}$

D.  $\frac{4}{5}$

**HD**

Có 25 thẻ nên số kết quả có thể xảy ra khi rút một thẻ là 25.

Có 15 thẻ được đánh số nhỏ hơn số 16 là thẻ ghi số: 1, 2, 3, 4, 5, ..., 15.

Nên xác suất của biến cố "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số nhỏ hơn 16" khi rút ngẫu nhiên một thẻ là:  $15:25 = \frac{3}{5}$

Đáp án: A

**Câu 12:** Thống kê lượng hàng tồn kho (đơn vị: sản phẩm) của 30 mặt hàng ở một cửa hàng kinh doanh được cho bởi bảng tần số sau:

|                 |   |   |   |   |      |
|-----------------|---|---|---|---|------|
| Số sản phẩm (x) | 2 | 3 | 4 | 5 | Cộng |
| Tần số(n)       | 7 | 9 | 6 | 8 | N=30 |

Tần số tương đối của mặt hàng tồn kho 4 sản phẩm là

A. 20%

B. 30%

C. 27%

D. 23%

**HD**

Tần số của mặt hàng tồn kho 4 sản phẩm là: 6

Tổng mặt hàng tồn kho là 30 nên tần số tương đối của của mặt hàng tồn kho là:  $6:30=20\%$

Đáp án: A

**Bài 13.** Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimet) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

|           |         |         |         |         |      |
|-----------|---------|---------|---------|---------|------|
| Nhóm      | [10;20) | [20;30) | [30;40) | [40;50) | Cộng |
| Tần số(n) | 6       | 18      | 24      | 12      | 60   |

Tần số tương đối của nhóm [30;40) là

A. 30%

B. 10%

C. 40%

D. 20%

**HD**

Tần số của nhóm lá dương xỉ cao [30;40) centimet là 24 trong tổng số 60 lá dương xỉ.

Nên tần số tương đối của nhóm [30;40) là:  $24:60 = 40\%$

Đáp số: C

**Bài 14.** Một túi có 5 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Bốc ngẫu nhiên một viên bi. Xác suất để bốc được viên bi xanh là

A.  $\frac{3}{8}$

B.  $\frac{5}{8}$

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{3}{5}$

**HD**

Tổng số bi có trong túi là  $5+3=8$  (viên)

Nên có 8 kết quả có thể khi bốc 1 viên bi.

Có 3 viên bi xanh trong túi nên có 3 kết quả có thể khi bốc được 1 viên bi xanh.

Xác suất để bốc được viên bi xanh là:  $3:8 = \frac{3}{8}$

Đáp án: A

### III – MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

**Câu 15:** Nhóm học sinh tình nguyện khối 9 của một trường THCS có 7 bạn, trong đó 4 bạn nam là: Quang (lớp 9A8), Kiên (lớp 9A1), Khải (lớp 9A7), Đăng (lớp 9A3) và 3 bạn nữ là: Ngân (lớp 9A3), Chi (lớp 9A7), Linh (lớp 9A6). Chọn ngẫu nhiên một bạn trong nhóm tham gia tình nguyện của trường. Xác suất chọn được một bạn nữ là

A.  $\frac{3}{7}$

B. 0

C. 1

D.  $\frac{4}{7}$

**HD**

Có 7 kết quả có thể khi chọn 1 bạn từ 7 bạn.

Có 3 kết quả có thể khi chọn 1 bạn nữ từ 3 bạn nữ.

Xác suất chọn được 1 bạn nữ trong nhóm tham gia tình nguyện là:  $\frac{3}{7}$

Đáp án: A

**Câu 16.** Có hai túi I và II. Túi I chứa 3 tấm thẻ, đánh số 2, 3, 4. Túi II chứa 2 tấm thẻ, đánh số 5; 6. Từ mỗi túi I và II, rút ngẫu nhiên một tấm thẻ. Xác suất của biến cố "Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau hai đơn vị" là

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{1}{3}$

C. 0

D.  $\frac{2}{3}$

**HD**

Tập các kết quả có thể là tập cặp số  $(a, b)$  với  $a \in \{2; 3; 4\}$ ,  $b \in \{5; 6\}$ .

| Túi I \ Túi II | 5      | 6      |
|----------------|--------|--------|
| 2              | (2, 5) | (2, 6) |
| 3              | (3, 5) | (3, 6) |
| 4              | (4, 5) | (4, 6) |

Không gian mẫu là  $\Omega = \{(2, 5); (2, 6); (3, 5); (3, 6); (4, 5); (4, 6)\}$ . Tập  $\Omega$  có 6 phần tử.

- Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố "Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau hai đơn vị" là (3, 5); (4, 6).

Vậy Xác suất của biến cố "Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau hai đơn vị" là:  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

Đáp số: B

**Câu 17.** Tung hai viên xúc xắc đồng chất. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt bằng 8 là

A.  $\frac{5}{36}$

B. 1

C. 0

D.  $\frac{8}{36}$

**HD**

Số phần tử của không gian mẫu  $\Omega$  của phép thử tung hai viên xúc xắc là: 36

Gọi A là biến cố " Tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt bằng 8".

Có 5 kết quả có thể của biến cố A là: (2;6), (3;5), (4;4), (5;3), (6;2)

Xác suất của biến cố A là:  $\frac{5}{36}$

Đáp số: A

**Câu 18:** Một bó hoa gồm 3 bông hoa màu đỏ và 1 bông hoa màu vàng. Bạn Mai chọn ngẫu nhiên 2 bông hoa từ bó hoa đó. Xác suất bạn Mai chọn được "Trong hai bông hoa được chọn ra có đúng 1 bông hoa màu đỏ" là

A.  $\frac{1}{2}$

B. 1

C. 0

D.  $\frac{2}{3}$

**HD**

Giả sử các bông hoa được đánh số Đ1, Đ2, Đ3, V.

Có 6 kết quả có thể khi chọn 2 bông hoa là: Đ1-Đ2; Đ1-Đ3, Đ2-Đ3, Đ1-V, Đ2-V, Đ3-V.

Có 3 kết quả có thể khi chọn 2 bông hoa trong đó có đúng 1 bông màu đỏ là: Đ1-V, Đ2-V, Đ3-V

Xác suất để bạn Mai chọn ngẫu nhiên 2 bông hoa màu đỏ trong đó có đúng 1 bông màu đỏ là:

$$3:6 = \frac{1}{2}$$

Đáp án : A

**Câu 19:** Một túi có 2 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Bốc lần lượt hai viên bi không hoàn lại. Xác suất để cả hai viên bi bốc ra đều là bi đỏ là

A.  $\frac{1}{10}$

B.  $\frac{2}{5}$

C.  $\frac{3}{5}$

D.  $\frac{3}{10}$

**HD**

Lần 1 số kết quả có thể bốc được 1 bi từ 5 bi là: 5

Do số bi bốc ra không hoàn lại nên lần 2 số kết quả bốc 1 bi là: 4

Số kết quả có thể khi bốc lần lượt 2 viên bi không hoàn lại là:  $5.4 = 20$

Số kết quả có thể lần lượt hai viên bi từ 2 viên bi đỏ mà cả hai viên bi đều đỏ là: 2

Xác suất để cả 2 viên bi bốc ra đều là bi đỏ là:  $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

Đáp án: A

**Câu 20:** Việt và Nam chơi cờ. Trong một ván cờ, xác suất Việt thắng Nam là 0,3 và Nam thắng Việt là 0,4. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ.

