



UBND THÀNH PHỐ HUẾ - SỞ GDĐT

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP

Năm học: 2024-2025

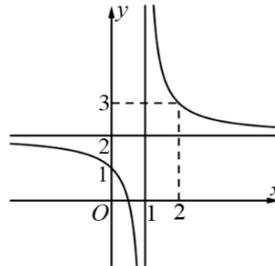
Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình sau:



Đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho?

- A. $x = 1$. B. $x = 2$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

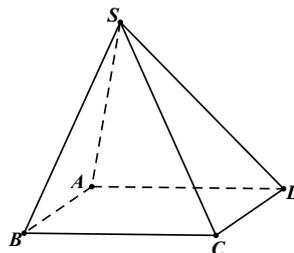
Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 4. B. -6. C. $\frac{1}{2}$. D. 6.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > -3$ là:

- A. $(-\infty; 9)$. B. $(1; 9)$. C. $(9; +\infty)$. D. $\left(1; \frac{9}{8}\right)$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó $\overline{SA} + \overline{BC}$ bằng



- A. \overline{SD} . B. \overline{SC} . C. \overline{SA} . D. \overline{SB} .

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - \frac{z}{2} = 1$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (1; 1; 2)$. B. $\vec{n} = (2; 2; -1)$. C. $\vec{n} = (1; 1; -2)$. D. $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

Câu 6. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- A. $5^x - 1 = 0$. B. $\log_2 x = 3$. C. $3^x + 2 = 0$. D. $\log(x-1) = 1$.

Câu 7. Các bạn học sinh lớp 11A trả lời 40 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả được thống kê ở bảng sau:

Số câu trả lời đúng	[16; 21)	[21; 26)	[26; 31)	[31; 36)	[36; 41)
Số học sinh	4	6	8	18	4

Xác định nhóm có tần số lớn nhất.

- A. [16;21). B. [21;26). C. [31;36). D. [36;41).

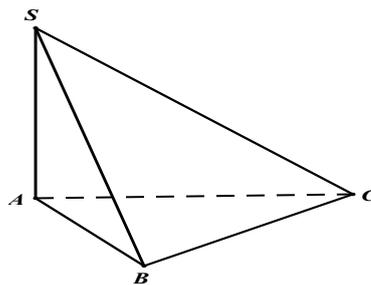
Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-1		1		-1		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -3)$. B. $(-3; 3)$. C. $(0; 3)$. D. $(-3; 0)$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là



- A. \widehat{SBA} . B. \widehat{ASC} . C. \widehat{SCA} . D. \widehat{ASB} .

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) = -1; f(b) = 3$. Khi đó

$\int_a^b f'(x) dx$ bằng

- A. -3 . B. 4 . C. -4 . D. 2 .

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -1; 3)$ và song song với đường thẳng

$d_1 : \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-1}$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Câu 12. Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) là

- A. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a) b) c) d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của 120 học sinh ở một trường THPT ở địa bàn thành phố Huế với thang điểm 100 được cho ở bảng sau:

Điểm	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100]
Số học sinh	25	34	15	38	8

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 100.
 b) Số học sinh đạt điểm 60 trở lên là 38 học sinh.

- c) Số điểm trung bình của học sinh đạt được từ bảng số liệu trên là 54 điểm.
- d) Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 120 học sinh trên, xác suất chọn được học sinh có điểm thuộc nhóm chứa trung vị là $\frac{1}{8}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-3}$ và điểm $A(2; -5; -6)$.

- a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -3)$.
- b) Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d có phương trình là $2x + y - 3z + 17 = 0$.
- c) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên d . Tọa độ của H là $H(3; -1; -4)$.
- d) Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất, khi đó phương trình của mặt phẳng (P) là $x + 4y + 2z + 7 = 0$.

Câu 3. Ông An có một mảnh đất hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = 12 m$. Ông làm một hồ bơi dạng hình thang cong (*phần tô đậm*) và một lối đi là đoạn thẳng HB . Nếu đặt hệ trục tọa độ có gốc tại A như hình vẽ, độ dài đơn vị là $1 m$, thì đường cong $EFIG$ là một phần đồ thị của một hàm bậc ba $y = f(x)$ có F là điểm cực tiểu và I là điểm cực đại. Biết $CH = DE = GB = 3 m$ và các điểm F, I cách cạnh AD lần lượt là $2 m$ và $6 m$.

- a) Phương trình của đường thẳng HB là $y = -4x + 48$.
- b) Tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f'(x) = a(x+2)(x+6)$.
- c) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 7 song song với đường thẳng HB .
- d) Ông An cần đặt một cái thang lên xuống hồ bơi tại một điểm trên đường cong $EFIG$ sao cho khoảng cách từ điểm đặt thang đến lối đi là ngắn nhất, khoảng cách đó bằng $2,56 m$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Một người đang lái xe ô tô thì bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đầu xe $25 m$, ngay lúc đó người lái xe đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20 (m/s)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

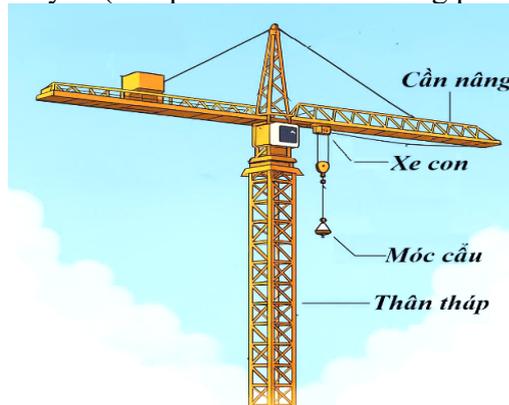
- a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
- b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.
- c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
- d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

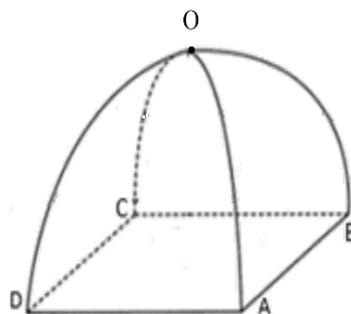
Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông có cạnh bằng $4\sqrt{2}$, các cạnh bên bằng nhau và cùng bằng $2\sqrt{6}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC .

Câu 2. Bạn Thuận có một danh sách gồm 6 bài hát khác nhau, các bài hát được phát theo thứ tự từ trên xuống. Lần đầu, khi nghe xong bài hát thứ ba trong danh sách, bạn ấy xáo trộn ngẫu nhiên danh sách phát của mình và sau đó nghe 3 bài hát đầu tiên trong danh sách mới. Tính xác suất để bạn Thuận nghe đủ 6 bài hát khác nhau sau hai lần nghe (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3. Người ta thường dùng cầu trục tháp (như hình vẽ) để vận chuyển vật liệu xây dựng; thân tháp vuông góc với mặt đất, cần nâng vuông góc thân tháp dùng để làm điểm tựa nâng vật liệu, trên cần nâng có bộ phận gọi là xe con, có thể chạy dọc cần nâng nhằm di chuyển vật liệu. Ban đầu vật liệu ở mặt đất, cầu trục dùng móc cần nâng vật liệu lên cao theo phương thẳng đứng và cao hơn 1m so với vị trí cần đặt, sau đó giữ nguyên độ cao và cầu trục quay cần nâng một góc $\alpha \in (0^\circ; 180^\circ)$ sao cho quỹ đạo tạo thành một cung tròn cho đến khi mặt phẳng (P) chứa cần nâng và điểm cần đặt vuông góc với mặt đất (vật liệu và điểm cần đặt cùng nằm trên một nửa mặt phẳng (P) so với thân tháp). Tiếp đến điều chỉnh xe con nhằm di chuyển và hạ vật liệu xuống 1m theo phương thẳng đứng đúng vị trí cần đặt. Giả sử rằng trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, thân tháp là trục Oz và mặt đất là mặt phẳng Oxy (đơn vị tính bằng mét); vị trí ban đầu của vật liệu là điểm $A(6; 8; 0)$ và vị trí cần đặt vật liệu là điểm $B(4; -3; 15)$. Tính quãng đường vật liệu đã di chuyển (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

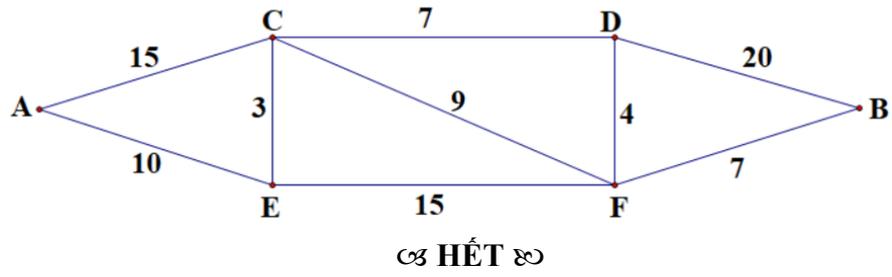


Câu 4. Một lều cắm trại có dạng như hình vẽ dưới, khung lều được tạo thành từ hai parabol giống nhau có chung đỉnh O và thuộc hai mặt phẳng vuông góc nhau (một parabol đi qua A, O, C và một parabol đi qua B, D, O), bốn chân tạo thành hình vuông ABCD có cạnh là $2\sqrt{2}(m)$, chiều cao tính từ đỉnh lều là 2m. Biết mặt cắt của lều khi cắt bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABCD) luôn là một hình vuông. Tính thể tích của lều (đơn vị là m^3).



Câu 5. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 20$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa cho bởi hàm chi phí $C(x) = \frac{23}{36}x^3 + x^2 + 200$ (tính bằng nghìn đồng). Giá của vải lụa tơ tằm là 300 nghìn đồng/mét và giả sử hộ luôn bán hết số sản phẩm làm ra trong một ngày. Để đạt lợi nhuận tối đa thì mỗi ngày thì hộ cần sản xuất bao nhiêu mét vải lụa.

Câu 6. Bạn Hóa muốn leo núi với địa điểm xuất phát từ A và kết thúc tại B với bản đồ đường đi được minh họa bởi hình vẽ dưới, trong đó các đường đi là các đoạn thẳng và thời gian di chuyển (tính bằng phút) tương ứng được gắn bởi một số trên đoạn thẳng đó. Hãy xác định thời gian ngắn nhất (tính bằng phút) để bạn Hóa hoàn thành chuyến đi từ A đến B.



 <p>MATH VIET NAM NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM ★★★★★</p>	<p>UBND THÀNH PHỐ HUẾ - SỞ GDĐT ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP Năm học: 2024-2025 Môn: Toán Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)</p>
---	--

BẢNG ĐÁP ÁN

Ví dụ 1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	A	B	A	B	C	C	D	A	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	B	ĐSSĐ	ĐSDS	ĐSSĐ	ĐSSĐ	4	0,05	37,7	4
21	22								
12	29								

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	A	A	B	A	B	C	C	D	A	B	D	B

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

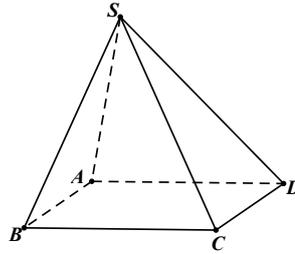
- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

- Đúng 1 câu được 0,1 điểm; đúng 2 câu được 0,25 điểm; đúng 3 câu được 0,5 điểm; đúng 4 câu được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.



- A. \overrightarrow{SD} . B. \overrightarrow{SC} . C. \overrightarrow{SA} . D. \overrightarrow{SB} .

Lời giải

Chọn A

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$. Do đó $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{SD}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - \frac{z}{2} = 1$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (1; 1; 2)$. B. $\vec{n} = (2; 2; -1)$. C. $\vec{n} = (1; 1; -2)$. D. $\vec{n} = (2; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $\Leftrightarrow 2x + 2y - z - 2 = 0$. Do đó phương trình mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; -1)$.

Câu 6. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- A. $5^x - 1 = 0$. B. $\log_2 x = 3$. C. $3^x + 2 = 0$. D. $\log(x - 1) = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy $3^x > 0, \forall x$ nên $3^x + 2 = 0$ vô nghiệm.

Câu 7. Các bạn học sinh lớp 11A trả lời 40 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả được thống kê ở bảng sau:

Số câu trả lời đúng	[16; 21)	[21; 26)	[26; 31)	[31; 36)	[36; 41)
Số học sinh	4	6	8	18	4

Xác định nhóm có tần số lớn nhất.

- A. [16; 21). B. [21; 26). C. [31; 36). D. [36; 41).

Lời giải

Chọn C

Nhóm [31; 36) có số học sinh trả lời đúng là 18 là tần số lớn nhất.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$				
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$			1			-1		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

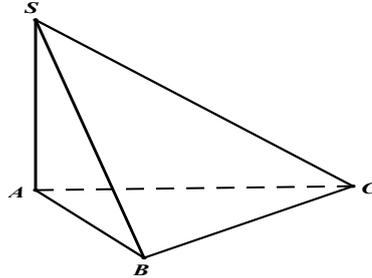
- A. $(-\infty; -3)$. B. $(-3; 3)$. C. $(0; 3)$. D. $(-3; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-3;0)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là



A. \widehat{SBA} .

B. \widehat{ASC} .

C. \widehat{SCA} .

D. \widehat{ASB} .

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$ (1).

Mà $AB \perp BC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{((SBC), (ABC))} = \widehat{ASB}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) = -1; f(b) = 3$. Khi đó

$\int_a^b f'(x) dx$ bằng

A. -3 .

B. 4 .

C. -4 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_a^b f'(x) dx = f(x)|_a^b = f(b) - f(a) = 3 - (-1) = 4$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -1; 3)$ và song song với đường thẳng

$d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Vì đường thẳng song song với $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-1}$ nên nhận $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$ là vec tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng là
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t. \\ z = 3 - t \end{cases}$$

Câu 12. Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) là

A. $S = \pi \int_a^b f(x) dx.$ **B. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$** C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$ D. $S = \int_a^b f(x) dx.$

Lời giải

Chọn B

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a) (b) (c) (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của 120 học sinh ở một trường THPT ở địa bàn thành phố Huế với thang điểm 100 được cho ở bảng sau:

Điểm	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100]
Số học sinh	25	34	15	38	8

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 100.
- b) Số học sinh đạt điểm 60 trở lên là 38 học sinh.
- c) Số điểm trung bình của học sinh đạt được từ bảng số liệu trên là 54 điểm.
- d) Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 120 học sinh trên, xác suất chọn được học sinh có điểm thuộc nhóm chứa trung vị là $\frac{1}{8}$.

Lời giải

ĐÚNG– SAI – SAI– ĐÚNG.

(a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $100 - 0 = 100$.

Chọn Đúng.

(b) Số học sinh đạt điểm 60 trở lên là $38 + 8 = 46$ học sinh.

Chọn Sai.

(c) Điểm trung bình của các học sinh đạt được là $\bar{x} = \frac{10.25 + 30.34 + 50.15 + 70.38 + 90.8}{120} = 45$.

Chọn Sai.

(d) Trung vị là $M_e = \frac{x_{60} + x_{61}}{2}$ nên nhóm chứa trung vị là nhóm $[40; 60)$, chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 120 học sinh trên, xác suất chọn được học sinh có điểm thuộc nhóm chứa trung vị là $\frac{15}{120} = \frac{1}{8}$.

Chọn Đúng.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-3}$ và điểm $A(2; -5; -6)$.

- a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -3)$.
- b) Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d có phương trình là $2x + y - 3z + 17 = 0$.
- c) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên d . Tọa độ của H là $H(3; -1; -4)$.
- d) Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất, khi đó phương trình của mặt phẳng (P) là $x + 4y + 2z + 7 = 0$.

Lời giải

ĐÚNG – SAI – ĐÚNG – SAI.

(a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -3)$.

Chọn Đúng.

(b) Mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với đường thẳng d nên nhận một véc tơ chỉ phương của d là $\vec{u}(2; 1; -3)$ làm véc tơ pháp tuyến. Vậy mặt phẳng (α) có phương trình:

$$2x + y - 3z - 17 = 0.$$

Chọn Sai.

(c) Đường thẳng d có phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$$
 . Gọi H là hình chiếu vuông góc của

A lên d , thì $H = d \cap (\alpha)$, ta xét phương trình

$$2(1 + 2t) + (-2 + t) - 3(-1 - 3t) - 17 = 0$$

$$\Leftrightarrow 14t - 14 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Khi đó, $H(3; -1; -4)$.

Chọn Đúng.

(d) Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên (P) , ta luôn có $d(A, (P)) = AK \leq AH$, nên $d(A, (P))$ lớn nhất bằng AH khi $K \equiv H$. Khi đó mặt phẳng (P) đi qua $H(3; -1; -4)$ và nhận véc tơ $\vec{AH}(1; 4; 2)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình $x + 4y + 2z + 9 = 0$.

Chọn Sai.

Câu 3. Ông An có một mảnh đất hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = 12\text{ m}$. Ông làm một hồ bơi dạng hình thang cong (phần tô đậm) và một lối đi là đoạn thẳng HB . Nếu đặt hệ trục tọa độ có gốc tại A như hình vẽ, độ dài đơn vị là 1 m , thì đường cong $EFIG$ là một phần đồ thị của một hàm bậc ba $y = f(x)$ có F là điểm cực tiểu và I là điểm cực đại. Biết $CH = DE = GB = 3\text{ m}$ và các điểm F, I cách cạnh AD lần lượt là 2 m và 6 m .

a) Phương trình của đường thẳng HB là $y = -4x + 48$.

b) Tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f'(x) = a(x + 2)(x + 6)$.

c) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 7 song song với đường thẳng HB .

d) Ông An cần đặt một cái thang lên xuống hồ bơi tại một điểm trên đường cong $EFIG$ sao cho khoảng cách từ điểm đặt thang đến lối đi là ngắn nhất, khoảng cách đó bằng $2,56 m$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

(a) Đúng

Ta có $\overrightarrow{BH} = (-3; 12)$.

Suy ra vector pháp tuyến của BH là $\overrightarrow{n_{BH}} = (4; 1)$.

Phương trình BH là $4x + y - 48 = 0 \Leftrightarrow y = -4x + 48$.

(b) Sai

Ta có $f(x)$ có 2 điểm cực trị $x = 2, x = 6$.

Suy ra $f'(x) = a(x - 2)(x - 6) = a(x^2 - 8x + 12)$.

(c) Sai

$$f(x) = \int f'(x)dx = a \int (x^2 - 8x + 12)dx = a \left(\frac{x^3}{3} - 4x^2 + 12x \right) + C.$$

(C) cắt Oy tại $E(0; 9) \Rightarrow C = 9$.

$$\Rightarrow f(x) = a \left(\frac{x^3}{3} - 4x^2 + 12x \right) + 9.$$

$$G(9; 0) \in (C) \Rightarrow 27a + 9 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{3}.$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{9}x^3 + \frac{4}{3}x^2 - 4x + 9.$$

$$\text{Với } x_0 = 7 \Rightarrow \begin{cases} y_0 = \frac{74}{9} \\ f'(7) = -\frac{5}{3} \neq -4 \end{cases}.$$

Suy ra tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 7 không song song với đường thẳng HB .

(d) Đúng

Khoảng cách từ điểm đặt thang đến lối đi là ngắn nhất thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm đó song song với HB , điểm đó gần với HB

Gọi $M_0(x_0; y_0)$ là tiếp điểm mà tại đó tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ song song với HB

$$\text{Suy ra } f'(x_0) = -4 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}(x_0^2 - 8x_0 + 12) = -4 \Leftrightarrow x_0^2 - 8x_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 & (\text{loại}) \\ x_0 = 8 \end{cases}$$

$$\text{Với } x_0 = 8 \Rightarrow y_0 = \frac{49}{9} \Rightarrow M_0\left(8; \frac{49}{9}\right).$$

$$d_{\min} = d(M_0, BH) = \frac{\left|4 \cdot 8 + \frac{49}{9} - 48\right|}{\sqrt{17}} \approx 2,56 \text{ (m)}$$

Câu 4. Một người đang lái xe ô tô thì bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đầu xe 25 m, ngay lúc đó người lái xe đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

(a) Đúng.

Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

(b) Sai.

$$s(t) = \int v(t)dt = \int (-10t + 20)dt = -5t^2 + 20t + C.$$

$$\text{Ta có } s(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0$$

$$\text{Vậy } s(t) = -5t^2 + 20t.$$

(c) Sai.

$$v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là 2 giây.

(d) Đúng.

Quãng đường ô tô đi được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là

$$s = \int_0^2 (-10t + 20) dt = 20 < 25.$$

Vậy ô tô không va chạm vào chướng ngại vật.

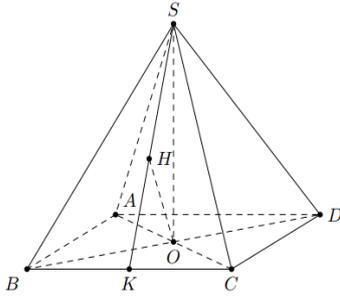
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông có cạnh bằng $4\sqrt{2}$, các cạnh bên bằng nhau và cùng bằng $2\sqrt{6}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC .

<Key=4>

Lời giải

Đáp số: 4



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ suy ra $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{(2\sqrt{6})^2 - 4^2} = 2\sqrt{2}$.

Gọi K là trung điểm BC , H là hình chiếu của O lên SK .

Suy ra $OH \perp (SBC)$, $OK = \frac{1}{2} AB = 2\sqrt{2}$.

Do đó ΔSOK vuông cân tại O .

Vì $AD \parallel BC$ nên $AD \parallel (SBC)$ suy ra

$$d(AD, SC) = d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC)) = 2OH = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot SO\sqrt{2} = 4.$$

Câu 2. Bạn Thuận có một danh sách gồm 6 bài hát khác nhau, các bài hát được phát theo thứ tự từ trên xuống. Lần đầu, khi nghe xong bài hát thứ ba trong danh sách, bạn ấy xáo trộn ngẫu nhiên danh sách phát của mình và sau đó nghe 3 bài hát đầu tiên trong danh sách mới. Tính xác suất để bạn Thuận nghe đủ 6 bài hát khác nhau sau hai lần nghe (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

<Key=0,05>

Lời giải

Đáp số: 0,05

Chọn 3 bài hát lần thứ nhất từ 6 bài để phát có C_6^3 cách.

Khi đó để sau khi phát lần thứ 2, bạn Thuận nghe đủ 6 bài nên lần 2 bạn phải phát 3 bài còn lại nên có 1 cách phát.

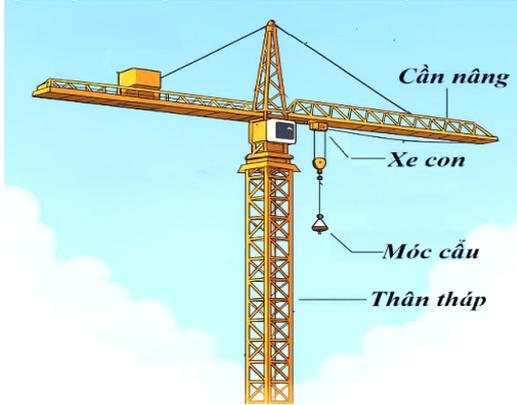
Tổng số cách chọn bài hát để bạn Thuận nghe đủ 6 bài hát khác nhau sau hai lần nghe trong 2 lần là C_6^3 cách.

Số cách chọn bài hát trong hai lần nghe là $C_6^3 \cdot C_6^3$

$$\text{Xác suất để bạn Thuận nghe đủ 6 bài hát khác nhau sau hai lần nghe là } P = \frac{C_6^3}{C_6^3 \cdot C_6^3} = \frac{1}{C_6^3} = 0,05.$$

Câu 3. Người ta thường dùng cầu trục tháp (như hình vẽ) để vận chuyển vật liệu xây dựng; thân tháp vuông góc với mặt đất, cần nâng vuông góc thân tháp dùng để làm điểm tựa nâng vật liệu, trên cần nâng có bộ phận gọi là xe con, có thể chạy dọc cần nâng nhằm di chuyển vật liệu. Ban đầu vật liệu ở mặt đất, cầu trục dùng móc cần nâng vật liệu lên cao theo phương thẳng đứng và cao

hơn $1m$ so với vị trí cần đặt, sau đó giữ nguyên độ cao và cầu trục quay cần nâng một góc $\alpha \in (0^\circ; 180^\circ)$ sao cho quỹ đạo tạo thành một cung tròn cho đến khi mặt phẳng (P) chứa cần nâng và điểm cần đặt vuông góc với mặt đất (vật liệu và điểm cần đặt cùng nằm trên một nửa mặt phẳng (P) so với thân tháp). Tiếp đến điều chỉnh xe con nhằm di chuyển và hạ vật liệu xuống $1m$ theo phương thẳng đứng đúng vị trí cần đặt. Giả sử rằng trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, thân tháp là trục Oz và mặt đất là mặt phẳng Oxy (đơn vị tính bằng mét); vị trí ban đầu của vật liệu là điểm $A(6; 8; 0)$ và vị trí cần đặt vật liệu là điểm $B(4; -3; 15)$. Tính quãng đường vật liệu đã di chuyển (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



<Key=37,7>

Lời giải

Đáp số: 37,7

Gọi $B'(4; -3; 0)$ là hình chiếu của B trên Oxy .

Ta có: $\vec{OA} = (6; 8; 0) \Rightarrow OA = 10$, khi đó quỹ đạo chuyển động của vật liệu sau khi được nâng lên là một cung tròn của đường tròn có bán kính bằng 10

Ta có: $\vec{OA} \cdot \vec{OB'} = 0 \Rightarrow OA \perp OB'$ nên góc ở tâm của độ dài cung tròn vật liệu sẽ đi 90° , vậy độ dài cung tròn vật liệu sẽ đi là $\frac{2 \cdot 10 \cdot \pi}{4} = 5\pi$.

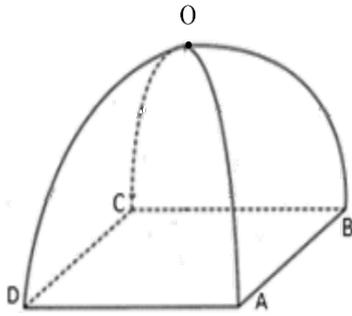
Do phải nâng vật cao hơn vị trí cần hạ là $1m$ nên tổng chiều cao vật được nâng lên sẽ là $z_B + 1 = 16$.

Quãng đường xe con di chuyển từ vị trí được nâng đến vị trí để hạ vật liệu là $OA - d(B, Oz) = 10 - 5 = 5$.

Do hạ vật xuống $1m$ sao với vị trí cần đặt nên tổng quãng đường vật di chuyển là:

$$T = 5\pi + 16 + 5 + 1 \approx 37,71.$$

Câu 4. Một lều cắm trại có dạng như hình vẽ dưới, khung lều được tạo thành từ hai parabol giống nhau có chung đỉnh O và thuộc hai mặt phẳng vuông góc nhau (một parabol đi qua A, O, C và một parabol đi qua B, D, O), bốn chân tạo thành hình vuông $ABCD$ có cạnh là $2\sqrt{2}(m)$, chiều cao tính từ đỉnh lều là $2m$. Biết mặt cắt của lều khi cắt bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABCD)$ luôn là một hình vuông. Tính thể tích của lều (đơn vị là m^3).

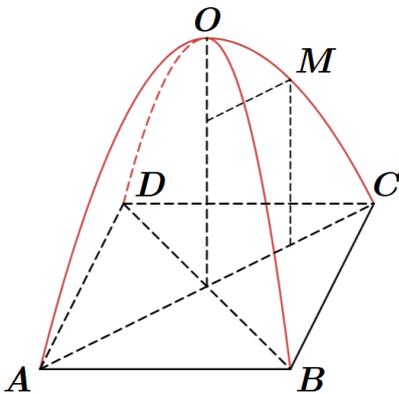
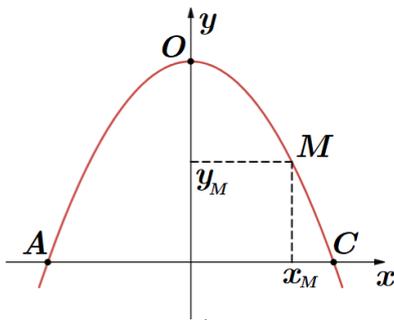


<Key=4>

Lời giải

Đáp số: 4

Gọi parabol đi qua ba điểm A, C, O có phương trình là $y = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0$.



Do parabol đi qua $A(-\sqrt{2}; 0), C(\sqrt{2}; 0)$ nên $y = a(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) = a(x^2 - 2)$.

Mà parabol đi qua $O(0; 2) \Rightarrow A = -1 \Rightarrow y = -x^2 + 2$.

Khi đó, $M(x; y) \in (P) \Rightarrow M(\sqrt{2-y}; y)$.

Thiết diện tạo bởi mặt phẳng vuông góc với trục và lều đi qua M là hình vuông có cạnh là $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2-y}$

Khi đó diện tích của thiết diện tạo bởi mặt phẳng vuông góc với trục và lều là hình vuông có diện tích là $S(y) = 2(2-y) = 4-2y$.

Thể tích của chiếc lều là $V = \int_0^2 S(y) dy = \int_0^2 (4-2y) dy = (4y - y^2) \Big|_0^2 = 4(m^3)$.

Câu 5. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 20$). Tổng

chi phí sản xuất x mét vải lụa cho bởi hàm chi phí $C(x) = \frac{23}{36}x^3 + x^2 + 200$ (tính bằng nghìn đồng). Giá của vải lụa tơ tằm là 300 nghìn đồng/mét và giá sử hộ luôn bán hết số sản phẩm làm ra trong một ngày. Để đạt lợi nhuận tối đa thì mỗi ngày thì hộ cần sản xuất bao nhiêu mét vải lụa.

<Key=12>

Lời giải

Đáp số: 12

Doanh thu mỗi ngày là $300x$ (nghìn đồng)

$$\text{Lợi nhuận mỗi ngày là } L(x) = 300x - \left(\frac{23}{36}x^3 + x^2 + 200 \right) = -\frac{23}{36}x^3 - x^2 + 300x - 200.$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $L(x)$ trên đoạn $[1; 20]$.

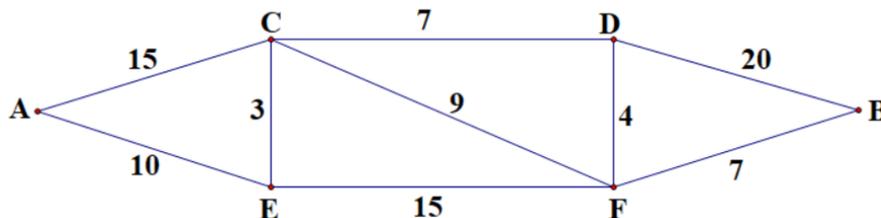
$$L'(x) = -\frac{23}{12}x^2 - 2x + 300$$

$$L'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -\frac{300}{23} \end{cases}$$

$$L(1) = \frac{3541}{36}; L(12) = 2152; L(20) = \frac{2600}{9}$$

Lợi nhuận tối đa là 2152 khi sản xuất 12 mét vải.

Câu 6. Bạn Hóa muốn leo núi với địa điểm xuất phát từ A và kết thúc tại B với bản đồ đường đi được minh họa bởi hình vẽ dưới, trong đó các đường đi là các đoạn thẳng và thời gian di chuyển (tính bằng phút) tương ứng được gắn bởi một số trên đoạn thẳng đó. Hãy xác định thời gian ngắn nhất (tính bằng phút) để bạn Hóa hoàn thành chuyến đi từ A đến B .



<Key=29>

Lời giải

Đáp số: 29

Liệt kê một số cách đi từ A đến B

+) $A \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow B$. Tổng thời gian là $10 + 15 + 7 = 32$ phút.

+) $A \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow D \rightarrow B$. Tổng thời gian là $10 + 15 + 4 + 20 = 49$ phút.

+) $A \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$. Tổng thời gian là $10 + 15 + 9 + 7 + 20 = 61$ phút.

+) $A \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow B$. Tổng thời gian là $10 + 15 + 9 + 7 + 4 + 7 = 52$ phút.

+) $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$. Tổng thời gian là $15 + 7 + 20 = 42$ phút.

+) $A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow B$. Tổng thời gian là $15 + 9 + 7 = 31$ phút.

+) $A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow D \rightarrow B$. Tổng thời gian là $15 + 9 + 4 + 20 = 48$ phút.

+) $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow B$. Tổng thời gian là $15 + 7 + 4 + 7 = 33$ phút.

...

Vậy đi theo cách sau là tốn ít thời gian nhất $A \rightarrow E \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow B$.

Tổng thời gian là $10 + 3 + 9 + 7 = 29$ phút.

∞ HẾT ∞

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{4}{3}a^3$. B. $2a^3$. C. $4a^2$. D. $4a^3$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[1; 4]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0, x = 1, x = 4$ là

- A. $S = \int_1^4 f^2(x) dx$. B. $S = \pi \int_1^4 f(x) dx$. C. $S = \int_1^4 f(x) dx$. D. $S = \pi \int_1^4 f^2(x) dx$.

Câu 10. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ trên \mathbb{R} là

- A. $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$. B. $F(x) = \sin 2x$. C. $F(x) = \cos 2x$. D.
- $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{2}$.

Câu 11. Lâm trường Tam Đảo thống kê đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi cho ở bảng sau:

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 25. B. 15. C. 60. D. 20.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): mx + 2y + mz - 12 = 0$ và $(Q): x + my + z + 2025 = 0$.

Có bao nhiêu giá trị của m sao cho góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 45° ?

- A. 4. B. 3. C. 0. D. 2.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một đáp án.

Câu 1. Một vật đang ở nhiệt độ $100^\circ C$ thì được đặt vào môi trường X có nhiệt độ $25^\circ C$. Kể từ đó, nhiệt độ của vật giảm dần theo tốc độ $T'(t) = -150e^{-2t}$ ($^\circ C / \text{phút}$), trong đó $T(t)$ là nhiệt độ tính theo $^\circ C$ tại thời điểm t phút kể từ khi được đặt trong môi trường X . Khi đó:

a) Nhiệt độ của vật tại thời điểm $t = 3$ phút là $T(t) = \int_0^3 T'(t) dt$.

b) $T(t) = 75e^{-2t} + 20$.

c) Tốc độ giảm nhiệt độ của vật tăng dần theo thời gian.

d) $T(t) = \int T'(t) dt$ với $T(0) = 100$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ vị trí $A(1;2;3)$ hướng đến vị trí $B(0;1;-6)$, bia chắn là mặt phẳng $(P): 4x - y + 2z + 13 = 0$, đơn vị là kilomet.

a) Hình chiếu vuông góc của A trên (Oxy) là $H(0;2;3)$.

b) Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P) (làm tròn đến hàng đơn vị) là 60° .

c) Điểm B thuộc mặt phẳng (P) .

d) Giả sử viên đạn chuyển động thẳng đều theo hướng vecto $\vec{v}(-2;-2;-18)$ với vận tốc $800m/s$ (bỏ qua mọi lực cản và chướng ngại vật), sau một phút bắn ra đi qua điểm B .

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ có đồ thị là (C)

a) Đồ thị (C) cắt đường thẳng $y = x + 3$ tại hai điểm phân biệt.

b) Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục Oy là đường thẳng $y = -2x + 1$.

c) Đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C) .

d) Điểm $I(2;3)$ là giao điểm của các đường tiệm cận của đồ thị (C) .

Câu 4. Quan sát quá trình sinh trưởng và phát triển của một giống cà chua mới trong 18 tuần kể từ khi trồng, các kĩ sư thuộc một trung tâm giống cây trồng nhận thấy: Chiều cao thân cây sau t tuần kể từ khi trồng được tính xấp xỉ bởi hàm số $h(t) = 50 \log_3(2t+1) + 10$ (đơn vị: centimet, $0 \leq t \leq 18$). Sau 8 tuần kể từ khi trồng, hoa bắt đầu kết trái. Kể từ đó, đường kính trái cà chua ở tuần thứ t xấp xỉ bởi hàm số $d(t) = 3^{\frac{2t-15}{t-7}} - 3$ (đơn vị: centimet, $8 \leq t \leq 18$).

a) Khi được 4 tuần tuổi, chiều cao của thân cây cà chua là 110 cm.

b) Tốc độ tăng trưởng chiều cao của thân cây cà chua ở tuần thứ 7 (làm tròn đến hàng phần trăm) là 6,07 cm/tuần).

c) Chiều cao của thân cây cà chua liên tục tăng trong suốt 18 tuần.

d) Sau 4 tuần kể từ khi kết trái, đường kính trái cà chua lớn hơn 9,98 cm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có mặt đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên $AA' = 12$. Gọi M, O lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và $A'C'$. Biết thể tích tứ diện $AMOB'$ bằng 36, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, CO (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

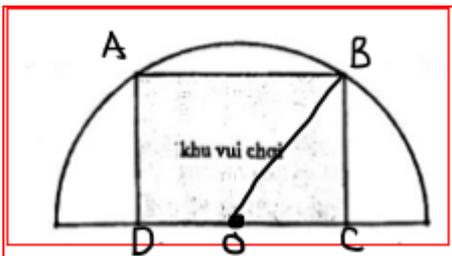
Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo trên các trục là kilomet, một ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm

$M(1000; 600; 14)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $Q(1400; 800; 16)$. Biết một khẩu pháo ở tọa độ vị trí điểm $E(100; 150; 9,5)$ được bắn ra với vận tốc không đổi gấp 5 lần vận tốc máy bay nhằm bắn trúng máy bay tại vị trí N . Sau bao nhiêu phút kể từ khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn?

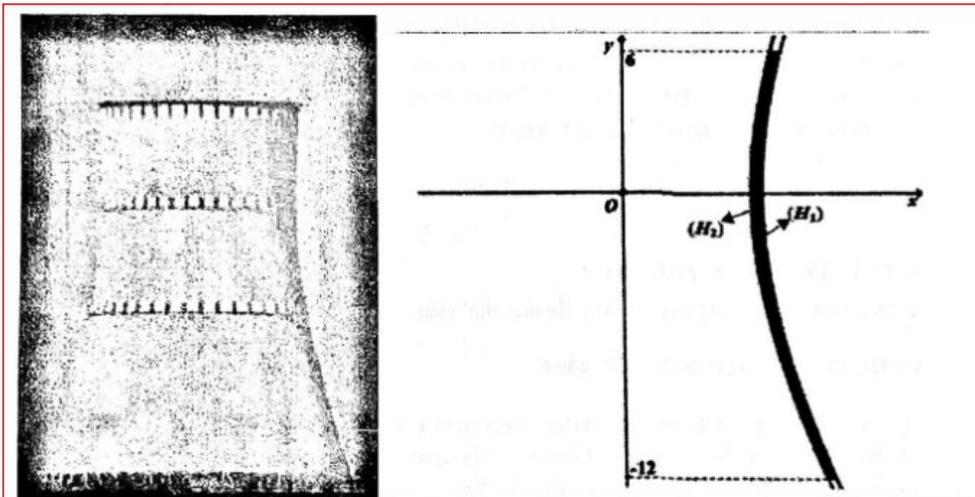
Câu 3. Một hộp chứa 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4, 6 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 6, 8 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp. Gọi p là xác suất để 3 viên bi lấy ra vừa khác màu, vừa khác số. Tính $8160p$.

Câu 4. Một chủ nhà hàng kinh doanh phần ăn uống đồng giá có chiến lược kinh doanh như sau: Phí cố định ước tính trong một năm là 60 triệu đồng; Chi phí một phần ăn ước tính khoảng 25 nghìn đồng; Giá niêm yết trên thực đơn là 35 nghìn đồng. Giả định rằng tất cả các phần ăn chế biến sẵn đều được bán hết và kí hiệu x là số phần ăn trong một năm, x là số nguyên thuộc $[5000; 25000]$. Mục tiêu của chủ nhà hàng là tạo ra lợi nhuận ít nhất là 155 triệu đồng mỗi năm. Biết rằng nhà hàng mở cửa 300 ngày một năm, hỏi trung bình mỗi ngày nhà hàng phải phục vụ ít nhất bao nhiêu phần ăn để đạt được mục tiêu trên?

Câu 5. Một khu đất có hình dạng là một nửa hình tròn bán kính 18 m. Người ta muốn xây dựng một khu vui chơi hình chữ nhật ở bên trong nửa đường tròn đó, biết rằng một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của nửa đường tròn (tham khảo hình vẽ). Tính diện tích lớn nhất của khu vui chơi có thể xây dựng.



Câu 6. Lốp vỏ của một lò phản ứng hạt nhân bằng kim loại và được tạo bởi hình phẳng (S) giới hạn bởi nhánh bên phải trục tung của các đường hypebol $(H_1), (H_2)$ và hai đường thẳng $y = -12, y = 6$ khi quay quanh trục Oy (tham khảo hình vẽ).