A. 0,12

B. 0,7

C. 0,9

D. 0,21

**HD**

+ Xác suất Việt thắng là 0,3; xác suất Nam thắng là 0,4.

Suy ra xác suất nam và Việt hòa nhau là 0,3.

+ Để dừng chơi sau 2 ván thì

- Ván 1 hòa suy ra xác suất là 0,3.

- Ván 2 không hòa (Việt thắng hoặc Nam thắng) suy ra xác suất là:  $0,3 + 0,4 = 0,7$ .

Vậy xác suất để 2 bạn dừng chơi sau 2 ván cờ là:  $0,3.0,7 = 0,21$

Đáp án: **D**

**E. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT BÀI TẬP TỰ LUẬN****Dạng 1. Lập bảng tần số. Tần số tương đối**

**Bài 1.** Thống kê tuổi thọ của 30 bóng đèn điện được lắp thử (đơn vị: giờ) được cho trong bảng dưới đây:

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1180 | 1150 | 1190 | 1170 | 1180 | 1170 | 1160 | 1170 | 1160 | 1150 |
| 1190 | 1180 | 1170 | 1170 | 1170 | 1190 | 1170 | 1170 | 1170 | 1180 |
| 1170 | 1160 | 1160 | 1160 | 1170 | 1160 | 1180 | 1180 | 1150 | 1170 |

- c) Lập bảng tần số và tần số tương đối của mẫu số liệu trên.  
 d) Có người nói: “Có trên 75% bóng đèn có tuổi thọ từ 1160 đến 1180”. Theo em nhận định đó đúng hay sai?

**Lời giải**

- a) Liệt kê các giá trị khác nhau ta được: 1150; 1160; 1170; 1180; 1190.

Với mỗi giá trị khác nhau, ta đếm xem giá trị đó xuất hiện bao nhiêu lần trong bảng.

Bảng phân bố tần số:

|                |      |      |      |      |      |          |
|----------------|------|------|------|------|------|----------|
| Tuổi thọ (giờ) | 1150 | 1160 | 1170 | 1180 | 1190 | Tổng     |
| Tần số ( $n$ ) | 3    | 6    | 12   | 6    | 3    | $N = 30$ |

Tần số tương đối của các giá trị lần lượt là:  $f_1 = \frac{3.100}{30}\% = 10\%$ ;  $f_2 = \frac{6.100}{30}\% = 20\%$ ;

$f_3 = \frac{12.100}{30}\% = 40\%$ ;  $f_4 = \frac{6.100}{30}\% = 20\%$ ;  $f_5 = \frac{3.100}{30}\% = 10\%$ ;

Vì vậy, bảng tần số tương đối của mẫu số liệu đã cho được nêu trong Bảng sau.

|                      |      |      |      |      |      |      |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|
| Tuổi thọ (giờ)       | 1150 | 1160 | 1170 | 1180 | 1190 | Tổng |
| Tần số tương đối (%) | 10   | 20   | 40   | 20   | 10   | 100  |

- b) Số bóng đèn có tuổi thọ từ 1160 đến 1180 chiếm số phần trăm là:

$$20 + 40 + 20 = 80\%$$

Vậy nhận định trong đề bài là đúng.

**Bài 2.** Để đánh giá mức độ hài lòng của khách hàng về thái độ phục vụ của nhân viên, cửa hàng đã lấy ý kiến của 50 khách hàng theo các mức độ: 1; 2; 3; 4; 5. Kết quả được cho ở bảng dưới:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 4 | 1 | 4 | 5 | 2 | 2 | 5 | 5 | 5 |
| 2 | 4 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | 3 | 3 | 4 |
| 4 | 4 | 5 | 1 | 5 | 4 | 4 | 4 | 2 | 4 |
| 4 | 3 | 5 | 5 | 1 | 5 | 5 | 4 | 4 | 4 |
| 3 | 3 | 4 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 |

- c) Lập bảng tần số và tần số tương đối của mẫu số liệu trên.

- d) Chủ cửa hàng nhận định: “Hầu hết mọi người đều hài lòng (khách hàng đánh giá từ 3 điểm trở lên) về thái độ phục vụ của nhân viên”. Theo em chủ cửa hàng đã căn cứ vào đâu để đưa ra nhận định đó?

**Lời giải**

- a) Mẫu số liệu thống kê đó có 50 số liệu ( $N = 50$ ) và có 5 giá trị khác nhau là: 1; 2; 3; 4; 5.

Bảng phân bố tần số:

|                  |   |   |   |    |    |          |
|------------------|---|---|---|----|----|----------|
| Mức độ yêu thích | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | Tổng     |
| Tần số ( $n$ )   | 3 | 4 | 8 | 23 | 12 | $N = 50$ |

Tần số tương đối của các giá trị lần lượt là:  $f_1 = \frac{3.100}{50}\% = 6\%$ ;  $f_2 = \frac{4.100}{50}\% = 8\%$ ;

$$f_3 = \frac{8.100}{50}\% = 16\%; f_4 = \frac{23.100}{50}\% = 46\%; f_5 = \frac{12.100}{50}\% = 24\%;$$

Vì vậy, bảng tần số tương đối của mẫu số liệu đã cho được nêu trong Bảng sau.

|                      |   |   |    |    |    |      |
|----------------------|---|---|----|----|----|------|
| Mức độ yêu thích     | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | Tổng |
| Tần số tương đối (%) | 6 | 8 | 16 | 46 | 24 | 100  |

- b) Lượng khách hàng hài lòng về thái độ phục vụ của nhân viên chiếm số phần trăm là:

$$16 + 46 + 24 = 86\%$$

**Bài 3.** Xét mẫu số liệu ghép nhóm có bảng tần số ghép nhóm được cho ở Bảng sau:

|                |         |         |         |         |         |          |
|----------------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|
| Nhóm           | [10;15) | [15;20) | [20;25) | [25;30) | [30;35) | Tổng     |
| Tần số ( $n$ ) | 4       | 12      | 7       | 8       | 9       | $N = 40$ |

Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

**Lời giải**

Tần số tương đối của các nhóm lần lượt là:  $f_1 = \frac{4.100}{40}\% = 10\%$ ;  $f_2 = \frac{12.100}{40}\% = 30\%$ ;

$$f_3 = \frac{7.100}{40}\% = 17,5\%; f_4 = \frac{8.100}{40}\% = 20\%; f_5 = \frac{9.100}{40}\% = 22,5\%;$$

Vì vậy, bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu đã cho được nêu trong Bảng sau.

|                      |         |         |         |         |         |      |
|----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|------|
| Nhóm                 | [10;15) | [15;20) | [20;25) | [25;30) | [30;35) | Tổng |
| Tần số tương đối (%) | 10      | 30      | 17,5    | 20      | 22,5    | 100  |

**Bài 4.** Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian (đơn vị: phút) tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

|                      |         |         |         |         |         |      |
|----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|------|
| Thời gian (cm)       | [20;25) | [25;30) | [30;35) | [35;40) | [40;45) | Tổng |
| Tần số tương đối (%) | 10      | 10      | 30      | 40      | 10      | 100  |

Lập bảng tần số ghép nhóm cho kết quả thu được, biết Chi đã thống kê trong 30 ngày gần đây.