Biết (H_1) đi qua điểm $(\sqrt{30}; 0)$ có tiêu cự bằng $10\sqrt{6}$, (H_2) đi qua điểm $(5; 0)$ có tiêu cự bằng $10\sqrt{5}$ và đơn vị trên các trục tọa độ đo bằng mét. Thể tích khối kim loại cần sử dụng để làm vỏ lò phản ứng hạt nhân bằng bao nhiêu mét khối? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Bình phương hai vế của phương trình ta được

$$x^3 + 4x^2 + 2x = x^2$$

Thu gọn ta được phương trình

$$x(x^2 + 3x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1, \text{ thử lại ta thấy chỉ có } x = 0 \text{ là nghiệm của phương trình đã cho.} \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x = 0$.

Câu 2. Đường Elip $\frac{x^2}{17} + \frac{y^2}{8} = 1$ có tiêu cự bằng

A. 6.

B. 3.

C. 9.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > b > 0$.

Trong trường hợp này, ta có $a^2 = 17$ và $b^2 = 8$.

Có $c^2 = a^2 - b^2 = 17 - 8 = 9 \Rightarrow c = 3$.

Tiêu cự là $2c = 2 \cdot 3 = 6$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a} = (1; -2; -1)$ và $\vec{b} = (2; -4; 2)$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng?

A. -8.

B. 8.

C. -12.

D. 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 + (-2) \cdot (-4) + (-1) \cdot 2 = 8$.

Câu 4. Phương trình $2 \cos x + \sqrt{2} = 0$ có các nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{-\pi}{4} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{-\pi}{4} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{-3\pi}{4} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đã cho tương đương với

$$2 \cos x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(-1; -2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 1$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z + 12 = 0$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình là $x = 0$.

Vì mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) nên bán kính mặt cầu

$$R = d(I, (Oyz)) = \frac{|1 \cdot (-1) + 0 \cdot (-2) + 0 \cdot 3 + 0|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{|-1|}{\sqrt{1}} = 1.$$

Phương trình mặt cầu là: $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 1$.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có phương trình là

A. $y = 1$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

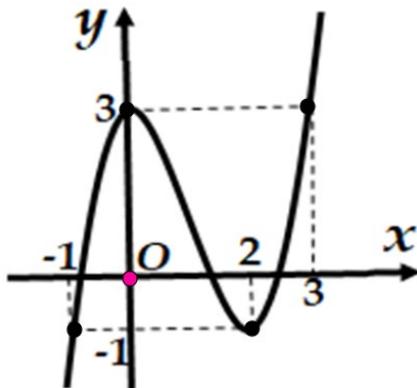
Ta xét giới hạn:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x-1} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x-1} = 2$$

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = 2$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $M(0;3)$.

B. $F(3;3)$.

C. $E(-1;-1)$.

D. $N(2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4}{3}a^3$.

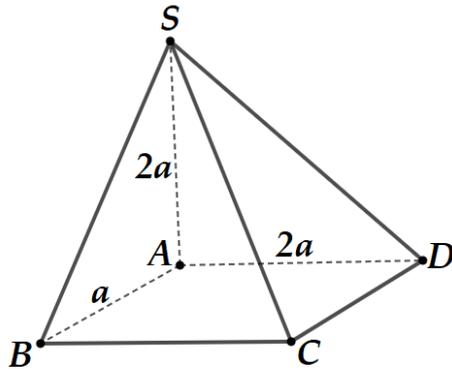
B. $2a^3$.

C. $4a^2$.

D. $4a^3$.

Lời giải

Chọn A



Thể tích khối chóp đã cho bằng: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} a \cdot 2a \cdot 2a = \frac{4}{3} a^3$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[1; 4]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0, x = 1, x = 4$ là

- A.** $S = \int_1^4 f^2(x) dx$. **B.** $S = \pi \int_1^4 f(x) dx$. **C.** $S = \int_1^4 f(x) dx$. **D.** $S = \pi \int_1^4 f^2(x) dx$.

Lời giải

Chọn C

Câu 10. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ trên \mathbb{R} là

- A.** $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$. **B.** $F(x) = \sin 2x$. **C.** $F(x) = \cos 2x$. **D.**

$F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta

có:

$$f(x) = \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x \Rightarrow \int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x \right) dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C.$$

Câu 11. Lâm trường Tam Đảo thống kê đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi cho ở bảng sau:

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A.** 25. **B.** 15. **C.** 60. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $65 - 40 = 25$.

(b) Ta có $\int -150e^{-2t} dt = 75e^{2t} + C$.

Suy ra $T(t) = 75e^{-2t} + C, T(0) = 100 \Rightarrow C = 25 \Rightarrow T(t) = 75e^{-2t} + 25$.

Chọn SAI.

(c) $T''(t) = 300e^{-2t} > 0, \forall t$. Do đó tốc độ giảm nhiệt độ của vật tăng dần theo thời gian.

Chọn ĐÚNG.

(d)

Chọn ĐÚNG.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ vị trí $A(1;2;3)$ hướng đến vị trí $B(0;1;-6)$, bia chắn là mặt phẳng $(P): 4x - y + 2z + 13 = 0$, đơn vị là kilomet.

a) Hình chiếu vuông góc của A trên (Oxy) là $H(0;2;3)$.

b) Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P) (làm tròn đến hàng đơn vị) là 60° .

c) Điểm B thuộc mặt phẳng (P) .

d) Giả sử viên đạn chuyển động thẳng đều theo hướng vecto $\vec{v}(-2;-2;-18)$ với vận tốc $800m/s$ (bỏ qua mọi lực cản và chướng ngại vật), sau một phút bắn ra đi qua điểm B .

Lời giải

Chọn (a) Sai | (b) Sai | (c) Đúng | (d) Sai

(a) Hình chiếu vuông góc của A trên (Oxy) là $H(1;2;0)$.

Chọn SAI.

(b) Ta có $\overline{AB} = (-1; -1; -9), \overline{n_{(P)}} = (4; -1; 2), \sin(AB; (P)) = \frac{|-4+1-18|}{\sqrt{1+1+9^2} \cdot \sqrt{4^2+1+2^2}} = \frac{\sqrt{1743}}{83}$

Suy ra $(AB; (P)) \approx 30^\circ$.

Chọn SAI.

(c) Ta có $4 \cdot 0 - 1 + 2(-6) + 13 = 0$ nên B thuộc mặt phẳng (P) .

Chọn ĐÚNG.

(d) Ta có $AB = \sqrt{83} (km)$, vậy thời gian đi từ A đến B là $\frac{\sqrt{83} \cdot 1000}{800} \approx 11,38$ (giây).

Chọn SAI.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ có đồ thị là (C)

- a)** Đồ thị (C) cắt đường thẳng $y = x + 3$ tại hai điểm phân biệt.
- b)** Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục Oy là đường thẳng $y = -2x + 1$.
- c)** Đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C).
- d)** Điểm $I(2;3)$ là giao điểm của các đường tiệm cận của đồ thị (C).

Lời giải

(a) Đúng.

Ta có: $\frac{3x+2}{x-2} = x + 3$. (Điều kiện: $x \neq 2$)

$$\Rightarrow (x-2)(x+3) = 3x+2 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy: Đồ thị (C) cắt đường thẳng $y = x + 3$ tại hai điểm phân biệt.

(b) Sai

Tại giao điểm của (C) với trục Oy : $x = 0$

$$y' = \frac{-8}{(x-2)^2}; y'(0) = -2; y(0) = -1$$

Tiếp tuyến của đồ thị (C): $y = -2x - 1$

(c) Sai.

Đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (C).

(d) Đúng.

Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C).

Vậy: Điểm $I(2;3)$ là giao điểm của các đường tiệm cận của đồ thị

Câu 4. Quan sát quá trình sinh trưởng và phát triển của một giống cà chua mới trong 18 tuần kể từ khi trồng, các kĩ sư thuộc một trung tâm giống cây trồng nhận thấy: Chiều cao thân cây sau t tuần kể từ khi trồng được tính xấp xỉ bởi hàm số $h(t) = 50 \log_3(2t+1) + 10$ (đơn vị: centimet, $0 \leq t \leq 18$). Sau 8 tuần kể từ khi trồng, hoa bắt đầu kết trái. Kể từ đó, đường kính trái cà chua ở tuần thứ t xấp xỉ bởi hàm số $d(t) = 3^{\frac{2t-15}{t-7}} - 3$ (đơn vị: centimet, $8 \leq t \leq 18$).

- a)** Khi được 4 tuần tuổi, chiều cao của thân cây cà chua là 110 cm.
- b)** Tốc độ tăng trưởng chiều cao của thân cây cà chua ở tuần thứ 7 (làm tròn đến hàng phần trăm) là 6,07 cm/tuần).

- c) Chiều cao của thân cây cà chua liên tục tăng trong suốt 18 tuần.
- d) Sau 4 tuần kể từ khi kết trái, đường kính trái cà chua lớn hơn 9,98 cm.

Lời giải

(a) Đúng.

Ta có: $h(4) = 50 \log_3(2.4+1) + 10 = 110$.

(b) Đúng.

Ta có: $h'(t) = 50 \frac{2}{(2t+1)\ln 3}$

$h'(7) = 50 \frac{2}{(2.7+1)\ln 3} \approx 6,07$

(c) Đúng.

Vì $0 \leq t \leq 18$ nên $h'(t) = 50 \frac{2}{(2t+1)\ln 3} > 0$

Vậy: Chiều cao của thân cây cà chua liên tục tăng trong suốt 18 tuần

(d) Sai.

Ta có: $d(4) = 3^{\frac{2.4-15}{4-7}} - 3 \approx 8,21$

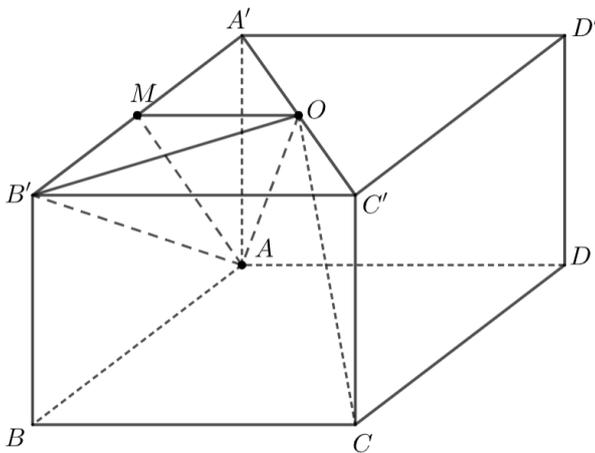
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có mặt đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên $AA' = 12$. Gọi M, O lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và $A'C'$. Biết thể tích tứ diện $AMOB'$ bằng 36, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, CO (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

<Key=3,75>

Lời giải

Đáp án: 3,75



Đặt $A'B' = A'D' = x \ (x > 0)$.

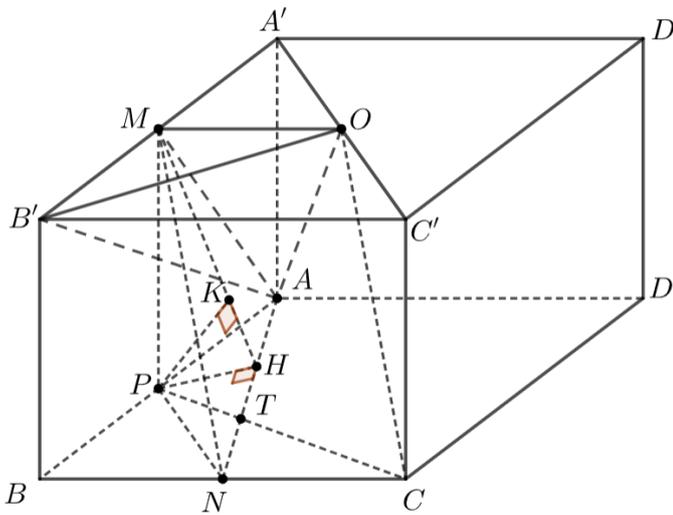
Ta có $V_{AMOB'} = \frac{1}{3} S_{\Delta MOB'} \cdot AA' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} MO \cdot MB' \cdot AA' = \frac{1}{6} MO \cdot MB' \cdot AA'$.

Mà M, O lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và $A'C'$ nên $\begin{cases} MO = \frac{A'D'}{2} = \frac{x}{2} \\ MB' = \frac{A'B'}{2} = \frac{x}{2} \end{cases}$.

$\Rightarrow V_{AMOB'} = \frac{1}{6} \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot 12 = \frac{x^2}{2}$ (đơn vị thể tích).

Mà theo giả thiết ta có $V_{AMOB'} = 36 \Rightarrow \frac{x^2}{2} = 36 \Rightarrow x = 6\sqrt{2}$.

Cách 1:



Gọi N là trung điểm $BC \Rightarrow OM = \frac{1}{2} B'C' = NC$. Mà $OM \parallel B'C' \parallel NC$

Nên tứ giác $OMNC$ là hình bình hành, do đó $MN \parallel OC \Rightarrow OC \parallel (AMN)$.

Mặt khác $AM \subset (AMN) \Rightarrow d(AM, CO) = d(CO, (AMN)) = d(C, (AMN))$ (1)

Trong $(ABCD)$: gọi $T = CP \cap AN \Rightarrow T = CP \cap (AMN)$.

Khi đó $\frac{d(C, (AMN))}{d(P, (AMN))} = \frac{CT}{PT} \Rightarrow d(C, (AMN)) = \frac{CT}{PT} \cdot d(P, (AMN))$ (*)

Xét ΔABC có AN, CP là hai đường trung tuyến nên T là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow \frac{CT}{PT} = 2$.

Thay vào (*) ta được $d(C, (AMN)) = 2d(P, (AMN))$ (2)

Trong (ABC) : vẽ $PH \perp AN$ tại H , ta lại có $MP \perp AN$ nên $AN \perp (MPH)$.

Trong (MPH) : vẽ $PK \perp MH$ tại K , mà $PK \perp AN$ (do $PK \subset (MPH)$, $AN \perp (MPH)$)

$\Rightarrow PK \perp (AMN)$ tại $K \Rightarrow d(P, (AMN)) = PK$ (3)

$$\text{Xét } S_{\Delta APN} = \frac{1}{2} PH \cdot AN = \frac{1}{2} AP \cdot BN \Rightarrow PH = \frac{AP \cdot BN}{AN} = \frac{\frac{AB}{2} \cdot \frac{BC}{2}}{\sqrt{AB^2 + BN^2}}$$

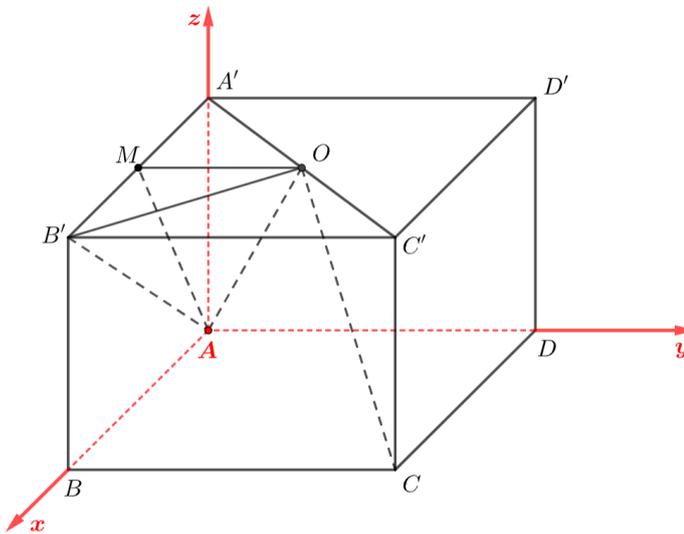
$$\Rightarrow PH = \frac{\frac{6\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{6\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{(6\sqrt{2})^2 + \left(\frac{6\sqrt{2}}{2}\right)^2}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$$

$$\text{Xét } \Delta MPH \text{ vuông tại } P \text{ có } \frac{1}{PK^2} = \frac{1}{MP^2} + \frac{1}{PH^2} = \frac{1}{12^2} + \frac{1}{\left(\frac{3\sqrt{10}}{5}\right)^2} = \frac{41}{144} \Rightarrow PK = \frac{12\sqrt{41}}{41}$$

Kết hợp với (1), (2), (3) ta kết luận $d(AM, CO) = \frac{24\sqrt{41}}{41} \approx 3,75$.

Cách 2:

Đặt hệ trục tọa độ $Axyz$ như hình vẽ.



Suy ra $B(6\sqrt{2}; 0; 0)$, $C(6\sqrt{2}; 6\sqrt{2}; 0)$, $D(0; 6\sqrt{2}; 0)$.

Lại có $AA' = 12 \Rightarrow A'(0; 0; 12)$, $B'(6\sqrt{2}; 0; 12)$, $C'(6\sqrt{2}; 6\sqrt{2}; 12)$, $D'(0; 6\sqrt{2}; 12)$.

M là trung điểm $A'B'$ nên $M = \left(\frac{x_{A'} + x_{B'}}{2}; \frac{y_{A'} + y_{B'}}{2}; \frac{z_{A'} + z_{B'}}{2}\right) = (3\sqrt{2}; 0; 12)$.

Và O là trung điểm $A'C'$ nên $O = \left(\frac{x_{A'} + x_{C'}}{2}; \frac{y_{A'} + y_{C'}}{2}; \frac{z_{A'} + z_{C'}}{2} \right) = (3\sqrt{2}; 3\sqrt{2}; 12)$.

Áp dụng công thức: $d(AM, CO) = \frac{|[\overline{AM}, \overline{CO}] \cdot \overline{AC}|}{|[\overline{AM}, \overline{CO}]|}$ (*)

Mà $\begin{cases} \overline{AM} = (3\sqrt{2}; 0; 12) \\ \overline{CO} = (-3\sqrt{2}; -3\sqrt{2}; 12) \\ \overline{AC} = (6\sqrt{2}; 6\sqrt{2}; 0) \end{cases} \Rightarrow [\overline{AM}, \overline{CO}] = (36\sqrt{2}; -72\sqrt{2}; -18)$

Thay vào công thức (*) ta tính được

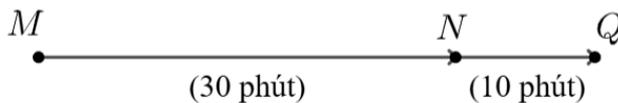
$$d(AM, CO) = \frac{|36\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} - 72\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} - 18 \cdot 0|}{\sqrt{(36\sqrt{2})^2 + (-72\sqrt{2})^2 + (-18)^2}} = \frac{24\sqrt{41}}{41} \approx 3,75.$$

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo trên các trục là kilomet, một ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000; 600; 14)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $Q(1400; 800; 16)$. Biết một khẩu pháo ở tọa độ vị trí điểm $E(100; 150; 9,5)$ được bắn ra với vận tốc không đổi gấp 5 lần vận tốc máy bay nhằm bắn trúng máy bay tại vị trí N . Sau bao nhiêu phút kể từ khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn?

<Key=24>

Lời giải

Đáp án: 24



Ta có $\overline{MQ} = (400; 200; 2) \Rightarrow MQ = \sqrt{400^2 + 200^2 + 2^2} = 2\sqrt{50001}$ (km)

Thời gian máy bay bay từ M đến Q là $30 + 10 = 40$ (phút).

Độ lớn vận tốc máy bay là $v_{mb} = \frac{MQ}{t} = \frac{2\sqrt{50001}}{40} = \frac{\sqrt{50001}}{20}$ (km/phút).

Từ đó suy ra độ lớn vận tốc pháo là $v_{pháo} = 5v_{mb} = \frac{\sqrt{50001}}{4}$ (km/phút)

Vì vận tốc máy bay không đổi nên $\frac{MN}{MQ} = \frac{30}{40} = 3 \Rightarrow 4MN = 3MQ \Rightarrow 4\overline{MN} = 3\overline{MQ}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4(x_N - 1000) = 3.400 \\ 4(y_N - 600) = 3.200 \\ 4(z_N - 14) = 3.2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_N = 1300 \\ y_N = 750 \\ z_N = 15,5 \end{cases} \Rightarrow N(1300; 750; 15,5).$$

Suy ra $\overline{EN} = (1200; 600; 6) \Rightarrow EN = \sqrt{1200^2 + 600^2 + 6^2} = 6\sqrt{50001}$ (km).

Thời gian pháo bay từ E đến N là $\frac{EN}{v_{pháo}} = \frac{6\sqrt{50001}}{\frac{\sqrt{50001}}{4}} = 24$ (phút).

Vậy sau 24 phút kể từ khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn.

Câu 3. Một hộp chứa 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4, 6 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 6, 8 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp. Gọi p là xác suất để 3 viên bi lấy ra vừa khác màu, vừa khác số. Tính 8160p.

<Key=1200>

Lời giải

Trong hộp có tất cả 18 bi. Lấy ra 3 viên bi nên có C_{18}^3 cách.

Số cách lấy 3 viên bi vừa khác màu, vừa khác số là $C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot C_6^1$ cách.

Xác suất lấy được là $p = \frac{C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot C_6^1}{C_{18}^3} = \frac{5}{34}$.

Vậy $8160p = 1200$.

Câu 4. Một chủ nhà hàng kinh doanh phần ăn uống đồng giá có chiến lược kinh doanh như sau: Phí cố định ước tính trong một năm là 60 triệu đồng; Chi phí một phần ăn ước tính khoảng 25 nghìn đồng; Giá niêm yết trên thực đơn là 35 nghìn đồng. Giả định rằng tất cả các phần ăn chế biến sẵn đều được bán hết và kí hiệu x là số phần ăn trong một năm, x là số nguyên thuộc [5000; 25000]. Mục tiêu của chủ nhà hàng là tạo ra lợi nhuận ít nhất là 155 triệu đồng mỗi năm. Biết rằng nhà hàng mở cửa 300 ngày một năm, hỏi trung bình mỗi ngày nhà hàng phải phục vụ ít nhất bao nhiêu phần ăn để đạt được mục tiêu trên?

<Key=71,6>

Lời giải

Lợi nhuận bán x phần ăn là $x(35 - 25) - 60.000$ (nghìn đồng).

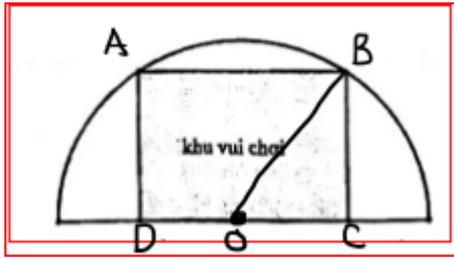
Lợi nhuận ít nhất là 155 triệu đồng mỗi năm suy ra $x(35 - 25) - 60.000 \geq 155.000 \Leftrightarrow x \geq 21500$.

Nhà hàng mở cửa 300 ngày một năm suy ra mỗi ngày phải phục vụ $\frac{21500}{300} \approx 71,6$ phần.

Vậy trung bình mỗi ngày nhà hàng cần phục vụ ít nhất 72 phần ăn để đạt mục tiêu trên.

Câu 5. Một khu đất có hình dạng là một nửa hình tròn bán kính 18 m. Người ta muốn xây dựng một khu vui chơi hình chữ nhật ở bên trong nửa đường tròn đó, biết rằng một cạnh của hình chữ

nhất nằm dọc trên đường kính của nửa đường tròn (tham khảo hình vẽ). Tính diện tích lớn nhất của khu vui chơi có thể xây dựng.



<Key=324>

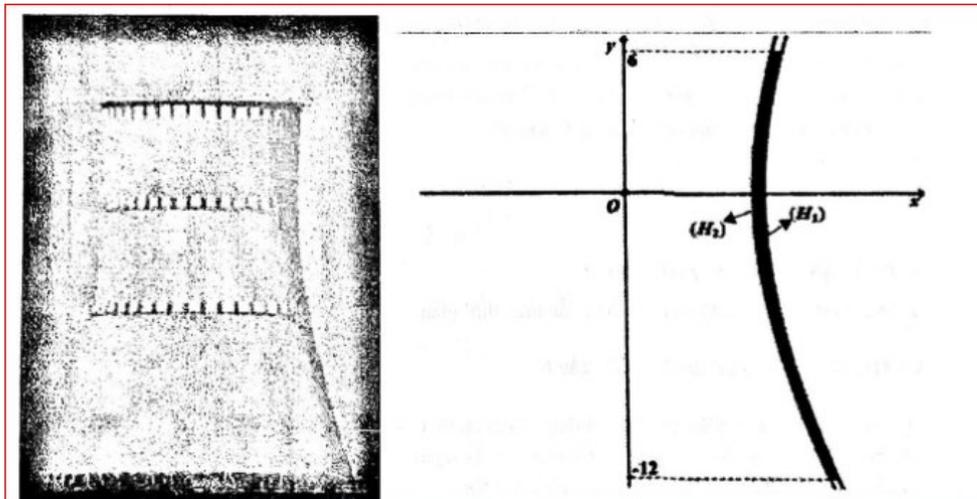
Lời giải

Đặt $OC = x, BC = y$ khi đó ta có $x^2 + y^2 = 18^2$.

Diện tích khu vui chơi $S = 2xy \leq x^2 + y^2 = 18^2 = 324$.

Vậy diện tích khu vui chơi lớn nhất là 324.

Câu 6. Lốp vỏ của một lò phản ứng hạt nhân bằng kim loại và được tạo bởi hình phẳng (S) giới hạn bởi nhánh bên phải trục tung của các đường hypebol $(H_1), (H_2)$ và hai đường thẳng $y = -12, y = 6$ khi quay quanh trục Oy (tham khảo hình vẽ).



Biết (H_1) đi qua điểm $(\sqrt{30}; 0)$ có tiêu cự bằng $10\sqrt{6}$, (H_2) đi qua điểm $(5; 0)$ có tiêu cự bằng $10\sqrt{5}$ và đơn vị trên các trục tọa độ đo bằng mét. Thể tích khối kim loại cần sử dụng để làm vỏ lò phản ứng hạt nhân bằng bao nhiêu mét khối? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

<Key=283>

Lời giải

$(H_1): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a^2 + b^2 = c^2$. Ta có $2c = 10\sqrt{6} \rightarrow c = 5\sqrt{6}, a^2 + b^2 = 150$.

(H_1) đi qua điểm $(\sqrt{30}, 0)$ lên ta có $\frac{30}{a^2} = 1 \rightarrow a^2 = 30$ và $b^2 = 120$

suy ra $(H_1): \frac{x^2}{30} - \frac{y^2}{120} = 1 \rightarrow x^2 = 30 \left(1 + \frac{y^2}{120} \right)$.

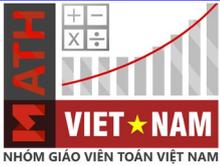
$(H_2): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a^2 + b^2 = c^2$. Ta có $2c = 10\sqrt{5} \rightarrow c = 5\sqrt{5}, a^2 + b^2 = 125$.

(H_2) đi qua điểm $(5, 0)$ lên ta có $\frac{25}{a^2} = 1 \rightarrow a^2 = 25$ và $b^2 = 100$

$$\text{suy ra } (H_2): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{100} = 1 \rightarrow x^2 = 25 \left(1 + \frac{y^2}{100} \right).$$

Thể tích khối kim loại cần sử dụng để làm vỏ lò phản ứng hạt nhân bằng:

$$V = \pi \int_{-12}^6 \left[30 \left(1 + \frac{y^2}{120} \right) - 25 \left(1 + \frac{y^2}{100} \right) \right] dx$$



ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT – NĂM HỌC 2024 – 2025

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ TĨNH

Môn: Toán 12

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

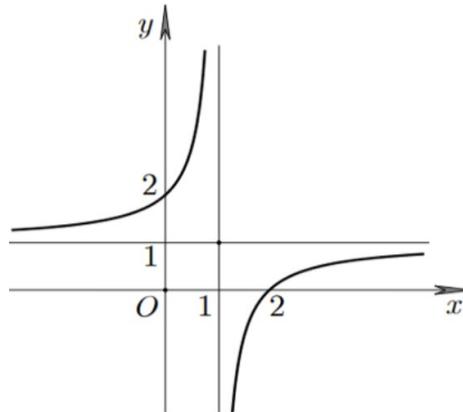
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

- A. 48. B. 54. C. 24. D. 162.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad - bc \neq 0; ac \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



- A. $x = 2, y = 1$. B. $x = 1, y = 2$. C. $x = 1, y = 1$. D. $x = -1, y = 1$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 3 + t \end{cases}$

Véc tơ nào sau đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d

- A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$. B. $\vec{u}_2 = (-1; 2; 3)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. D. $\vec{u}_4 = (2; 1; 1)$.

Câu 4. Tính $\int_{-1}^1 f(x) dx$ biết rằng $\int_{-1}^1 [f(x) - x] dx = 3$.

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

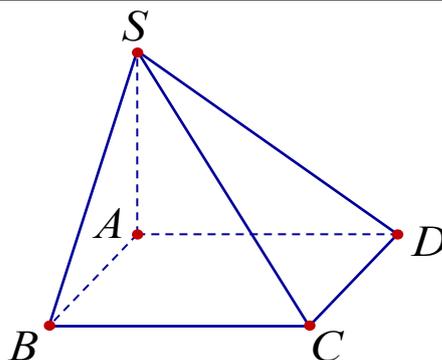
Câu 5. Cho mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2, Q_3 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

- A. $\Delta_Q = Q_1 - Q_2$. B. $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$. C. $\Delta_Q = Q_2 - Q_1$. D. $\Delta_Q = Q_1 - Q_3$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \cos x + 2$. Tìm mệnh đề đúng?

- A. $\int f(x) dx = \sin x + 2 + C$. B. $\int f(x) dx = \cos x + 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = -\sin x + 2x + C$. D. $\int f(x) dx = \sin x + 2x + C$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $SA \perp (ABCD)$.



Đường thẳng nào sau đây vuông góc với SA ?

- A. SC . B. BD . C. SB . D. SD .

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=1$ là

- A. $x=3$. B. $x=4$. C. $x=2$. D. $x=1$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[0; 3]$ như sau:

x	0	1	3
y	-3	-4	0

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là

- A. -4. B. 1. C. 4. D. 0.

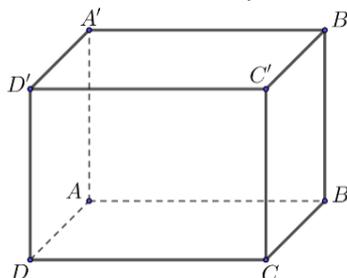
Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 81$ là

- A. $S=(3; 81)$. B. $S=(-\infty; 4)$. C. $S=(4; +\infty)$. D. $S=(3; +\infty)$.

Câu 11. Trong không gian với với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(-1; 1; -2)$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1; -2; 3)$ là

- A. $x-2y+3z-9=0$. B. $-x+y-2z+9=0$. C. $-x+y-2z-9=0$. D. $x-2y+3z+9=0$.

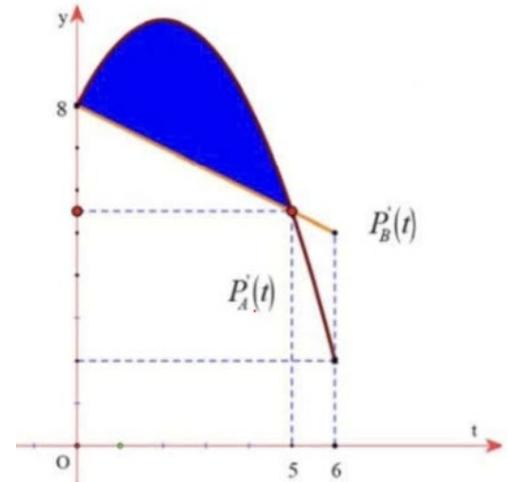
Câu 12. Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây sai?



- A. $\overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CC'}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.
C. $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'}$. D. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Thành phố X theo dõi tốc độ gia tăng dân số của hai khu vực A và B trong thời gian 6 năm (kể từ đầu năm 2019 đến hết năm 2024). Hình vẽ sau mô tả tốc độ gia tăng dân số của hai khu vực trên trong 6 năm, với đơn vị trên trục Ot tính bằng năm, $t = 0$ ứng với mốc từ đầu năm 2019. Đơn vị trên trục Oy biểu diễn ngàn người tăng thêm mỗi năm.



Khu vực A có tốc độ gia tăng dân số theo thời gian được mô tả bởi hàm $P'_A(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 2t + 8$

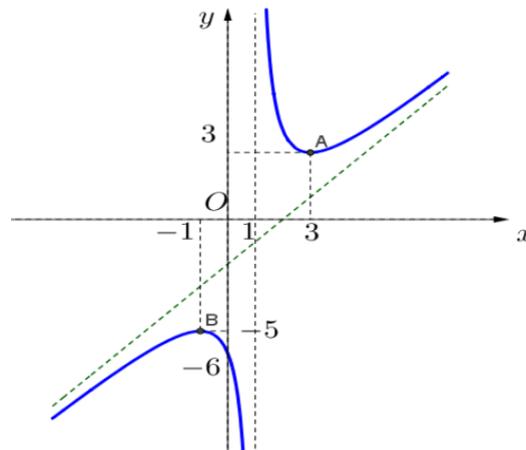
Khu vực B có tốc độ gia tăng dân số theo thời gian được mô tả bởi hàm $P'_B(t) = a - \frac{1}{2}t$.

Biết rằng $P_A(t), P_B(t)$ lần lượt biểu diễn tổng số dân tăng thêm tại khu vực A và B sau t năm.

- Tốc độ gia tăng dân số của khu vực A với $t = 4$ là 8000 (người trên năm).
- Ta có $P'_B(0) = 8$ và $a = 8$.
- Dân số của khu vực A tăng thêm từ 0 đến 5 năm là 33000 (người).
- Phần diện tích tô đậm trong hình vẽ biểu diễn sự chênh lệch dân số tăng thêm giữa hai khu vực trong giai đoạn từ 0 đến 5 năm là 9000 người.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$.

- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $M(0; -5)$.
- Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y = x - 2$.
- Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ là hình vẽ bên.

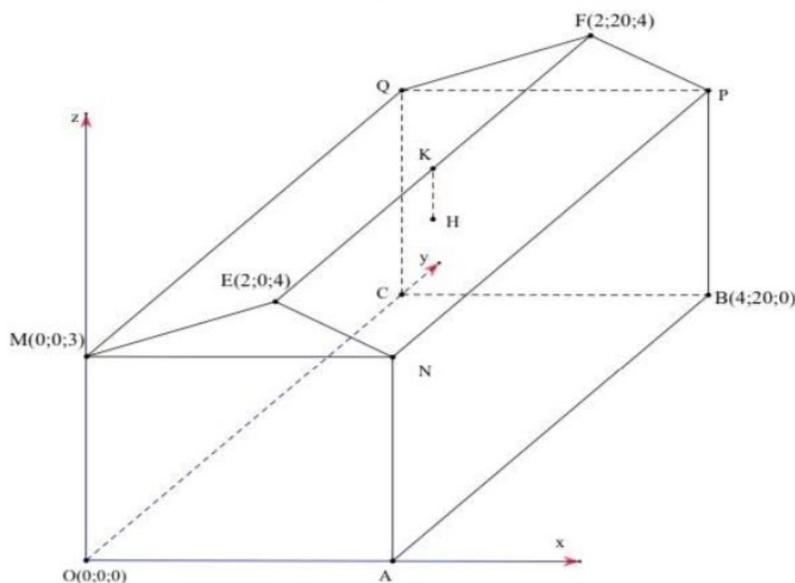


Câu 3. Chiều cao (cm) của các em học sinh lớp 12A1 được thống kê theo bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[140;150)	[150;160)	[160;170)	[170;180)	[180;190)
Tần số	1	8	18	10	1

- Lớp có ít nhất 11 học sinh có chiều cao lớn hơn chiều cao trung bình của lớp.
- Chiều cao trung bình của lớp 12A1 là 164 (cm).
- Khoảng biến thiên mẫu số liệu trên là 50.
- Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của lớp tham gia đội tình nguyện. Xác suất để chọn được "5 học sinh có chiều cao lớn hơn hoặc bằng 170 (cm)" là $\frac{11}{38}$

Câu 4. Một nhà kho gồm nền nhà $OABC$, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật gắn trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên (đơn vị trên mỗi trục là mét).

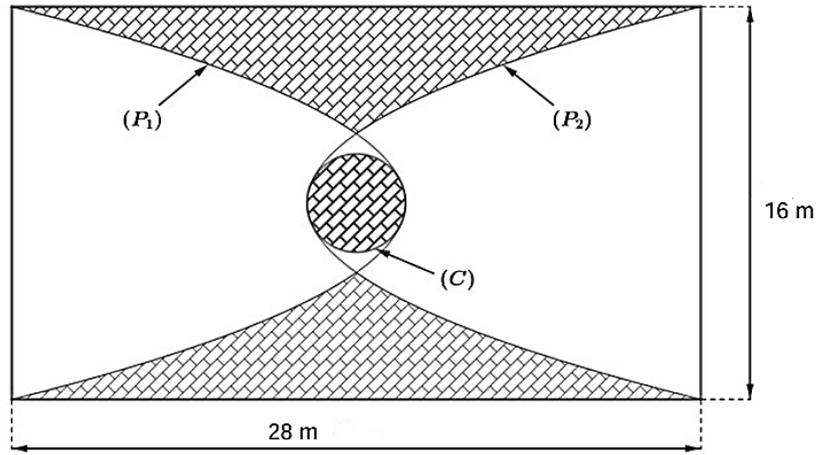


Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- Điểm $K(2;10;4)$ là trung điểm của EF .
- Tọa độ của điểm $A(5;0;0)$
- Trên đường thẳng vuông góc với nền nhà tại điểm K , người ta treo một bóng đèn ở vị trí H cách vị trí K một đoạn bằng $0,5m$. Khi đó khoảng cách từ bóng đèn H đến nền nhà là $4m$.
- Điểm $I(0;2;1)$ là vị trí bật công tắc của bóng đèn. Độ dài ngắn nhất của đường dây điện bắt từ I tới H là a (mét). Khi đó a lớn hơn $9,5$ (biết đường dây điện thuộc mặt phẳng $(OMQC)$ và $(MEFQ)$).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Trang trí một sân hình chữ nhật có kích thước $28m \times 16m$, trong đó hai Parabol (P_1) đối xứng với (P_2) qua đường thẳng đi qua trung điểm của chiều dài sân (hình vẽ), khoảng cách giữa hai đỉnh parabol bằng $4m$. Chi phí trang trí cho mỗi phần hoa văn là 180 ngàn đồng trên một mét vuông, phần trắng là 160 ngàn đồng trên một mét vuông. Tổng chi phí trang trí cho sân là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm đáy, $AB = 16\text{ cm}$, góc nhị diện $[S; CD; O] = \alpha$ với $\tan \alpha = \frac{5}{4}$. Thể tích khối chóp là $k\text{ (cm}^3\text{)}$, hãy tính $3k$.

Câu 3. Trạm tàu cứu hộ được đặt tại vị trí $A(5;0;0)$ trên một hòn đảo nhỏ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục được tính bằng km), được sử dụng làm trạm cứu hộ, cứu nạn trên biển. Tàu du lịch B đang di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường được mô tả bởi đường thẳng

$$d_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$$

Tàu chở hàng C đang di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường vận tải

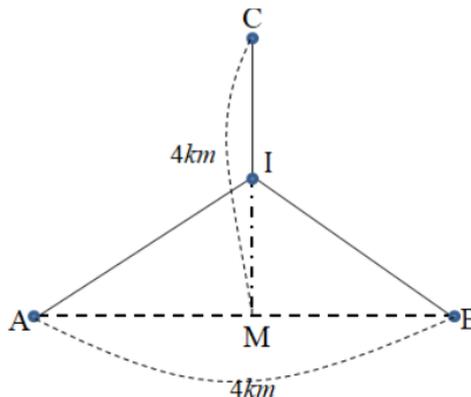
$$d_2 : \begin{cases} x = 2 - s \\ y = 9 + s \\ z = 0 \end{cases}$$

Do thời tiết xấu, nên hai tàu B và C gặp sự cố và

cần được tiếp cận khẩn cấp. Trạm cứu hộ điều một tàu cứu hộ xuất phát từ A để lần lượt tiếp cận tàu du lịch B trước, sau đó đến tàu chở hàng C . Xét vị trí tối ưu của tàu du lịch B dừng lại và tàu chở hàng C dừng lại sao cho tổng quãng đường tàu cứu hộ cần đi $P = AB + BC + CA$ là nhỏ nhất. Khi đó $P_{\min} = \sqrt{a}$ (km), hãy tính $a + 2025$?

Câu 4. Có hai người gọi điện thoại đến hai số điện thoại khác nhau nhưng đều quên mất chữ số cuối. Họ đều thử ngẫu nhiên các chữ số từ 0 đến 9 và không lặp lại các số đã thử. Tính xác suất để ít nhất một trong hai người đó gọi đúng số điện thoại đã quên mà không phải thử quá hai lần.

Câu 5. Hai nhà máy sản xuất đặt tại các vị trí A và B cách nhau 4 km. Một nhà máy cung cấp nước được đặt ở vị trí C nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB , cách trung điểm M của đoạn thẳng AB một khoảng 4 km. Người ta muốn làm một đường ống dẫn nước từ nhà máy nước C đến một vị trí I nằm giữa đoạn thẳng MC sau đó chia ra hai nhánh dẫn tới hai nhà máy A và B (hình vẽ). Tổng độ dài đường ống nhỏ nhất bằng bao nhiêu km? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Câu 6. Vào ngày 01/02/2023, ông An vay ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất 8%/năm. Ông dùng toàn bộ số tiền vay mua cổ phiếu mã SP với giá 50 nghìn đồng/1 cổ phiếu. Đúng sau một năm, để trả nợ ngân hàng ông An bán toàn bộ cổ phiếu đó với giá mỗi cổ phiếu là 55,6 nghìn đồng. Số tiền còn lại của ông An sau khi đã trả nợ cho ngân hàng là bao nhiêu triệu đồng?

☞ HẾT ☞

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_{-1}^1 [f(x) - x] dx = 3 \Leftrightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_{-1}^1 x dx = 3 \Leftrightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx - 0 = 3 \Leftrightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx = 3.$$

Câu 5. Cho mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2, Q_3 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

- A. $\Delta_Q = Q_1 - Q_2$. B. $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$. C. $\Delta_Q = Q_2 - Q_1$. D. $\Delta_Q = Q_1 - Q_3$.

Lời giải

Chọn B

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \cos x + 2$. Tìm mệnh đề đúng?

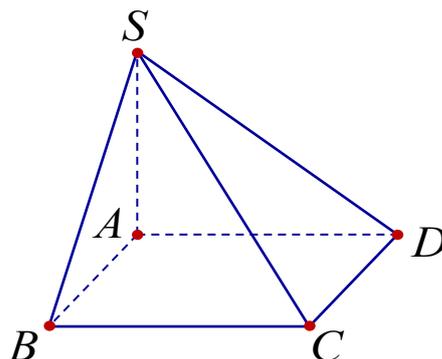
- A. $\int f(x) dx = \sin x + 2 + C$. B. $\int f(x) dx = \cos x + 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = -\sin x + 2x + C$. D. $\int f(x) dx = \sin x + 2x + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (\cos x + 2) dx = \sin x + 2x + C.$$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $SA \perp (ABCD)$.



Đường thẳng nào sau đây vuông góc với SA ?

- A. SC . B. BD . C. SB . D. SD .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp BD.$$

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 1$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 4$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

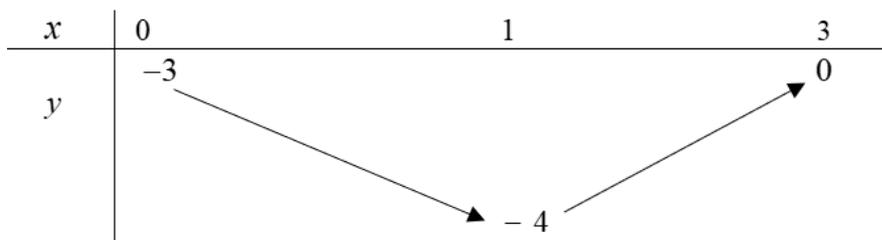
Lời giải

Chọn A

$$\text{Đk } x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

$$\text{Ta có } \log_2(x-1) = 1 \Leftrightarrow x-1 = 2^1 \Leftrightarrow x = 3.$$

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[0; 3]$ như sau:



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là

- A.** -4. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là -4.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 81$ là

- A.** $S = (3; 81)$. **B.** $S = (-\infty; 4)$. **C.** $S = (4; +\infty)$. **D.** $S = (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^x < 81 \Leftrightarrow 3^x < 3^4 \Leftrightarrow x < 4$

Vậy tập nghiệm của bpt $3^x < 81$ là $S = (-\infty; 4)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(-1; 1; -2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ là

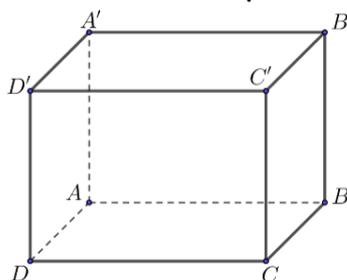
- A.** $x - 2y + 3z - 9 = 0$. **B.** $-x + y - 2z + 9 = 0$. **C.** $-x + y - 2z - 9 = 0$. **D.** $x - 2y + 3z + 9 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(-1; 1; -2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ là $1.(x+1) - 2.(y-1) + 3.(z+2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 9 = 0$.

Câu 12. Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây sai?



- A.** $\vec{CA'} = \vec{CB} + \vec{CD} + \vec{CC'}$. **B.** $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$.
C. $\vec{BD'} = \vec{BA} + \vec{BD} + \vec{BB'}$. **D.** $\vec{CA} = \vec{CB} + \vec{CD}$.

Lời giải

Chọn C

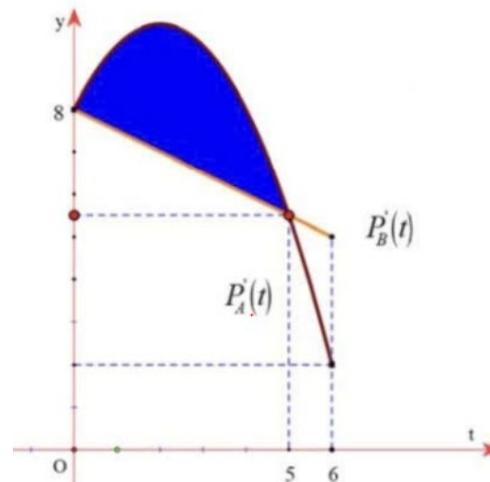
Áp dụng quy tắc hình hộp, ta có $\vec{CA'} = \vec{CB} + \vec{CD} + \vec{CC'}$; $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$

và $\vec{BD'} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'}$.

Áp dụng quy tắc hình bình hành ta có $\vec{CA} = \vec{CB} + \vec{CD}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Thành phố X theo dõi tốc độ gia tăng dân số của hai khu vực A và B trong thời gian 6 năm (kể từ đầu năm 2019 đến hết năm 2024). Hình vẽ sau mô tả tốc độ gia tăng dân số của hai khu vực trên trong 6 năm, với đơn vị trên trục Ot tính bằng năm, $t = 0$ ứng với mốc từ đầu năm 2019. Đơn vị trên trục Oy biểu diễn ngàn người tăng thêm mỗi năm.



Khu vực A có tốc độ gia tăng dân số theo thời gian được mô tả bởi hàm $P'_A(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 2t + 8$

Khu vực B có tốc độ gia tăng dân số theo thời gian được mô tả bởi hàm $P'_B(t) = a - \frac{1}{2}t$.

Biết rằng $P_A(t), P_B(t)$ lần lượt biểu diễn tổng số dân tăng thêm tại khu vực A và B sau t năm.

- a) Tốc độ gia tăng dân số của khu vực A với $t = 4$ là 8000 (người trên năm).
- b) Ta có $P'_B(0) = 8$ và $a = 8$.
- c) Dân số của khu vực A tăng thêm từ 0 đến 5 năm là 33000 (người).
- d) Phần diện tích tô đậm trong hình vẽ biểu diễn sự chênh lệch dân số tăng thêm giữa hai khu vực trong giai đoạn từ 0 đến 5 năm là 9000 người.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Tốc độ gia tăng dân số của khu vực A với $t = 4$ là $P'_A(4) = -\frac{1}{2} \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 + 8 = 8$ (ngàn người)

Suy ra kết luận a) Đúng

b) $P'_B(0) = 8$ theo hình vẽ. Mà $P'_B(0) = a \Rightarrow a = 8$

Suy ra kết luận b) Đúng

c) Dân số của khu vực A tăng thêm từ 0 đến 5 năm là $\int_0^5 \left(-\frac{1}{2}t^2 + 2t + 8\right) dt \approx 44,2$ (ngàn người).

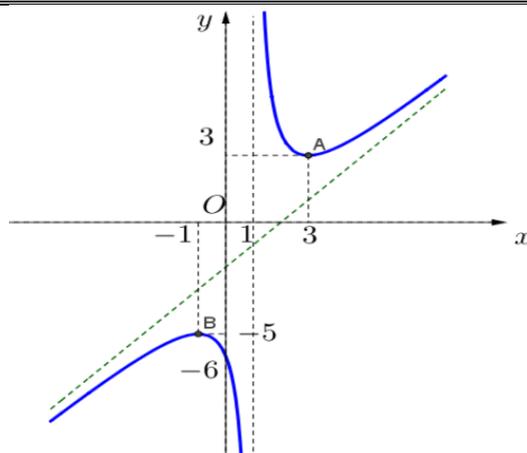
Suy ra kết luận c) Sai

d) Phần diện tích tô đậm trong hình vẽ biểu diễn sự chênh lệch dân số tăng thêm giữa hai khu vực trong giai đoạn từ 0 đến 5 năm là $\int_0^5 \left(-\frac{1}{2}t^2 + 2t + 8 - \left(8 - \frac{1}{2}t\right)\right) dt \approx 10,42$ (ngàn người).

Suy ra kết luận d) Sai.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$.

- a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $M(0; -5)$.
- b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y = x - 2$.
- c) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- d) Đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ là hình vẽ bên.



Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Với $x = 0 \Rightarrow f(0) = -6$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $M(0; -6)$.

Suy ra kết luận a) Sai

b) Ta có $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 6}{x(x-1)} = 1$; $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 3x + 6}{x-1} - ax \right) = -2$.

Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y = x - 2$.

Suy ra kết luận b) Đúng

c) Hàm số xác định khi $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$. Tập xác định của hàm số là $R \setminus \{1\}$.

Suy ra kết luận c) Đúng

d) Ta có $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-5	$-\infty$	$+\infty$	3	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $y_{CD} = -5$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ và $y_{CT} = 3$.

Vậy đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ là hình vẽ bên.

Suy ra kết luận d) Đúng.

Câu 3. Chiều cao (cm) của các em học sinh lớp 12A1 được thống kê theo bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[140;150)	[150;160)	[160;170)	[170;180)	[180;190)
Tần số	1	8	18	10	1

a) Lớp có ít nhất 11 học sinh có chiều cao lớn hơn chiều cao trung bình của lớp.

b) Chiều cao trung bình của lớp 12A1 là 164 (cm).

c) Khoảng biến thiên mẫu số liệu trên là 50.

d) Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của lớp tham gia đội tình nguyện. Xác suất để chọn được "5 học sinh có chiều cao lớn hơn hoặc bằng 170 (cm)" là $\frac{11}{38}$

Lời giải

a) Đúng

Nhóm	[140;150)	[150;160)	[160;170)	[170;180)	[180;190)
GTĐĐ	145	155	165	175	185
Tần số	1	8	18	10	1
Tần số tích lũy	1	9	27	37	38

$$\bar{x} = \frac{145.1 + 155.8 + 165.18 + 175.10 + 185.1}{38} \approx 165,53$$

Ta có tần số của nhóm có chiều cao từ 170 cm trở lên $10+1=11$ học sinh

Suy ra lớp có ít nhất 11 học sinh có chiều cao lớn hơn chiều cao trung bình của lớp là kết luận đúng.

b) Sai

Chiều cao trung bình của lớp 12A1 là 165,53 (cm).

c) Đúng

Ta có $R = 190 - 140 = 50$.

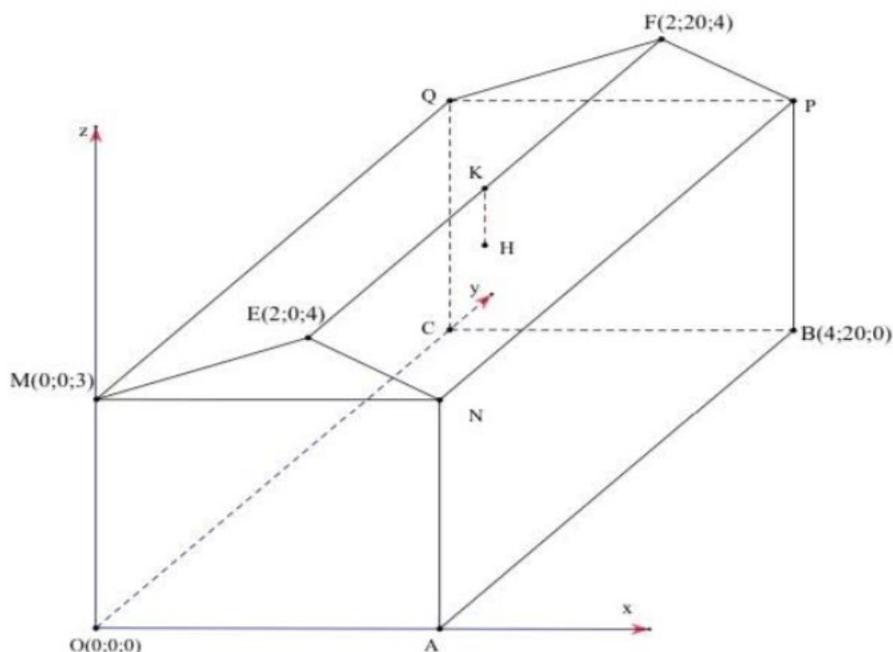
d) Sai

Gọi A: "5 học sinh có chiều cao lớn hơn hoặc bằng 170 (cm)"

$$n(\Omega) = C_{38}^5 ; n(A) = C_{11}^5$$

$$P(A) = \frac{C_{11}^5}{C_{38}^5} = \frac{11}{11951}$$

Câu 4. Một nhà kho gồm nền nhà $OABC$, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật gắn trong hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ bên (đơn vị trên mỗi trục là mét).



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm $K(2;10;4)$ là trung điểm của EF .

b) Tọa độ của điểm $A(5;0;0)$

c) Trên đường thẳng vuông góc với nền nhà tại điểm K , người ta treo một bóng đèn ở vị trí H cách vị trí K một đoạn bằng $0,5m$. Khi đó khoảng cách từ bóng đèn H đến nền nhà là $4m$.

d) Điểm $I(0;2;1)$ là vị trí bật công tắc của bóng đèn. Độ dài ngắn nhất của đường dây điện bắt từ I tới H là a (mét). Khi đó a lớn hơn $9,5$ (biết đường dây điện thuộc mặt phẳng $(OMQC)$ và $(MEFQ)$).

Lời giải

a) Đúng

Điểm K là trung điểm của EF .

$$K\left(\frac{2+2}{2}; \frac{0+20}{2}; \frac{4+4}{2}\right) \text{ nên } K(2;10;4).$$

b) Sai

Tọa độ của điểm $A(4;0;0) \in Ox$.

c) Sai

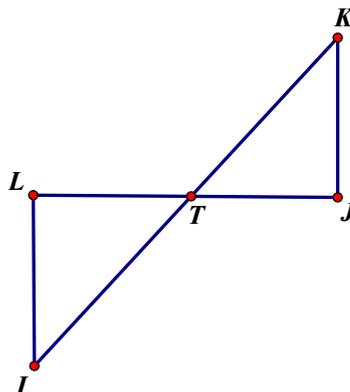
Do $K(2;10;4)$ nên $H(2;10;3,5)$ vì độ cao của H cách vị trí K một đoạn bằng $0,5m$

Khi đó khoảng cách từ bóng đèn H đến nền nhà là $3,5m$.

d) Đúng

Điểm $I(0;2;1)$ là vị trí bật công tắc của bóng đèn.

Theo ý tưởng của bài toán:



Với $L(0;2;3)$ là hình chiếu của I lên MQ và $J(0;10;3)$ là trung điểm của MQ . Ta gọi $T(0;6;3)$ là trung điểm của LJ sao cho IT thuộc mặt phẳng $(OMQC)$ và TK thuộc mặt phẳng $(MEFQ)$

$$IT = \sqrt{0^2 + 4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5} ; TK = \sqrt{2^2 + 4^2 + 1^2} = \sqrt{21}$$

$$a = 2\sqrt{5} + \sqrt{21} + 0,5 \approx 9,555$$

Khi đó a lớn hơn 9,5

Bổ sung: Theo thực tế ta có:

Suy ra $d(I;MQ) = 3 - 1 = 2$ với hình chiếu của I lên MQ là điểm $L(0;2;3)$

$$LJ = \sqrt{0^2 + 8^2 + 0^2} = 8$$

Điểm J là trung điểm của MQ . Với $M(0;0;3)$ $Q(0;20;3)$ nên $J(0;10;3)$

$$KJ = \sqrt{2^2 + 0 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$KH = 0,5$ (Nhận xét: đoạn này không thể nằm trên 2 mặt phẳng đã nêu-Bài toán chưa hợp lý phần này)

Theo thực tế thì đường dây điện là $2 + 8 + \sqrt{5} + 0,5 = 12,74$

Cách 2 tọa độ của người phản biện

Ngoài kỹ thuật trải phẳng trên, ta có thể hình dung như sau, vì đòi hỏi dây điện phải nằm trên cả hai mặt phẳng ($OMQC$) và ($MEFQ$) nên điểm thay đổi chiều đi của dây điện sẽ nằm trên đường MQ

Ta có phương trình MQ là
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 3 \end{cases}$$

Gọi N là điểm nằm trên MQ khi đó ta có $N(0;t;3)$

Ta sẽ tìm vị trí của N để tổng độ dài $NI + IK$ nhỏ nhất

$$\text{Ta có } NI + NK = \sqrt{(2-t)^2 + 4} + \sqrt{4 + (10-t)^2 + 1} = \sqrt{t^2 - 4t + 8} + \sqrt{t^2 - 20t + 105}$$

Khảo sát hàm số trên ta sẽ tìm ra vị trí của điểm N

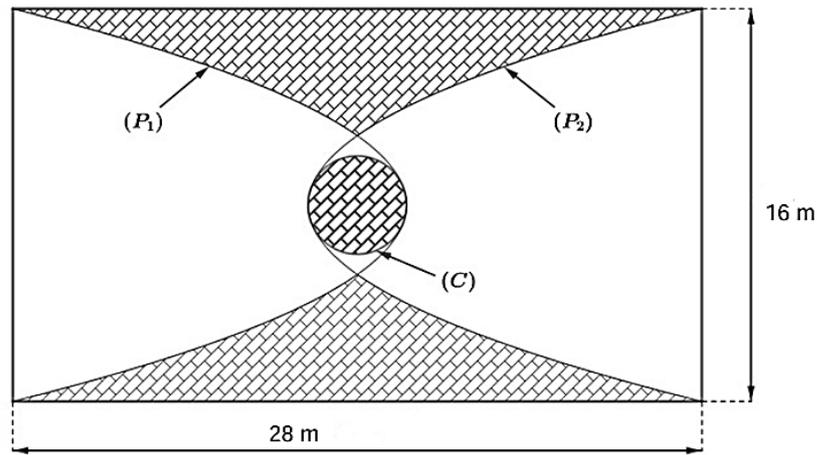
Do đó ta tính được $IN + NK \geq 9,05$

Vậy tổng dây điện là $\geq 9,55m$

Nhận xét: bài toán không có tính thực tế, vì đi dây điện phải đi theo nguyên tắc thường là vuông với MQ để đảm bảo khi cần khoan tường còn biết tránh ra.

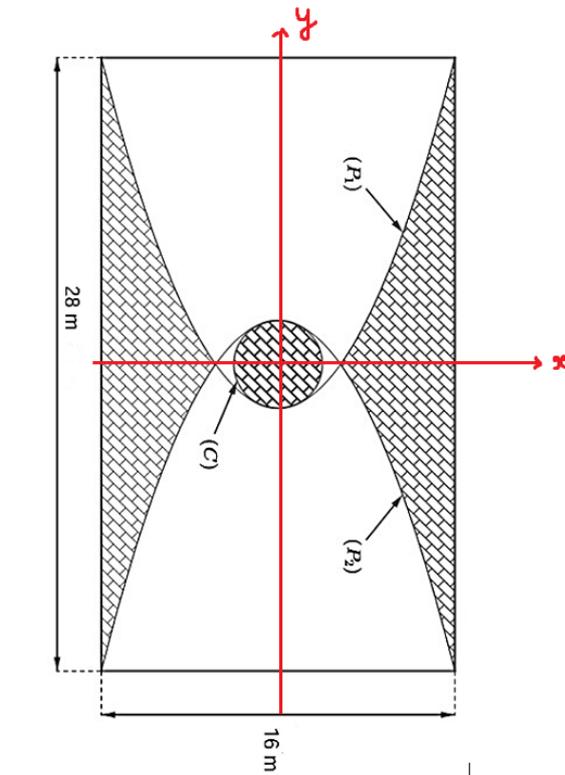
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Trang trí một sân hình chữ nhật có kích thước 28m x 16m, trong đó hai Parabol (P_1) đối xứng với (P_2) qua đường thẳng đi qua trung điểm của chiều dài sân (hình vẽ), khoảng cách giữa hai đỉnh parabol bằng 4 m. Chi phí trang trí cho mỗi phân hoa văn là 180 ngàn đồng trên một mét vuông, phần trắng là 160 ngàn đồng trên một mét vuông. Tổng chi phí trang trí cho sân là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



Lời giải

Đáp số: 74,4.



Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ, tâm đường tròn trùng với gốc tọa độ

Xét $(P_1): y = ax^2 + bx + c$ đi qua các điểm $(8;14); (-8;14)$ và có đỉnh là $(0;-2)$

Suy ra $(P_1): y = \frac{1}{4}x^2 - 2$

Giao điểm của (P_1) và trục hoành là: $(2\sqrt{2};0)$ và $(-2\sqrt{2};0)$

Vì khoảng cách giữa hai đỉnh parabol bằng 4 m nên diện tích hình tròn ở chính giữa là: $4\pi m^2$

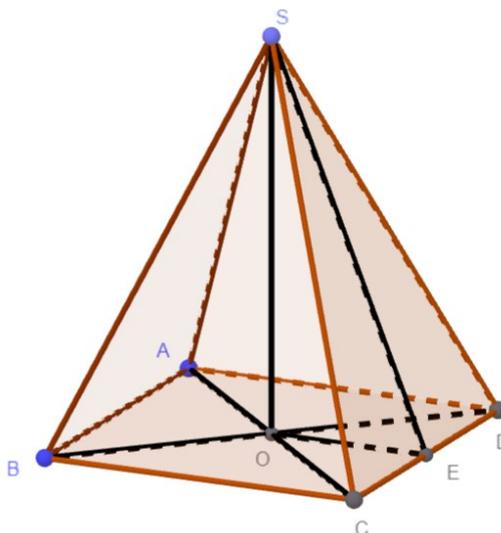
Tổng chi phí trang trí cho sân là:

$$0,18 \cdot \left[4 \cdot \int_{2\sqrt{2}}^8 \left(\frac{1}{4}x^2 - 2 \right) dx + 4\pi \right] + 0,16 \cdot \left[16 \cdot 28 - 4 \cdot \int_{-2\sqrt{2}}^8 \left(\frac{1}{4}x^2 - 2 \right) dx + 4\pi \right] \approx 74,4 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm đáy, $AB = 16 \text{ cm}$, góc nhị diện $[S; CD; O] = \alpha$ với $\tan \alpha = \frac{5}{4}$. Thể tích khối chóp là $k \text{ (cm}^3\text{)}$, hãy tính $3k$.

Lời giải

Đáp số: 2560.



Kẻ $OE \perp CD$ tại E

Góc nhị diện $[S; CD; O] = \widehat{SEO}$ với $\tan \widehat{SEO} = \frac{SO}{OE} = \frac{5}{4}$

Có $OE = \frac{AB}{2} = 8 \text{ cm}$. Suy ra $SO = 10 \text{ cm}$

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot 16^2 \cdot 10 = \frac{2560}{3} = k \text{ cm}^3$

Suy ra $3k = 2560$.

Câu 3. Trạm tàu cứu hộ được đặt tại vị trí $A(5; 0; 0)$ trên một hòn đảo nhỏ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục được tính bằng km), được sử dụng làm trạm cứu hộ, cứu nạn trên biển. Tàu du lịch B đang di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường được mô tả bởi đường thẳng

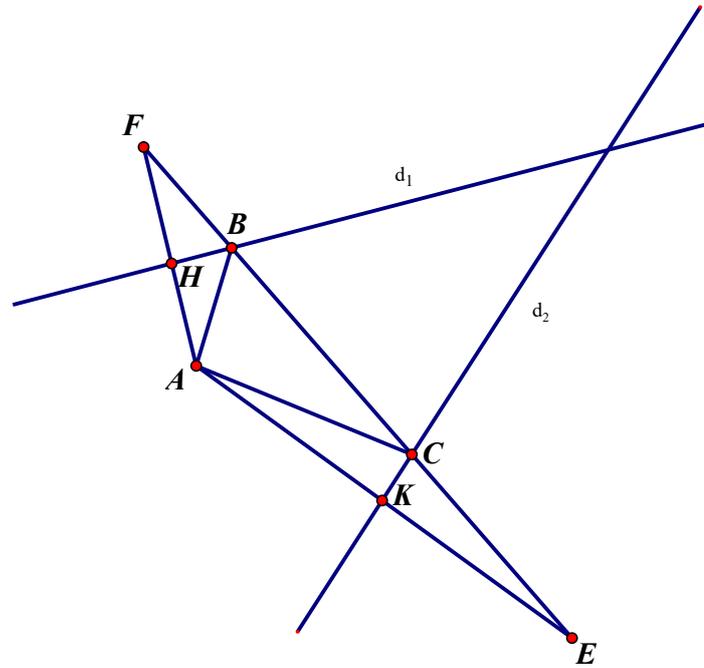
$$d_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 0 \end{cases} \text{ . Tàu chở hàng } C \text{ đang di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường vận tải}$$

$$\text{được mô tả bởi đường thẳng } d_2 : \begin{cases} x = 2 - s \\ y = 9 + s \\ z = 0 \end{cases} \text{ Do thời tiết xấu, nên hai tàu } B \text{ và } C \text{ gặp sự cố và}$$

cần được tiếp cận khẩn cấp. Trạm cứu hộ điều một tàu cứu hộ xuất phát từ A để lần lượt tiếp cận tàu du lịch B trước, sau đó đến tàu chở hàng C . Xét vị trí tối ưu của tàu du lịch B dừng lại và tàu chở hàng C dừng lại sao cho tổng quãng đường tàu cứu hộ cần đi $P = AB + BC + CA$ là nhỏ nhất. Khi đó $P_{\min} = \sqrt{a}$ (km), hãy tính $a + 2025$?

Lời giải

Đáp án : 2189



Do trên mặt phẳng nên ta có thể xác định được vị trí của đường thẳng d_1 và d_2 và điểm A
Xét trong mp (Oxy)

Gọi $H; K$ lần lượt là hình chiếu của A lên d_1 và d_2 và $F; E$ lần lượt là điểm đối xứng của A qua d_1 và d_2

$$H(1+t; 3-2t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-4+t; 3-2t) \text{ và } \overrightarrow{u_{d_1}} = (1; -2)$$

$$\text{Do } \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{u_{d_1}} \Rightarrow (-4+t) \cdot 1 + (3-2t) \cdot (-2) = 0 \Rightarrow t = 2$$

$$\text{Khi đó: } H(3; -1) \Rightarrow F(1; -2)$$

$$K(2-s; 9+s) \Rightarrow \overrightarrow{AK} = (-3-s; 9+s) \text{ và } \overrightarrow{u_{d_2}} = (-1; 1)$$

$$\text{Do } \overrightarrow{AK} \perp \overrightarrow{u_{d_2}} \Rightarrow (-3-s) \cdot (-1) + (9+s) \cdot (1) = 0 \Rightarrow s = -6$$

$$\text{Khi đó: } K(8; 3) \Rightarrow E(11; 6)$$

$$P = AB + BC + CA = FB + BC + CE \geq FE$$

$$P_{\min} = FE = \sqrt{(11-1)^2 + (6+2)^2} = \sqrt{164}$$

$$a + 2025 = 164 + 2015 = 2189.$$

Câu 4. Có hai người gọi điện thoại đến hai số điện thoại khác nhau nhưng đều quên mất chữ số cuối. Họ đều thử ngẫu nhiên các chữ số từ 0 đến 9 và không lặp lại các số đã thử. Tính xác suất để ít nhất một trong hai người đó gọi đúng số điện thoại đã quên mà không phải thử quá hai lần.

Lời giải

Đáp án: 0,36

Giả sử 2 người gọi điện là A và B

Xác suất để người A gọi đúng số điện thoại đã quên mà không phải thử quá hai lần

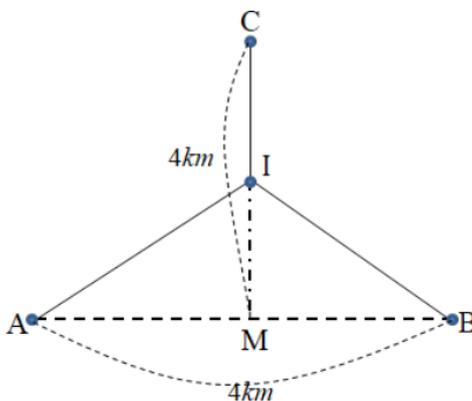
$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{1}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5},$$

$$\text{Tương tự: } P(B) = P(B_1) + P(B_2) = \frac{1}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$$

Xác suất để ít nhất một trong hai người gọi đúng số điện thoại đã quên mà không phải thử quá hai lần

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{25} = 0,36.$$

Câu 5. Hai nhà máy sản xuất đặt tại các vị trí A và B cách nhau 4 km. Một nhà máy cung cấp nước được đặt ở vị trí C nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB , cách trung điểm M của đoạn thẳng AB một khoảng 4 km. Người ta muốn làm một đường ống dẫn nước từ nhà máy nước C đến một vị trí I nằm giữa đoạn thẳng MC sau đó chia ra hai nhánh dẫn tới hai nhà máy A và B (hình vẽ). Tổng độ dài đường ống nhỏ nhất bằng bao nhiêu km? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đặt $IM = x, (0 < x < 4)$.

Ta có $IA = IB = \sqrt{4 + x^2}$ và $IC = 4 - x$ nên tổng độ dài đường ống là $2IA + IC = 2\sqrt{4 + x^2} + 4 - x = f(x)$.

Khi đó $f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 4}} - 1; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lập bảng biến thiên, suy ra tổng độ dài đường ống nhỏ nhất là $\min_{[0;4]} f(x) = f\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) \approx 7,46$.

Câu 6. Vào ngày 01/02/2023, ông An vay ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất 8%/năm. Ông dùng toàn bộ số tiền vay mua cổ phiếu mã SP với giá 50 nghìn đồng/1 cổ phiếu. Đúng sau một năm, để trả nợ ngân hàng ông An bán toàn bộ cổ phiếu đó với giá mỗi cổ phiếu là 55,6 nghìn đồng. Số tiền còn lại của ông An sau khi đã trả nợ cho ngân hàng là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Tổng số tiền ông An nợ ngân hàng sau 1 năm là $200(1 + 8\%) = 216$ triệu đồng.

Số tiền nhận được khi ông An bán cổ phiếu là $\frac{200 \cdot 10^6}{50 \cdot 10^3} \cdot 55,6 \cdot 10^3 = 222,4 \cdot 10^6$ đồng.

Số tiền còn lại của ông An sau khi đã trả nợ cho ngân hàng là $222,4 - 216 = 6,4$ triệu đồng.

☞ HẾT ☞

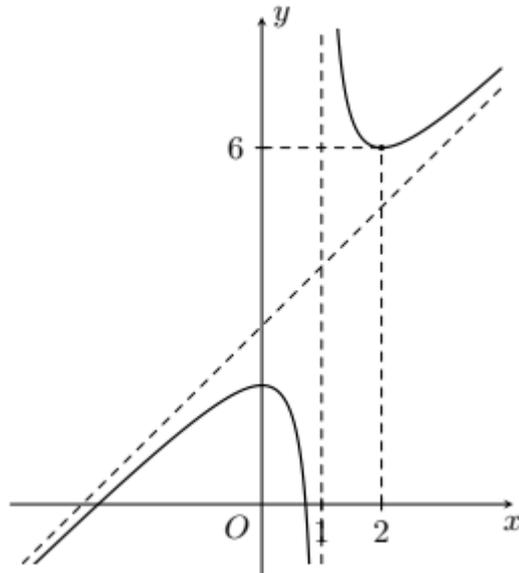


SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HƯNG YÊN
 KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
 NĂM HỌC 2024 - 2025
 Môn: Toán 12 - THPT
 Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

★★★★★

Câu 1. A. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



- A. $(-\infty; 1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 2)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 1 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (2; 1; -1)$. B. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. C. $\vec{n} = (-2; 1; 1)$. D. $\vec{n} = (2; 1; 1)$.

Câu 3. Đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 0)$ vuông góc với mặt phẳng $x - 2y - 2z - 3 = 0$ có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{-2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{-2}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{-2}$. D.

$\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{2}$.

Câu 4. Biết $\int_1^3 f(x)dx = 5, \int_1^7 g(x)dx = 7$. Giá trị của biểu thức $\int_1^3 [3f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

- A. -31 . B. 29 . C. 1 . D. -29 .

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

- A. $x = 9$. B. $x = 8$. C. $x = 10$. D. $x = 7$.

Câu 6. Bảng sau thống kê thời gian tập thể dục mỗi ngày trong tháng 3/2025 của hai bạn Hưng và Bình.

Thời gian(phút)	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$
Số ngày tập của Hưng	2	14	8	3	3

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

Số ngày tập của Bình	12	8	7	3	0
----------------------	----	---	---	---	---

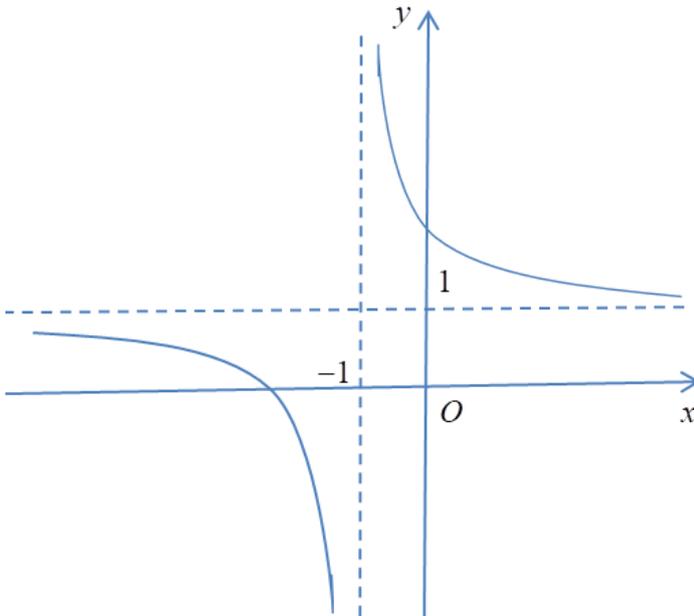
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục của Hưng và Bình lần lượt là

A. 20 phút và 25 phút **B.** 25 phút và 20 phút. **C.** 20 phút và 20 phút. **D.** 25 phút và 25 phút.

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $y = x^3$ là

A. $\frac{x^4}{4} + C$. **B.** $x^4 + C$. **C.** $\frac{x^2}{2} + C$. **D.** $3x^2 + C$.

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0; ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 1$.

Câu 9. Các nghiệm của phương trình $\cos 2x = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). **B.** $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$). **D.** $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \leq 9$ là

A. $(-\infty; 2]$. **B.** $[0; 2]$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(-\infty; 2)$.

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 7$ và công bội $q = 3$. Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

A. 21. **B.** 4. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

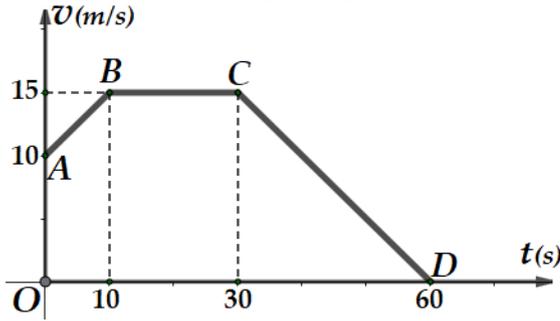
Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $SD \perp (ABCD)$. **B.** $SO \perp (ABCD)$.
C. $SA \perp (ABCD)$. **D.** $SC \perp (ABCD)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **(a)**, **(b)**, **(c)**, **(d)**

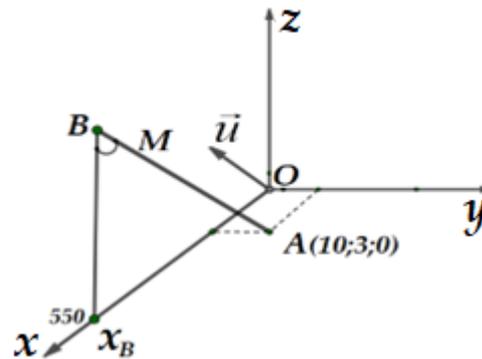
ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Một vật chuyển động thẳng có đồ thị vận tốc – thời gian như hình bên.



- a) Tổng quãng đường vật đi được trong 60(s) đầu tiên là 650(m).
- b) Trong khoảng thời gian từ 0(s) đến 10(s), phương trình vận tốc của vật là $v(t) = \frac{1}{2}t + 10(m/s)$.
- c) Trong khoảng thời gian từ 30(s) đến 60(s), phương trình vận tốc của vật là $v(t) = -\frac{1}{2}t + 30(m/s)$.
- d) Trong khoảng thời gian từ 10(s) đến 30(s), vật chuyển động đều.

Câu 14. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$ với tốc độ là 5(m/s) (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) được mô hình hóa như các hình vẽ sau:



- a) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$. Khi đó quãng đường AB có độ dài bằng 810(m).
- b) Đường cáp AB tạo với mặt (Oxy) một góc 22° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).
- c) Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$.
- d) Giả sử sau t giây kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến vị trí điểm M. Khi đó tọa độ của điểm M là $\left(\frac{10}{3}t + 10; -\frac{10}{3}t + 3; \frac{5}{3}t\right)$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \sin x - e^x$.

- a) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là -1.

b) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $x = 0$.

c) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos x - e^x; \forall x \in \mathbb{R}$.

d) $f(\pi) = 1 - e^\pi; f(0) = -2$

Câu 16. Một công ty đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu của dự án I là 0,5 và khả năng thắng thầu của dự án II là 0,6. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là 0,4.

Gọi A là biến cố: "Thắng thầu dự án I"

Gọi B là biến cố: "Thắng thầu dự án II"

a) Xác suất để công ty thắng thầu dự án II biết công ty không thắng thầu dự án I là 0,2.

b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng một dự án bằng 0,5.

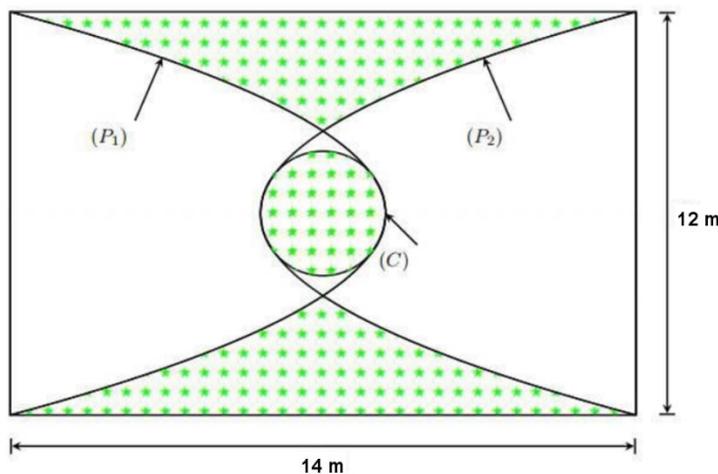
c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án II biết công ty thắng thầu dự án I là 0,8.

d) A và B là hai biến cố độc lập.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Câu lạc bộ thiện nguyện của một trường THPT dự định làm các bình hoa bằng giấy để bán trong một hội chợ gây quỹ từ thiện. Cần 1 giờ để làm một bình hoa nhỏ và sẽ bán với giá 100 nghìn đồng và 90 phút để làm một bình hoa lớn và bán với giá 200 nghìn đồng. Câu lạc bộ này chỉ thu xếp được 15 giờ nghỉ để làm và ban tổ chức yêu cầu phải làm ít nhất 12 bình hoa. Số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể thu về là bao nhiêu? (Đơn vị: nghìn đồng).