**Lời giải**

Tần số của các nhóm lần lượt là:  $n_1 = 30 \cdot \frac{10}{100} = 3$ ;  $n_2 = 30 \cdot \frac{10}{100} = 3$ ;  $n_3 = 30 \cdot \frac{30}{100} = 9$ ;

$$n_4 = 30 \cdot \frac{40}{100} = 12; \quad n_5 = 30 \cdot \frac{10}{100} = 3;$$

Vì vậy, bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu đã cho được nêu trong bảng dưới đây.

| Nhóm           | [20;25) | [25;30) | [30;35) | [35;40) | [40;45) | Tổng     |
|----------------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|
| Tần số ( $n$ ) | 3       | 3       | 9       | 12      | 3       | $N = 30$ |

**Bài 5.** Bác Minh thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong 40 ngày. Do sơ xuất nên bác Minh đã ghi thiếu một số số liệu như trong bảng sau:

| Độ dài quãng đường (km) | [50;100) | ? | [150;200) | [200;?) | [?;300) |
|-------------------------|----------|---|-----------|---------|---------|
| Tần số                  | 5        | ? | 12        | ?       | 6       |
| Tần số tương đối (%)    | ?        | ? | 30        | 17,5    | ?       |

Em hãy giúp bác Minh khôi phục lại bảng thống kê trên.

**Lời giải**

Các nhóm số liệu là: [50;100); [100;150); [150;200); [200;250); [250;300).

Tần số tương đối ứng với tần số bằng 5 là:  $\frac{5 \cdot 100}{40} \% = 12,5\%$

Tần số tương đối ứng với tần số bằng 6 là:  $\frac{6 \cdot 100}{40} \% = 15\%$

Tần số ứng với tần số tương đối bằng 17,5 là:  $17,5 \cdot 40 : 100 = 7$

Tổng các tần số bằng 40 nên tần số ứng với nhóm số liệu [100;150) là:  $40 - 5 - 12 - 7 - 6 = 10$

Tổng các tần số tương đối bằng 100% nên tần số ứng với nhóm số liệu [100;150) là:

$$100\% - 12,5\% - 30\% - 17,5\% - 15\% = 25\%$$

Ta có bảng tần số, tần số tương đối như sau:

| Độ dài quãng đường (km) | [50;100) | [100;150) | [150;200) | [200;250) | [250;300) |
|-------------------------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Tần số                  | 5        | 10        | 12        | 7         | 6         |
| Tần số tương đối (%)    | 12,5%    | 25%       | 30        | 17,5      | 15%       |

**Bài 6.** Cô Loan ghi lại chiều cao (đơn vị: cm) của các cây xoài giống vừa được chuyển đến nông trường ở bảng sau:

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 16,4 | 19   | 29,6 | 18,3 | 21,8 | 20,6 | 22,2 | 27,1 | 23,3 | 19,5 |
| 29,2 | 23,8 | 29,6 | 25   | 24,4 | 15,4 | 23,8 | 16   | 17,2 | 23,5 |
| 23,2 | 17   | 17,8 | 19,8 | 16,8 | 21,9 | 24,3 | 18,4 | 27,3 | 21   |

Hãy chia dữ liệu trên thành 5 nhóm, với nhóm đầu tiên gồm các cây có chiều cao từ 15 cm đến dưới 18cm và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm tương ứng.

### Lời giải

5 nhóm bao gồm:  $[15;18)$ ;  $[18;21)$ ;  $[21;24)$ ;  $[24;27)$ ;  $[27;30)$ .

Bảng tần số ghép lớp:

| Chiều cao (cm) | [15;18) | [18;21) | [21;24) | [24;27) | [27;30) |
|----------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Tần số         | 7       | 6       | 9       | 3       | 5       |

Tần số tương đối của các nhóm lần lượt là:  $f_1 = \frac{7 \cdot 100}{30} \% = 23,3\%$ ;  $f_2 = \frac{6 \cdot 100}{30} \% = 20\%$ ;

$f_3 = \frac{9 \cdot 100}{30} \% = 30\%$ ;  $f_4 = \frac{3 \cdot 100}{30} \% = 10\%$ ;  $f_5 = \frac{5 \cdot 100}{30} \% = 16,7\%$ .

Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu đã cho.

| Nhóm                 | [15;18) | [18;21) | [21;24) | [24;27) | [27;30) | Tổng |
|----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|------|
| Tần số tương đối (%) | 23,3%;  | 20%;    | 30%;    | 10%;    | 16,7%.  | 100  |

### Dạng 2. Vẽ biểu đồ tần số. Tần số tương đối

**Bài 7.** Thống kê điểm sau 30 lần bắn bia của một xạ thủ cho ở bảng dưới đây:

|    |   |    |    |   |   |   |   |    |    |
|----|---|----|----|---|---|---|---|----|----|
| 8  | 9 | 10 | 9  | 9 | 8 | 8 | 7 | 8  | 10 |
| 10 | 7 | 10 | 9  | 8 | 9 | 9 | 8 | 8  | 9  |
| 9  | 9 | 8  | 10 | 8 | 9 | 8 | 7 | 10 | 7  |

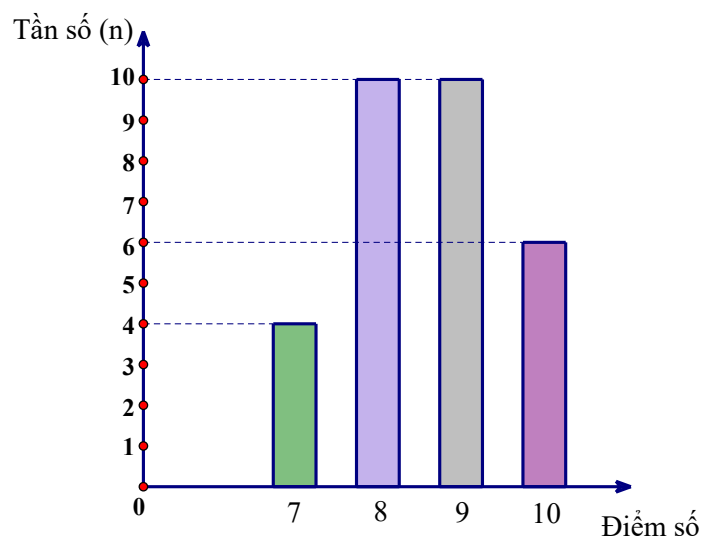
Vẽ biểu đồ tần số ở dạng biểu đồ đoạn thẳng và biểu đồ cột của mẫu số liệu thống kê đó.