Câu 18. Người ta lát gạch trang trí một mảnh sân hình chữ nhật kích thước $14m \times 12m$ như hình vẽ bên dưới, trong đó $(P_1), (P_2)$ là hai parabol đối xứng trục với nhau qua trục đối xứng vuông góc với chiều dài của mảnh sân, (C) là đường tròn có tâm trùng với tâm của mảnh sân và lần lượt có duy nhất một điểm chung với các parabol tại chính các đỉnh của parabol đó (tham khảo hình vẽ). Chi phí cho phần lát gạch là 240 nghìn đồng một mét vuông. Trong trường hợp hình tròn (C) có diện tích lớn nhất thì chi phí lát gạch là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn tới hàng phần chục)



Câu 19. Một bình đựng 50 viên có kích thước, chất liệu như nhau; trong đó có 30 viên bi màu đen và 20 viên bi màu trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi không hoàn lại, rồi lấy ngẫu nhiên ra một

viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi màu đen ở lần thứ nhất và một viên bi màu trắng ở lần thứ hai. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- Câu 20.** Một cơ sở sản xuất quần áo trẻ em đang bán mỗi bộ quần áo với giá 80 nghìn đồng một bộ và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 1200 bộ quần áo. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lí thấy rằng nếu từ mức giá 80 nghìn đồng mà cứ mỗi lần tăng thêm 5 nghìn đồng mỗi bộ quần áo thì mỗi tháng sẽ bán ít đi 100 bộ. Biết vốn sản xuất một bộ quần áo không thay đổi là 50 nghìn đồng. Để lợi nhuận thu được lớn nhất thì cơ sở sản xuất đưa ra giá bán cho một bộ quần áo là bao nhiêu? (đơn vị: nghìn đồng).
- Câu 21.** Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(500;200;8)$ đến điểm $N(800;100;10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo bằng $(a;b;c)$ với $a \in \mathbb{N}$. Tính a .
- Câu 22.** Một tòa nhà có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là $160m$ và cạnh bên là $140m$.



Giả sử, từ một mặt bên của tòa nhà ta cần thiết kế con đường ngắn nhất để di chuyển đến tâm của đáy tòa nhà, khi đó quãng đường ngắn nhất có độ dài khoảng bao nhiêu mét? (quy tròn đến hàng phần chục)



MATH
√ √ √ √ √
NHÓM TOÁN VD-VDC

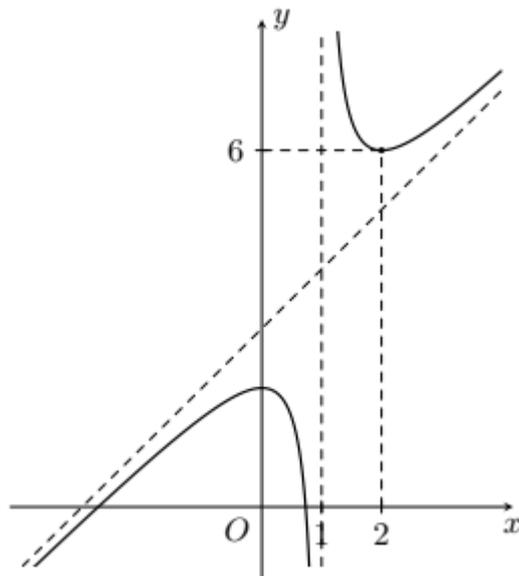
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HƯNG YÊN
KỶ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2024 - 2025
Môn: Toán 12 - THPT
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	A	C	C	A	D	A	B	D	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	B	ĐDDĐ	ĐSĐĐ	SĐĐS	SSĐĐ	1800	12,4	0,24	95
21	22								
875	57,4								

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



- A. $(-\infty; 1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 1 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (2; 1; -1)$. B. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. C. $\vec{n} = (-2; 1; 1)$. D. $\vec{n} = (2; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3. Đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 0)$ vuông góc với mặt phẳng $x - 2y - 2z - 3 = 0$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{-2}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng là $\vec{u} = (1; -2; -2)$

Phương trình đường thẳng là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{-2}$

Câu 4. Biết $\int_1^3 f(x)dx = 5, \int_1^7 g(x)dx = 7$. Giá trị của biểu thức $\int_1^3 [3f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. -31.

B. 29.

C. 1.

D. -29.

Lời giải

Chọn C

$$\int_1^3 [3f(x) - 2g(x)]dx = 3.5 - 2.7 = 1$$

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

A. $x = 9$.

B. $x = 8$.

C. $x = 10$.

D. $x = 7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 8 \Leftrightarrow x = 9$.

Câu 6. Bảng sau thống kê thời gian tập thể dục mỗi ngày trong tháng 3/2025 của hai bạn Hưng và Bình.

Thời gian(phút)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)
Số ngày tập của Hưng	2	14	8	3	3
Số ngày tập của Bình	12	8	7	3	0

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục của Hưng và Bình lần lượt là

A. 20 phút và 25 phút

B. 25 phút và 20 phút.

C. 20 phút và 20 phút.

D. 25 phút và 25 phút.

Lời giải

Chọn D

Khoảng biến thiên của Hưng là $35 - 10 = 25$

Khoảng biến thiên của Bình là $35 - 10 = 25$

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $y = x^3$ là

A. $\frac{x^4}{4} + C$.

B. $x^4 + C$.

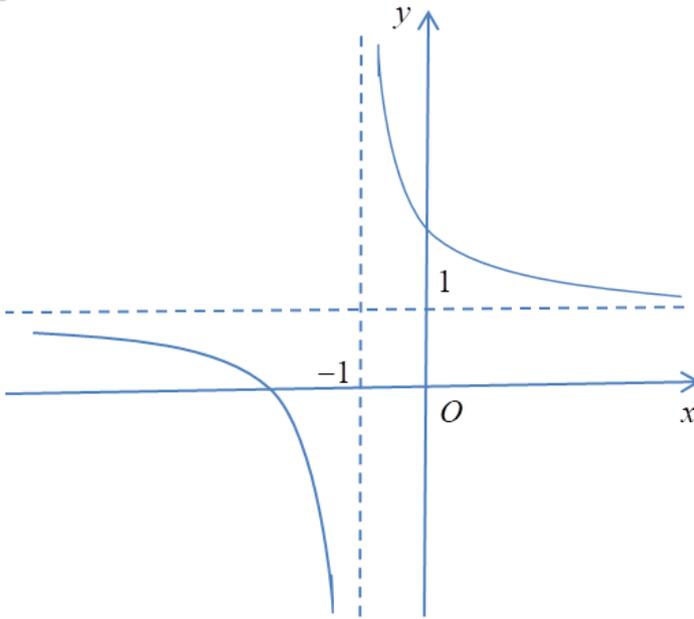
C. $\frac{x^2}{2} + C$.

D. $3x^2 + C$.

Lời giải

Chọn A

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0; ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

- A. $x = 1$. **B. $x = -1$.** C. $y = -1$. D. $y = 1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 9. Các nghiệm của phương trình $\cos 2x = 0$ là

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 C. $x = k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$). **D. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).**

Lời giải

Chọn D

$$\cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \leq 9$ là

- A. $(-\infty; 2]$.** B. $[0; 2]$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn A

$$3^x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq 2$$

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 7$ và công bội $q = 3$. Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 21. B. 4. **C. $\frac{7}{3}$.** D. $\frac{3}{7}$.

Lời giải

Chọn C

$$u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow u_1 = \frac{u_2}{q} = \frac{7}{3}.$$

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $SD \perp (ABCD)$.

B. $SO \perp (ABCD)$.

C. $SA \perp (ABCD)$.

D. $SC \perp (ABCD)$.

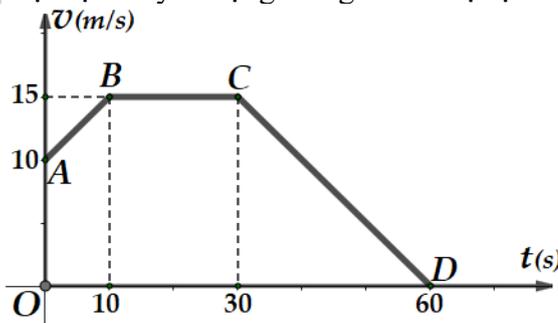
Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD).$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Một vật chuyển động thẳng có đồ thị vận tốc – thời gian như hình bên.



a) Tổng quãng đường vật đi được trong $60(s)$ đầu tiên là $650(m)$.

b) Trong khoảng thời gian từ $0(s)$ đến $10(s)$, phương trình vận tốc của vật là $v(t) = \frac{1}{2}t + 10(m/s)$.

c) Trong khoảng thời gian từ $30(s)$ đến $60(s)$, phương trình vận tốc của vật là $v(t) = -\frac{1}{2}t + 30(m/s)$.

d) Trong khoảng thời gian từ $10(s)$ đến $30(s)$, vật chuyển động đều.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

a) ĐÚNG.

Tổng quãng đường vật đi được trong $60(s)$ đầu tiên là:

$$S = S_{OABCD} = 30.15 + \frac{1}{2}.30.15 - \frac{1}{2}.10.5 = 650(m).$$

(b) ĐÚNG.

Trong khoảng thời gian từ $0(s)$ đến $10(s)$, phương trình vận tốc của vật là $v(t) = at + 10$.

Lại có đường thẳng AB đi qua điểm $B(10;15)$ nên có:

$$15 = a.10 + 10 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow v(t) = \frac{1}{2}t + 10(m/s)$$

(c) ĐÚNG.

Trong khoảng thời gian từ $30(s)$ đến $60(s)$, phương trình vận tốc của vật là $v(t) = b(t - 60)$.

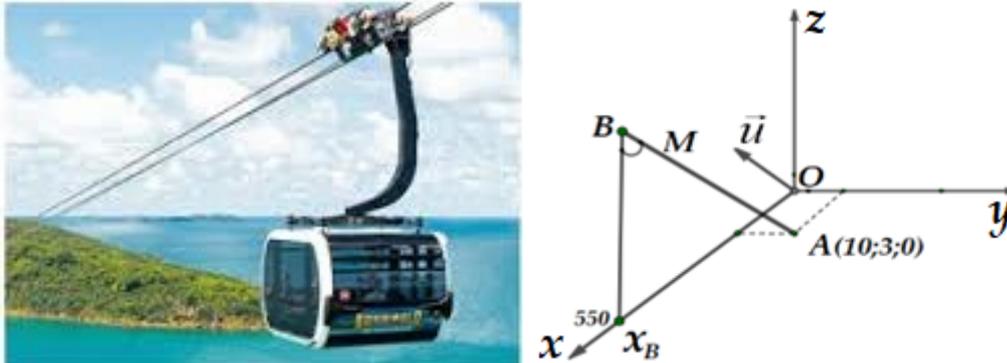
Lại có đường thẳng CD đi qua điểm $C(30;15)$ nên có:

$$15 = b(30 - 60) \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \Rightarrow v(t) = -\frac{1}{2}t + 30(m/s).$$

(d) ĐÚNG.

Trong khoảng thời gian từ $10(s)$ đến $30(s)$, $v(t) = 15(m/s) \Rightarrow$ vật chuyển động đều.

Câu 14. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$ với tốc độ là $5(m/s)$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) được mô hình hóa như các hình vẽ sau:



a) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$. Khi đó quãng đường AB có độ dài bằng $810(m)$.

b) Đường cáp AB tạo với mặt (Oxy) một góc 22° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

c) Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$.

d) Giả sử sau t giây kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến vị trí điểm M . Khi đó tọa độ của điểm M là $\left(\frac{10}{3}t + 10; -\frac{10}{3}t + 3; \frac{5}{3}t\right)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

Phương trình đường cáp mà cabin cáp treo di chuyển là:
$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}$$

(a) ĐÚNG.

Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$. Khi đó:
$$\begin{cases} 550 = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 270 \\ y = -537 \\ z = 270 \end{cases}$$

$\Rightarrow B(550; -537; 270) \Rightarrow \overline{AB} = (540; -540; 270) \Rightarrow AB = 810(m)$.

(b) SAI.

Đường cáp AB có 1 véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$. Mặt phẳng (Oxy) có 1 véc tơ pháp tuyến $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Gọi α là góc giữa đường cáp AB và mặt (Oxy) .

Khi đó:
$$\sin \alpha = \left| \cos(\vec{u}, \vec{k}) \right| = \frac{|2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha \approx 19^\circ$$

(c) ĐÚNG.

Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$.

(d) ĐÚNG.

Do cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1) \Rightarrow |\vec{u}| = 3$, với tốc độ là $5(m/s)$, suy ra véc tơ vận tốc

$$\vec{v} = \frac{5}{3}\vec{u} = \left(\frac{10}{3}; -\frac{10}{3}; \frac{5}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình tham số đường cáp mà cabin cáp treo di chuyển là: } \begin{cases} x = 10 + \frac{10}{3}t \\ y = 3 - \frac{10}{3}t \\ z = \frac{5}{3}t \end{cases}$$

Khi đó tọa độ của điểm M sau t giây kể từ lúc xuất phát là $\left(\frac{10}{3}t + 10; -\frac{10}{3}t + 3; \frac{5}{3}t\right)$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \sin x - e^x$.

a) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là -1 .

b) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $x = 0$.

c) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos x - e^x; \forall x \in \mathbb{R}$.

d) $f(\pi) = 1 - e^\pi; f(0) = -2$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

a) Sai

Ta có: $f(x) = \sin x - e^x$,

Với $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$,

$$f'(x) = \cos x - e^x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin \frac{\pi}{2} - e^{\frac{\pi}{2}} = 1 - e^{\frac{\pi}{2}}.$$

$$f(0) = \sin 0 - e^0 = -1$$

Do đó, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $1 - e^{\frac{\pi}{2}}$.

(b) Đúng

$$f'(x) = \cos x - e^x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ trên đoạn } \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \text{ là } x = 0.$$

(c) Đúng

$$f'(x) = \cos x - e^x; \forall x \in \mathbb{R}$$

(d) Sai

$$f(0) = \sin 0 - e^0 = -1 \text{ và } f(\pi) = \sin \pi - e^\pi = -e^\pi.$$

Câu 16. Một công ty đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu của dự án I là 0,5 và khả năng thắng thầu của dự án II là 0,6. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là 0,4.

Gọi A là biến cố: "Thắng thầu dự án I"

Gọi B là biến cố: "Thắng thầu dự án II"

- a) Xác suất để công ty thắng thầu dự án II biết công ty không thắng thầu dự án I là 0,2.
- b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng một dự án bằng 0,5.
- c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án II biết công ty thắng thầu dự án I là 0,8.
- d) A và B là hai biến cố độc lập.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

(a) Sai

$$P(A) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,5; P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,4$$

$$P(AB) = 0,4$$

Xác suất để công ty thắng thầu dự án II biết công ty không thắng thầu dự án I

$$P(B/\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 - 0,4}{0,5} = 0,4$$

(b) Sai

Xác suất để công ty thắng thầu đúng một dự án bằng

$$P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0,5 - 0,4 + 0,6 - 0,4 = 0,3$$

(c) Đúng

Xác suất để công ty thắng thầu dự án II biết công ty thắng thầu dự án I

$$P(B/A) = \frac{P(BA)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,5} = \frac{4}{5} = 0,8$$

(d) Đúng

$$P(AB) = 0,4 \text{ và } P(A).P(B) = 0,5.0,6 = 0,3$$

Vì $P(AB) \neq P(A).P(B)$

Vậy A và B là hai biến cố không độc lập.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Câu lạc bộ thiện nguyện của một trường THPT dự định làm các bình hoa bằng giấy để bán trong một hội chợ gây quỹ từ thiện. Cần 1 giờ để làm một bình hoa nhỏ và sẽ bán với giá 100 nghìn đồng và 90 phút để làm một bình hoa lớn và bán với giá 200 nghìn đồng. Câu lạc bộ này chỉ thu xếp được 15 giờ nghỉ để làm và ban tổ chức yêu cầu phải làm ít nhất 12 bình hoa. Số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể thu về là bao nhiêu? (Đơn vị: nghìn đồng).

<Key=1800>

Lời giải

Trả lời: 1800

Gọi x, y lần lượt là số bình hoa loại nhỏ và loại lớn mà bạn học sinh làm được ($x \geq 0, y \geq 0$)

Đổi 90 phút = 1,5 giờ.

Ban tổ chức yêu cầu làm ít nhất 12 bình hoa nên $x + y \geq 12$.

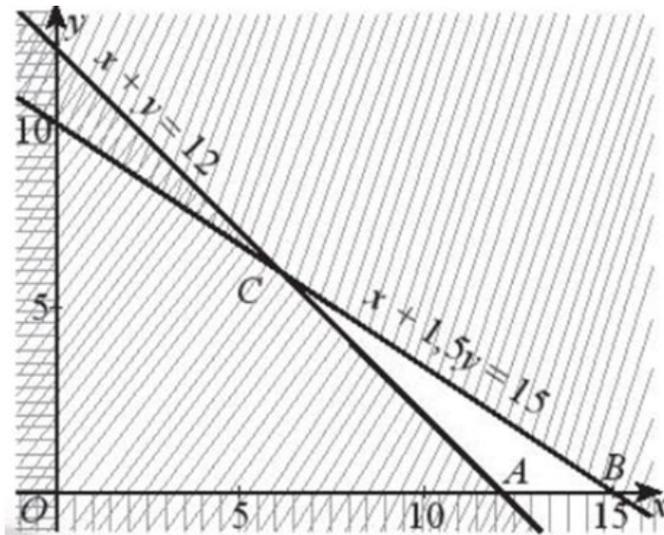
Câu lạc bộ chỉ thu xếp được 15 giờ nghỉ để làm

$$\Rightarrow x + 1,5y \leq 15.$$

Ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x + y \geq 12 \\ x + 1,5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm ta được



Miền nghiệm là tam giác ABC với $A(12;0)$, $B(15;0)$ và $C(6;6)$.

Số tiền gây quỹ là $F = 100x + 200y$.

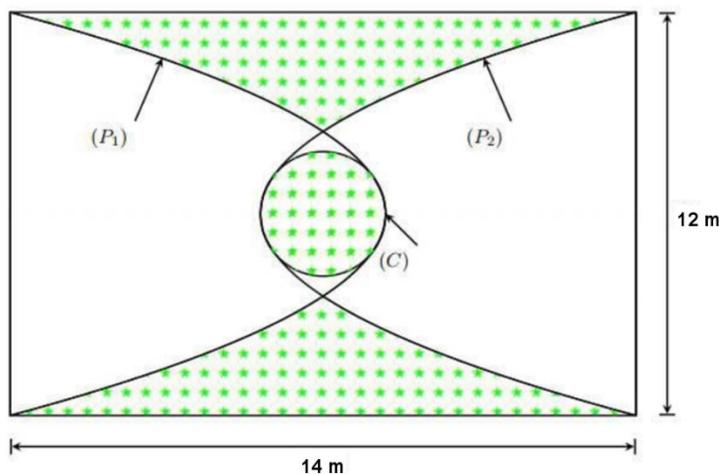
$F(A) = 1200$ (nghìn đồng).

$F(B) = 1500$ (nghìn đồng).

$F(C) = 1800$ (nghìn đồng).

Vậy số tiền lớn nhất bạn thu về là 1800 (nghìn đồng).

Câu 18. Người ta lát gạch trang trí một mảnh sân hình chữ nhật kích thước $14m \times 12m$ như hình vẽ bên dưới, trong đó $(P_1), (P_2)$ là hai parabol đối xứng trục với nhau qua trục đối xứng vuông góc với chiều dài của mảnh sân, (C) là đường tròn có tâm trùng với tâm của mảnh sân và lần lượt có duy nhất một điểm chung với các parabol tại chính các đỉnh của parabol đó (tham khảo hình vẽ). Chi phí cho phần lát gạch là 240 nghìn đồng một mét vuông. Trong trường hợp hình tròn (C) có diện tích lớn nhất thì chi phí lát gạch là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn tới hàng phần chục)

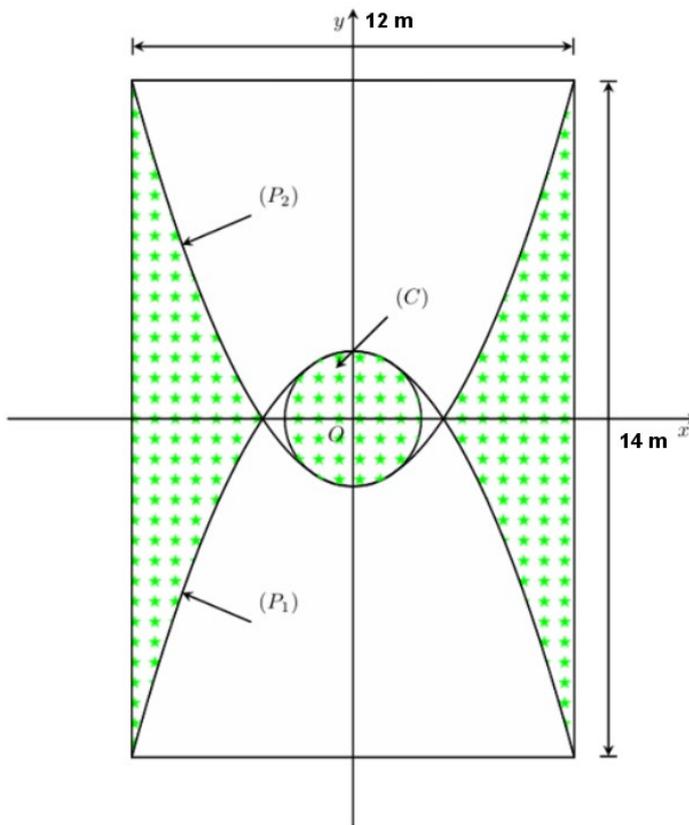


<Key=12,4>

Lời giải

Trả lời: 12,4

Chọn hệ trục tọa độ gốc O là tâm của hình chữ nhật, chiều rộng và chiều dài lần lượt song song với trục hoành, trục tung (như hình vẽ).



Đường tròn (C) tâm O , bán kính R , phần (C) với tung độ không âm có phương trình là $y = \sqrt{R^2 - x^2}$. Parabol (P_1) có đỉnh $(0; R)$ có phương trình $y = ax^2 + R$ (với $a < 0$).

Để (C) và (P_1) có đúng một điểm chung thì phương trình $\sqrt{R^2 - x^2} = ax^2 + R$ (1) có nghiệm duy nhất.

$$\text{Ta có: } (1) \Leftrightarrow R^2 - x^2 = a^2x^4 + 2aRx^2 + R^2 \Leftrightarrow x^2(a^2x^2 + 2aR + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{-2aR - 1}{a^2} \end{cases}$$

Để (1) có nghiệm duy nhất thì $-2aR - 1 \leq 0$ (2)

$$\text{Parabol } (P_1) \text{ đi qua } (6; -7) \text{ nên } -7 = 36a + R \Leftrightarrow a = \frac{-7 - R}{36}$$

$$\text{Vậy } (2) \Leftrightarrow \frac{-2(-7 - R)}{36} \cdot R - 1 \leq 0 \Leftrightarrow R^2 + 7R - 18 \leq 0 \Leftrightarrow -9 \leq R \leq 2.$$

Suy ra (C) có diện tích lớn nhất $\Leftrightarrow R = 2$. Tương ứng có $(P_1): y = -\frac{1}{4}x^2 + 2$

Khi đó diện tích hình tròn là $S_1 = \pi R^2 = 4\pi$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và đường thẳng trục hoành, đường thẳng

$$x = 2\sqrt{2}; x = 6 \text{ là: } S_2 = \int_{2\sqrt{2}}^6 \left(-\frac{1}{4}x^2 + 2 \right) dx.$$

Vậy diện tích phần lát gạch là $S_g = 4S_2 + S_1 \approx 51,65$.

Chi phí lát gạch là $0,24.S_g \approx 12,4$ (triệu đồng).

Câu 19. Một bình đựng 50 viên có kích thước, chất liệu như nhau; trong đó có 30 viên bi màu đen và 20 viên bi màu trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi không hoàn lại, rồi lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi màu đen ở lần thứ nhất và một viên bi màu trắng ở lần thứ hai. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

<Key=0,24>

Lời giải

Đáp số: 0,24.

Số cách lấy lần lượt 2 viên bi từ hộp là: $n(\Omega) = 50.49 = 2450$ cách

Số cách lấy được một viên bi màu đen ở lần thứ nhất và một viên bi màu trắng ở lần thứ hai là: $30.20 = 600$ cách

Xác suất của biến cố là: $\frac{600}{2450} = \frac{12}{49} \approx 0,24$.

Câu 20. Một cơ sở sản xuất quần áo trẻ em đang bán mỗi bộ quần áo với giá 80 nghìn đồng một bộ và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 1200 bộ quần áo. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 80 nghìn đồng mà cứ mỗi lần tăng thêm 5 nghìn đồng mỗi bộ quần áo thì mỗi tháng sẽ bán ít đi 100 bộ. Biết vốn sản xuất một bộ quần áo không thay đổi là 50 nghìn đồng. Để lợi nhuận thu được lớn nhất thì cơ sở sản xuất đưa ra giá bán cho một bộ quần áo là bao nhiêu? (đơn vị: nghìn đồng).

<Key=95>

Lời giải

Đáp số: 95.

Gọi x là số lần tăng giá của cơ sở trên, mỗi lần tăng 5 nghìn đồng (Điều kiện: $x \in \mathbb{N}$)

Giá của một bộ quần áo sau x lần tăng giá là: $80 + 5x$ (nghìn đồng)

Lợi nhuận khi bán một bộ quần áo là: $80 + 5x - 50 = 30 + 5x$ (nghìn đồng)

Số bộ quần áo bán được sau x lần tăng giá là: $1200 - 100x$ (phòng)

Lợi nhuận của cơ sở quần áo là: $f(x) = (1200 - 100x)(30 + 5x) = -500x^2 + 3000x + 36000$

Ta có bảng biến thiên của $f(x)$ như sau:

x	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	36000	40500	$-\infty$	

Do vậy giá bán của một bộ quần áo để lợi nhuận của cơ sở là lớn nhất là: $80 + 5.3 = 95$ (nghìn đồng).

Câu 21. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(500;200;8)$ đến điểm $N(800;100;10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo bằng $(a;b;c)$ với $a \in \mathbb{N}$. Tính a .
 <key=875>

Lời giải

Đáp số: 875.

Gọi $M(a;b;c)$ là vị trí cần tìm.

$$\text{Theo đề bài, ta có: } \overrightarrow{AM} = \frac{5}{4} \overrightarrow{AN} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 500 = \frac{5}{4}(800 - 500) \\ b - 200 = \frac{5}{4}(100 - 200) \\ c - 8 = \frac{5}{4}(10 - 8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 875 \\ b = 75 \\ c = \frac{21}{2} \end{cases} \Rightarrow a = 875.$$

Câu 22. Một tòa nhà có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là 160m và cạnh bên là 140m.

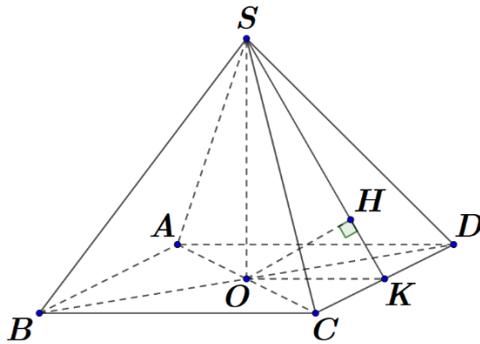


Giả sử, từ một mặt bên của tòa nhà ta cần thiết kế con đường ngắn nhất để di chuyển đến tâm của đáy tòa nhà, khi đó quãng đường ngắn nhất có độ dài khoảng bao nhiêu mét? (quy tròn đến hàng phần chục)

<key=57,4>

Lời giải

Đáp số: 57,4.



Quãng đường ngắn nhất để di chuyển từ tâm mặt đất đến mặt bên là khoảng cách từ tâm mặt đáy đến mặt bên.

$$\text{Ta có: } OD = \frac{BD}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = 80\sqrt{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = 20\sqrt{17}.$$

$$\text{Gọi } K \text{ là trung điểm của } CD, \text{ khi đó } OK \parallel AD \Rightarrow \frac{OK}{AD} = \frac{CK}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow OK = 80.$$

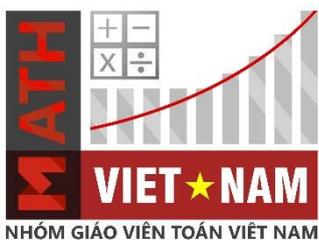
$$\text{Mặt khác } AD \perp CD \Rightarrow OK \perp CD \Rightarrow CD \perp (SOK) \Rightarrow (SCD) \perp (SOK).$$

Trong (SOK) , kẻ $OH \perp SK$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SCD) \perp (SOK) \\ (SCD) \cap (SOK) = SK \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH. \\ OH \perp SK, OH \subset (SOK) \end{cases}$$

Tam giác SOK vuông tại O , đường cao OH , ta có:

$$OH = \frac{OK \cdot OS}{SK} = \frac{OK \cdot OS}{\sqrt{OK^2 + OS^2}} = \frac{80 \cdot 20\sqrt{17}}{\sqrt{(80)^2 + (20\sqrt{17})^2}} = \frac{80\sqrt{561}}{33} \approx 57,4(m).$$



SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐÀ NẴNG
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2024 – 2025 – LẦN 1
MÔN: TOÁN

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

NHÓM GIÁO VIÊN TOÁN VIỆT NAM

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian Oxy , phương trình của đường thẳng đi qua điểm $E(-1; 4; 2)$ và $F(-5; 0; 3)$ là

- A. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z+2}{1}$. B. $\frac{x+4}{-1} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-1}{2}$.
- C. $\frac{x+1}{-4} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-2}{1}$. D. $\frac{x-4}{-1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 2: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \sin x, y = \cos x$ và các đường thẳng $x = 0, x = 7$ được tính bằng công thức

- A. $S = \int_0^7 |\sin x - \cos x| dx$. B. $S = \int_0^7 (\sin x + \cos x) dx$.
- C. $S = \int_0^7 (\sin x - \cos x) dx$. D. $S = \int_0^7 (-\sin x + \cos x) dx$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $e^x > 1$ là:

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$ là

- A. $-2 \cos x + C$. B. $\cos x + C$. C. $2 \cos x + C$. D. $-\cos x + C$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. BD . B. SD . C. DA . D. SA .

Câu 6: Đồ thị hàm số $y = -x + 2 + \frac{1}{x}$ có đường tiệm cận xiên là

- A. $y = -x + 2$. B. $y = \frac{1}{x}$. C. $y = x - 2$. D. $y = -\frac{1}{x}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_3(1; 1; 1)$. B. $\vec{n}_2(0; 0; 0)$. C. $\vec{n}_4(1; 0; 0)$. D. $\vec{n}_1(0; 1; 1)$.

Câu 8: Khảo sát thời gian tự học của một số học sinh lớp 11 trong một ngày, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)
Số học sinh	8	14	11	9	3

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A. $[0; 30)$. B. $[30; 60)$. C. $[90; 120)$. D. $[60; 90)$.

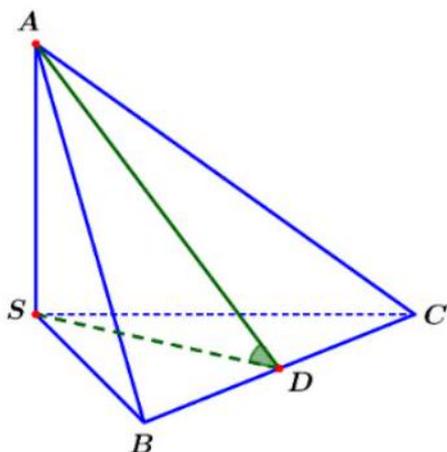
Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_4 x = 0$ là $\log_4 x = 0$

- A. $x = 4$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 0$.

Câu 10: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2025$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng:

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 11: Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$ (minh họa như hình bên). Gọi α là góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$. Tính $\cos \alpha$.



- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = -3$. Số hạng u_4 của cấp số cộng đã cho là

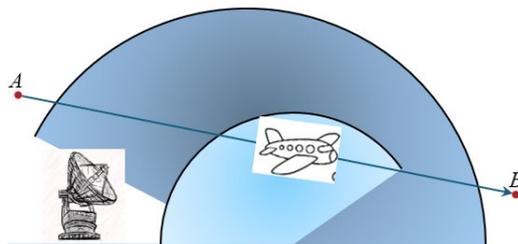
- A. -7 . B. -11 . C. -27 . D. -14 .

Phần II. (4,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Một nghiên cứu tại một trường đại học cho biết tỉ lệ sinh viên dùng cà phê để duy trì tỉnh táo khi học vào ban đêm là 70%. Giả sử chọn ngẫu nhiên 3 sinh viên từ nhóm khảo sát trên để phỏng vấn.

- a) Xác suất để cả 3 sinh viên đều dùng cà phê để duy trì tỉnh táo là 0,343.
 b) Xác suất trong 3 sinh viên có ít nhất 1 sinh viên không dùng cà phê là 0,657.
 c) Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 1 sinh viên dùng cà phê là 0,189.
 d) Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 2 sinh viên dùng cà phê và 1 sinh viên không dùng cà phê lớn hơn 0,45.

Câu 14: Một radar phòng không được đặt tại vị trí gốc tọa độ $O(0;0;0)$ trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tọa độ ứng với 1 km. Radar này có khả năng phát hiện các mục tiêu bay bán kính 250 km. Một máy bay không người lái (UAV) đang bay thẳng đều từ vị trí điểm $A(300; -400; 100)$ đến điểm $B(-300; 400; 100)$. UAV bay với vận tốc không đổi 900 km/h và mang thiết bị gây nhiễu chủ động có tầm hiệu quả 50 km tính từ UAV. Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút không?



(tham khảo từ *Stimson's Introduction to Airborne Radar, 3rd Edition, George W. Stimson, Hugh D. Griffiths, Christopher Baker, Dave Adamy*)

(Hình ảnh minh họa radar tại gốc tọa độ O và đường bay của UAV từ A đến B)

a) Radar không thể phát hiện UAV khi UAV ở vị trí A.

b) Phương trình tham số của đường bay UAV là
$$\begin{cases} x = 300 - 3t \\ y = -400 + 4t \\ z = 0 \end{cases}$$

c) Trong suốt quá trình bay, sẽ có thời điểm UAV gây nhiễu được radar.

d) Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút.

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 1$ có đồ thị (C).

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -8x^3 + 8x + 1$.

c) Tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là $S = \{-1; 0; 1\}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ là 1.

Câu 16: Một bể chứa dầu ban đầu có 50.000 lít dầu. Gọi $V(t)$ là thể tích dầu (lít) trong bể tại thời điểm t , trong đó t tính theo giờ ($0 \leq t \leq 24$). Trong quá trình bơm dầu vào bể, thể tích dầu tăng theo tốc độ được biểu diễn bởi hàm số $V'(t) = k\sqrt{t}$, với k là hằng số dương. Sau 4 giờ bơm liên tục, thể tích dầu trong bể đạt 58.000 lít.

a) Hàm số $V(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(t) = k\sqrt{t}$.

b) $V(t) = \frac{2k}{3}t\sqrt{t} + C$ với $0 \leq t \leq 24$ và k, C là các hằng số.

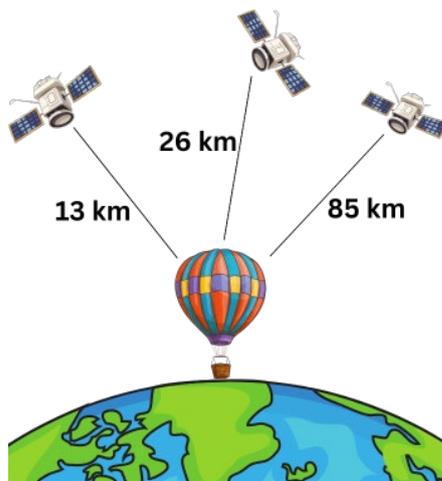
c) Sau 16 giờ bơm liên tục, thể tích dầu trong bể đạt được 148.000 lít.

d) Trong quá trình bơm dầu, nếu sau mỗi giờ lượng dầu bị rò rỉ đều đặn với tốc độ 500 lít/giờ, thì tại thời điểm t bằng 9 giờ, thể tích dầu trong bể là 72.500 lít.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến 22

Câu 17: Một khinh khí cầu nghiên cứu khí tượng được phóng lên để thu thập dữ liệu trong tầng bình lưu. Khí cầu này có thiết bị định vị sử dụng tín hiệu từ các vệ tinh của công ty S để xác định vị trí trong không gian. Tại thời điểm quan sát, khí cầu đang bay ở độ cao 50 km và nhận được tín hiệu từ ba vệ tinh S có tọa độ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị km) như sau: Vệ tinh A tại vị trí $A(103; 204; 62)$, vệ tinh B tại vị trí $B(106; 208; 74)$, vệ tinh C tại vị trí $C(105; 212; 134)$. Từ thời gian truyền tín hiệu, hệ thống xác định rằng khoảng cách từ vị trí M của khinh khí cầu đến

các vệ tinh là: $MA = 13 \text{ km}$, $MB = 26 \text{ km}$, $MC = 85 \text{ km}$. Tính khoảng cách từ kinh khí cầu đến gốc toạ độ O . (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của km).



- Câu 18:** Một xe mô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì tài xế giảm ga và kéo phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc được mô tả bởi phương trình: $v(t) = -4t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó thời gian t được tính bằng giây. Hỏi từ lúc giảm ga và kéo phanh đến khi dừng hẳn, mô tô di chuyển được quãng đường bao nhiêu mét?
- Câu 19:** Một công ti trung bình bán được 600 chiếc máy lọc không khí mỗi tháng với giá 10 triệu đồng một chiếc. Một khảo sát cho thấy nếu giảm giá bán mỗi chiếc 400 nghìn đồng, thì số lượng bán ra tăng thêm khoảng 60 chiếc mỗi tháng. Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi máy, x là số máy bán ra. Khi đó, hàm cầu là $p = p(x)$ và hàm doanh thu là $R(p) = px$. Hỏi công ti phải bán mỗi chiếc với số tiền bao nhiêu triệu đồng để doanh thu là lớn nhất?
- Câu 20:** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe tại trường có 200 học sinh được xét nghiệm một loại virus. Trong đó, biết rằng có 80 bạn thật sự bị nhiễm virus. Nếu một bạn bị nhiễm, thì xét nghiệm cho kết quả dương tính (tức là phát hiện đúng bệnh) với xác suất 90% . Nếu một bạn không bị nhiễm, thì xét nghiệm vẫn có thể báo nhầm là dương tính (gọi là dương tính giả), với xác suất 5% . Giả sử một bạn có kết quả xét nghiệm dương tính. Hỏi xác suất để bạn đó thật sự bị nhiễm virus là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?
- Câu 21:** Một chiếc lều hình chóp có đáy là hình vuông, mỗi cạnh dài 200 cm . Đỉnh lều nằm thẳng đứng phía trên tâm của hình vuông và chiều cao của chiếc lều là 206 cm . Người ta dùng 4 cọc bằng nhau nối từ 4 góc của đáy đến đỉnh lều để dựng lều. Chiều dài tối thiểu của mỗi cây cọc là bao nhiêu centimet (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của cm)?
- Câu 22:** Một giáo viên theo dõi sự tiến bộ của học sinh qua thang đo điểm, được mô hình hoá bằng hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các hệ số. Trong đó, x ($0 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}$) là số tháng kể từ đầu năm học và $f(x)$ là điểm trong tháng thứ x . Qua theo dõi, giáo viên ghi nhận tháng đầu tiên học sinh đạt 19 điểm, sau đó giảm trong tháng thứ hai và đến tháng thứ ba học sinh đạt mức điểm thấp nhất trong năm học, là 3 điểm. Kể từ tháng thứ ba trở đi, điểm của học sinh tăng lên. Tính điểm của học sinh đó ở tháng thứ sáu.

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian Oxy , phương trình của đường thẳng đi qua điểm $E(-1;4;2)$ và $F(-5;0;3)$ là

A. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+4}{-4} = \frac{z+2}{1}$.

B. $\frac{x+4}{-1} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x+1}{-4} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-2}{1}$.

D. $\frac{x-4}{-1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{EF} = (-4; -4; 1)$.

Vậy phương trình đường thẳng đi qua $E(-1;4;2)$ và $F(-5;0;3)$ là $\frac{x+1}{-4} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 2: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \sin x, y = \cos x$ và các đường thẳng $x = 0, x = 7$ được tính bằng công thức

A. $S = \int_0^7 |\sin x - \cos x| dx$.

B. $S = \int_0^7 (\sin x + \cos x) dx$.

C. $S = \int_0^7 (\sin x - \cos x) dx$.

D. $S = \int_0^7 (-\sin x + \cos x) dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $e^x > 1$ là:

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $e^x > 1 \Leftrightarrow x > 0$.