**Lời giải**

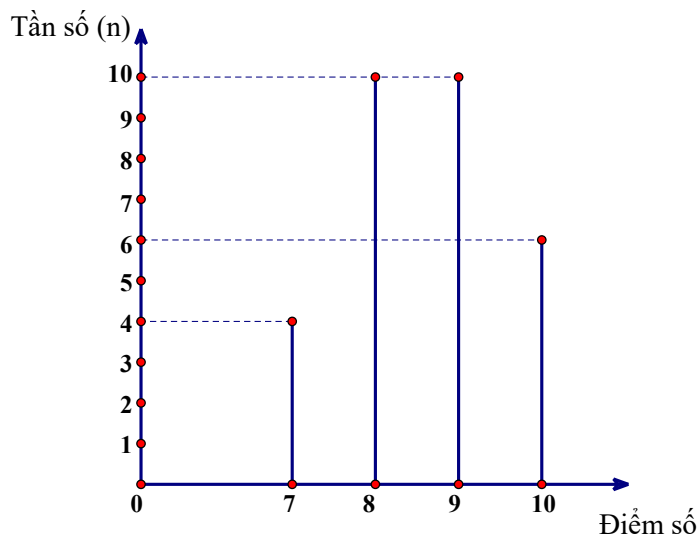
Bảng tần số của mẫu số liệu thống kê đó như sau:

| Điểm số        | 7 | 8  | 9  | 10 | Tổng     |
|----------------|---|----|----|----|----------|
| Tần số ( $n$ ) | 4 | 10 | 10 | 6  | $N = 30$ |

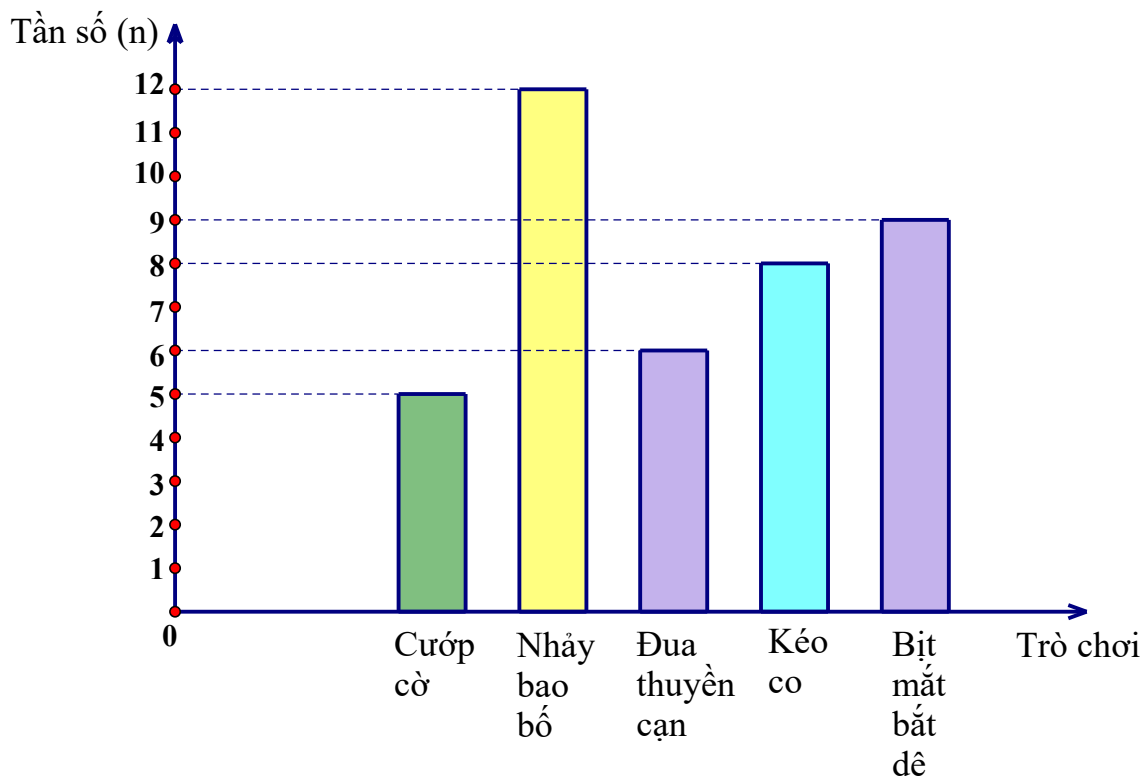
Biểu đồ tần số dạng cột của mẫu số liệu thống kê:



Biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng của mẫu số liệu thống kê:



**Bài 8.** Lớp 9A dự định tổ chức một trò chơi dân gian khi đi dã ngoại. Lớp trưởng đã yêu cầu mỗi bạn đề xuất một trò chơi bằng cách ghi vào phiếu. Sau khi thu phiếu, tổng hợp kết quả, lớp trưởng thu được biểu đồ cột như sau:



- Biết mỗi bạn lớp 9A đều chọn duy nhất một trò chơi, hỏi lớp 9A có bao nhiêu bạn?
- Lập bảng tần số tương đối cho số liệu thu được.
- Vẽ biểu đồ hình quạt cho bảng tần số thu được ở ý b.

**Lời giải**

- Lớp 9A có số học sinh là:  $5 + 6 + 12 + 8 + 9 = 40$  (học sinh).
- Bảng tần số:

| Trò chơi       | Cướp cờ | Nhảy bao bố | Đua thuyền cạn | Kéo co | Bịt mắt bắt dê | Tổng     |
|----------------|---------|-------------|----------------|--------|----------------|----------|
| Tần số ( $n$ ) | 5       | 6           | 12             | 8      | 9              | $N = 40$ |