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$ là

A. $-2 \cos x + C$.

B. $\cos x + C$.

C. $2 \cos x + C$.

D. $-\cos x + C$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. BD .

B. SD .

C. DA .

D. SA .

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} DA \perp AB \\ DA \perp SA \end{cases} \Rightarrow DA \perp (SAB)$ nên $d(D, (SAB)) = DA$.

Câu 6: Đồ thị hàm số $y = -x + 2 + \frac{1}{x}$ có đường tiệm cận xiên là

- A. $y = -x + 2$. B. $y = \frac{1}{x}$. C. $y = x - 2$. D. $y = -\frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y = -x + 2 + \frac{1}{x}$ có đường tiệm cận xiên là $y = -x + 2$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_3(1;1;1)$. B. $\vec{n}_2(0;0;0)$. C. $\vec{n}_4(1;0;0)$. D. $\vec{n}_1(0;1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (Oyz) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_4(1;0;0)$.

Câu 8: Khảo sát thời gian tự học của một số học sinh lớp 11 trong một ngày, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)
Số học sinh	8	14	11	9	3

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A. [0;30). B. [30;60). C. [90;120). D. [60;90).

Lời giải

Chọn D

Tổng số học sinh là 45 suy ra trung vị của mẫu số liệu là $x_{23} \in [60;90)$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_4 x = 0$ là $\log_4 x = 0$

- A. $x = 4$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 0$.

Lời giải:

Chọn C

Ta có:

$$\log_4 x = 0 (x \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow x = 4^0 = 1 (tm)$$

Câu 10: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2025$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng:

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải:

Chọn B

$$y = x^3 - 3x^2 - 2025$$

$$\Rightarrow y' = 3x^2 - 6x$$

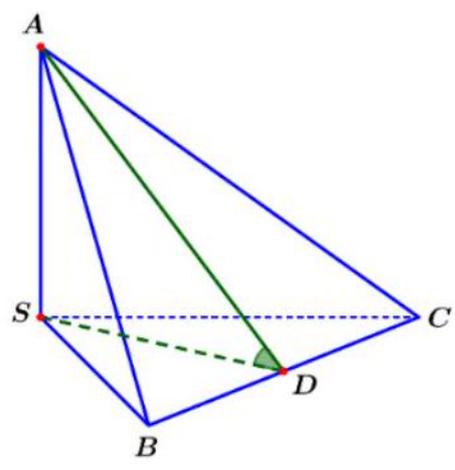
$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

Câu 11: Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$ (minh họa như hình bên). Gọi α là góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$. Tính $\cos \alpha$.



- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{3}$. **C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.** D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải:

Chọn C

Gọi D là trung điểm cạnh BC .

Suy ra $SD \perp BC$ (vì $\triangle SBC$ cân tại S)

$$\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC) \Rightarrow SA \perp BC$$

$$\text{Và } SD \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAD) \Rightarrow BC \perp SD$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SD \perp BC \\ AD \perp BC \end{cases} \Rightarrow [S, BC, A] = \widehat{SDA} = \alpha$$

$$\text{Xét } \triangle SAD \text{ vuông tại } S \text{ ta có: } \cos \alpha = \cos \widehat{SDA} = \frac{SD}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

- Câu 12:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = -3$. Số hạng u_4 của cấp số cộng đã cho là
 A. -7 . **B. -11 .** C. -27 . D. -14 .

Lời giải:

Chọn B

Ta có: $u_1 = 1$ và $u_2 = -3 \Rightarrow d = -4$

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_4 = -11.$$

Phần II. (4,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Một nghiên cứu tại một trường đại học cho biết tỉ lệ sinh viên dùng cà phê để duy trì tỉnh táo khi học vào ban đêm là 70%. Giả sử chọn ngẫu nhiên 3 sinh viên từ nhóm khảo sát trên để phỏng vấn.

- Xác suất để cả 3 sinh viên đều dùng cà phê để duy trì tỉnh táo là 0,343.
- Xác suất trong 3 sinh viên có ít nhất 1 sinh viên không dùng cà phê là 0,657.
- Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 1 sinh viên dùng cà phê là 0,189.
- Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 2 sinh viên dùng cà phê và 1 sinh viên không dùng cà phê lớn hơn 0,45.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

- Xác suất thành công (sinh viên dùng cà phê): $p = 70\% = 0,7$
 Xác suất thất bại (sinh viên không dùng cà phê): $q = 1 - 0,7 = 0,3$

Gọi X là số sinh viên dùng cà phê trong 3 sinh viên được chọn. X tuân theo phân phối nhị thức $B(n = 3, p = 0,7)$. Công thức tính xác suất để có k thành công trong n lần thử là:

$$P(X = k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

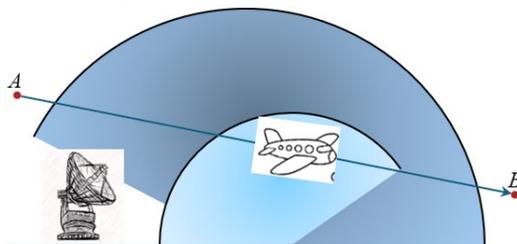
- Xác suất để cả 3 sinh viên đều dùng cà phê để duy trì tỉnh táo là Trường hợp này tương ứng với $X = 3$. Áp dụng công thức:
$$P(X = 3) = C_3^3 \cdot p^3 \cdot q^{3-3} = 1 \cdot 0,7^3 \cdot 0,3^0 = 0,343$$

Suy ra kết luận a) Đúng
- Xác suất trong 3 sinh viên có ít nhất 1 sinh viên không dùng cà phê "Ít nhất 1 sinh viên không dùng cà phê" có nghĩa là số sinh viên không dùng cà phê có thể là 1, 2 hoặc 3.
Biến cố "ít nhất 1 sinh viên không dùng cà phê" là biến cố đối của "cả 3 sinh viên đều dùng cà phê". $P = 1 - 0,343 = 0,657$
Suy ra kết luận b) Đúng
- Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 1 sinh viên dùng cà phê Trường hợp này tương ứng với $X = 1$. Áp dụng công thức:
$$P(X = 1) = C_3^1 \cdot p^1 \cdot q^{3-1} = 3 \cdot 0,7^1 \cdot 0,3^2 = 0,189$$

Suy ra kết luận c) Đúng
- Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 2 sinh viên dùng cà phê và 1 sinh viên không dùng cà phê. Trường hợp này tương ứng với $X = 2$. Áp dụng công thức:
$$P(X = 2) = C_3^2 \cdot p^2 \cdot q^{3-2} = 3 \cdot 0,7^2 \cdot 0,3^1 = 0,441 < 0,45$$

Suy ra kết luận d) Sai

Câu 14: Một radar phòng không được đặt tại vị trí gốc tọa độ $O(0;0;0)$ trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tọa độ ứng với 1 km . Radar này có khả năng phát hiện các mục tiêu bay bán kính 250 km . Một máy bay không người lái (UAV) đang bay thẳng đều từ vị trí điểm $A(300; -400; 100)$ đến điểm $B(-300; 400; 100)$. UAV bay với vận tốc không đổi 900 km/h và mang thiết bị gây nhiễu chủ động có tầm hiệu quả 50 km tính từ UAV. Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút không?



(tham khảo từ *Stimson's Introduction to Airborne Radar, 3rd Edition, George W. Stimson, Hugh D. Griffiths, Christopher Baker, Dave Adamy*)

(Hình ảnh minh họa radar tại gốc tọa độ O và đường bay của UAV từ A đến B)

a) Radar không thể phát hiện UAV khi UAV ở vị trí A.

b) Phương trình tham số của đường bay UAV là
$$\begin{cases} x = 300 - 3t \\ y = -400 + 4t \\ z = 0 \end{cases}$$

c) Trong suốt quá trình bay, sẽ có thời điểm UAV gây nhiễu được radar.

d) Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới vùng phát hiện của radar là $x^2 + y^2 + z^2 = 62500$.

Ta có khoảng cách $OA = \sqrt{300^2 + (-400)^2 + 100^2} \approx 510 > 250$.

Do đó, Radar không thể phát hiện UAV khi UAV ở vị trí A.

Suy ra kết luận a) Đúng

b) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-600; 800; 0) \Rightarrow \vec{u} = (-3; 4; 0)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AB.

Phương trình tham số của đường bay UAV là
$$\begin{cases} x = 300 - 3t \\ y = -400 + 4t \\ z = 100 \end{cases}$$

Suy ra kết luận b) Sai

c) Gọi M là vị trí của UAV xác định tại thời điểm t. Khi đó $M(300 - 3t; -400 + 4t; 100)$.

Khoảng cách từ M đến radar là

$$OM = \sqrt{(300 - 3t)^2 + (-400 + 4t)^2 + 100^2} = \sqrt{25t^2 - 5000t + 260000} = \sqrt{(5t - 500)^2 + 10000} \geq 100$$

Khoảng cách ngắn nhất từ UAV đến radar là $100 > 50$ nên UAV không gây nhiễu được radar.

Suy ra kết luận c) Sai

d) 30 phút bằng 0,5 giờ.

UAV nằm trong phạm vi của radar khi

$$\begin{aligned}
 OM &\leq 250 \\
 \Leftrightarrow OM^2 &\leq 62500 \\
 \Leftrightarrow 25t^2 - 5000t + 260000 &\leq 62500 \\
 \Leftrightarrow 25t^2 - 5000t + 197500 &\leq 0 \\
 \approx 54 \leq t &\leq 145
 \end{aligned}$$

Với $t \approx 54 \Rightarrow M_1(138; -184; 100)$

Với $t \approx 145 \Rightarrow M_2(-135; 180; 100)$

Khoảng cách $M_1M_2 \approx 455$

UAV bay với vận tốc không đổi 900 km/h nên UAV đi từ M_1 đến vị trí M_2 khoảng $0,51$ giờ.

Do đó, Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút.

Suy ra kết luận d) Đúng

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 1$ có đồ thị (C).

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -8x^3 + 8x + 1$.

c) Tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là $S = \{-1; 0; 1\}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ là 1.

Lời giải

a) Đúng

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

b) Sai

$$f'(x) = -8x^3 + 8x$$

c) Đúng

$$f'(x) = -8x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

d) Sai

$$f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 1 = -2(x^2 - 1)^2 + 3 \leq 3$$

Vậy giá trị lớn nhất bằng 3 khi $x = \pm 1$.

Câu 16: Một bể chứa dầu ban đầu có 50.000 lít dầu. Gọi $V(t)$ là thể tích dầu (lít) trong bể tại thời điểm t , trong đó t tính theo giờ ($0 \leq t \leq 24$). Trong quá trình bơm dầu vào bể, thể tích dầu tăng theo tốc độ được biểu diễn bởi hàm số $V'(t) = k \cdot \sqrt{t}$, với k là hằng số dương. Sau 4 giờ bơm liên tục, thể tích dầu trong bể đạt 58.000 lít.

a) Hàm số $V(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(t) = k \cdot \sqrt{t}$.

b) $V(t) = \frac{2k}{3} \cdot t \sqrt{t} + C$ với $0 \leq t \leq 24$ và k, C là các hằng số.

c) Sau 16 giờ bơm liên tục, thể tích dầu trong bể đạt được 148.000 lít.

d) Trong quá trình bơm dầu, nếu sau mỗi giờ lượng dầu bị rò rỉ đều đặn với tốc độ 500 lít/giờ, thì tại thời điểm t bằng 9 giờ, thể tích dầu trong bể là 72.500 lít.

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

$$V(t) = \int k \cdot \sqrt{t} dt = \frac{2k}{3} \cdot t\sqrt{t} + C$$

$$V(0) = 50.000 \Rightarrow V(t) = \frac{2k}{3} \cdot t\sqrt{t} + 50.000$$

c) Sai

$$V(4) = \frac{2k}{3} \cdot 4\sqrt{4} + 50.000 = 58.000 \Rightarrow k = 1500 \Rightarrow V(t) = 1000t\sqrt{t} + 50.000$$

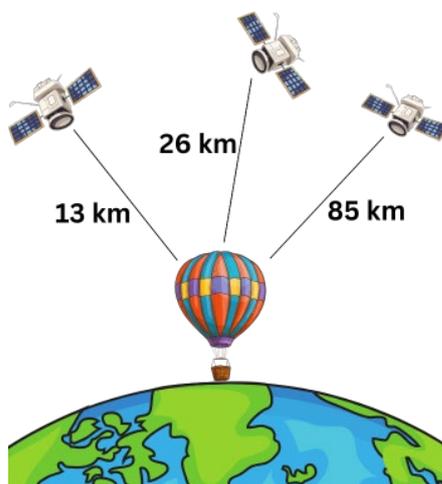
$$V(16) = 114.000$$

d) Đúng

Tại thời điểm 9 giờ lượng dầu còn lại là $V(9) - 9 \cdot 500 = 72500$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến 22

Câu 17: Một khinh khí cầu nghiên cứu khí tượng được phóng lên để thu thập dữ liệu trong tầng bình lưu. Khinh khí cầu này có thiết bị định vị sử dụng tín hiệu từ các vệ tinh của công ty S để xác định vị trí trong không gian. Tại thời điểm quan sát, khinh khí cầu đang bay ở độ cao 50 km và nhận được tín hiệu từ ba vệ tinh S có tọa độ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị km) như sau: Vệ tinh A tại vị trí $A(103; 204; 62)$, vệ tinh B tại vị trí $B(106; 208; 74)$, vệ tinh C tại vị trí $C(105; 212; 134)$. Từ thời gian truyền tín hiệu, hệ thống xác định rằng khoảng cách từ vị trí M của khinh khí cầu đến các vệ tinh là: $MA = 13$ km, $MB = 26$ km, $MC = 85$ km. Tính khoảng cách từ khinh khí cầu đến gốc tọa độ O . (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của km).



Lời giải

Đáp án: 229

Gọi $M(x; y; z)$. Ta có:

$$MA = 13 \Leftrightarrow M \in (S_1) \text{ là mặt cầu tâm } A, \text{ bán kính } R_1 = 13$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 206x - 408y - 124z + 55900 = 0 \quad (1)$$

$MB = 26 \Leftrightarrow M \in (S_2)$ là mặt cầu tâm B , bán kính $R_2 = 26$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 212x - 416y - 148z + 59300 = 0 \quad (2)$$

$MC = 85 \Leftrightarrow M \in (S_3)$ là mặt cầu tâm C bán kính $R_3 = 85$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 210x - 424y - 268z + 66700 = 0 \quad (3)$$

Lấy (2) trừ (1) ta được $6x + 8y + 24z - 3400 = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y + 12z - 1700 = 0 \quad (4)$

Lấy (2) trừ (3) ta được $2x - 8y - 120z + 7400 = 0 \Leftrightarrow x - 4y - 60z + 3700 = 0 \quad (5)$

Nhận xét các phương trình (4) và (5) đều là phương trình mặt phẳng.

Suy ra điểm M thuộc giao tuyến d của hai mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 12z - 1700 = 0$ và $(Q): x - 4y - 60z + 3700 = 0$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (3; 4; 12) \\ \vec{n}_{(Q)} = (1; -4; -60) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (-192; 192; -16) = -16(12; -12; 1)$$

Chọn điểm $T(-500; 800; 0)$ vừa thuộc (P) , vừa thuộc $(Q) \Rightarrow T \in d$

$$\text{Phương trình tham số của } d \text{ là } \begin{cases} x = -500 + 12t \\ y = 800 - 12t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Mà $M \in d \Rightarrow M(-500 + 12m; 800 - 12m; m)$ với $m \in \mathbb{R}$.

Thay $(x; y; z) = (-500 + 12m; 800 - 12m; m)$ vào phương trình (1) ta được

$$(12m - 500)^2 + (800 - 12m)^2 + m^2 = 206(12m - 500) + 408(800 - 12m) + 124m - 55900$$

$$\Leftrightarrow 289m^2 - 28900m + 722500 = 0 \Leftrightarrow m = 50.$$

Vậy tọa độ M là $M(100; 200; 50) \Rightarrow OM = 50\sqrt{21} \approx 229$ (km).

Câu 18: Một xe mô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì tài xế giảm ga và kéo phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc được mô tả bởi phương trình: $v(t) = -4t + 20$ (m/s), trong đó thời gian t được tính bằng giây. Hỏi từ lúc giảm ga và kéo phanh đến khi dừng hẳn, mô tô đi chuyển được quãng đường bao nhiêu mét?

Lời giải

Đáp án: 50

Vận tốc ban đầu là 20 m/s. Xét $v(t) = 20 \Leftrightarrow -4t + 20 = 20 \Leftrightarrow t = 0$ (giây).

Do đó thời điểm kéo phanh là thời điểm $t = 0$ (giây).

Khi dừng hẳn vận tốc là 0 m/s . Xét $v(t) = 0 \Leftrightarrow -4t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 5$ (giây).

Do đó thời điểm xe dừng hẳn là thời điểm $t = 0$ (giây).

Vậy quãng đường cần tìm là $S = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (-4t + 20) dt = (-2t^2 + 20t) \Big|_0^5 = 50$ (m).

Câu 19: Một công ti trung bình bán được 600 chiếc máy lọc không khí mỗi tháng với giá 10 triệu đồng một chiếc. Một khảo sát cho thấy nếu giảm giá bán mỗi chiếc 400 nghìn đồng, thì số lượng bán ra tăng thêm khoảng 60 chiếc mỗi tháng. Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi máy, x là số máy bán ra. Khi đó, hàm cầu là $p = p(x)$ và hàm doanh thu là $R(p) = px$. Hỏi công ti phải bán mỗi chiếc với số tiền bao nhiêu triệu đồng để doanh thu là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án : 7

Doanh thu = Số lượng x Giá bán

parabol có phương trình $f(x) = (600 + 60x)(10 - 0,4x) = 6000 - 240x + 600x - 24x^2$

$$f(x) = -24x^2 + 360x + 6000$$

$$f'(x) = -48x + 360 = 0 \Rightarrow x = \frac{15}{2}$$

Doanh thu lớn nhất $f\left(\frac{15}{2}\right) = -24x^2 + 360x + 6000 = 7350$

Giá bán: $10 - 0,4x = 10 - 0,4 \cdot \frac{15}{2} = 7$.

Câu 20: Trong một đợt kiểm tra sức khỏe tại trường có 200 học sinh được xét nghiệm một loại virus. Trong đó, biết rằng có 80 bạn thật sự bị nhiễm virus. Nếu một bạn bị nhiễm, thì xét nghiệm cho kết quả dương tính (tức là phát hiện đúng bệnh) với xác suất 90%. Nếu một bạn không bị nhiễm, thì xét nghiệm vẫn có thể báo nhầm là dương tính (gọi là dương tính giả), với xác suất 5%. Giả sử một bạn có kết quả xét nghiệm dương tính. Hỏi xác suất để bạn đó thật sự bị nhiễm virus là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp án : 0,92

Gọi N là xác suất bị nhiễm và D là dương tính

$$P(N) = \frac{80}{200} \Rightarrow P(\bar{N}) = 1 - \frac{80}{200} = \frac{120}{200},$$

$$P(D/N) = 0,9; \quad P(D/\bar{N}) = 0,05$$

$$P(D) = \frac{80}{200} \cdot 0,9 + \frac{120}{200} \cdot 0,05 = 0,39$$

$$P(N/D) = \frac{P(N) \cdot P(D/N)}{P(D)} = \frac{\frac{80}{200} \cdot 0,9}{0,39} = 0,92$$

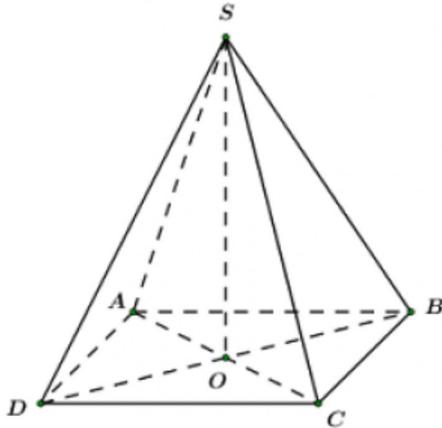
Câu 21: Một chiếc lều hình chóp có đáy là hình vuông, mỗi cạnh dài 200 cm . Đỉnh lều nằm thẳng đứng phía trên tâm của hình vuông và chiều cao của chiếc lều là 206 cm . Người ta dùng 4 cọc bằng

nhau nối từ 4 góc của đáy đến đỉnh lều để dựng lều. Chiều dài tối thiểu của mỗi cây cọc là bao nhiêu centimet (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của cm)?

Lời giải

Đáp số: 250cm.

Ta thấy chiếc lều có hình dạng là hình chóp tứ giác đều (như hình vẽ).



$$OC = \frac{AB \cdot \sqrt{2}}{2} = 100\sqrt{2}.$$

Tam giác SOC vuông ở O có: $SC = \sqrt{SO^2 + OC^2} = \sqrt{(206)^2 + (100\sqrt{2})^2} \approx 250cm.$

Câu 22: Một giáo viên theo dõi sự tiến bộ của học sinh qua thang đo điểm, được mô hình hoá bằng hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các hệ số. Trong đó, x ($0 \leq x \leq 9, x \in N$) là số tháng kể từ đầu năm học và $f(x)$ là điểm trong tháng thứ x . Qua theo dõi, giáo viên ghi nhận tháng đầu tiên học sinh đạt 19 điểm, sau đó giảm trong tháng thứ hai và đến tháng thứ ba học sinh đạt mức điểm thấp nhất trong năm học, là 3 điểm. Kể từ tháng thứ ba trở đi, điểm của học sinh tăng lên. Tính điểm của học sinh đó ở tháng thứ sáu.

Lời giải

Đáp số: 84.

Ta có: $f(1) = 19 \Rightarrow a + b + c = 18$

Tháng thứ 3 học sinh đạt mức điểm thấp nhất là 3 điểm nên $f(3) = 3 \Leftrightarrow 9a + 3b + c = -24$

Ta có: $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$. Vì tháng 3 là học sinh đạt điểm thấp nhất nên $x = 3$ là điểm cực trị của hàm số $f(x) \Rightarrow f'(3) = 0$.

$$\Leftrightarrow 6a + b = -27$$

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} a + b + c = 18 \\ 9a + 3b + c = -24 \\ 6a + b = -27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -9 \\ c = 30 \end{cases}$$

Do đó $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 30 \Rightarrow f(6) = 84.$

HẾT



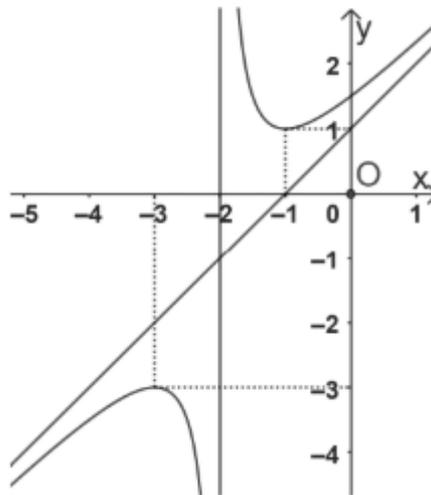
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO SỞ NGHỆ AN
 ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
 NĂM HỌC 2024 – 2025
 MÔN: TOÁN

PHẦN I. Trắc nghiệm (thí sinh làm từ câu 1 đến câu 12)

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ là

- A. $x = \frac{-2\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{-\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, x = \frac{-\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $M(-3; -3)$.
- B. $x = -1$.
- C. $x = -3$.
- D. $N(-1; 1)$.

Câu 3: Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2024 của một số hộ gia đình ở thành phố Vinh được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	[200; 250)	[250; 300)	[300; 350)	[350; 400)	[400; 450)
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là

- A. 260.
- B. 200.
- C. 250.
- D. 150.

Câu 4: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{\cos x}$, hai đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành.

- A. 2π .
- B. 1.
- C. 2.
- D. π .

Câu 5: Cho Một nhóm có 5 học sinh, trong đó có 3 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 học sinh để tham gia 1 cuộc khảo sát. Tính xác suất để 2 học sinh được chọn đều là học sinh nữ

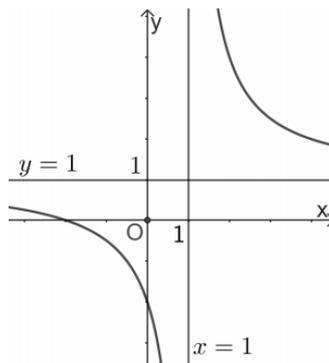
A. $\frac{3}{11}$

B. $\frac{3}{10}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{3}{20}$

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ:



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y = 1$

B. $y = -1$

C. $x = 1$

D. $x = -1$

Câu 7: Cho Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$.

A. $\int f(x) dx = 2^x + C$ B. $\int f(x) dx = \frac{2^x}{x+1} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$ D. $\int f(x) dx = 2^x \cdot \ln 2 + C$

Câu 8: Cho Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

A. $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 9$

B. $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 3$

C. $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + z^2 = 9$

D. $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + z^2 = 3$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $B(0; -6; -6)$.

B. $C(4; 0; 3)$.

C. $A(-2; -2; 0)$.

D. $D(3; 0; 3)$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x < 1$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Tính số đo góc nhị diện $[B, SA, D]$.

A. 60° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 2$ và công sai $d = 3$. Số hạng u_6 của cấp số cộng là

A. 18.

B. 14.

C. 17.

D. 13.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong dây chuyền sản xuất sữa chua hiện đại của một nhà máy thực phẩm, từng giọt sữa đang âm thầm chuyển mình dưới tác động của hàng triệu vi khuẩn Lactic, những "nghệ nhân tí hon" kiến tạo vị chua thanh đặc trưng. Mật độ vi khuẩn (số triệu tế bào trên mỗi ml sữa chua) tại thời điểm t (giờ) được ký hiệu là $N(t)$. Ban đầu ($t = 0$ giờ), mật độ vi khuẩn đo được là $N(0) = 10$ triệu tế bào/ml. Do sự thay đổi về nguồn dinh dưỡng (đường lactose giảm) và độ pH (axit lactic tăng) nên tốc độ thay đổi mật độ vi khuẩn $N'(t)$ (đơn vị: triệu tế bào/ml mỗi giờ) được mô hình hóa bởi công thức:

$$N'(t) = 22t - 3t^2 \text{ (triệu tế bào/ml/giờ) với } t \text{ là thời gian tính bằng giờ } (0 \leq t \leq 10).$$

a) $N'(1) = 19$ triệu tế bào/ml/giờ.

b) $\int N'(t) dt = 11t - t^3$.

c) So với lúc ban đầu ($t = 0$), mật độ vi khuẩn đã tăng thêm 35 triệu tế bào/ml khi đến thời điểm $t = 5$ giờ.

d) Tại thời điểm $t = 10$ giờ, mật độ vi khuẩn trong 1 ml sữa chua là 100 triệu tế bào/ml.

Câu 2: Trong một phòng thí nghiệm có máy đo nồng độ khí CO_2 cho thấy: nồng độ khí CO_2 trong phòng thay đổi theo thời gian t (tính bằng giờ) và được thể hiện qua hàm số: $f(t) = 400 + \frac{2000t}{t^2 + 5}$ (ppm), với $t \geq 0$. (Khi nói nồng độ khí CO_2 trong không khí là 400 ppm, điều đó có nghĩa là: Trong một triệu phần thể tích của không khí, có 400 phần thể tích là khí CO_2).

a) Nồng độ khí CO_2 trong phòng tại thời điểm $t = 0$ là 400 (ppm).

b) $f'(t) = \frac{-2000t^2 - 10000}{(t^2 + 5)^2}$ với $t \geq 0$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(t) = 0$ là $t = 2$.

d) Nồng độ khí CO_2 cao nhất đo được trong phòng thí nghiệm (làm tròn đến hàng đơn vị) là 947 (ppm).

Câu 3: Một công ty tổ chức chương trình bốc thăm trúng thưởng nhân dịp nghỉ lễ 30/4 và 1/5 cho 100 nhân viên. Trong hộp có 100 vé, trong đó có 4 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí ở Thái Lan, 10 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí ở Đà Nẵng và 20 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí tại Cửa Lò (Nghệ An), các vé còn lại trúng thưởng năm triệu đồng. Lần lượt từng nhân viên lên bốc ngẫu nhiên một vé (không hoàn lại).

a) Xác suất để người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{33}{50}$.

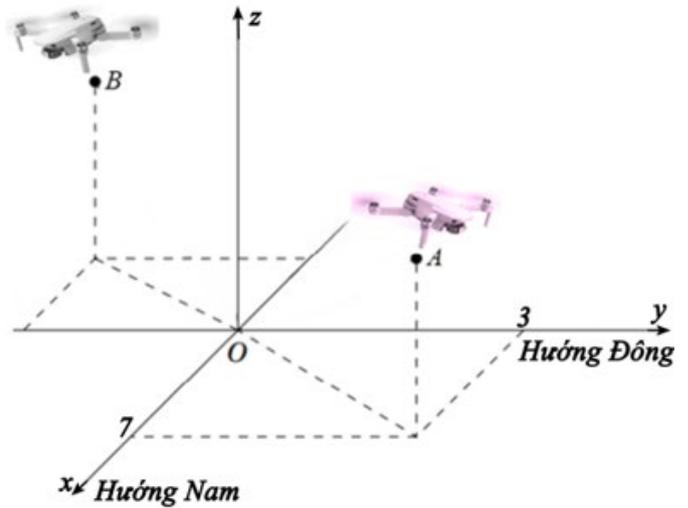
b) Xác suất để người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{13}{20}$, biết rằng người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng năm triệu đồng.

c) Xác suất để người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{33}{50}$.

d) Để tạo bất ngờ cho người bốc thăm tiếp theo, sau khi người thứ nhất bốc thăm, người dẫn chương trình giữ lại vé và không công bố kết quả. Người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng

năm triệu đồng. Xác suất để người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng trúng năm triệu đồng là $\frac{65}{99}$.

Câu 4: Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất bay đến vị trí điểm A cách mặt đất $12m$, cách điểm xuất phát $7m$ về phía nam và $3m$ về phía đông. Chiếc flycam thứ hai bay đến điểm B cách mặt đất $10m$, cách điểm xuất phát $5m$ về phía bắc và $2m$ về phía tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (coi như phẳng) có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz thẳng đứng lên trời (đơn vị đo mỗi trục là mét). Khi đó:



a) Tọa độ của điểm $A(7;3;12)$.

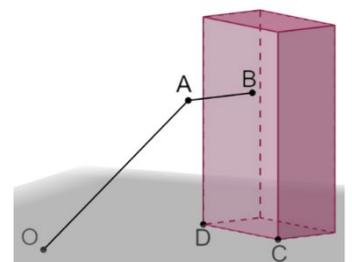
b) Phương trình đường thẳng đi qua vị trí của hai chiếc flycam tại A và B là:
$$\begin{cases} x = 7 + 12t \\ y = 3 + 5t \\ z = 12 + 2t \end{cases}$$

c) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $M(2;3;1)$.

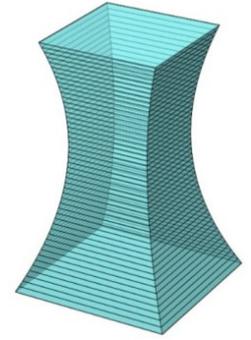
d) Trên mặt đất người ta đặt một thiết bị phá sóng flycam sao cho nó có thể phá sóng hai chiếc flycam tại hai vị trí A, B cùng một lúc. Tổng khoảng cách ngắn nhất từ thiết bị đó đến hai chiếc flycam tại hai vị trí A và B (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng $25,55$ (m).

PHẦN III. Trả lời ngắn.

Câu 1: Một công ty logistics đang thử nghiệm hệ thống giao hàng tự động bằng máy bay không người lái (drone). Trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 mét trên thực tế. Mặt ngoài của một tòa nhà cao tầng được xem là một phần của mặt phẳng (P) thẳng đứng, đi qua hai điểm $C(-50;-45;0)$ và $D(-20;-60;0)$. Vị trí giao hàng là điểm B nằm trên mặt phẳng (P) . Drone bắt đầu bay từ kho hàng tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$. Ban đầu, nó bay theo một đường thẳng đến vị trí $A(-30;-30;40)$. Từ vị trí A , drone thay đổi đường bay, di chuyển theo phương vuông góc với mặt phẳng (P) đến vị trí giao hàng B . Tính khoảng cách từ O đến B (làm tròn đến hàng phần chục).

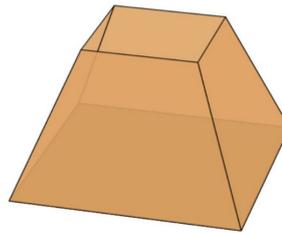


Câu 2: Một kiến trúc sư chịu trách nhiệm thiết kế một tòa nhà cao 40 m. Mặt cắt ngang tại mọi độ cao, vuông góc với trục thẳng đứng, luôn là một hình vuông. Mặt đáy tòa nhà là hình vuông có cạnh $L_0 = 18$ m, mặt đỉnh là hình vuông có cạnh $L_{40} = 18$ m. Mặt cắt ngang tại vị trí hẹp nhất của tòa nhà: Hình vuông có cạnh $L_{\min} = 13$ m. Mặt cắt của tòa nhà theo mặt phẳng đứng chứa đường chéo đáy có dạng là hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong parabol đối xứng nhau qua trục thẳng đứng đi qua tâm đáy của tòa nhà. Tính thể tích của tòa nhà đó (làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị tính: mét khối).



Câu 3: Một nhà đầu tư có số vốn là 3 tỷ đồng (3000 triệu đồng) và dự định phân bổ vào quỹ cổ phiếu A và quỹ trái phiếu B . Các thông tin và điều kiện đầu tư như sau: Quỹ cổ phiếu A có tỷ suất sinh lời là 15% / năm. Quỹ trái phiếu B có tỷ suất sinh lời là 7% / năm. Tổng số tiền đầu tư không vượt quá 3000 triệu đồng. Phải đầu tư ít nhất 400 triệu đồng vào quỹ trái phiếu B . Không đầu tư quá 2200 triệu đồng vào quỹ cổ phiếu A . Với các điều kiện trên thì nhà đầu tư có thể đạt được tổng lợi nhuận hàng năm lớn nhất là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 4: Một xưởng thủ công mỹ nghệ sản xuất loại chụp đèn trang trí dạng hình chóp cụt tứ giác đều. Gọi x là độ dài cạnh đáy lớn (đơn vị: dm). Tính toán cho thấy tổng chi phí vật liệu (tính bằng nghìn đồng) cho một chụp đèn là: $C(x) = x^2 + 27$ (nghìn đồng). Thời gian sản xuất cho một chụp đèn được xác định là: $T(x) = x + 3$ (giờ).



Xưởng muốn xác định kích thước x để chi phí vật liệu trung bình trên một giờ sản xuất là thấp nhất, nhằm tối ưu hóa hiệu quả sử dụng thời gian và vật liệu. Hãy tìm giá trị của x .

Câu 5: Một nhà máy sản xuất sản phẩm A có tỷ lệ sản phẩm bị lỗi là 1,5%. Nhà máy sử dụng hai hệ thống kiểm tra chất lượng độc lập để phát hiện lỗi:

Hệ thống 1: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 95%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 1%.

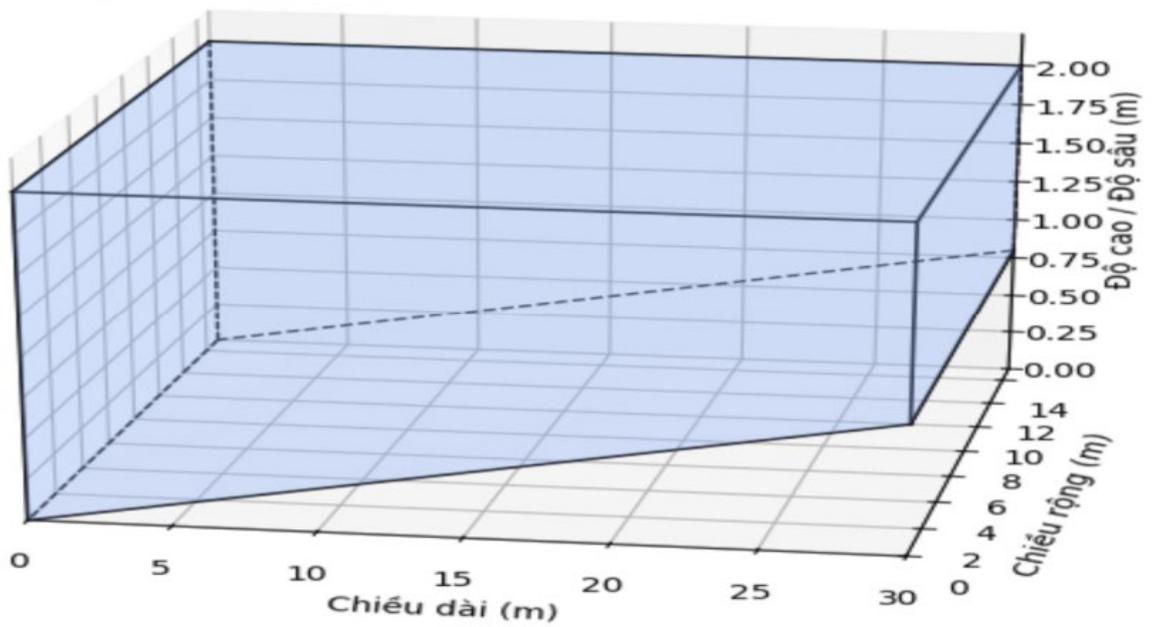
Hệ thống 2: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 90%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 5%.

Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm. Biết rằng sản phẩm này bị cả hai hệ thống kiểm tra đều báo lỗi. Tính xác suất để sản phẩm này thực tế không bị lỗi. Kết quả xác suất này sau khi đã làm tròn đến hàng phần nghìn là số có dạng $0,0ab$

(ví dụ nếu kết quả là 0,024 thì $a = 2, b = 4$). Tính giá trị của $10a + b$.

Câu 6: Một bể bơi với mặt nước khi đầy có dạng hình chữ nhật với chiều rộng 15 m và chiều dài 30 m. Các thành bể xung quanh thẳng đứng và đáy là một mặt phẳng nghiêng. Chiều sâu tại một đầu bể là 1,2 m và tăng dần đều đến 2,0 m ở đầu kia của bể (xem hình vẽ).

Ban đầu bể không chứa nước. Người ta sử dụng một máy bơm công suất lớn để bơm nước vào bể với tốc độ không đổi là $60\text{ m}^3 / \text{giờ}$. Hỏi sau bao nhiêu giờ thì máy bơm bơm đầy bể nước?



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. trắc nghiệm (thí sinh làm từ câu 1 đến câu 12)

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ là

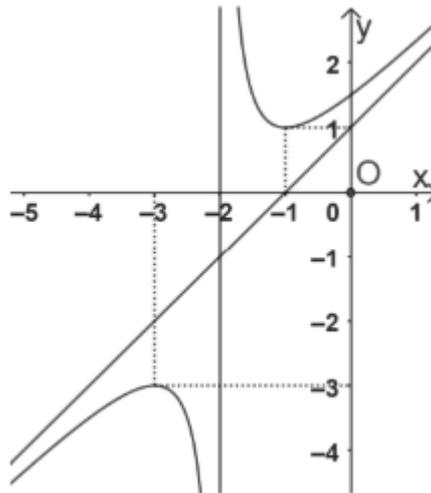
- A.** $x = \frac{-2\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- B.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{-\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- C.** $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- D.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, x = \frac{-\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn B

$$\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{-\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** $M(-3; -3)$.
- B.** $x = -1$.
- C.** $x = -3$.
- D.** $N(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3: Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2024 của một số hộ gia đình ở thành phố Vinh được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	[200; 250)	[250; 300)	[300; 350)	[350; 400)	[400; 450)
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là

- A.** 260.
- B.** 200.
- C.** 250.
- D.** 150.

Lời giải

Chọn C

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $450 - 200 = 250$

Câu 8: Cho Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

A. $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 9$

B. $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 3$

C. $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + z^2 = 9$

D. $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 + z^2 = 3$

Lời giải

Chọn C

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $B(0; -6; -6)$.

B. $C(4; 0; 3)$.

C. $A(-2; -2; 0)$.

D. $D(3; 0; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2; -2; 0)$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x < 1$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn D

$4^x < 1 \Leftrightarrow 4^x < 4^0 \Leftrightarrow x < 0$.

Tập nghiệm của bất phương trình: $S = (-\infty; 0)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Tính số đo góc nhị diện $[B, SA, D]$.

A. 60° .

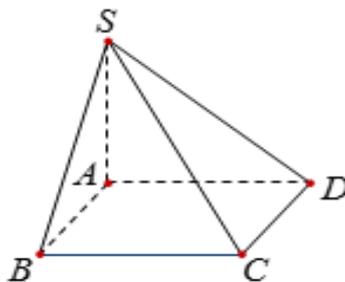
B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn B



$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AB, SA \perp AD; AB \cap AD = A \in SA$

Do đó góc nhị diện $[B, SA, D]$ là góc \widehat{BAD} bằng 90° .