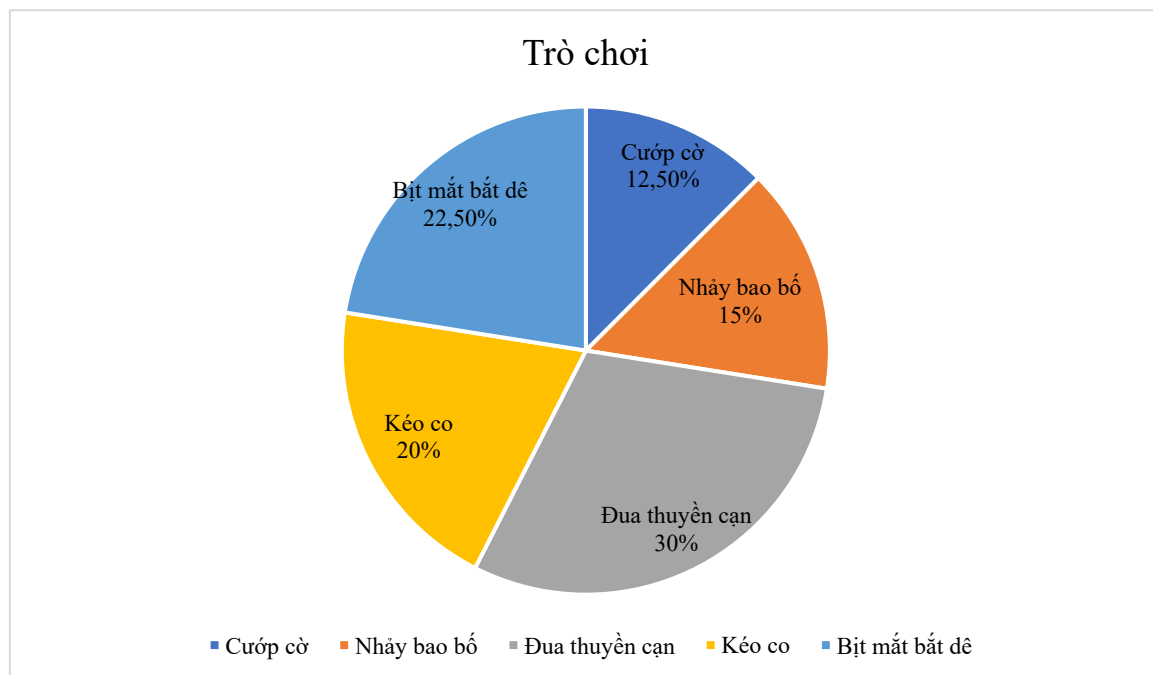
Tần số tương đối của các nhóm lần lượt là:  $f_1 = \frac{5.100}{40}\% = 12,5\%$ ;  $f_2 = \frac{6.100}{40}\% = 15\%$ ;

$$f_3 = \frac{12.100}{40}\% = 30\%; \quad f_4 = \frac{8.100}{40}\% = 20\%; \quad f_5 = \frac{9.100}{40}\% = 22,5\%.$$

Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu đã cho.

| Trò chơi             | Cướp cờ | Nhảy bao bố | Đua thuyền cạn | Kéo co | Bịt mắt bắt dê | Tổng |
|----------------------|---------|-------------|----------------|--------|----------------|------|
| Tần số tương đối (%) | 12,5%   | 15%         | 30%            | 20%    | 22,5%          | 100  |

c) Biểu đồ hình quạt:



**Bài 9.** Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

| Chiều cao ( $m$ ) | $[8,4;8,6)$ | $[8,6;8,8)$ | $[8,8;9,0)$ | $[9,0;9,2)$ | $[9,2;9,4)$ | Tổng |
|-------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------|
| Số cây            | 5           | 12          | 25          | 44          | 14          | 100  |

c) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.

d) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê thu được ở câu a.

**Lời giải**

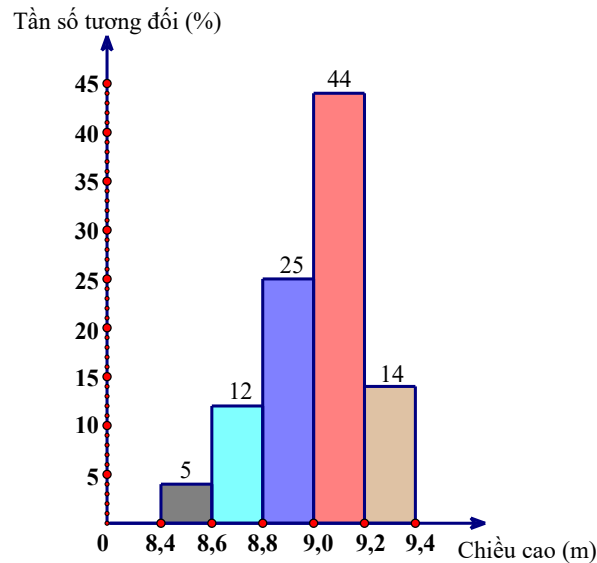
a) Tần số tương đối của các nhóm lần lượt là:  $f_1 = \frac{5.100}{100}\% = 5\%$ ;  $f_2 = \frac{12.100}{100}\% = 12\%$ ;

$f_3 = \frac{25.100}{100}\% = 25\%$ ;  $f_4 = \frac{44.100}{100}\% = 44\%$ ;  $f_5 = \frac{14.100}{100}\% = 14\%$ ;

Vì vậy, bảng tần ghép nhóm của mẫu số liệu đã cho được nêu trong bảng dưới đây.

| Chiều cao (m)        | [8,4;8,6) | [8,6;8,8) | [8,8;9,0) | [9,0;9,2) | [9,2;9,4) | Tổng |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------|
| Tần số tương đối (%) | 5         | 12        | 25        | 44        | 14        | 100  |

b)



**Bài 10.** Bảng sau thống kê tổng lượng mưa (đơn vị: mm) đo được vào tháng 7 từ năm 2002 đến 2021 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau.

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 341,4 | 187,1 | 242,2 | 522,9 | 251,4 | 432,2 | 200,7 | 388,6 | 258,4 | 288,5 |
| 298,1 | 413,5 | 413,5 | 332   | 421   | 475   | 400   | 305   | 520   | 147   |

- c) Hãy chia mẫu số liệu trên thành 4 nhóm với nhóm đầu tiên là  $[140;240)$  và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.  
 d) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê trên.

**Lời giải**

a) Bảng tần số ghép nhóm

| Lượng mưa (mm) | [140;240) | [240;340) | [340;440) | [440;540) | Tổng     |
|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|
| Tần số (n)     | 3         | 7         | 7         | 3         | $N = 20$ |

Tần số tương đối của các nhóm lần lượt là:  $f_1 = \frac{3.100}{20} \% = 15\%$ ;  $f_2 = \frac{7.100}{20} \% = 35\%$ ;

$$f_3 = \frac{7.100}{20} \% = 35\%; f_4 = \frac{3.100}{20} \% = 15\%.$$

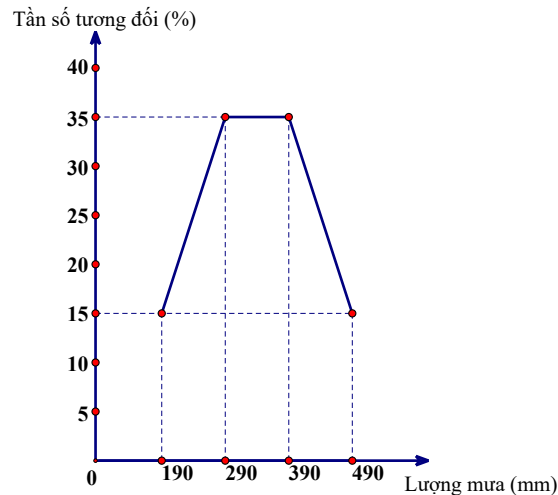
Vì vậy, bảng tần ghép nhóm của mẫu số liệu đã cho được nêu trong bảng dưới đây.

| Lượng mưa (mm)       | [140;240) | [240;340) | [340;440) | [440;540) | Tổng      |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Tần số tương đối (%) | 15        | 35        | 35        | 15        | $n = 100$ |

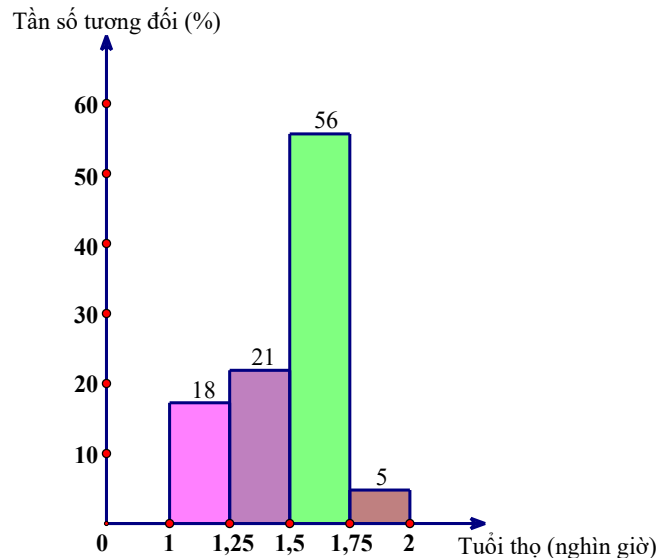
b) Giá trị đại diện cho nhóm số liệu lần lượt là:  $x_1 = \frac{140 + 240}{2} = 190$ ;  $x_2 = \frac{240 + 340}{2} = 290$ ;

$$x_3 = \frac{340 + 440}{2} = 390; x_4 = \frac{440 + 540}{2} = 490.$$

Biểu đồ tần số tương đối ghép lớp dạng cột:



**Bài 11.** Biểu đồ cột bên dưới mô tả tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của 100 chiếc bóng đèn dây tóc trong một lô sản xuất.



- d) Hãy lập bảng tần số mô tả dữ liệu ở biểu đồ trên.
- e) Một bóng đèn được cho là thuộc loại  $I$  nếu có tuổi thọ từ 1 500 giờ trở lên. Hỏi có bao nhiêu bóng đèn thuộc loại  $I$  trong số các bóng đèn được thống kê?
- f) Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn dữ liệu ở biểu đồ trên.

**Lời giải**

a) Bảng tần số tương đối ghép nhóm

| Tuổi thọ (nghìn giờ) | $[1;1,25)$ | $[1,25;1,5)$ | $[1,5;1,75)$ | $[1,75;2)$ |
|----------------------|------------|--------------|--------------|------------|
| Tần số tương đối (%) | 18         | 21           | 56           | 5          |

Tần số của các nhóm lần lượt là:  $m_1 = 100 \cdot \frac{18}{100} = 18$ ;  $m_2 = 100 \cdot \frac{21}{100} = 21$ ;  $m_3 = 100 \cdot \frac{56}{100} = 56$ ;

$$m_4 = 100 \cdot \frac{5}{100} = 5.$$

Bảng tần số ghép nhóm

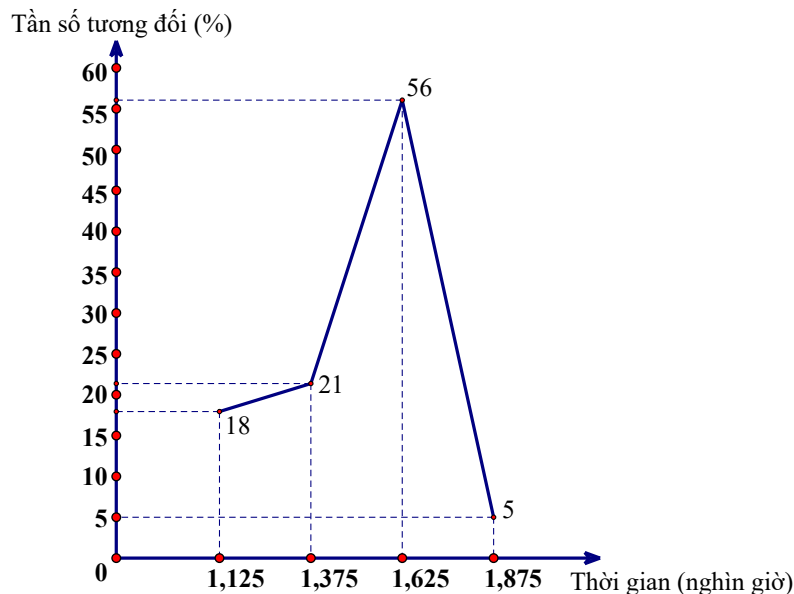
| Tuổi thọ (nghìn giờ) | $[1;1,25)$ | $[1,25;1,5)$ | $[1,5;1,75)$ | $[1,75;2)$ |
|----------------------|------------|--------------|--------------|------------|
| Tần số ( $n$ )       | 18         | 21           | 56           | 5          |

b) Số bóng đèn thuộc loại  $I$  là:  $56 + 5 = 61$  (bóng đèn).

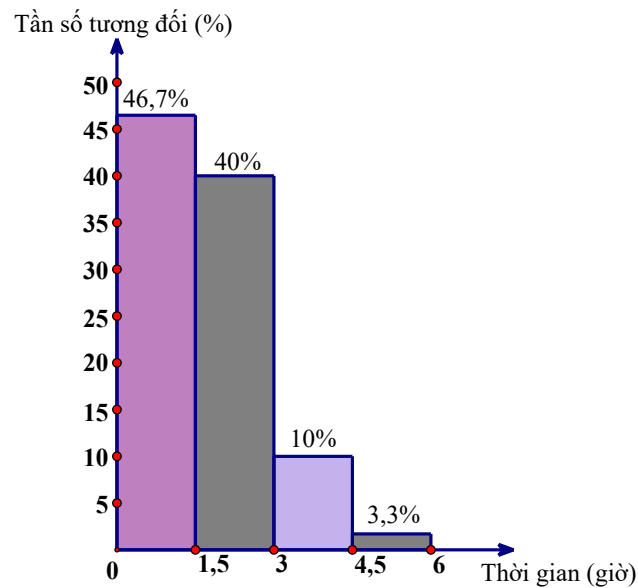
c) Giá trị đại diện cho nhóm số liệu lần lượt là:  $x_1 = \frac{1+1,25}{2} = 1,125$ ;

$$x_2 = \frac{1,25+1,5}{2} = 1,375; \quad x_3 = \frac{1,5+1,75}{2} = 1,625; \quad x_4 = \frac{1,75+2}{2} = 1,875.$$

Biểu đồ tần số tương đối ghép lớp dạng đoạn thẳng:



**Bài 12.** Khảo sát các học sinh lớp 6 của một số trường Trung học cơ sở trên địa bàn thành phố X về thời gian sử dụng mạng xã hội trung bình trong một ngày (đơn vị: giờ), kết quả thu được như hình bên dưới.