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 2$ và công sai $d = 3$. Số hạng u_6 của cấp số cộng là

A. 18.

B. 14.

C. 17.

D. 13.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_6 = u_1 + 5d = (u_2 - d) + 5d = 2 - 3 + 5.3 = 14$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong dây chuyền sản xuất sữa chua hiện đại của một nhà máy thực phẩm, từng giọt sữa đang âm thầm chuyển mình dưới tác động của hàng triệu vi khuẩn Lactic, những "nghệ nhân tí hon" kiến tạo vị chua thanh đặc trưng. Mật độ vi khuẩn (số triệu tế bào trên mỗi ml sữa chua) tại thời điểm t (giờ) được ký hiệu là $N(t)$. Ban đầu ($t = 0$ giờ), mật độ vi khuẩn đo được là $N(0) = 10$ triệu tế bào/ml. Do sự thay đổi về nguồn dinh dưỡng (đường lactose giảm) và độ pH (axit lactic tăng) nên tốc độ thay đổi mật độ vi khuẩn $N'(t)$ (đơn vị: triệu tế bào/ml mỗi giờ) được mô hình hóa bởi công thức:

$$N'(t) = 22t - 3t^2 \text{ (triệu tế bào/ml/giờ) với } t \text{ là thời gian tính bằng giờ } (0 \leq t \leq 10).$$

a) $N'(1) = 19$ triệu tế bào/ml/giờ.

b) $\int N'(t) dt = 11t - t^3$.

c) So với lúc ban đầu ($t = 0$), mật độ vi khuẩn đã tăng thêm 35 triệu tế bào/ml khi đến thời điểm $t = 5$ giờ.

d) Tại thời điểm $t = 10$ giờ, mật độ vi khuẩn trong 1 ml sữa chua là 100 triệu tế bào/ml.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

(a) Đúng.

Ta có công thức tốc độ thay đổi mật độ vi khuẩn:

$$N'(t) = 22t - 3t^2$$

Thay $t = 1$ vào công thức trên:

$$N'(1) = 22 \cdot 1 - 3 \cdot 1^2 = 19 \text{ (triệu tế bào/ml/giờ)}.$$

(b) Sai.

$$\int N'(t) dt = \int (22t - 3t^2) dt = 11t^2 - t^3 + C.$$

(c) Sai.

Tính sự thay đổi mật độ vi khuẩn từ $t = 0$ đến $t = 5$:

$$\int_0^5 N'(t) dt = \int_0^5 (22t - 3t^2) dt = (11t^2 - t^3) \Big|_0^5 = 150.$$

(d) Sai.

Tính mật độ vi khuẩn tại $t = 10$:

$$N(t) = \int N'(t) dt = \int (22t - 3t^2) dt = 11t^2 - t^3 + C.$$

Theo đề ta có $N(0) = 10 \Rightarrow N(t) = 11t^2 - t^3 + 10$.

$$\text{Khi đó } N(10) = 11 \cdot 10^2 - 10^3 + 10 = 110.$$

Câu 2: Trong một phòng thí nghiệm có máy đo nồng độ khí CO_2 cho thấy: nồng độ khí CO_2 trong phòng thay đổi theo thời gian t (tính bằng giờ) và được thể hiện qua hàm số: $f(t) = 400 + \frac{2000t}{t^2 + 5}$ (ppm), với $t \geq 0$. (Khi nói nồng độ khí CO_2 trong không khí là 400 ppm, điều đó có nghĩa là: Trong một triệu phần thể tích của không khí, có 400 phần thể tích là khí CO_2).

a) Nồng độ khí CO_2 trong phòng tại thời điểm $t = 0$ là 400 (ppm).

b) $f'(t) = \frac{-2000t^2 - 10000}{(t^2 + 5)^2}$ với $t \geq 0$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(t) = 0$ là $t = 2$.

d) Nồng độ khí CO_2 cao nhất đo được trong phòng thí nghiệm (làm tròn đến hàng đơn vị) là 947(ppm).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Đúng.

$$f(0) = 400 + \frac{2000 \cdot 0}{0^2 + 5} = 400(\text{ppm})$$

b) Sai

Tính đạo hàm $f'(t)$:

$$f'(t) = 0 + \frac{2000 \cdot (t^2 + 5) - 2000t \cdot 2t}{(t^2 + 5)^2} = \frac{-2000t^2 + 10000}{(t^2 + 5)^2}$$

c) Sai

Giải phương trình $f'(t) = 0$:

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{-2000t^2 + 10000}{(t^2 + 5)^2} = 0 \Leftrightarrow -2000t^2 + 10000 = 0 \Leftrightarrow t = \pm\sqrt{5}$$

d) Sai.

Xét hàm số $y = f(t)$ với $t \in (0; +\infty)$

$$f'(t) = \frac{-2000t^2 + 10000}{(t^2 + 5)^2}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{-2000t^2 + 10000}{(t^2 + 5)^2} = 0 \Leftrightarrow -2000t^2 + 10000 = 0 \Rightarrow t = \sqrt{5}$$

Bảng biến thiên

t	0	$\sqrt{5}$	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	400	847,2	400

Suy ra nồng độ khí CO_2 cao nhất đo được trong phòng thí nghiệm (làm tròn đến hàng đơn vị) là 847(ppm).

Câu 3: Một công ty tổ chức chương trình bốc thăm trúng thưởng nhân dịp nghỉ lễ 30/4 và 1/5 cho 100 nhân viên. Trong hộp có 100 vé, trong đó có 4 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí ở Thái Lan, 10 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí ở Đà Nẵng và 20 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí tại Cửa Lò (Nghệ An), các vé còn lại trúng thưởng năm triệu đồng. Lần lượt từng nhân viên lên bốc ngẫu nhiên một vé (không hoàn lại).

- a) Xác suất để người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{33}{50}$.
- b) Xác suất để người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{13}{20}$, biết rằng người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng năm triệu đồng.
- c) Xác suất để người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{33}{50}$.
- d) Để tạo bất ngờ cho người bốc thăm tiếp theo, sau khi người thứ nhất bốc thăm, người dẫn chương trình giữ lại vé và không công bố kết quả. Người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng năm triệu đồng. Xác suất để người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{65}{99}$.

Lời giải

Trong 100 vé, có 4 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí ở Thái Lan, 10 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí ở Đà Nẵng và 20 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí tại Cửa Lò (Nghệ An), các vé còn lại trúng thưởng năm triệu đồng. Lần lượt từng nhân viên lên bốc ngẫu nhiên một vé (không hoàn lại).

Gọi A : "Người đầu tiên bốc được vé đi Thái Lan",

B : "Người đầu tiên bốc được vé đi Đà Nẵng",

C : "Người đầu tiên bốc được vé đi Cửa Lò",

D : "Người đầu tiên bốc được vé năm triệu",

$$P(A) = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}; P(B) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}; P(C) = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}; P(D) = \frac{100 - 4 - 10 - 20}{100} = \frac{66}{100} = \frac{33}{50}.$$

- a) Xác suất để người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{33}{50}$.

Đúng

D : "Người đầu tiên bốc được vé năm triệu".

$$P(D) = \frac{100 - 4 - 10 - 20}{100} = \frac{66}{100} = \frac{33}{50}.$$

- b) Xác suất để người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{13}{20}$, biết rằng người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng năm triệu đồng.

Sai

E : "Người thứ hai bốc được vé năm triệu".

$$P(E|D) = \frac{66 \cdot 65}{100 \cdot 99} = \frac{13}{30}.$$

c) Xác suất để người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{33}{50}$.

Đúng

$$P(E) = P(A).P(E|A) + P(B).P(E|B) + P(C).P(E|C) + P(D).P(E|D)$$

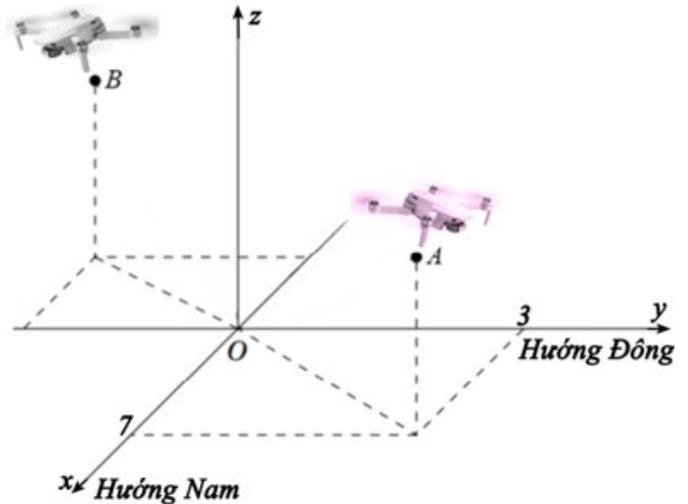
$$= \frac{4}{100} \cdot \frac{66}{99} + \frac{10}{100} \cdot \frac{66}{99} + \frac{20}{100} \cdot \frac{66}{99} + \frac{66}{100} \cdot \frac{65}{99} = \frac{33}{50}.$$

d) Để tạo bất ngờ cho người bốc thăm tiếp theo, sau khi người thứ nhất bốc thăm, người dẫn chương trình giữ lại vé và không công bố kết quả. Người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng năm triệu đồng. Xác suất để người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{65}{99}$.

Đúng

$$P(D|E) = \frac{P(D).P(E|D)}{P(E)} = \frac{\frac{66}{100} \cdot \frac{65}{99}}{\frac{33}{50}} = \frac{65}{99}.$$

Câu 4: Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất bay đến vị trí điểm A cách mặt đất $12m$, cách điểm xuất phát $7m$ về phía nam và $3m$ về phía đông. Chiếc flycam thứ hai bay đến điểm B cách mặt đất $10m$, cách điểm xuất phát $5m$ về phía bắc và $2m$ về phía tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (coi như phẳng) có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz thẳng đứng lên trời (đơn vị đo mỗi trục là mét). Khi đó:



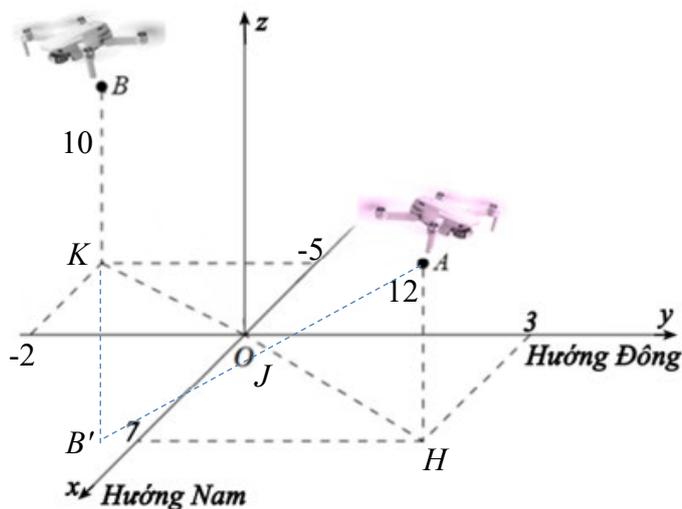
a) Tọa độ của điểm $A(7;3;12)$.

b) Phương trình đường thẳng đi qua vị trí của hai chiếc flycam tại A và B là:
$$\begin{cases} x = 7 + 12t \\ y = 3 + 5t \\ z = 12 + 2t \end{cases}.$$

c) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $M(2;3;1)$.

d) Trên mặt đất người ta đặt một thiết bị phá sóng flycam sao cho nó có thể phá sóng hai chiếc flycam tại hai vị trí A, B cùng một lúc. Tổng khoảng cách ngắn nhất từ thiết bị đó đến hai chiếc flycam tại hai vị trí A và B (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng $25,55$ (m).

Lời giải



a) Tọa độ của điểm $A(7;3;12)$.

Đúng

b) Phương trình đường thẳng đi qua vị trí của hai chiếc flycam tại A và B là:
$$\begin{cases} x = 7 + 12t \\ y = 3 + 5t \\ z = 12 + 2t \end{cases}$$

Đúng

$A(7;3;12)$ và $B(-5;-2;10)$.

$\overline{AB}(-12;-5;-2) \Rightarrow \vec{u}(12;5;2)$ là 1 VTCP của đường thẳng qua A và B .

Đường thẳng đi qua vị trí của hai chiếc flycam tại A và B có phương trình là:
$$\begin{cases} x = 7 + 12t \\ y = 3 + 5t \\ z = 12 + 2t \end{cases}$$

c) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $M(2;3;1)$.

Sai

$A(7;3;12)$ và $B(-5;-2;10)$ nên $I\left(1;\frac{1}{2};11\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Mặt phẳng trung trực của AB đi qua $I\left(1;\frac{1}{2};11\right)$ và có 1 VTPT là $\overline{AB}(-12;-5;-2)$.

$\overline{IM}\left(1;\frac{3}{2};-10\right)$; $\overline{AB}(-12;-5;-2)$.

$\overline{IM} \cdot \overline{AB} = 1 \cdot (-12) + \frac{3}{2} \cdot (-5) - 10 \cdot (-2) = -12 - \frac{15}{2} + 20 = \frac{1}{2} \neq 0 \Rightarrow \overline{IM}$ và \overline{AB} không vuông góc.

Vậy, mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB không đi qua $M(2;3;1)$.

d) Trên mặt đất người ta đặt một thiết bị phá sóng flycam sao cho nó có thể phá sóng hai chiếc flycam tại hai vị trí A, B cùng một lúc. Tổng khoảng cách ngắn nhất từ thiết bị đó đến hai chiếc flycam tại hai vị trí A và B (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng 25,55 (m).

Đúng

$$A(7;3;12) \text{ và } B(-5;-2;10).$$

Gọi B' là điểm đối xứng của $B(-5;-2;10)$ qua $(Oxy) \Rightarrow B'(-5;-2;-10)$.

Gọi $J = AB' \cap (Oxy) \Rightarrow J(x; y; 0)$ và $\overline{B'J}, \overline{B'A}$ cùng phương.

$$\overline{B'J}(x+5; y+2; 10), \overline{B'A}(12; 5; 22) \text{ cùng phương}$$

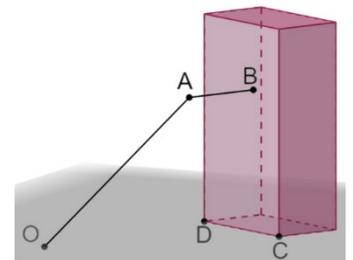
$$\Leftrightarrow \frac{x+5}{12} = \frac{y+2}{5} = \frac{10}{22} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{11} \\ y = \frac{3}{11} \end{cases} \Rightarrow J\left(\frac{5}{11}; \frac{3}{11}; 0\right) \text{ là điểm có tổng khoảng cách tới } A, B \text{ nhỏ}$$

nhất. Khi đó:

$$JA + JB = \sqrt{\left(\frac{5}{11} - 7\right)^2 + \left(\frac{3}{11} - 3\right)^2 + (0 - 12)^2} + \sqrt{\left(\frac{5}{11} + 5\right)^2 + \left(\frac{3}{11} + 2\right)^2 + (0 - 10)^2} \approx 25,55.$$

PHẦN III. Trả lời ngắn.

Câu 1: Một công ty logistics đang thử nghiệm hệ thống giao hàng tự động bằng máy bay không người lái (drone). Trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 mét trên thực tế. Mặt ngoài của một tòa nhà cao tầng được xem là một phần của mặt phẳng (P) thẳng đứng, đi qua hai điểm $C(-50; -45; 0)$ và $D(-20; -60; 0)$. Vị trí giao



hàng là điểm B nằm trên mặt phẳng (P) . Drone bắt đầu bay từ kho hàng tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$. Ban đầu, nó bay theo một đường thẳng đến vị trí $A(-30; -30; 40)$. Từ vị trí A , drone thay đổi đường bay, di chuyển theo phương vuông góc với mặt phẳng (P) đến vị trí giao hàng B . Tính khoảng cách từ O đến B (làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Ta có $\overline{CD} = (30; -15; 0)$ nên $\vec{n}_{(P)} = [\overline{CD}, \vec{k}] = -15(1; 2; 0)$.

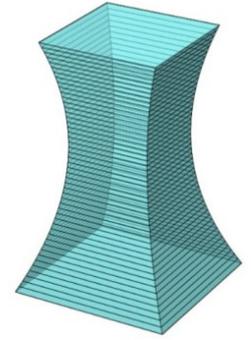
Suy ra $(P): x + 2y + 140 = 0$.

Đường thẳng AB vuông góc với (P) nên $AB: \begin{cases} x = -30 + t \\ y = -30 + 2t \\ z = 40. \end{cases}$

Ta có $AB \cap (P) \Rightarrow t = -10$ nên $B(-40; -50; 40)$.

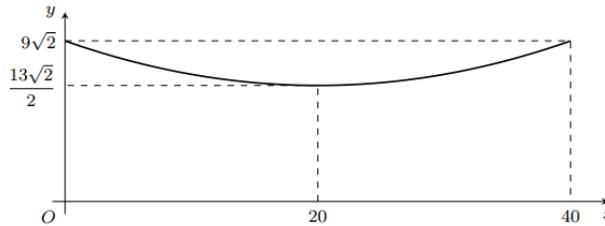
Vậy $OB = 10\sqrt{57} \approx 75,5$.

Câu 2: Một kiến trúc sư chịu trách nhiệm thiết kế một tòa nhà cao 40 m. Mặt cắt ngang tại mọi độ cao, vuông góc với trục thẳng đứng, luôn là một hình vuông. Mặt đáy tòa nhà là hình vuông có cạnh $L_0 = 18$ m, mặt đỉnh là hình vuông có cạnh $L_{40} = 18$ m. Mặt cắt ngang tại vị trí hẹp nhất của tòa nhà: Hình vuông có cạnh $L_{\min} = 13$ m. Mặt cắt của tòa nhà theo mặt phẳng đứng chứa đường chéo đáy có dạng là hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong parabol đối xứng nhau qua trục thẳng đứng đi qua tâm đáy của tòa nhà. Tính thể tích của tòa nhà đó (làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị tính: mét khối).



Lời giải

Đặt mặt Oxy trùng với mặt cắt của tòa nhà theo mặt phẳng đứng chứa đường chéo đáy sao cho đường cong parabol như hình vẽ.



Gọi y_i là nửa độ dài đường chéo hình vuông cạnh L_i .

Ta có $y_0 = 9\sqrt{2}$, $y_{40} = 9\sqrt{2}$, $y_{\min} = \frac{13\sqrt{2}}{2}$.

Vì $y_0 = y_{40}$ nên (P) nhận $x = 20$ làm trục đối xứng.

Suy ra $(P): y = \frac{\sqrt{2}}{160}(x-20)^2 + \frac{13\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó $L_i(x) = y\sqrt{2} = \left(\frac{\sqrt{2}}{160}(x-20)^2 + \frac{13\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{2}$ suy ra $S(x) = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{160}(x-20)^2 + \frac{13\sqrt{2}}{2}\right)^2$.

Thể tích của tòa nhà là $V = \int_0^{40} S(x) dx = 2 \int_0^{40} \left(\frac{\sqrt{2}}{160}(x-20)^2 + \frac{13\sqrt{2}}{2}\right)^2 dx = \frac{26080}{3} \approx 8693 (m^3)$.

Câu 3: Một nhà đầu tư có số vốn là 3 tỷ đồng (3000 triệu đồng) và dự định phân bổ vào quỹ cổ phiếu A và quỹ trái phiếu B . Các thông tin và điều kiện đầu tư như sau: Quỹ cổ phiếu A có tỷ suất sinh lời là 15% / năm. Quỹ trái phiếu B có tỷ suất sinh lời là 7% / năm. Tổng số tiền đầu tư không vượt quá 3000 triệu đồng. Phải đầu tư ít nhất 400 triệu đồng vào quỹ trái phiếu B . Không đầu tư quá 2200 triệu đồng vào quỹ cổ phiếu A . Với các điều kiện trên thì nhà đầu tư có thể đạt được tổng lợi nhuận hàng năm lớn nhất là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị)?

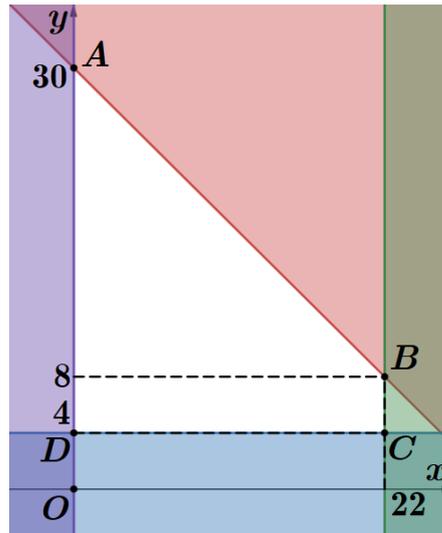
Lời giải

Đáp số: 386.

Gọi số tiền nhà đầu tư đầu tư vào quỹ cổ phiếu A và quỹ trái phiếu B lần lượt là x, y (trăm triệu đồng; $x, y \geq 0$).

Theo đề bài, ta có:
$$\begin{cases} x + y \leq 30 \\ y \geq 4 \\ 0 \leq x \leq 22 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên mặt phẳng tọa độ:



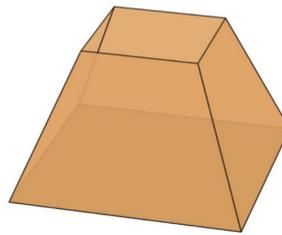
Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền trong (kể cả bờ) của tứ giác $ABCD$ trong đó $A(0;30)$, $B(22;8)$, $C(22;4)$ và $D(0;4)$.

Ta có tổng số tiền nhà đầu tư sẽ nhận được là: $F(x; y) = 1,15x + 1,07y$.

Ta có: $F(0;30) = 32,1$, $F(22;8) = 33,86$, $F(22;4) = 29,58$ và $F(0;4) = 4,28$.

Vậy nhà đầu tư có thể đạt được lợi nhuận lớn nhất là 386 triệu đồng khi đầu tư 2200 triệu vào quỹ cổ phiếu A và 800 triệu vào quỹ trái phiếu B .

Câu 4: Một xưởng thủ công mỹ nghệ sản xuất loại chụp đèn trang trí dạng hình chóp cụt tứ giác đều. Gọi x là độ dài cạnh đáy lớn (đơn vị: dm). Tính toán cho thấy tổng chi phí vật liệu (tính bằng nghìn đồng) cho một chụp đèn là: $C(x) = x^2 + 27$ (nghìn đồng). Thời gian sản xuất cho một chụp đèn được xác định là: $T(x) = x + 3$ (giờ).



Xưởng muốn xác định kích thước x để chi phí vật liệu trung bình trên một giờ sản xuất là thấp nhất, nhằm tối ưu hóa hiệu quả sử dụng thời gian và vật liệu. Hãy tìm giá trị của x .

Lời giải

Đáp số: 1.

Theo đề bài, ta có chi phí trung bình trên một giờ sản xuất một sản phẩm là:

$$f(x) = \frac{C(x)}{T(x)} = \frac{x^2 + 27}{x + 3}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 27}{x + 3}$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có: $f(x) = \frac{x^2 + 6x - 7}{(x + 3)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (n) \\ x = -7 & (l) \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\frac{7}{3}$	2	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy được thời gian sản xuất trung bình thấp nhất cho 1 sản phẩm là 2 giờ khi $x = 1$.

Câu 5: Một nhà máy sản xuất sản phẩm A có tỷ lệ sản phẩm bị lỗi là 1,5%. Nhà máy sử dụng hai hệ thống kiểm tra chất lượng độc lập để phát hiện lỗi:

Hệ thống 1: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 95%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 1%.

Hệ thống 2: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 90%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 5%.

Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm. Biết rằng sản phẩm này bị cả hai hệ thống kiểm tra đều báo lỗi. Tính xác suất để sản phẩm này thực tế không bị lỗi. Kết quả xác suất này sau khi đã làm tròn đến hàng phần nghìn là số có dạng $0,0ab$

(ví dụ nếu kết quả là 0,024 thì $a = 2, b = 4$). Tính giá trị của $10a + b$.

Lời giải

Đáp số: 37

Gọi A là biến cố sản phẩm bị lỗi, $P(A) = 0.15$.

$\Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,985$. Gọi B_1 là biến cố hệ thống 1 báo lỗi, và B_2 là biến cố hệ thống 2 báo lỗi.

Xác suất hệ thống 1 báo lỗi khi sản phẩm bị lỗi là $P(B_1 | A) = 0.95$. Xác suất hệ thống 2 báo lỗi khi sản phẩm bị lỗi là $P(B_2 | A) = 0.9$. Vì hai hệ thống độc lập, xác suất cả hai hệ thống cùng báo lỗi khi sản phẩm bị lỗi là $P(B_1 B_2 | A) = P(B_1 | A) \cdot P(B_2 | A) = 0,95 \cdot 0,9 = 0,855$

Xác suất hệ thống 1 báo lỗi khi sản phẩm không bị lỗi là $P(B_1 | \bar{A}) = 0.01$. Xác suất hệ thống 2 báo lỗi khi sản phẩm không bị lỗi là $P(B_2 | \bar{A}) = 0.05$. Vì hai hệ thống độc lập, xác suất cả hai hệ thống cùng báo lỗi khi sản phẩm không bị lỗi là $P(B_1 B_2 | \bar{A}) = P(B_1 | \bar{A}) \cdot P(B_2 | \bar{A}) = 0,05 \cdot 0,01 = 0,0005$

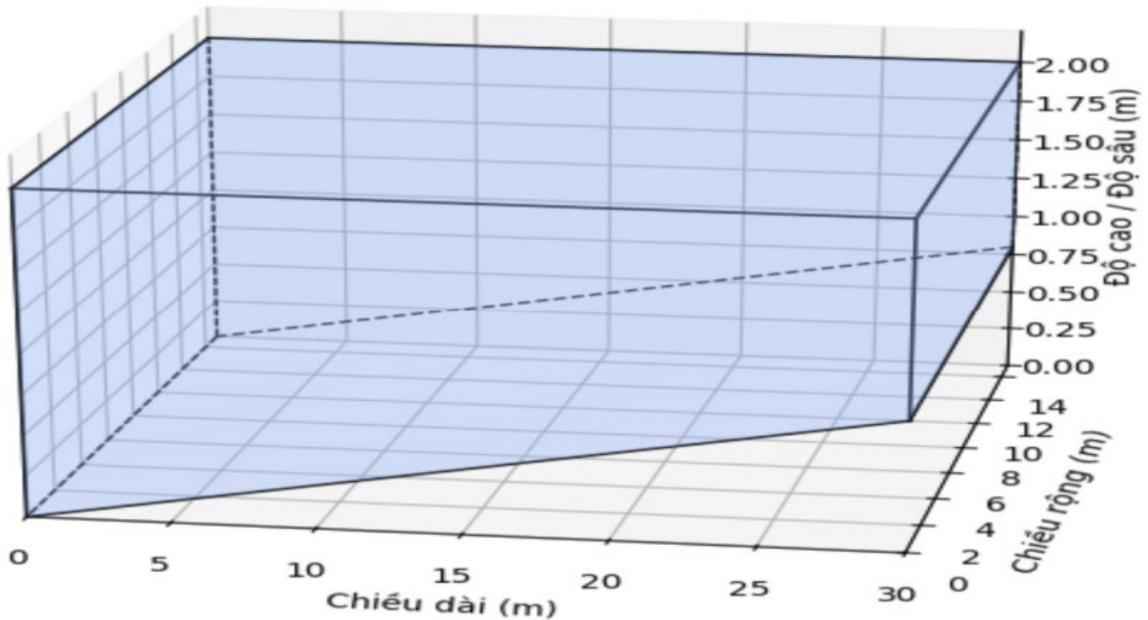
$$P(B_1B_2) = P(B_1B_2 | A).P(A) + P(B_1B_2 | \bar{A}).P(\bar{A}) = 0,855.0,015 + 0,0005.0,985 = 0,0133175.$$

Sử dụng công thức Bayes, xác suất sản phẩm không bị lỗi khi cả hai hệ thống báo lỗi là

$$P(\bar{A} | B_1B_2) = \frac{P(B_1B_2 | \bar{A})P(\bar{A})}{P(B_1B_2)} = \frac{0,0005.0,985}{0,0133175} \approx 0,037 \Rightarrow a = 3; b = 7 \Rightarrow 10a + b = 37.$$

Câu 6: Một bể bơi với mặt nước khi đầy có dạng hình chữ nhật với chiều rộng 15 m và chiều dài 30 m. Các thành bể xung quanh thẳng đứng và đáy là một mặt phẳng nghiêng. Chiều sâu tại một đầu bể là 1,2 m và tăng dần đều đến 2,0 m ở đầu kia của bể (xem hình vẽ).

Ban đầu bể không chứa nước. Người ta sử dụng một máy bơm công suất lớn để bơm nước vào bể với tốc độ không đổi là $60\text{ m}^3 / \text{giờ}$. Hỏi sau bao nhiêu giờ thì máy bơm bơm đầy bể nước?

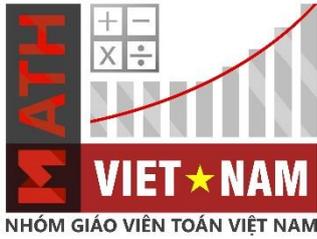


Lời giải

Đáp số: 12

$$\text{Thể tích bể bơi } V = \frac{1,2+2}{2} \cdot 30 \cdot 15 = 720 \text{ (m}^3\text{)}.$$

$$\text{Thời gian để bơm đầy bể } t = \frac{V}{v} = \frac{720}{60} = 12 \text{ (giờ)}.$$



SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÁI BÌNH
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2024 – 2025 – LẦN 1
MÔN: TOÁN

PHẦN 1. Trắc nghiệm (thí sinh làm từ câu 1 đến câu 12)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 4 = 0$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

- A.** $(3; -1; 2)$. **B.** $(2; -1; 3)$. **C.** $(-1; 2; 3)$. **D.** $(2; 1; 3)$.

Câu 2: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình:

- A.** $x = \frac{1}{2}$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = -2$. **D.** $y = -2$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -2)$ và $B(2; -2; -1)$. Phương trình đường thẳng AB là

- A.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-5} = \frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} \leq 8$ là.

- A.** $[3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -3]$. **C.** $[-3; +\infty)$. **D.** $(-3; +\infty)$.

Câu 5: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra cuối học kỳ II môn Toán của các bạn học sinh lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[65; 70)$	$[70; 75)$	$[75; 80)$	$[80; 85)$	$[85; 90)$
Số học sinh	2	3	15	20	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A.** 25. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 15.

Câu 6: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2 \sin x$ thỏa mãn $F(0) = 20$ là

- A.** $F(x) = -e^x - 2 \cos x + 23$. **B.** $F(x) = e^x - 2 \cos x + 21$.
C. $F(x) = e^x + 2 \cos x + 17$. **D.** $F(x) = e^x + 2 \sin x + 19$.

Câu 7: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 2025 và chiều cao bằng 60 là

- A.** 40500. **B.** 121500. **C.** 1965. **D.** 33,75.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. 2. C. -5. D. -3.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 3$ là:

- A. $x = 2$. B. $x = 5$. C. $x = 14$. D. $x = 41$.

Câu 10: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$, $y = -2x^2 + 2x$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ là:

- A. 1. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 11: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -1$ và $u_9 = 23$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là:

- A. 10. B. 14. C. 11. D. 8.

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của $\overline{AB} + \overline{CC'}$

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. 1. D. 2.

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai (thí sinh làm từ câu 13 đến câu 16)

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 4}{x}$.

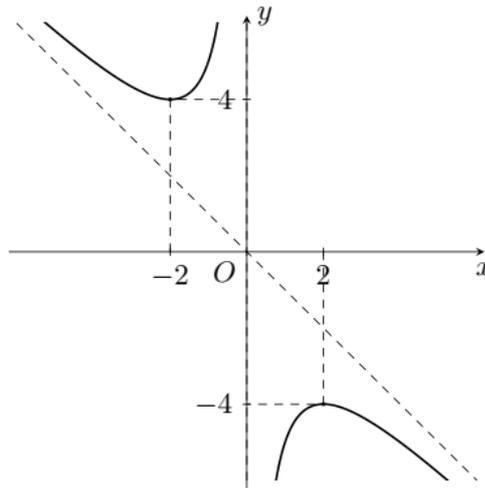
a) Đạo hàm của hàm số đã cho $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	4	$+\infty$	-4	$-\infty$	$-\infty$

d) Đồ thị của hàm số đã cho là



Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;9)$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1-t \\ z = 2+2t \end{cases}$ và mặt phẳng

(α): $x + y - z + 3 = 0$.

a) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (1;1;-1)$.

b) Điểm M thuộc đường thẳng d .

c) Điểm A có tọa độ dạng $A(t; -1-t; 2+2t)$ với $t \in \mathbb{R}$ thì A thuộc đường thẳng d .

d) Đường thẳng Δ đi qua M , cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{5}$.

Câu 3: Một công ty truyền thông đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là các biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) A và B là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng một dự án là 0,3.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.

Câu 4: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Biết rằng, nếu số lượng đặt hàng là x (tấn) sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng) và chi phí để nhà máy A sản xuất được x (tấn) sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng, gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

a) Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.

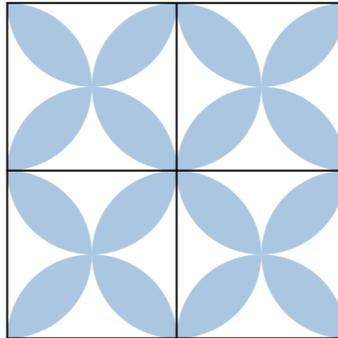
b) Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là 600 triệu đồng.

c) Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x (tấn) sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho nhà máy B là $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.

d) Nhà máy A bán cho nhà máy B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

PHẦN III. Trả lời ngắn (thí sinh làm từ câu 17 đến câu 22)

- Câu 1:** Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a . Tính cosin của góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).
- Câu 2:** Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp thứ nhất và bỏ vào hộp thứ hai, rồi từ hộp thứ hai lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Biết 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu. Tính xác suất 3 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có cùng màu.
- Câu 3:** Cuối mỗi tháng anh Bình đều gửi tiết kiệm 1 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8%/năm theo phương thức tính lãi kép với kì hạn 1 tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Bình có đủ 21 triệu đồng để mua được một chiếc xe máy?
- Câu 4:** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biết khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng 10. Tính thể tích nhỏ nhất của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)
- Câu 5:** Một nhà sản xuất cần làm những hộp đựng hình trụ có thể tích $330ml$. Tìm bán kính của hộp đựng để chi phí vật liệu dùng để sản xuất là nhỏ nhất (kết quả được tính theo centimet và làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 6:** Viên gạch men dùng để lát nền nhà là một hình vuông có cạnh bằng $80cm$ (xem hình bên dưới):



Mỗi viên gạch có 4 bông hoa, mỗi bông hoa gồm 4 cánh hoa. Mỗi cánh hoa (phần màu xanh) là phần giao nhau của hai hình tròn có cùng bán kính và khoảng cách giữa hai tâm là $20\sqrt{2}cm$. Ước tính ở công đoạn tráng men, phần màu xanh (ở đề của các em là màu đen) có chi phí 50 nghìn đồng trên một mét vuông, còn phần màu trắng có chi phí 30 nghìn đồng trên một mét vuông. Tính chi phí (đơn vị: tỉ đồng) của công đoạn tráng men này, khi cơ sở sản xuất dự định sản xuất 100000 viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN 1. Trắc nghiệm (thí sinh làm từ câu 1 đến câu 12)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 4 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

- A. $(3; -1; 2)$. B. $(2; -1; 3)$. C. $(-1; 2; 3)$. D. $(2; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 4 = 0$ có 1 VTPT là $(2; -1; 3)$.

Câu 2: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $y = 2$. C. $x = -2$. D. $y = -2$.

Lời giải

Chọn C

$y = \frac{2x-1}{x+2}$ có tiệm cận đứng là $x = -2$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -2)$ và $B(2; -2; -1)$. Phương trình đường thẳng AB là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-5} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+1}{1}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overline{AB} = (1; -5; 1)$.

Đường thẳng AB đi qua điểm $B(2; -2; -1)$ và nhận véc-tơ $\overline{AB} = (1; -5; 1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} \leq 8$ là.

- A. $[3; +\infty)$. B. $(-\infty; -3]$. C. $[-3; +\infty)$. D. $(-3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} \leq 8 \Leftrightarrow 2x+3 \geq -3 \Leftrightarrow x \geq -3$.

Câu 5: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra cuối học kỳ II môn Toán của các bạn học sinh lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[65; 70)$	$[70; 75)$	$[75; 80)$	$[80; 85)$	$[85; 90)$
Số học sinh	2	3	15	20	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 25.

B. 20.

C. 30.

D. 15.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên: $R = 90 - 65 = 25$.

Câu 6: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2 \sin x$ thỏa mãn $F(0) = 20$ là

A. $F(x) = -e^x - 2 \cos x + 23$.

B. $F(x) = e^x - 2 \cos x + 21$.

C. $F(x) = e^x + 2 \cos x + 17$.

D. $F(x) = e^x + 2 \sin x + 19$.

Lời giải

Chọn B

$$F(x) = \int (e^x + 2 \sin x) dx = e^x - 2 \cos x + C.$$

$$F(0) = 20 \Leftrightarrow 1 - 2 + C = 20 \Leftrightarrow C = 21.$$

$$\text{Vậy: } F(x) = e^x - 2 \cos x + 21.$$

Câu 7: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 2025 và chiều cao bằng 60 là

A. 40500.

B. 121500.

C. 1965.

D. 33,75.

Lời giải

Chọn A

$$V = \frac{1}{3} \cdot 2025 \cdot 60 = 40500.$$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		2		-5		$+\infty$

Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. 2.

C. -5.

D. -3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } y_{cd} + y_{ct} = 2 - 5 = -3.$$

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 3$ là:

A. $x = 2$.

B. $x = 5$.

C. $x = 14$.

D. $x = 41$.

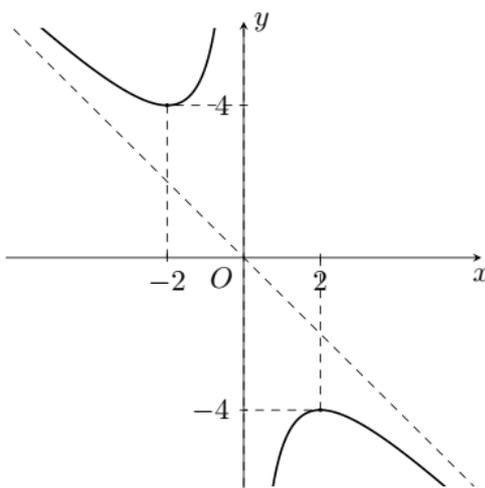
Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \log_3(2x-1) = 3 \Leftrightarrow 2x-1 = 3^3 \Leftrightarrow x = 14.$$

Câu 10: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$, $y = -2x^2 + 2x$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ là:

d) Đồ thị của hàm số đã cho là



Lời giải

a) Đúng.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$y = \frac{x^2 + 4}{x} = x - \frac{4}{x} \Rightarrow y' = 1 - \frac{4}{x^2}.$$

b) Đúng.

$$y' = \frac{x^2 - 4}{x^2} \quad \forall x \neq 0.$$

$$y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}$$

$$y' < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 0 \\ 0 < x < 2 \end{cases}$$

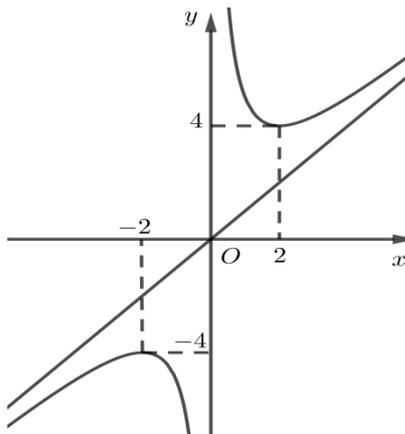
c) Sai.

Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-4	$-\infty$	$+\infty$	4	$+\infty$

d) Sai.

Đồ thị của hàm số đã cho là



Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;9)$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1-t \\ z = 2+2t \end{cases}$ và mặt phẳng

$$(\alpha): x + y - z + 3 = 0.$$

a) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (1;1;-1)$.

b) Điểm M thuộc đường thẳng d .

c) Điểm A có tọa độ dạng $A(t; -1-t; 2+2t)$ với $t \in \mathbb{R}$ thì A thuộc đường thẳng d .

d) Đường thẳng Δ đi qua M , cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{5}$.

Lời giải

a) **Đúng.**

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (1;1;-1)$.

b) **Sai.**

Điểm M không thuộc đường thẳng d .

c) **Đúng.**

Điểm A có tọa độ dạng $A(t; -1-t; 2+2t)$ với $t \in \mathbb{R}$ thì A thuộc đường thẳng d .

d) **Đúng.**

Gọi N là giao điểm của đường thẳng Δ và đường thẳng d . Khi đó tọa độ của N có dạng $N(t; -1-t; 2+2t)$.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (t-3; -2-t; -7+2t)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (1;1;-1)$.

Vì $\Delta // (\alpha)$ nên $\overrightarrow{MN} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow t-3-2-t+7-2t = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

$\Rightarrow N(1; -2; 4) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-2; -3; -5)$.

Vậy đường thẳng Δ đi qua $N(1; -2; 4)$ và có một vector chỉ phương là $(2; 3; 5)$ nên đường

thẳng Δ phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{5}$.

Câu 3: Một công ty truyền thông đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là các biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) A và B là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng một dự án là 0,3.

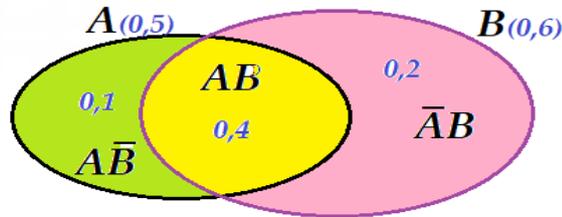
c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	SAI

Ta có biểu đồ Ven:



a) **SAI.**

Ta có:
$$\left. \begin{aligned} P(A).P(B) &= 0,5.0,6 = 0,3 \\ P(A \cap B) &= 0,4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A).P(B) \neq P(A \cap B) \Rightarrow A, B \text{ không là hai biến cố}$$

độc lập.

b) **ĐÚNG.**

Xác suất công ty thắng thầu đúng một dự án là: $P(\bar{A}B) + P(\bar{B}A) = 0,1 + 0,2 = 0,3$.

c) **SAI.**

Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là:

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8 \neq 0,4.$$

d) **SAI.** Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là $P(B|\bar{A})$.

Lại có: $P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) \Leftrightarrow P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$

$$\Leftrightarrow 0,6 = 0,5.0,8 + (1-0,5).P(B|\bar{A}) \Leftrightarrow P(B|\bar{A}) = 0,4 \neq 0,8.$$

Câu 4: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Biết rằng, nếu số lượng đặt hàng là x (tấn) sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng) và chi phí để nhà máy A sản xuất được x (tấn) sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng, gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

a) Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.

b) Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là 600 triệu đồng.

c) Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x (tấn) sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho nhà máy B là $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.

d) Nhà máy A bán cho nhà máy B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) **ĐÚNG.** Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là:

$$C(10) = 100 + 30.10 = 400 \text{ triệu đồng.}$$

b) **SAI.** Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là: $x.P(x) = x(45 - 0,001x^2) = 10.(45 - 0,001.10^2) = 449$ triệu đồng.

c) **ĐÚNG.** Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x (tấn) sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho nhà máy B là $H(x) = x.P(x) - C(x) = x(45 - 0,001x^2) - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.

d) **ĐÚNG.**

Xét hàm số lợi nhuận $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100 \Rightarrow H'(x) = -0,003x^2 + 15, x \in [0; 100]$.

$$H'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2} \approx 70,7 \in [0; 100].$$

BBT:

x	0	$50\sqrt{2}$	100	
$H'(x)$		+	0	-
$H(x)$		H_{\max}		

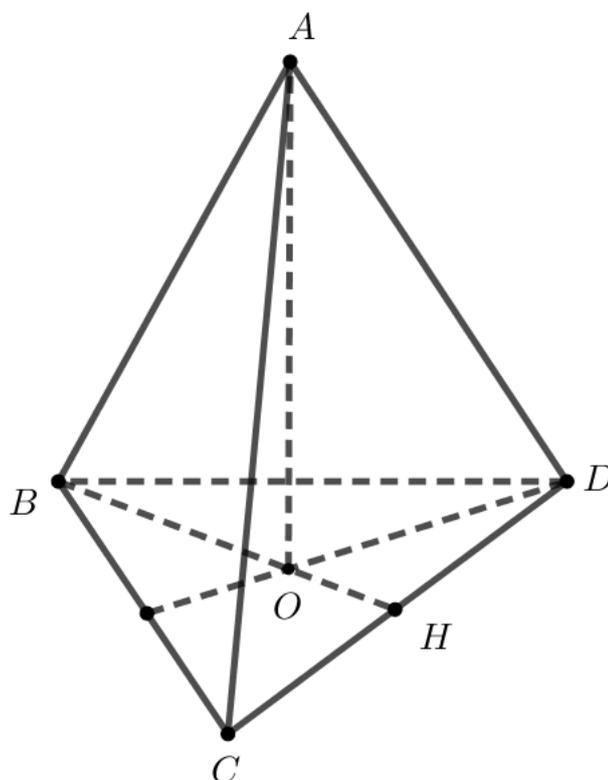
Từ BBT, suy ra để thu được lợi nhuận lớn nhất thì nhà máy A cần bán cho nhà máy B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng.

PHẦN III. Trả lời ngắn (thí sinh làm từ câu 17 đến 22)

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a . Tính cosin của góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

Trả lời: 0,57



Gọi O là tâm của tam giác đều BCD , H là trung điểm của CD .

$$BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } BO = \frac{2}{3}BH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$AO \perp (BCD)$ tại O .

Suy ra BO là hình chiếu của AB lên (BCD) .

Góc giữa AB và (BCD) bằng góc giữa AB và BO và bằng \widehat{ABO} .

$$\cos \widehat{ABO} = \frac{BO}{AB} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,57.$$

Vậy cosin của góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) là 0,57.

Câu 2: Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp thứ nhất và bỏ vào hộp thứ hai, rồi từ hộp thứ hai lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Biết 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu. Tính xác suất 3 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có cùng màu.

Lời giải

Trả lời: 0,45

Gọi A : “Lấy 3 bi cùng màu”.

Suy ra phải lấy 3 bi xanh.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{C_5^3}{C_6^3} = \frac{1}{2}.$$

\bar{A} : “Lấy 3 bi khác màu” có nghĩa là lấy 2 xanh và 1 đỏ.

$$\text{Suy ra } P(\bar{A}) = \frac{1}{2}.$$

B : “Hai bi lấy ra ở hộp II cùng màu”.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A})}.$$

Nếu A là điều kiện thì hộp II có 4 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh.

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{C_3^2 + C_4^2}{C_7^2} = \frac{3}{7}.$$

Nếu \bar{A} là điều kiện thì hộp II có 5 viên bi đỏ và 2 viên bi xanh.

$$\Rightarrow P(B|\bar{A}) = \frac{C_2^2 + C_5^2}{C_7^2} = \frac{11}{21}.$$

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2} + \frac{11}{21} \cdot \frac{1}{2}} = 0,45.$$

Câu 3: Cuối mỗi tháng anh Bình đều gửi tiết kiệm 1 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8%/năm theo phương thức tính lãi kép với kì hạn 1 tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Bình có đủ 21 triệu đồng để mua được một chiếc xe máy?

Lời giải

ĐA: 13.

Gọi T_i là số tiền anh Bình có sau i tháng.

$$T_1 = 1;$$

$$T_2 = T_1(1+8\%) + 1 = 1 + (1+8\%);$$

$$T_3 = T_2(1+8\%) + 1 = 1 + (1+8\%) + (1+8\%)^2;$$

$$T_n = T_{n-1}(1+8\%) + 1 = 1 + (1+8\%) + \dots + (1+8\%)^{n-1}.$$

Anh Bình có đủ 21 triệu đồng để mua được một chiếc xe máy suy ra

$$T_n \geq 21 \Leftrightarrow \frac{(1+8\%)^n - 1}{(1+8\%) - 1} \geq 21 \Leftrightarrow n \geq 12,8.$$

Sau 13 tháng anh Bình có đủ 21 triệu đồng để mua được một chiếc xe máy.

Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biết khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng 10. Tính thể tích nhỏ nhất của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

ĐA: 5196.

Gọi x, y, z lần lượt là độ dài 3 cạnh của hình hộp chữ nhật.

Khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng 10 suy ra $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{1}{10^2}$.

$$\text{Do đó } \frac{1}{10^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \geq 3\sqrt{\frac{1}{(xyz)^2}} \Leftrightarrow xyz \geq 5196.$$

Thể tích của khối hộp chữ nhật là $V = xyz$ (đvtt).

Vậy thể tích nhỏ nhất của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là 5196.

Câu 5: Một nhà sản xuất cần làm những hộp đựng hình trụ có thể tích 330ml. Tìm bán kính của hộp đựng để chi phí vật liệu dùng để sản xuất là nhỏ nhất (kết quả được tính theo centimet và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 3,74.

Gọi chiều cao và bán kính của hình trụ lần lượt là h, R ($cm; h, R > 0$).

$$\text{Ta có: } V = hS = h\pi R^2 = 330 \Leftrightarrow 2h\pi R = \frac{660}{R}.$$

$$\text{Ta có diện tích vật dùng để làm là } S_{tq} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = \frac{660}{R} + 2\pi R^2.$$

Cách 1:

Xét hàm số $f(x) = \frac{660}{x} + 2\pi x^2$ với $x > 0$.

Ta có: $f'(x) = \frac{-660}{x^2} + 4\pi x = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{165}{\pi}} = x_0$.

Bảng biến thiên:

x	0	x_0	$+\infty$
$f'(x)$		-	0
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$

$f(x_0)$

Vậy khi bán kính của hộp là $R = \sqrt[3]{\frac{165}{\pi}} \approx 3,74(cm)$.

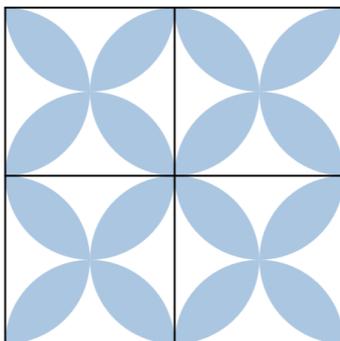
Cách 2:

Áp dụng bất đẳng thức Am – gm:

$$S_{tq} = \frac{660}{R} + 2\pi R^2 = \frac{330}{R} + \frac{330}{R} + 2\pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{330}{R} \cdot \frac{330}{R} \cdot 2\pi R^2} = 6\sqrt[3]{27225\pi}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{330}{R} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow R^3 = \frac{165}{\pi} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{165}{\pi}} \approx 3,74(cm)$.

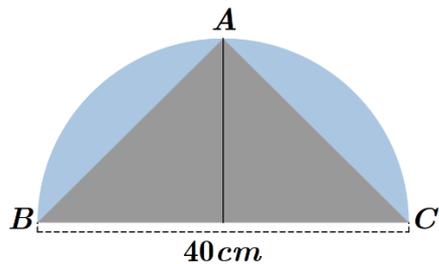
Câu 6: Viên gạch men dùng để lát nền nhà là một hình vuông có cạnh bằng $80cm$ (xem hình bên dưới):



Mỗi viên gạch có 4 bông hoa, mỗi bông hoa gồm 4 cánh hoa. Mỗi cánh hoa (phần màu xanh) là phần giao nhau của hai hình tròn có cùng bán kính và khoảng cách giữa hai tâm là $20\sqrt{2}cm$. Ước tính ở công đoạn tráng men, phần màu xanh (ở đề của các em là màu đen) có chi phí 50 nghìn đồng trên một mét vuông, còn phần màu trắng có chi phí 30 nghìn đồng trên một mét vuông. Tính chi phí (đơn vị: tỉ đồng) của công đoạn tráng men này, khi cơ sở sản xuất dự định sản xuất 100000 viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 2,65.



Theo đề bài, độ dài đoạn nối tâm sẽ là đoạn độ dài đoạn thẳng AB . Nên tam giác vuông cân ABC có cạnh huyền $BC = AB\sqrt{2} = 40\text{cm} = 0,4\text{m}$.

Do tính chất đối xứng nên diện tích của một cánh hoa trong một bông hoa sẽ bằng diện tích nửa đường tròn đường kính BC trừ cho diện tích tam giác vuông cân có cạnh huyền BC .

Khi đó, diện tích 4 bông hoa sẽ là:

$$S_0 = 4 \cdot S = 4 \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 0,2^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 0,4 \right) = 0,32\pi - 0,64 (m^2)$$

Tổng số tiền cơ sở sản xuất dành cho giai đoạn tráng men này là:

$$T = \frac{100.000 \left[50.000 S_0 + 30.000 (0,8^2 - S_0) \right]}{1000000000} \approx 2,65 \text{ (tỉ đồng)}.$$

----- HẾT -----



SGD & ĐT TỈNH HÒA BÌNH
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT – LẦN 1
 Năm học: 2024-2025
 Môn: Toán
 Mã đề: 101
 Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.

Câu 1: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là

- A. 11. B. 7. C. 5. D. 9.

Câu 2: Tất cả các nghiệm của phương trình $2 \cos x - 1 = 0$ là

- A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3: Hàm số $F(x) = 5^x + 2025$ là nguyên hàm của hàm số

- A. $f(x) = 5^x \ln 5 + 2025x$. B. $f(x) = 5^x \ln 5$.
 C. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 2025x$. D. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 2025x + C$.

Câu 4: Đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$ có đường tiệm cận xiên là

- A. $y = x + 3$. B. $y = x + 1$. C. $y = x - 1$. D. $y = -x + 1$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-3; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-3; 1)$.

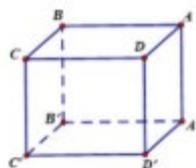
Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là:

- A. $x = \frac{3}{2}$. B. $x = 8$. C. $x = 6$. D. $x = 5$.

Câu 7: Cho cấp số nhân có (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = -8$. Công bội q của cấp số nhân là

- A. $q = 10$. B. $q = \frac{-1}{4}$. C. $q = -4$. D. $q = -10$.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



Góc giữa hai vec tơ \overline{AB} và $\overline{DC'}$ bằng:

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 120° .

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$. Điểm nào sau đây là tâm của mặt cầu (S) ?

- A. $I(1;1;-2)$. B. $I(1;0;-2)$. C. $I(-1;1;2)$. D. $I(-1;0;2)$.

Câu 10: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 9. B. $\frac{15}{4}$. C. 7. D. $\frac{23}{4}$.

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng với mọi giá trị α ?

- A. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha$. B. $\sin 2\alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.
C. $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$. D. $\cos 2\alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$.

Câu 12: Mỗi ngày bác Hoa đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hoa trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,5;3,0)	[3,0;3,5)	[3,5;4,0)	[4,0;4,5)	[4,5;5,0)
Số ngày	3	6	5	4	2
	3	9	14	18	20

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A. 0,9. B. 0,96. C. 0,97. D. 0,8.

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

Câu 1: Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5cm. Tốc độ tăng trưởng chiều cao của cây cà chua khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ $t (t \geq 0)$

a) $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3$.

- b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây cà chua kéo dài 10 tuần.
c) Chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ 6 lớn hơn 40cm.
d) Chiều cao tối đa của cây cà chua không vượt quá 90 cm.

Câu 2: Cho hai hàm số $f(x) = \log_2(x+2)$ và $g(x) = \log_4(5x+6)$.

- a) Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $(-2; +\infty)$.
b) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .
c) Phương trình $f(x) = 5$ có nghiệm $x = 30$
d) Phương trình $f(x) = g(x)$ có một nghiệm duy nhất.

Câu 3: Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Trong các nhân viên nữ có 30% nhân viên có bằng đại học, tỉ lệ này trong các nhân viên nam là 25%.

- a) Tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là 55%.
b) Tỉ lệ nhân viên nữ không có bằng đại học trong tổng số nhân viên là 13,5%.
c) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để chọn được hai người khác giới lớn hơn 24,5%.

d) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để trong hai người được có đúng một người có bằng đại học không vượt quá 19,8%.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-2}$ và

$$d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-1}.$$

a) Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(2;4;4)$.

b) Đường thẳng vuông góc với cả d_1 và d_2 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;1;1)$.

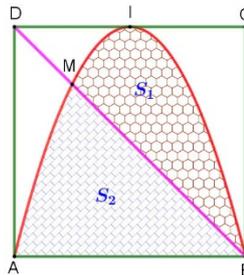
c) Đường thẳng d_1 và đường thẳng d_2 chéo nhau.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là $3\sqrt{2}$.

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

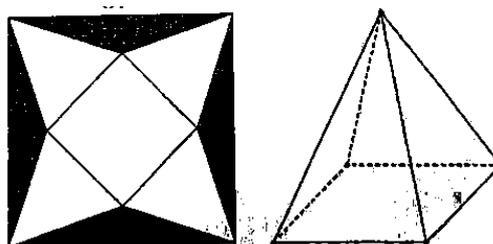
Câu 1: Một hộp bánh có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 10cm, AD = 20cm, AA' = 30cm$. Số đo góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$ bằng bao nhiêu độ?
(Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 2: Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 4m và I là trung điểm của đoạn thẳng CD . Trên tấm biển đó có đường parabol đỉnh I đi qua A, B và cắt đường chéo BD tại M (tham khảo hình vẽ).



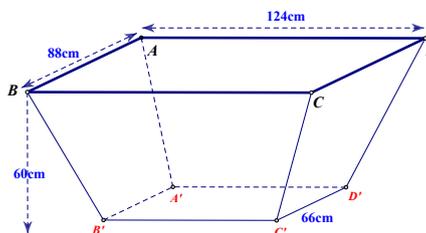
Chi phí sơn phần tô hình tổ ong (có diện tích S_1) là 200 000 đồng/ m^2 , chi phí sơn phần tô đậm (có diện tích S_2) là 150 000 đồng/ m^2 và phần còn lại là 120 000 đồng/ m^2 . Số tiền cần chi trả để sơn tấm biển quảng cáo là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 3: Từ một tấm tôn hình vuông có cạnh $2m$, người ta cắt bỏ đi bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông rồi ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều (tham khảo hình vẽ). Giả sử các mối hàn ghép là không đáng kể thì khối chóp được tạo thành có thể tích lớn nhất là bao nhiêu m^3 .
(Kết quả làm tròn đến đến hàng phần trăm)



Câu 4: Trong một đêm thi hát, mỗi thí sinh phải tham gia hát hai bài : Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ; 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người trong đội. Xác suất để người đó đạt cả hai bài thi.

Câu 5: Anh A bơm nước vào một chiếc thùng nhựa đựng nước có dạng hình chóp cụt với hai đáy là hai hình chữ nhật, các cạnh bên bằng nhau và có kích thước như hình bên dưới, với tốc độ bơm nước vào thùng là 20 lít/phút. Vận tốc nước dâng lên ở cạnh bên của thùng nhựa (đơn vị cm/phút) khi chiều cao mực nước là 25 cm bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - y + z - 25 = 0$. Một đường thẳng d' cắt trục Oz tại điểm M , cắt đường thẳng d tại điểm N và d' song song với (P) . Độ dài nhỏ nhất của đoạn MN bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

☞ HẾT ☞

Câu 4: Đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$ có đường tiệm cận xiên là

- A. $y = x + 3$. B. $y = x + 1$. C. $y = x - 1$. D. $y = -x + 1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1} = x + 1 - \frac{4}{x + 1}$.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (x + 1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-4}{x + 1} = 0$ nên đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		1		-3		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-3; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là:

- A. $x = \frac{3}{2}$. B. $x = 8$. C. $x = 6$. D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $x = 2^3 = 8$. Suy ra $x = 8$.

Câu 7: Cho cấp số nhân có (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = -8$. Công bội q của cấp số nhân là

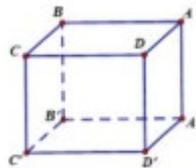
- A. $q = 10$. B. $q = \frac{-1}{4}$. C. $q = -4$. D. $q = -10$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-8}{2} = -4$.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



Góc giữa hai vec tơ \overrightarrow{AB} và $\overrightarrow{DC'}$ bằng:

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 120° .

Lời giải

Chọn C.

Do $AB // DC$

Vậy, $(\overline{AB}, \overline{DC'}) = (\overline{DC}, \overline{DC'}) = \widehat{CDC'} = 45^\circ$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$. Điểm nào sau đây là tâm của mặt cầu (S) ?

- A. $I(1;1;-2)$. B. $I(1;0;-2)$. C. $I(-1;1;2)$. D. $I(-1;0;2)$.

Lời giải:

Chọn B.

Mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$.

Suy ra $I(1;0;-2)$.

Câu 10: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 9. B. $\frac{15}{4}$. C. 7. D. $\frac{23}{4}$.

Lời giải:

Chọn A.

Ta có: $\int_1^2 [2 + f(x)] dx = \int_1^2 2 dx + \int_1^2 f(x) dx = (2x + x^3) \Big|_1^2 = 12 - 3 = 9$.

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng với mọi giá trị α ?

- A. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha$. B. $\sin 2\alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.
C. $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$. D. $\cos 2\alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$.

Lời giải:

Chọn C.

Ta có: $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

Câu 12: Mỗi ngày bác Hoa đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hoa trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,5;3,0)	[3,0;3,5)	[3,5;4,0)	[4,0;4,5)	[4,5;5,0)
Số ngày	3	6	5	4	2
	3	9	14	18	20

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A. 0,9. B. 0,96. C. 0,97. D. 0,8.

Lời giải:

Chọn B.

Số phần tử của mẫu là: $n = 20$

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{20}{4} = 5$ mà $3 < 5 < 9$ nên nhóm 2 là nhóm có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{4}$.

Xét nhóm 2: $[3,0;3,5)$ có $s = 3; cf_1 = 3; h = 0,5; n_2 = 6$

$$\text{Suy ra } Q_1 = s + \left(\frac{\frac{n}{4} - cf_1}{n_2} \right) \cdot h = 3 + \left(\frac{5-3}{6} \right) \cdot 0,5 = \frac{19}{6}$$

Ta có: $\frac{3n}{4} = 15$ mà $14 < 15 < 18$ nên nhóm 4 là nhóm có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{3n}{4}$.

Xét nhóm 4: $[4,0;4,5)$ có $t = 4; n_4 = 4; l = 0,5; cf_3 = 14$

$$\text{Suy ra } Q_3 = t + \left(\frac{\frac{3n}{4} - cf_3}{n_4} \right) \cdot l = 4 + \left(\frac{15-14}{4} \right) \cdot 0,5 = \frac{33}{8}$$

Vậy khoảng tứ phân vị là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 0,96$.

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

Câu 1: Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5cm. Tốc độ tăng trưởng chiều cao của cây cà chua khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ t ($t \geq 0$)

a) $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3$.

b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây cà chua kéo dài 10 tuần.

c) Chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ 6 lớn hơn 40cm.

d) Chiều cao tối đa của cây cà chua không vượt quá 90 cm.

Lời giải

a) Sai.

$$v(t) = -0,1t^3 + t^2 \Rightarrow h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3 + C; h(0) = 5 \Rightarrow C = 5.$$

$$\text{Vậy } h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3 + 5$$

b) Đúng.

$$h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3 + 5 \Rightarrow h'(t) = -0,1t^3 + t^2$$

$h'(t) > 0 \Leftrightarrow 0 < t < 10$. Do đó giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây cà chua kéo dài 10 tuần.

c) Đúng.

$$h(6) = -\frac{1}{40}6^4 + \frac{1}{3}6^3 + 5 = 44,6 \text{ cm}$$

d) Đúng.

$$h'(t) = -0,1t^3 + t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	0		10		$+\infty$
$h'(t)$	0	+	0	-	
$h(t)$					

Từ bảng biến thiên suy ra chiều cao tối đa của cây cà chua là $\frac{265}{3} \approx 88,3 < 90$.

Câu 2: Cho hai hàm số $f(x) = \log_2(x + 2)$ và $g(x) = \log_4(5x + 6)$.

a) Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $(-2; +\infty)$.

b) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

c) Phương trình $f(x) = 5$ có nghiệm $x = 30$

d) Phương trình $f(x) = g(x)$ có một nghiệm duy nhất.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $f(x) = \log_2(x + 2)$ là $x + 2 > 0 \Rightarrow x > -2$

Tập xác định của hàm số $g(x) = \log_4(5x + 6)$ là $5x + 6 > 0 \Rightarrow x > -\frac{6}{5}$

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-\frac{6}{5}; +\infty)$

Ta có $\log_2(x + 2) = 5 \Rightarrow x + 2 = 2^5 \Rightarrow x = 30$

Ta có $f(x) = g(x) \Rightarrow \log_2(x + 2) = \log_4(5x + 6) \Rightarrow (x + 2)^2 = (5x + 6) \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

Ta nhận $x = 2$ là nghiệm phương trình vì thỏa $\begin{cases} x + 2 > 0 \\ 5x + 6 > 0 \end{cases}$

Chọn đáp án

a)	b)	c)	d)
Đúng	Sai	Đúng	Đúng

Câu 3: Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Trong các nhân viên nữ có 30% nhân viên có bằng đại học, tỉ lệ này trong các nhân viên nam là 25%.

a) Tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là 55%.

b) Tỉ lệ nhân viên nữ không có bằng đại học trong tổng số nhân viên là 13,5%.

c) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để chọn được hai người khác giới lớn hơn 24,5%.

d) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để trong hai người được có đúng một người có bằng đại học không vượt quá 19,8%.

Lời giải

a) Đúng. b) Sai. c) Đúng. d) Sai.

a) Đúng.

Gọi A là biến cố “Nhân viên được chọn là nữ”.

B là biến cố “Nhân viên được chọn có bằng đại học”.

Theo giả thiết, ta có $P(A) = 45\% = 0,45$.

Khi đó, tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là $100\% - 45\% = 55\%$ hay $P(\bar{A}) = 0,55$.

b) Sai.

Vì trong các nhân viên nữ có 30% nhân viên có bằng đại học nên $P(B|A) = 30\% = 0,3$.

Tỉ lệ này trong các nhân viên nam là 25%, tức là $P(B|\bar{A}) = 25\% = 0,25$.

Mặt khác $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Leftrightarrow P(AB) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,135 = 13,5\%$.

Mà AB là biến cố “Nhân viên nữ có bằng đại học” nên Tỉ lệ nhân viên nữ không có bằng đại học trong tổng số nhân viên là $45\% - 13,5\% = 31,5\%$.

c) Đúng.

Ta có

❖ Xác suất chọn được người thứ nhất là nữ và người thứ hai là nam là $0,45 \cdot 0,55 = 0,2475$.

❖ Xác suất chọn được người thứ nhất là nam và người thứ hai là nữ là $0,55 \cdot 0,45 = 0,2475$.

❖ Xác suất để chọn được hai người khác giới là $0,2475 + 0,2475 = 0,495$.

Hay tỉ lệ để chọn được hai người khác giới là $49,5\% > 24,5\%$.

d) Sai.

Để trong hai người được có đúng một người có bằng đại học, ta xét các trường hợp sau:

❖ Trường hợp 1: Người thứ nhất có bằng đại học, người thứ hai không có bằng đại học.

o Xác suất người thứ nhất có bằng đại học là $0,135$ (nữ) + $0,1375$ (nam) = $0,2725$.

o Xác suất người thứ hai không có bằng đại học là

$$0,315 \text{ (nữ)} + (0,55 - 0,1375) \text{ (nam)} = 0,7275.$$

o Xác suất cho trường hợp này là $0,2725 \times 0,7275 \approx 0,1982$.

❖ Trường hợp 2: Người thứ nhất không có bằng đại học, người thứ hai có bằng đại học.

o Xác suất người thứ nhất không có bằng đại học là $0,7275$.

o Xác suất người thứ hai có bằng đại học là $0,2725$.

o Xác suất cho trường hợp này là $0,7275 \times 0,2725 \approx 0,1982$.

□ Xác suất để trong hai người được chọn có đúng một người có bằng đại học là

$$0,1982 + 0,1982 = 0,3964.$$

Hay tỉ lệ hai người được có đúng một người có bằng đại học là $39,64\% > 19,8\%$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-2}$ và

$$d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-1}.$$

a) Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(2;4;4)$.

b) Đường thẳng vuông góc với cả d_1 và d_2 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;1;1)$.

c) Đường thẳng d_1 và đường thẳng d_2 chéo nhau.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là $3\sqrt{2}$.

Lời giải

$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-2}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1;1;-2)$ và đi qua $M(1;3;2)$

$d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-1}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (2;-1;-1)$ và đi qua $N(1;0;-1)$

a) Vì $\frac{2-1}{1} = \frac{4-3}{1} \neq \frac{4-2}{-2}$ nên đường thẳng d_1 không đi qua điểm $A(2;4;4)$.

Vậy câu a) chọn **sai**.

b) Gọi Δ là đường thẳng vuông góc với cả d_1 và d_2 và \vec{v} là vectơ chỉ phương của Δ .

Khi đó ta có $\begin{cases} \vec{v} \perp \vec{u}_1 \\ \vec{v} \perp \vec{u}_2 \end{cases}$. Chọn $\vec{v} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3; -3; -3)$ hay $\vec{u} = (1;1;1)$

Vậy câu b) chọn **đúng**.

c) Ta có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3; -3; -3)$; $\overrightarrow{MN} = (0; -3; -3)$

Suy ra $\overrightarrow{MN} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = 0 \cdot (-3) + (-3) \cdot (-3) + (-3) \cdot (-3) = 18 \neq 0$

Vậy đường thẳng d_1 và đường thẳng d_2 chéo nhau.

Vậy câu c) chọn **đúng**.

d) Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d_1 và song song với d_2 .

Suy ra (P) đi qua $M(1;3;2)$ và có VTPT $\vec{v} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3; -3; -3)$.

PT mặt phẳng $(P): 1 \cdot (x-1) + 1 \cdot (y-3) + 1 \cdot (z-2) = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 6 = 0$.

Khi đó $d(d_1, d_2) = d(d_2, (P)) = d(N, (P)) = \frac{|1+0+(-1)-6|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = 2\sqrt{3}$

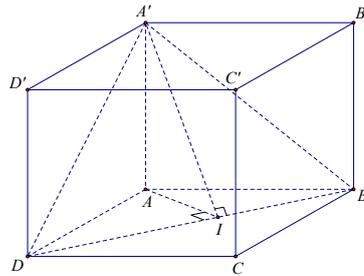
Vậy câu d) chọn sai.

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Một hộp bánh có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 10\text{cm}$, $AD = 20\text{cm}$, $AA' = 30\text{cm}$. Số đo góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$ bằng bao nhiêu độ?
(Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Đáp án: 73,4



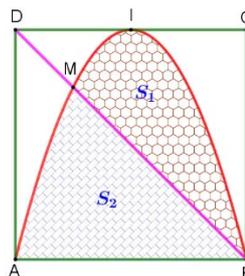
Dựng $AI \perp BD = I$. Khi đó: $\begin{cases} BD \perp AI \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AIA') \Rightarrow BD \perp A'I$.

Vậy $[A', BD, A] = (AI, A'I) = \widehat{AIA'}$.

Xét tam giác $AA'I$ vuông tại A có $AA' = 30$, $AI = \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = 4\sqrt{5}$.

Khi đó $\tan \widehat{AIA'} = \frac{AA'}{AI} = \frac{30}{4\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \widehat{AIA'} \approx 73,4^\circ$.

Câu 2: Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 4m và I là trung điểm của đoạn thẳng CD . Trên tấm biển đó có đường parabol đỉnh I đi qua A, B và cắt đường chéo BD tại M (tham khảo hình vẽ).

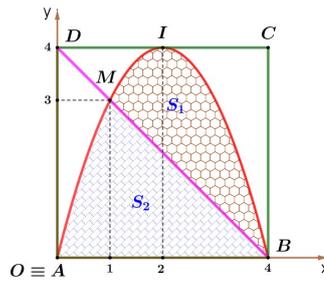


Chi phí sơn phần tô hình tổ ong (có diện tích S_1) là 200 000 đồng/ m^2 , chi phí sơn phần tô đậm (có diện tích S_2) là 150 000 đồng/ m^2 và phần còn lại là 120 000 đồng/ m^2 . Số tiền cần chi trả để sơn tấm biển quảng cáo là bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Đáp số: 2465 (nghìn đồng)

- Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



- Khi đó $BD : y = -x + 4$ và Parabol $(P) : y = ax^2 + bx + c$ qua ba điểm $A \equiv O(0;0), B(4;0), I(2;4)$ nên có dạng: $y = -x^2 + 4x$.

- $M(1;3)$ là giao điểm của BD và (P) .

• Suy ra: $S_1 = \int_1^4 \left| (-x^2 + 4x) - (-x + 4) \right| dx = \frac{9}{2} \text{ (m}^2\text{)}$ và $S_2 = \int_0^1 \left| -x^2 + 4x \right| dx = \frac{9}{2} = \frac{37}{6} \text{ (m}^2\text{)}$.

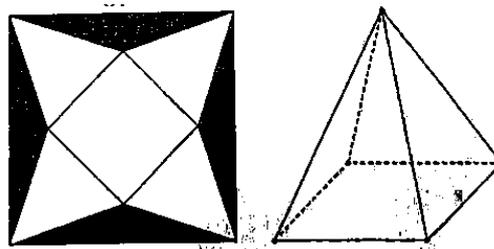
Diện tích còn phần còn lại là $S_3 = 4^2 - \int_0^4 \left| -x^2 + 4x \right| dx = \frac{16}{3} \text{ (m}^2\text{)}$.

- Số tiền cần chi trả để sơn tấm biển quảng cáo là:

$$200\,000 \cdot S_1 + 150\,000 \cdot S_2 + 120\,000 \cdot S_3 = 200\,000 \cdot \frac{9}{2} + 150\,000 \cdot \frac{37}{6} + 120\,000 \cdot \frac{16}{3} = 2\,465\,000$$

đồng.

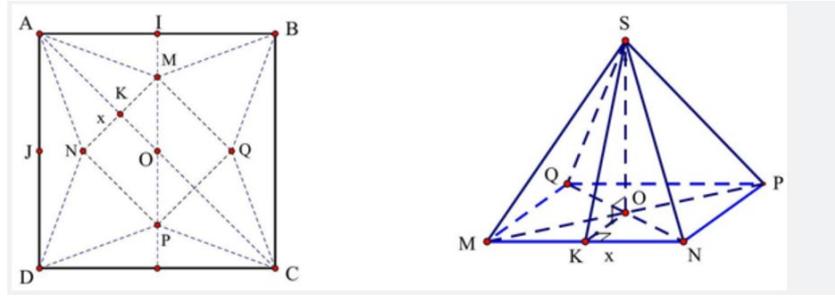
- Câu 3:** Từ một tấm tôn hình vuông có cạnh $2m$, người ta cắt bỏ đi bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông rồi ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều (tham khảo hình vẽ). Giả sử các mối hàn ghép là không đáng kể thì khối chóp được tạo thành có thể tích lớn nhất là bao nhiêu m^3 .
(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Đáp số: 0,27

Gọi độ dài cạnh đáy của hình chóp là $x(m)$.



Do $MN < IJ = \sqrt{2} \Rightarrow x \in (0; \sqrt{2})$.

Ta có: $OK = \frac{x}{2}; OA = \frac{AC}{2} = \sqrt{2} \Rightarrow SK = AK = \sqrt{2} - \frac{x}{2}$.

Do vậy: $SO = \sqrt{SK^2 - OK^2} = \sqrt{\left(\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{2 - \sqrt{2}x}$.

Khi đó thể tích khối chóp là: $V = \frac{1}{3}x^2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}$.

Xét $f(x) = \frac{1}{3}x^2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}$, ta có

$$f'(x) = \frac{1}{3} \left(2x\sqrt{2 - \sqrt{2}x} - x^2 \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{4x(2 - \sqrt{2}x) - \sqrt{2}x^2}{2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}} \right) = \frac{8x - 5\sqrt{2}x^2}{3(2\sqrt{2 - \sqrt{2}x})}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 8x - 5\sqrt{2}x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{4\sqrt{2}}{5} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	$\frac{4\sqrt{2}}{5}$	$\sqrt{2}$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$
$f(x)$		↗ ↘		

Ta thấy thể tích của mô hình lớn nhất khi cạnh đáy của mô hình là $x = \frac{4\sqrt{2}}{5}$.

Khi đó thể tích lớn nhất của khối chóp là $V_{\max} = f\left(\frac{4\sqrt{2}}{5}\right) = \frac{32\sqrt{10}}{375} \approx 0,27..$

Câu 4: Trong một đêm thi hát, mỗi thí sinh phải tham gia hát hai bài : Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ; 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người trong đội. Xác suất để người đó đạt cả hai bài thi.

Lời giải

Đáp án: 0,7

Gọi A là biến cố: “Người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhẹ”.

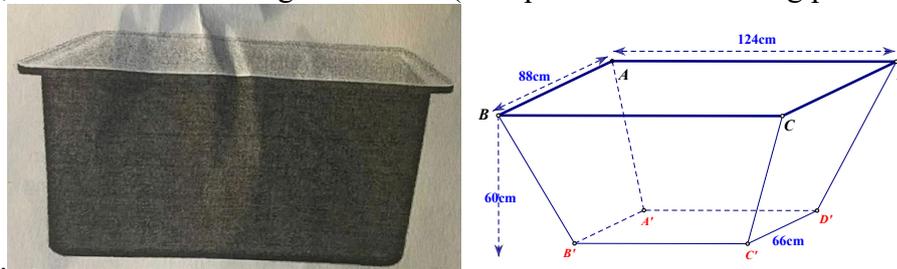
B là biến cố: “Người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian”.

Ta có: $P(A) = \frac{17}{20}$; $P(B) = \frac{15}{20}$; $P(\overline{AB}) = \frac{2}{20}$.

Do đó: $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{AB}) = 1 - \frac{2}{20} = \frac{18}{20}$.

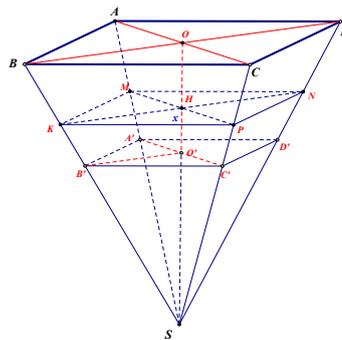
$P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{17}{20} + \frac{15}{20} - \frac{18}{20} = \frac{14}{20} = 0,7$.

Câu 5: Anh A bơm nước vào một chiếc thùng nhựa đựng nước có dạng hình chóp cụt với hai đáy là hai hình chữ nhật, các cạnh bên bằng nhau và có kích thước như hình bên dưới, với tốc độ bơm nước vào thùng là 20 lít/phút. Vận tốc nước dâng lên ở cạnh bên của thùng nhựa (đơn vị cm/phút) khi chiều cao mực nước là 25 cm bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Đáp án: 2,64



Kéo dài các cạnh $A'A, B'B, C'C, D'D$ cắt nhau tại S ta có hình chóp $S.ABCD$ có SO là đường cao; $SO' \perp (A'B'C'D')$; $O'O = 60$.

Đặt $V_1 = V_{S.ABCD}$; $V_2 = V_{S.A'B'C'D'}$ $\Rightarrow V = V_{ABCD.A'B'C'D'} = V_1 - V_2$.

Ta có $\frac{C'D'}{CD} = \frac{SC'}{SC} = \frac{SO'}{SO} = \frac{SO'}{SO' + 60} \Rightarrow \frac{SO'}{SO' + 60} = \frac{66}{88} \Rightarrow SO' = 180$.

Suy ra $\frac{A'D'}{AD} = \frac{66}{88} \Rightarrow A'D' = 93$. Ta có $A'C' = B'D' = 51\sqrt{5}$.

Đặt chiều cao mực nước $O'H = x = 25$ cm.

$$+ \frac{SO'}{SH} = \frac{SB'}{SK} = \frac{B'C'}{KP} = \frac{C'D'}{PN} \Leftrightarrow \frac{180}{180+x} = \frac{\sqrt{180^2 + \left(\frac{51\sqrt{5}}{2}\right)^2}}{SK} = \frac{93}{KP} = \frac{66}{PN}$$

Suy ra $KP = 93 + \frac{31}{60}x$; $PN = 66 + \frac{11}{30}x$.

Ta sẽ tính thể tích nước trong thùng theo x :

$$V_{A'B'C'D'.MNPQ} = \int_0^h S(x) dx = \int_0^h \left(93 + \frac{31}{60}x\right) \left(66 + \frac{11}{30}x\right) dx = \int_0^h \left(6138 + \frac{341}{5}x + \frac{341}{1800}x^2\right) dx.$$

$$V_{A'B'C'D'.MNPQ} = 6138h + \frac{341}{10}h^2 + \frac{341}{1800} \cdot \frac{h^3}{3}$$

Mà $KB' = s = \frac{\sqrt{15845}}{120} \cdot h = C \cdot h \Rightarrow h = \frac{s}{C}$.