- c) Có bao nhiêu bạn tham gia cuộc khảo sát, biết rằng có 66 bạn sử dụng mạng xã hội từ 4,5 giờ trở lên.
- d) Một người cho rằng có trên 50% học sinh tham gia khảo sát sử dụng mạng xã hội từ 3 giờ trở lên mỗi ngày. Nhận định của người đó có hợp lý không? Tại sao?

**Lời giải**

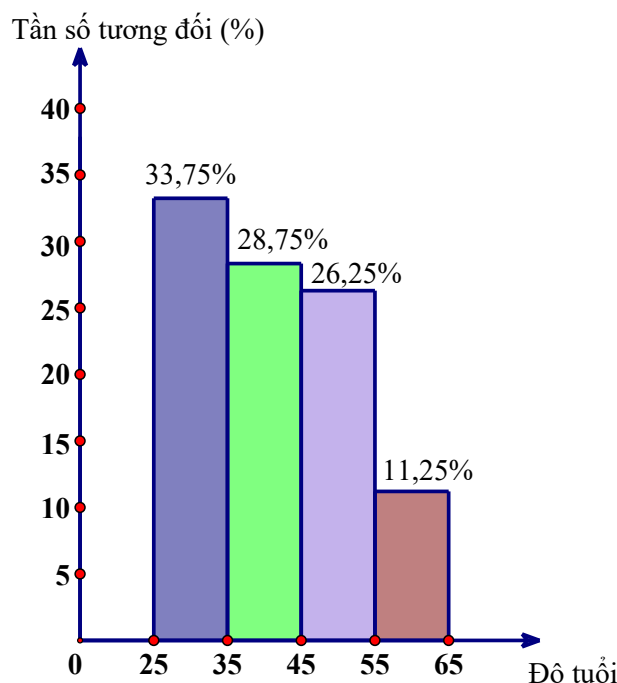
a) Bảng tần số tương đối ghép nhóm

| Thời gian (giờ)      | $[0;1,5)$ | $[1,5;3)$ | $[3;4,5)$ | $[4,5;6)$ |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Tần số tương đối (%) | 46,7      | 40        | 10        | 3,3       |

Số học sinh tham gia khảo sát là:  $66 : 3,3 \times 100 = 2\,000$  (học sinh)

- b) Số phần trăm học sinh sử dụng mạng xã hội từ 3 giờ trở lên là:  $10\% + 3,3\% = 13,3\%$ . Vậy nhận xét trên là sai.

**Bài 13.** Biểu đồ bên dưới biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 đến 35 tuổi.



- d) Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị?  
 e) Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng.  
 f) Một người cho rằng có trên 50% số đại biểu tham dự hội nghị dưới 46 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

**Lời giải**

a) Số đại biểu tham dự hội nghị là:  $54 : 33,75 \times 100 = 160$  (đại biểu)

b) Bảng tần số tương đối ghép nhóm

| Độ tuổi              | $[25;35)$ | $[35;45)$ | $[45;55)$ | $[55;65)$ |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Tần số tương đối (%) | 33,75     | 28,75     | 26,25     | 11,25     |

Tần số của các nhóm lần lượt là:  $m_2 = 160 \cdot \frac{28,75}{100} = 46$ ;  $m_3 = 160 \cdot \frac{26,25}{100} = 42$ ;  $m_4 = 160 \cdot \frac{11,25}{100} = 18$ .

Bảng tần số tương đối ghép nhóm

| Độ tuổi        | $[25;35)$ | $[35;45)$ | $[45;55)$ | $[55;65)$ |
|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Tần số ( $n$ ) | 54        | 46        | 42        | 18        |

- c) Số phần trăm đại biểu ít hơn 45 tuổi là:  $33,75\% + 28,75\% = 62,5\%$  nên số đại biểu lớn hơn 46 tuổi sẽ nhỏ hơn  $100\% - 62,5\% = 37,5\%$ . Do đó nhận định trong đề bài là sai.

**Dạng 3. Xác suất của biến cố**

- Bài 14.** Một hộp kín đựng 4 quả bóng có cùng khối lượng là kích thước. Các quả bóng được đánh số 1; 2; 3; 4. Nam lấy ngẫu nhiên lần lượt hai quả bóng từ hộp (quả bóng được lấy ra lần đầu được trả lại vào hộp). Nam quan sát và ghi lại hai số ghi trên quả bóng được lấy ra.
- Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?
  - Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố A: “Số trên hai quả bóng được lấy ra giống nhau”.
  - Tính xác suất của biến cố B: “Tổng hai số trên hai quả bóng được lấy ra bằng 6”.

**Lời giải**

- a) Ta liệt kê được tất cả các kết quả có thể có của phép thử bằng cách lập bảng như sau:

| Lần 2<br>Lần 1 | 1      | 2      | 3      | 4      |
|----------------|--------|--------|--------|--------|
| 1              | (1; 1) | (1; 2) | (1; 3) | (1; 4) |
| 2              | (2; 1) | (2; 2) | (2; 3) | (2; 4) |
| 3              | (3; 1) | (3; 2) | (3; 3) | (3; 4) |
| 4              | (4; 1) | (4; 2) | (4; 3) | (4; 4) |

Do đó không gian mẫu của phép thử là:  $\Omega = \{(1; 1); (1; 2); (1; 3); (1; 4); (2; 1); (2; 2); (2; 3); (2; 4); (3; 1); (3; 2); (3; 3); (3; 4); (4; 1); (4; 2); (4; 3); (4; 4)\}$ .

Vậy không gian mẫu có 16 phần tử.

- Các kết quả thuận lợi cho biến cố A là:  $A = \{(1; 1); (2; 2); (3; 3); (4; 4)\}$ .
- Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là:  $B = \{(2; 4); (3; 3); (4; 2)\}$ .

Vậy  $P(C) = \frac{3}{16}$

**Bài 15.** Đội văn nghệ lớp 9A gồm 2 bạn nam là: Hùng, Bình và 3 bạn nữ là: Nga, Thảo, Mai. Cô giáo phụ trách đội văn nghệ chọn ngẫu nhiên hai bạn để hát song ca.

- Liệt kê các cách chọn ngẫu nhiên hai bạn để hát song ca.
- Tính xác suất của mỗi biến cố sau:
  - A: “Trong hai bạn được chọn có cả nam và nữ”.
  - B: “Trong hai bạn được chọn, có bạn Nga”.
  - C: “Trong hai bạn được chọn có ít nhất một bạn nam”.

**Lời giải**

Xét phép thử “Chọn ngẫu nhiên hai bạn để hát song ca”. Ta thấy, các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó là đồng khả năng.

- a) Có 10 cách chọn ra hai bạn để hát song ca là: (Hùng và Bình); (Hùng và Nga); (Hùng và Thảo); (Hùng và Mai); (Bình và Nga); (Bình và Thảo); (Bình và Mai); (Nga và Thảo); (Nga và Mai); (Thảo và Mai).
- b)
- i. Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: (Hùng và Nga); (Hùng và Thảo); (Hùng và Mai); (Bình và Nga); (Bình và Thảo); (Bình và Mai).

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

- ii. Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố B là: (Hùng và Nga); (Bình và Nga); (Nga và Thảo); (Nga và Mai).

$$\text{Vậy } P(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}.$$

- iii. Có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố C là: (Hùng và Bình); (Hùng và Nga); (Hùng và Thảo); (Hùng và Mai); (Bình và Nga); (Bình và Thảo); (Bình và Mai).

$$\text{Vậy } P(C) = \frac{7}{10}.$$

**Bài 16.** Bình tung một đồng tiền xu có hai mặt sấp (S) và ngửa (N) liên tiếp ba lần, sau mỗi lần tung Bình đều ghi lại mặt xuất hiện.

- c) Liệt kê các kết quả có thể xảy ra.
- d) Tính xác suất của các biến cố sau:
- j. A: “Mặt sấp xuất hiện đúng một lần”.
- jj. B: “Mặt sấp xuất hiện nhiều hơn mặt ngửa”.
- jjj. C: “Mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần”.

### Lời giải

Xét phép thử “Tung một đồng tiền xu liên tiếp ba lần”. Ta thấy, các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó là đồng khả năng.

- a) Có 8 khả năng có thể xảy ra là: SSS; SSN; SNS; SNN; NSS; NSN; NNS; NNN.
- b)
- i. Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: SNN; NSN; NNS.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{3}{8}.$$

- ii. Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố B là: SSS; SSN; SNS; NSS.

$$\text{Vậy } P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

- iii. Có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố C là: SSS; SSN; SNS; SNN; NSS; NSN; NNS.

$$\text{Vậy } P(C) = \frac{7}{8}.$$

**Bài 17.** Một hộp có 20 thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1; 2; 3; 4; 5; ... ; 20, hai thẻ khác nhau thì ghi số khác nhau.

Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

- d) “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có chữ số tận cùng là 2”.
- e) “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có một chữ số”.
- f) “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số với tích các chữ số bằng 4”.

**Lời giải**

- a) Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có chữ số tận cùng là 2” đó là 2 và 12

Vì thế xác suất của biến cố đó là  $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ .

- b) Có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có một chữ số” đó là 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

Vì thế xác suất của biến cố đó là  $\frac{9}{20}$ .

- c) Có 1 kết quả thuận lợi cho biến cố “Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số có hai chữ số với tích các chữ số bằng 4” đó là 14.

Vì thế xác suất của biến cố đó là  $\frac{1}{20}$ .

**Bài 18.** Hình bên mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm tám phần bằng nhau và ghi các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8. Chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Quay đĩa tròn một lần.

Tính xác suất của các biến cố sau:

- d) “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số nhỏ hơn 3”.
- e) “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số nhỏ hơn 5”.
- f) “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là ước của 6”.

**Lời giải**

- a) Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số nhỏ hơn 3” đó là 1; 2

Vì thế xác suất của biến cố đó là  $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ .

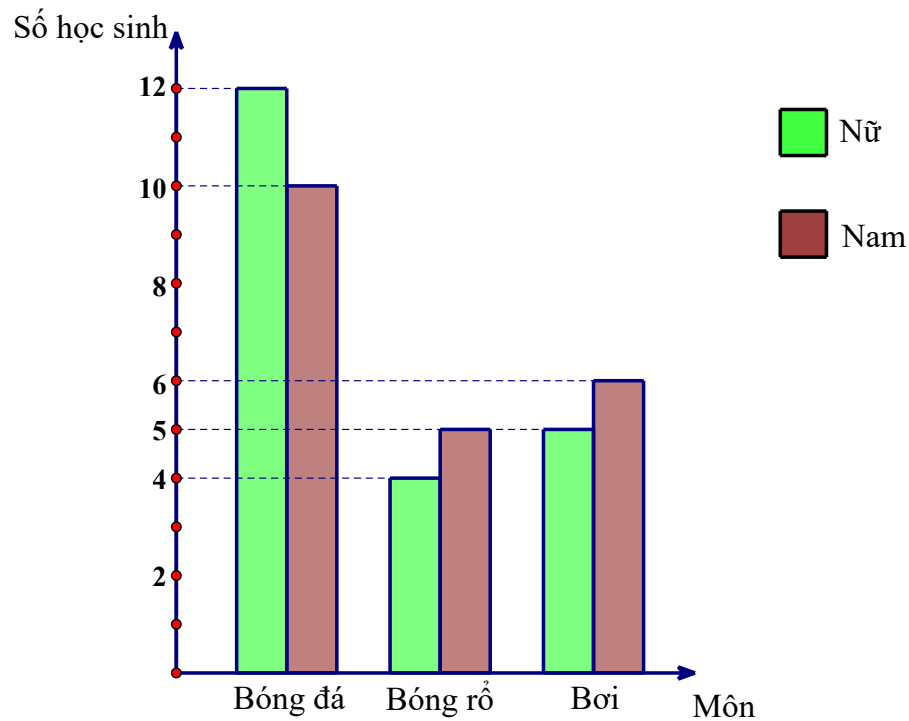
- b) Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số nhỏ hơn 5” đó là 1; 2; 3; 4.

Vì thế xác suất của biến cố đó là  $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ .

- c) Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số là ước của 6” đó là 1; 2; 3; 6.

Vì thế xác suất của biến cố đó là  $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ .

**Bài 19.** Biểu đồ cột kép ở hình dưới biểu diễn số học sinh nam và số học sinh nữ của lớp 9C có sở thích chơi một số môn thể thao: bóng đá, bóng rổ, bơi.



Biết rằng mỗi học sinh chỉ nêu một môn thể thao yêu thích nhất. Chọn ngẫu nhiên một học sinh tham gia thi đấu thể thao của trường. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

- b) A: “Học sinh được chọn là nam”,
- c) B: “Học sinh được chọn thích bóng rổ”,
- d) C: “Học sinh được chọn là nữ và không thích bơi”.

**Lời giải**

Xét phép thử “Chọn ngẫu nhiên một học sinh”. Ta thấy, các kết quả xảy ra của phép thử đó là đồng khả năng.

Số kết quả có thể xảy ra của phép thử đó là:  $12 + 10 + 4 + 5 + 5 + 6 = 42$ .

- a) Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là:  $10 + 5 + 6 = 21$ .

Vậy  $P(A) = \frac{21}{42} = \frac{1}{2}$ .

- b) Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là:  $4 + 5 = 9$ .

Vậy  $P(B) = \frac{9}{42}$ .

- c) Số kết quả thuận lợi cho biến cố C là:  $12 + 4 = 16$ .

Vậy  $P(C) = \frac{16}{42} = \frac{8}{21}$ .