Suy ra $V_{A'B'C'D'.MNPQ} = 6138 \cdot \frac{s}{C} + \frac{341}{10} \cdot \frac{s^2}{C^2} + \frac{341}{1800} \cdot \frac{s^3}{3C^3}$.

Tại thời điểm t phút lượng nước trong thùng là $V(t) = 20000t$ (cm^3).

Suy ra $20000t = 6138 \cdot \frac{s}{C} + \frac{341}{10} \cdot \frac{s^2}{C^2} + \frac{341}{1800} \cdot \frac{s^3}{3C^3}$, đạo hàm hai vế theo biến t .

$$\Rightarrow 20000 = \left[\frac{6138}{C} + \frac{341}{5} \cdot \frac{s}{C^2} + \frac{341}{1800} \cdot \frac{s^2}{C^3} \right] \cdot \frac{ds}{dt} \Leftrightarrow 20000 = \frac{1}{C} \left[6138 + \frac{341}{5}h + \frac{341}{1800}h^2 \right] \frac{ds}{dt}$$

$$\Rightarrow 20000 = \left[\frac{6138}{C} + \frac{341}{5} \cdot \frac{s}{C^2} + \frac{341}{1800} \cdot \frac{s^2}{C^3} \right] \cdot \frac{ds}{dt} \Leftrightarrow 20000 = \frac{1}{C} \left[6138 + \frac{341}{5}h + \frac{341}{1800}h^2 \right] \frac{ds}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{ds}{dt} = \frac{20000 \cdot C}{S(h)}, \text{ thay } h = 25, C = \frac{\sqrt{15845}}{120}.$$

Vậy vận tốc cần tìm là $v(25) = \frac{ds}{dt} = 2,6351$ cm/ phút $\approx 2,64$ cm/ phút.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - y + z - 25 = 0$. Một đường thẳng d' cắt trục Oz tại điểm M , cắt đường thẳng d tại điểm N và d' song song với (P) . Độ dài nhỏ nhất của đoạn MN bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 2,71

Vì $M \in Oz$, $N \in d$ nên $M(0;0;m)$, $N(n+1;2n;n-2)$.

Suy ra $\overline{MN} = (n+1; 2n; n-m-2)$.

Đường thẳng $d' \parallel (P)$ suy ra $\overline{MN} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow 3(n+1) - 2n + n - m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2n + 1$.

Do đó $MN^2 = (n+1)^2 + 4n^2 + (n+3)^2 = 6\left(n + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{22}{3}$.

Độ dài nhỏ nhất của đoạn MN bằng 2,71.

☞ HẾT ☞



SGD & ĐT TỈNH QUẢNG NINH
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT

Năm học: 2024-2025

Môn: Toán

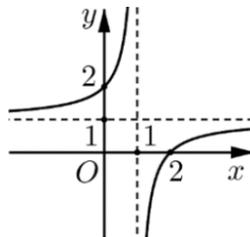
Mã đề: 0116

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

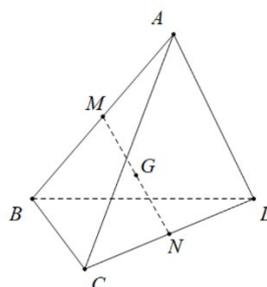
ĐỀ BÀI

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.

- Câu 1:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-7)+2 > 0$ là
 A. $(11; +\infty)$. B. $(7; 11)$. C. $(-\infty; 11)$. D. $[7; 11]$.
- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$. Mặt phẳng đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là
 A. $2x - 2y - z - 11 = 0$. B. $2x - 2y + z - 11 = 0$.
 C. $2x - 2y + z + 1 = 0$. D. $-2x - 2y + z - 11 = 0$.
- Câu 3:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là
 A. $\int f(x) dx = \cos x + C$. B. $\int f(x) dx = \tan x + C$.
 C. $\int f(x) dx = \cot x + C$. D. $\int f(x) dx = -\cos x + C$.
- Câu 4:** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với $c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.
 C. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- Câu 5:** Cho hàm số $y = 2x - 1 - \frac{3}{x+2}$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là:
 A. $y = -2x + 1$. B. $y = 2x - 1$. C. $y = 2x + 1$. D. $y = -2x - 1$.
- Câu 6:** Cho tứ diện $ABCD$, hai điểm M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD . Điểm G là trung điểm của đoạn thẳng MN (Tham khảo hình vẽ bên). Phát biểu nào sau đây **sai**?



- c) Tên lửa đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 15s$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).
 d) Độ cao lớn nhất tên lửa đạt được (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là 766 m .

Câu 2: Một hệ thống AI được sử dụng để kiểm tra đạo văn trong các bài viết học sinh nộp. Theo thống kê: có 1% bài viết là đạo văn, 99% bài viết là chính chủ (không đạo văn). Phần mềm kiểm tra có độ chính xác như sau: Nếu bài viết là đạo văn, phần mềm phát hiện đúng với xác suất 98%; Nếu bài viết là chính chủ, phần mềm nhầm là đạo văn với xác suất 3%. Kiểm tra ngẫu nhiên một bài viết của học sinh nộp.

Gọi A là biến cố: “Bài viết thực sự là đạo văn”.

Gọi B là biến cố: “Phần mềm báo bài viết là đạo văn”.

- a) Xác suất $P(B) = 0,0395$.
 b) Xác suất $P(A) = 0,01$ và $P(\bar{A}) = 0,99$.
 c) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,7$.
 d) Trong số những bài viết bị phần mềm cảnh báo là đạo văn, có nhiều khả năng là bài viết chính chủ hơn là đạo văn.

Câu 3: Cho hàm số $y = x - 1 + \frac{9}{x + 2}$

- a) Tập xác định của hàm số là: $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$
 b) Hàm số có đạo hàm là $y' = 1 - \frac{9}{(x + 2)^2}; \forall x \neq -2$
 c) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(1; +\infty)$
 d) Hàm số có giá trị cực đại lớn hơn giá trị cực tiểu.

Câu 4: Một tàu thám dò tự hành (AUV) đang hoạt động dưới biển sâu. Hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập với một nước biển yên tĩnh là mặt phẳng (Oxy) , trục Oz hướng thẳng đứng xuống dưới (độ sâu $z > 0$), đơn vị tính bằng hectômét (hm). AUV bắt đầu hành trình từ vị trí $A(8, 6, 1)$ và dự định di chuyển theo đường thẳng đến vị trí cuối $B(4; -2; 2)$. Trong hành trình của mình AUV cần tránh một khu vực hình cầu (S) , tâm tại điểm $K(2; -4, 2)$, bán kính $R = 1$ (khu vực có thiết bị nhạy cảm).

- a) Mặt cầu (S) có phương trình $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 + (z - 2)^2 = 1$.
 b) Đường thẳng chứa hành trình của AUV có phương trình $\frac{x - 8}{-4} = \frac{y - 6}{-8} = \frac{z - 1}{1}$
 c) Trên hành trình AUV luôn cách tâm K một khoảng lớn hơn bán kính R .
 d) Hành trình của AUV không đi qua khu vực có thiết bị nhạy cảm hình cầu (S) .

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Một người tham gia trò chơi với ba hộp quà đặc biệt: Hộp màu vàng có 2 điện thoại iPhone và 3 tai nghe, hộp màu bạc có 4 điện thoại iPhone và 1 tai nghe và hộp màu đồng có 3 điện thoại iPhone và 2 tai nghe. Luật chơi được thực hiện qua 2 bước sau:

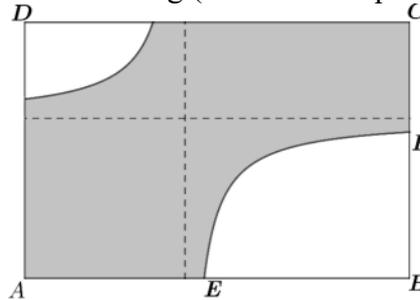
Bước 1: Người chơi chọn ngẫu nhiên một hộp.

Bước 2: Từ hộp đã chọn, người chơi lấy ngẫu nhiên 1 món quà:

- Nếu quà là điện thoại iPhone, người chơi được giữ nó và lấy thêm 1 quà nữa từ cùng hộp.
- Nếu quà là tai nghe, trò chơi kết thúc.

Biết rằng người chơi lấy được hai điện thoại iPhone, tính xác suất để người đó lấy từ hộp màu bạc (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 2: Một công ti đang thiết kế một bảng quảng cáo hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $AB = 12m$ và $AD = 8m$. Phần trung tâm của bảng sẽ được in nội dung quảng cáo, được mô tả là phần tô đậm (xem hình minh họa). Hai đường cong trong hình là một phần của đồ thị hàm số có dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số này đều cách điểm A một khoảng bằng $5m$. Đồ thị giao với cạnh AB tại điểm E thỏa mãn $\frac{AE}{AB} = \frac{7}{15}$. Diện tích phần in nội dung quảng cáo là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



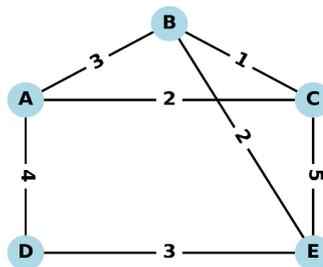
Câu 3: Cho một hộp quà hình lập phương có cạnh bằng $10cm$. Trong hộp có một quả cầu pha lê lớn đặc được đặt vừa khít vào hộp sao cho quả cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hộp. Ở 8 góc của hình lập phương, có 8 quả cầu pha lê nhỏ cùng tiếp xúc với các mặt hộp và tiếp xúc với quả cầu lớn. Đồ epoxy resin (một loại keo tổng hợp trong suốt dùng trong thủ công mỹ nghệ) vào đầy hộp để trang trí. Tính thể tích phần keo cần đổ, theo đơn vị lít (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 4: Một công ty đang triển khai chiến dịch quảng cáo sản phẩm mới. Số tiền đầu tư quảng cáo là A (triệu đồng). Theo kết quả nghiên cứu thị trường, số lượng sản phẩm bán ra (đơn vị: sản phẩm) phụ thuộc vào chi phí quảng cáo theo hàm:

$$q(A) = 1000 + \frac{1013}{3} \ln(1 + A).$$

Biết rằng, chi phí sản xuất mỗi sản phẩm là 10 triệu đồng và giá bán mỗi sản phẩm là 20 triệu đồng. Giá trị lợi nhuận tối đa mà công ty có thể đạt được là bao nhiêu tỉ đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 5: Tại một khu trung tâm dữ liệu, kỹ sư IT cần kiểm tra kết nối giữa các máy chủ trong hệ thống gồm các trạm A, B, C, D, E . Các tuyến cáp quang nối giữa các trạm được biểu diễn trong sơ đồ sau với con số ghi trên mỗi tuyến là chiều dài dây cáp (đơn vị: km). Kỹ sư cần thực hiện một hành trình bắt đầu từ một trạm bất kì, đi qua tất cả các tuyến cáp ít nhất một lần và kết thúc tại đúng trạm khởi hành, nhằm đảm bảo toàn bộ hệ thống được kiểm tra. Tổng chiều dài đường đi ngắn nhất mà kỹ sư cần di chuyển là bao nhiêu km?



Câu 6: Trong một trung tâm nghiên cứu robot bay, người ta bố trí một thiết bị định vị tại điểm cố định $A(1;0;2)$ trong không gian ba chiều với hệ tọa độ $Oxyz$ (các đơn vị tọa độ được tính bằng mét).

Thiết bị này giao tiếp đồng thời với hai cảm biến: Cảm biến thứ nhất di chuyển dọc theo đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{-1}$, cảm biến thứ hai được gắn trên mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z + 1 = 0$. Giữa hai cảm biến được kết nối bằng một đường truyền BC , trong đó B nằm trên đường thẳng Δ , C nằm trên mặt phẳng (α) và thiết bị định vị tại A là trung điểm của đoạn BC . Biết rằng đường thẳng BC có một véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; a; b)$, hãy tính giá trị $a + 2b$.

☞ HẾT ☞



SGD & ĐT TỈNH QUẢNG NINH
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT

Năm học: 2024-2025

Môn: Toán

Mã đề: 0116

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.

1.B	2.B	3.D	4.B.C	5.B	6.B	7.C	8.B	9.D	10.C
11.B	12.A								

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

Câu	1	2	3	4
	SSDS	ĐĐSD	ĐĐSS	ĐĐSS

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Trả lời	84	73,5	0,4	34	24	-1,5

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-7)+2 > 0$ là

- A. $(11; +\infty)$. **B. $(7; 11)$.** C. $(-\infty; 11)$. D. $[7; 11]$.

Lời giải

Chọn B.

Bất phương trình $\log_{0,5}(x-7)+2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x-7 < 4 \Leftrightarrow 7 < x < 11$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$. Mặt phẳng đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $2x - 2y - z - 11 = 0$. **B. $2x - 2y + z - 11 = 0$.**
 C. $2x - 2y + z + 1 = 0$. D. $-2x - 2y + z - 11 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng song song với (P) có phương trình $(Q): 2x - 2y + z + d = 0$.

$M(2; -3; 1) \in (Q) \Rightarrow d = -11$.

Vậy $(Q): 2x - 2y + z - 11 = 0$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

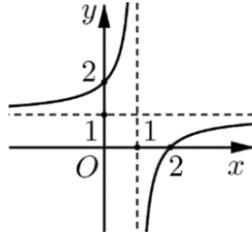
- A. $\int f(x) dx = \cos x + C$. B. $\int f(x) dx = \tan x + C$.
 C. $\int f(x) dx = \cot x + C$. **D. $\int f(x) dx = -\cos x + C$.**

Lời giải

Chọn D.

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là $\int f(x) dx = -\cos x + C$.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với $c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.
- B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.
- C. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$.

Câu 5: Cho hàm số $y = 2x - 1 - \frac{3}{x+2}$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. $y = -2x + 1$.
- B. $y = 2x - 1$.
- C. $y = 2x + 1$.
- D. $y = -2x - 1$.

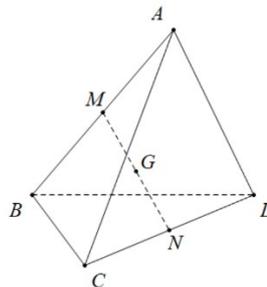
Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (2x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x+2} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (2x - 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x+2} = 0$.

Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là $y = 2x - 1$.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$, hai điểm M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD . Điểm G là trung điểm của đoạn thẳng MN (Tham khảo hình vẽ bên). Phát biểu nào sau đây sai?



- A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.
- B. $\vec{AD} + \vec{BC} = \vec{AC} + \vec{DB}$.
- C. $\vec{AD} + \vec{BC} = \vec{AC} + \vec{BD}$.
- D. $\vec{AD} + \vec{BC} = 2\vec{MN}$.

Lời giải

Chọn B.

Từ giả thiết và từ tính chất trung điểm đoạn thẳng ta có:

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{GM} + 2\vec{GN} = 2(\vec{GM} + \vec{GN}) = \vec{0}.$$

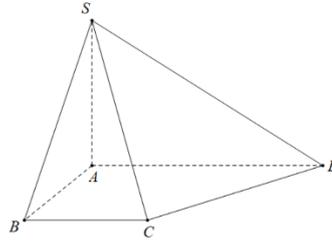
Ta có:

$$\vec{AD} + \vec{BC} = \vec{AM} + \vec{MN} + \vec{ND} + \vec{BM} + \vec{MN} + \vec{NC} = (\vec{AM} + \vec{BM}) + 2\vec{MN} + (\vec{ND} + \vec{NC}) = 2\vec{MN}.$$

Từ quy tắc ba điểm ta có:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \vec{0} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}.$$

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2AB = 2BC$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy (Tham khảo hình vẽ).

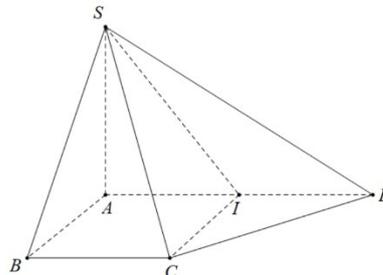


Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SCD) ?

- A. (SAD) . B. (SAB) . C. (SAC) . D. (SBD) .

Lời giải

Chọn C.



Xét mặt đáy $ABCD$, gọi I là trung điểm cạnh AD . Từ giả thiết ta có $AB = AI = BC$ và $AI \parallel BC$, $AB \perp BC$ nên $ABCI$ là hình vuông. Đặt $AB = a$, khi đó $CI = ID = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $CI \perp ID \Rightarrow CD = a\sqrt{2}$.

Dễ thấy $AC^2 + CD^2 = (a\sqrt{2})^2 + (a\sqrt{2})^2 = 4a^2 = AD^2$ nên tam giác ACD vuông tại C suy ra $AC \perp CD$ (1).

Lại có $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp CD$ (2).

Từ (1), (2) ta có $CD \perp (SAC)$ nên $(SCD) \perp (SAC)$.

Câu 8: Phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$ có các nghiệm là

- A. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} + k2\pi = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$.

- Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-2}{2}$.
 Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?
A. $\vec{u}_2 = (3; 4; -2)$. **B.** $\vec{u}_3 = (6; 8; 4)$. **C.** $\vec{u}_4 = (3; 4; 2)$. **D.** $\vec{u}_1 = (-9; 12; -6)$.

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng d có vector chỉ phương là $\vec{u}_d = (3; -4; 2)$

Ta thấy \vec{u}_1 cùng phương với \vec{u}_d .

- Câu 10:** Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Diện tích hình phẳng (H) là
A. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$. **B.** $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. **C.** $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. **D.** $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$.

Lời giải

Chọn C.

- Câu 11:** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 12$ và công bội $q = 2$. Số hạng đầu tiên u_1 bằng
A. 4. **B.** 3. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $u_3 = u_1 \cdot q^2 \Leftrightarrow 12 = u_1 \cdot 2^2 \Leftrightarrow u_1 = 3$.

- Câu 12:** Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của học sinh khối 12 ở trường X, ta thu được bảng sau:

Thời gian (phút)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)
Số học sinh	75	125	250	82	18

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là

- A.** 874. **B.** 875. **C.** 873. **D.** 872.

Lời giải

Chọn A.

Cỡ mẫu $n = 550$

Ta có

Thời gian (phút)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)
Giá trị đại diện	15	45	75	105	135
Số học sinh	75	125	250	82	18

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{15 \cdot 75 + 45 \cdot 125 + 75 \cdot 250 + 105 \cdot 82 + 135 \cdot 18}{550} = \frac{3654}{55}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{75 \cdot (15 - \bar{x})^2 + 125 \cdot (45 - \bar{x})^2 + 250 \cdot (75 - \bar{x})^2 + 82 \cdot (105 - \bar{x})^2 + 18 \cdot (135 - \bar{x})^2}{550} \approx 874.$$

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

- Câu 1:** Một tên lửa phóng thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0 = 50 \text{ m/s}$. Gia tốc của tên lửa (do lực đẩy và trọng lực) phụ thuộc vào thời gian theo công thức $a(t) = 10 - 2t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Sau thời gian 10 s , tên lửa hết nhiên liệu và tiếp tục bay với gia tốc $a(t) = -9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$.
- a) Vận tốc của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là 50 m/s .
 - b) Độ cao của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là 660 m .
 - c) Tên lửa đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 15 \text{ s}$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).
 - d) Độ cao lớn nhất tên lửa đạt được (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là 766 m .

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	SAI

a) **SAI.**

Vận tốc của tên lửa: $v(t) = \int a(t) dt = \int (10 - 2t) dt = 10t - t^2 + C \text{ (m/s)}$.

Vận tốc ban đầu $v_0 = 50 \text{ m/s} \Rightarrow C = 50 \Rightarrow v(t) = 10t - t^2 + 50 \text{ (m/s)}$.

Vận tốc của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là: $v(10) = 10 \cdot 10 - 10^2 + 50 = 50 \text{ (m/s)}$.

b) **SAI.** Độ cao của tên lửa: $h(t) = \int v(t) dt = \int (10t - t^2 + 50) dt = 5t^2 - \frac{1}{3}t^3 + 50t + C_1 \text{ (m)}$.

$h_0 = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \Rightarrow h(t) = 5t^2 - \frac{1}{3}t^3 + 50t \text{ (m)}$

Độ cao của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là:

$h(10) = 5 \cdot 10^2 - \frac{1}{3} \cdot 10^3 + 50 \cdot 10 \approx 666,7 \text{ (m)}$.

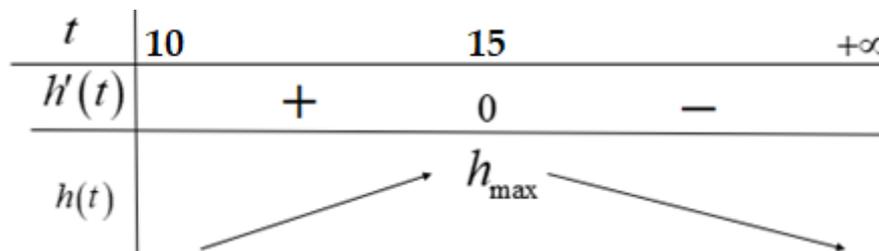
c) **ĐÚNG.**

Vận tốc của tên lửa đạt được từ thời điểm $t = 10 \text{ s}$ trở đi là: $v(t) = \int (-9,8) dt = -9,8t + C_1 \text{ (m/s)}$

Vận tốc ban đầu $v_{10} = 50 \text{ m/s} \Rightarrow C_1 = 148 \Rightarrow v(t) = -9,8t + 148 \text{ (m/s)}$.

Độ cao của tên lửa đạt được tại thời điểm t là $h(t): h'(t) = v(t) = -9,8t + 148$.

$h'(t) = 0 \Rightarrow -9,8t + 148 = 0 \Rightarrow t \approx 15 \text{ (s)}$.



Vậy $h_{\max} \Leftrightarrow t = 15$.

d) **SAI.** Độ cao lớn nhất tên lửa đạt được là: $h_{\max} = h(15)$. Lại có:

$h(15) - h(10) = \int_{10}^{15} (-9,8t + 148) dt = 127,5 \Rightarrow h(15) = 127,5 + h(10) = 127,5 + 666,7 \approx 794,2 \text{ (m)}$.

Câu 2: Một hệ thống AI được sử dụng để kiểm tra đạo văn trong các bài viết học sinh nộp. Theo thống kê: có 1% bài viết là đạo văn, 99% bài viết là chính chủ (không đạo văn). Phần mềm kiểm tra có độ chính xác như sau: Nếu bài viết là đạo văn, phần mềm phát hiện đúng với xác suất 98%; Nếu bài viết là chính chủ, phần mềm nhầm là đạo văn với xác suất 3%. Kiểm tra ngẫu nhiên một bài viết của học sinh nộp.

Gọi A là biến cố: “Bài viết thực sự là đạo văn”.

Gọi B là biến cố: “Phần mềm báo bài viết là đạo văn”.

a) Xác suất $P(B) = 0,0395$.

b) Xác suất $P(A) = 0,01$ và $P(\bar{A}) = 0,99$.

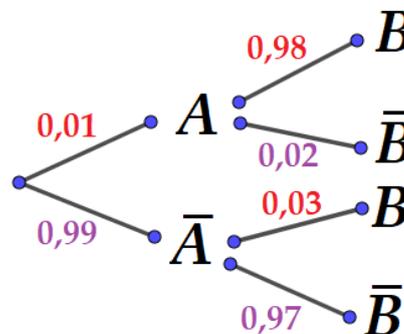
c) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,7$.

d) Trong số những bài viết bị phần mềm cảnh báo là đạo văn, có nhiều khả năng là bài viết chính chủ hơn là đạo văn.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

Ta có sơ đồ hình cây:



Từ giả thiết ta có: Xác suất $P(A) = 0,01$ và $P(\bar{A}) = 0,99$. Suy ra a) **ĐÚNG**.

Do A, B là hai biến cố độc lập nên có:

Xác suất $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = 0,01 \cdot 0,98 + 0,99 \cdot 0,03 = 0,0395$. Suy ra b) **ĐÚNG**.

Xác suất có điều kiện $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,01 \cdot 0,98}{0,0395} = 0,25 \neq 0,7$. Suy ra c) **SAI**.

$$\left. \begin{array}{l} 0,99 \cdot 0,03 = 0,0297 \\ \text{Ta có: } 0,01 \cdot 0,98 = 0,0098 \\ \text{mà } 0,0297 > 0,0098 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Trong số những bài viết bị phần mềm cảnh báo là đạo văn, có}$$

nhiều khả năng là bài viết chính chủ hơn là đạo văn. Suy ra d) **ĐÚNG**.

Câu 3: Cho hàm số $y = x - 1 + \frac{9}{x+2}$

a) Tập xác định của hàm số là: $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$

b) Hàm số có đạo hàm là $y' = 1 - \frac{9}{(x+2)^2}; \forall x \neq -2$

c) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(1; +\infty)$

d) Hàm số có giá trị cực đại lớn hơn giá trị cực tiểu.

Lời giải

a) Đúng.

Điều kiện: $x + 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$

Tập xác định của hàm số là: $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$

b) Đúng.

$$y' = 1 - \frac{9}{(x+2)^2}; \forall x \neq -2$$

c) Sai.

$$y' = 1 - \frac{9}{(x+2)^2} = \frac{x^2 + 4x - 5}{(x+2)^2} = 0 \Rightarrow x = 1; x = -5$$

x	$-\infty$		-5		-2		1		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	
y	$-\infty$	↗		↘		$+\infty$	↘		$+\infty$

d) Sai

x	$-\infty$		-5		-2		1		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	
y	$-\infty$	↗		-9	↘		$+\infty$	↘	
							3		

Vậy hàm số có giá trị cực đại nhỏ hơn giá trị cực tiểu.

Câu 4: Một tàu thám dò tự hành (AUV) đang hoạt động dưới biển sâu. Hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập với một nước biển yên tĩnh là mặt phẳng (Oxy) , trục Oz hướng thẳng đứng xuống dưới (độ sâu $z > 0$), đơn vị tính bằng hectômét (hm). AUV bắt đầu hành trình từ vị trí $A(8, 6, 1)$ và dự định di chuyển theo đường thẳng đến vị trí cuối $B(4; -2; 2)$. Trong hành trình của mình AUV cần tránh một khu vực hình cầu (S) , tâm tại điểm $K(2; -4, 2)$, bán kính $R = 1$ (khu vực có thiết bị nhạy cảm).

a) Mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 1$.

b) Đường thẳng chứa hành trình của AUV có phương trình $\frac{x-8}{-4} = \frac{y-6}{-8} = \frac{z-1}{1}$

c) Trên hành trình AUV luôn cách tâm K một khoảng lớn hơn bán kính R .

d) Hành trình của AUV không đi qua khu vực có thiết bị nhạy cảm hình cầu (S) .

Lời giải

a) Đúng

Mặt cầu (S) , tâm tại điểm $K(2; -4, 2)$, bán kính $R = 1$ là $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 1$.

b) Đúng

$\overline{AB} = (-4; -8; 1)$ và qua $A(8, 6, 1)$

Đường thẳng chứa hành trình của AUV có phương trình $\frac{x-8}{-4} = \frac{y-6}{-8} = \frac{z-1}{1}$

c) Sai

$$\overrightarrow{KA} = (6; 10; -1)$$

$$d(K; \Delta) = \frac{|\overrightarrow{KA} \wedge \overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{2\sqrt{2}}{3} = 0.94 < 1$$

d) Sai

Hành trình của AUV có đi qua khu vực có thiết bị nhạy cảm hình cầu (S).

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Một người tham gia trò chơi với ba hộp quà đặc biệt: Hộp màu vàng có 2 điện thoại iPhone và 3 tai nghe, hộp màu bạc có 4 điện thoại iPhone và 1 tai nghe và hộp màu đồng có 3 điện thoại iPhone và 2 tai nghe. Luật chơi được thực hiện qua 2 bước sau:

Bước 1: Người chơi chọn ngẫu nhiên một hộp.

Bước 2: Từ hộp đã chọn, người chơi lấy ngẫu nhiên 1 món quà:

- Nếu quà là điện thoại iPhone, người chơi được giữ nó và lấy thêm 1 quà nữa từ cùng hộp.
- Nếu quà là tai nghe, trò chơi kết thúc.

Biết rằng người chơi lấy được hai điện thoại iPhone, tính xác suất để người đó lấy từ hộp màu bạc (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Đáp số: 84.

Gọi A_1 là biến cố: Hộp được chọn màu vàng.

A_2 là biến cố: Hộp được chọn màu bạc.

A_3 là biến cố: Hộp được chọn màu đồng.

B là biến cố: Người chơi lấy được hai điện thoại iPhone.

Ta có: $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = \frac{1}{3}$.

Ta cần tính: $P(A_2|B)$. Ta có: $P(A_2|B) = \frac{P(A_2B)}{P(B)}$.

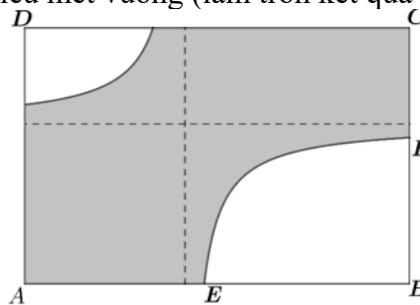
Ta có: $P(A_2B) = P(B|A_2) \cdot P(A_2) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$.

Ta có:

$$P(B) = P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) + P(B|A_3).P(A_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}.$$

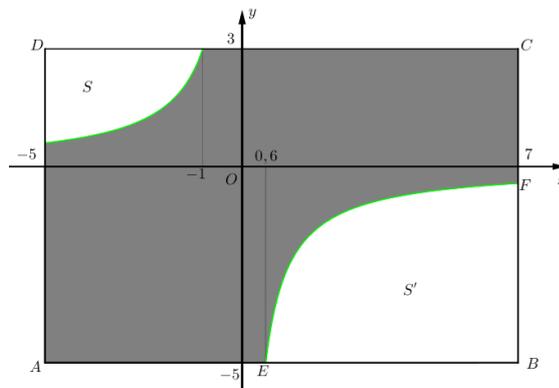
$$\text{Vậy: } P(A_2|B) = \frac{P(A_2B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{5}.$$

Câu 2: Một công ti đang thiết kế một bảng quảng cáo hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $AB = 12m$ và $AD = 8m$. Phần trung tâm của bảng sẽ được in nội dung quảng cáo, được mô tả là phần tô đậm (xem hình minh họa). Hai đường cong trong hình là một phần của đồ thị hàm số có dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số này đều cách điểm A một khoảng bằng $5m$. Đồ thị giao với cạnh AB tại điểm E thỏa mãn $\frac{AE}{AB} = \frac{7}{15}$. Diện tích phần in nội dung quảng cáo là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Lời giải

Đáp số: 73,5.



Gán hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Đồ thị hàm số có TCD là: $x = 0$, TCN là: $y = 0$ nên ta có:

$$\begin{cases} d = 0 \\ a = 0 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{b}{cx}.$$

Ta có: $\frac{AE}{AB} = \frac{7}{15} \Leftrightarrow AE = \frac{7}{15} \cdot AB = \frac{7}{15} \cdot 12 = 5,6 \Rightarrow E(0,6; -5)$. Đồ thị hàm số đi qua điểm

$E(0,6; -5)$ nên $-5 = \frac{b}{c \cdot 0,6} \Leftrightarrow \frac{b}{c} = -3 \Rightarrow y = -\frac{3}{x}$. Ta có:

$$S = \int_{-5}^{-1} \left(5 + \frac{3}{x} \right) dx = 20 - 3 \ln 5, \quad S' = \int_{0,6}^7 \frac{3}{x} dx = 3 \ln \frac{35}{3}.$$

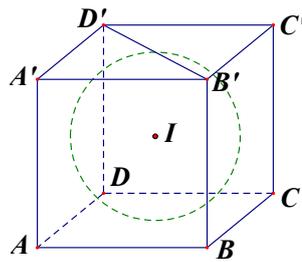
Diện tích phần in nội dung quảng cáo bằng:

$$S_{ABCD} - S - S' = 12.8 - (20 - 3 \ln 5) - 3 \ln \frac{35}{3} \approx 73,5 \text{ (dvd)}..$$

Câu 3: Cho một hộp quà hình lập phương có cạnh bằng 10cm. Trong hộp có một quả cầu pha lê lớn đặc được đặt vừa khít vào hộp sao cho quả cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hộp. Ở 8 góc của hình lập phương, có 8 quả cầu pha lê nhỏ cùng tiếp xúc với các mặt hộp và tiếp xúc với quả cầu lớn. Đồ epoxy resin (một loại keo tổng hợp trong suốt dùng trong thủ công mỹ nghệ) vào đầy hộp để trang trí. Tính thể tích phần keo cần đổ, theo đơn vị lít (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: 0,4



Gọi hộp quà hình lập phương đã cho là $ABCD.A'B'C'D'$ và I là tâm của quả cầu pha lê lớn như hình minh họa.

Bán kính của quả cầu pha lê lớn: $R = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$.

Gọi $r \text{ cm}$ là bán kính của mỗi quả cầu pha lê nhỏ.

Ta xét quả cầu pha lê nhỏ gần đỉnh A nhất, và gọi tâm quả cầu đó là K .

Nhận xét: I, K, A thẳng hàng.

Ta có: $IK = R + r = 5 + r$; $IA = \frac{1}{2} AC' = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$; $KA = \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot \sqrt{3} = r\sqrt{3}$.

Khi đó: $IK + KA = IA \Leftrightarrow (5 + r) + r\sqrt{3} = 5\sqrt{3} \Leftrightarrow r = \frac{5\sqrt{3} - 5}{1 + \sqrt{3}} = 10 - 5\sqrt{3} \text{ cm}$.

Vậy thể tích phần keo cần đổ là: $V = 10^3 - \left(\frac{4}{3} \pi R^3 - 8 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \right) \approx 396 \text{ cm}^3 \approx 0,4 \text{ lít}$.

Câu 4: Một công ty đang triển khai chiến dịch quảng cáo sản phẩm mới. Số tiền đầu tư quảng cáo là A (triệu đồng). Theo kết quả nghiên cứu thị trường, số lượng sản phẩm bán ra (đơn vị: sản phẩm) phụ thuộc vào chi phí quảng cáo theo hàm:

$$q(A) = 1000 + \frac{1013}{3} \ln(1 + A).$$

Biết rằng, chi phí sản xuất mỗi sản phẩm là 10 triệu đồng và giá bán mỗi sản phẩm là 20 triệu đồng. Giá trị lợi nhuận tối đa mà công ty có thể đạt được là bao nhiêu tỉ đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải

Đáp án: 34,1

Tổng chi phí sản xuất: $C(A) = q(A) \cdot 10 + A$ (triệu đồng).

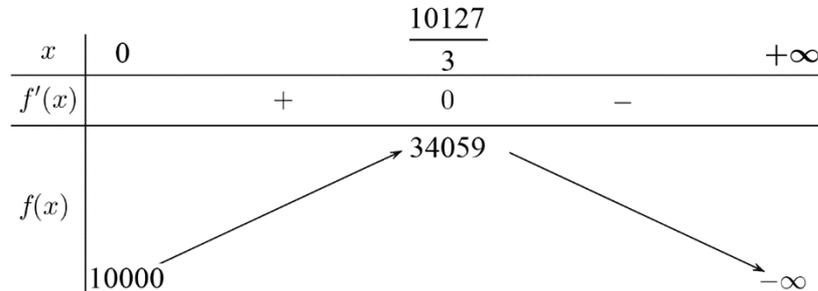
Tổng lợi nhuận: $L(A) = 20q(A) - C(A) = 10000 + \frac{10130}{3} \ln(1 + A) - A$ (triệu đồng).

Tập xác định: $D = [0; +\infty)$.

Ta có: $L'(A) = \frac{10130}{3} \cdot \frac{1}{1+A} - 1 = \frac{10127 - 3A}{3(1+A)}$.

$L'(A) = 0 \Leftrightarrow A = \frac{10127}{3}$. Ta có: $L\left(\frac{10127}{3}\right) \approx 34059$.

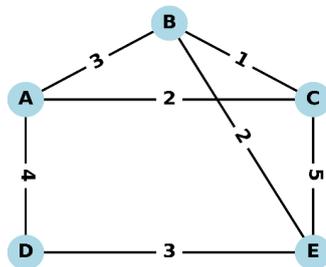
Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta được, Giá trị lợi nhuận tối đa mà công ty có thể đạt được là

$$L\left(\frac{10127}{3}\right) \approx 34059 \text{ triệu đồng} \approx 34,1 \text{ tỷ đồng.}$$

Câu 5: Tại một khu trung tâm dữ liệu, kỹ sư IT cần kiểm tra kết nối giữa các máy chủ trong hệ thống gồm các trạm A, B, C, D, E . Các tuyến cáp quang nối giữa các trạm được biểu diễn trong sơ đồ sau với con số ghi trên mỗi tuyến là chiều dài dây cáp (đơn vị: km). Kỹ sư cần thực hiện một hành trình bắt đầu từ một trạm bất kì, đi qua tất cả các tuyến cáp ít nhất một lần và kết thúc tại đúng trạm khởi hành, nhằm đảm bảo toàn bộ hệ thống được kiểm tra. Tổng chiều dài đường đi ngắn nhất mà kỹ sư cần đi chuyển là bao nhiêu km?



Lời giải

Đáp án: 24

Tổng quãng đường đi qua tất cả các cạnh là $3 + 2 + 4 + 3 + 2 + 5 + 1 = 20$.

Để có chu trình euler thì ta phải có số đỉnh bậc lẻ bằng 0 hoặc chỉ có hai đỉnh bậc lẻ.

Ta có 4 đỉnh bậc lẻ là A, B, C, E.

Tìm cặp ghép giữa các đỉnh bậc lẻ sao cho tổng quãng đường ngắn nhất

Các cặp có thể ghép là

- A-B: 3
- A-C: 2
- B-C: 1
- B-E: 2
- C-E: 5
- A-D: 4

E-D:3

Ta cần ghép hai cặp sao cho không cùng đỉnh và tổng đường đi bé nhất. Vậy ta ghép A-C và B-E thì tổng đường đi là 4

Vậy tổng chiều dài ngắn nhất là 24 và đi theo chu trình A-B-C-A-D-E-B-E-C-A.

Câu 6: Trong một trung tâm nghiên cứu robot bay, người ta bố trí một thiết bị định vị tại điểm cố định $A(1;0;2)$ trong không gian ba chiều với hệ tọa độ $Oxyz$ (các đơn vị tọa độ được tính bằng mét). Thiết bị này giao tiếp đồng thời với hai cảm biến: Cảm biến thứ nhất di chuyển dọc theo đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{-1}$, cảm biến thứ hai được gắn trên mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z + 1 = 0$. Giữa hai cảm biến được kết nối bằng một đường truyền BC , trong đó B nằm trên đường thẳng Δ , C nằm trên mặt phẳng (α) và thiết bị định vị tại A là trung điểm của đoạn BC . Biết rằng đường thẳng BC có một véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; a; b)$, hãy tính giá trị $a + 2b$.

Lời giải

Đáp án: -1,5

Gọi $B = (3+t; -1+2t; 4-t) \in \Delta$

Do A là trung điểm của BC nên

$$C = (-1-t; 1-2t; t) \in (\alpha) \Leftrightarrow 2(-1-t) - (1-2t) + t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow B(5; 3; 2)$$

$$\text{Suy ra } \vec{u} = \overrightarrow{AB} = (4; 3; 0) = -2 \left(-2; -\frac{3}{2}; 0 \right) \Rightarrow a = -\frac{3}{2}; b = 0 \Rightarrow a + 2b = -1,5$$

☞ HẾT ☞



SGD & ĐT TỈNH LAI CHÂU
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT – LẦN 1
 Năm học: 2024-2025
 Môn: Toán
 Mã đề: 109
 Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

ĐỀ BÀI

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.

Câu 1: Trọng lượng của 20 củ sắn trong một lô củ sắn được thu hoạch sau sáu năm trồng tại một cơ sở trồng sắn Lai Châu có bảng tần số ghép nhóm sau (đơn vị: gam):

Nhóm	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)
Tần số	3	7	8	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là:

- A. 3,3. B. 9,5. C. 6,7. D. 8,6.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} > 9$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(5; +\infty)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $P(-1; -3; 1)$. B. $N(-2; 2; 4)$. C. $M(1; 3; -1)$. D. $Q(-1; 1; 2)$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} và $F(3) = 5, F(1) = 1$. Tính phân tích $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. -4. B. 5. C. 6. D. 4.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-3; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-3; 1)$.

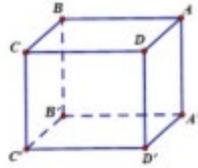
Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là:

- A. $x = \frac{3}{2}$. B. $x = 8$. C. $x = 6$. D. $x = 5$.

Câu 7: Cho cấp số nhân có (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = -8$. Công bội q của cấp số nhân là

- A. $q = 10$. B. $q = \frac{-1}{4}$. C. $q = -4$. D. $q = -10$.

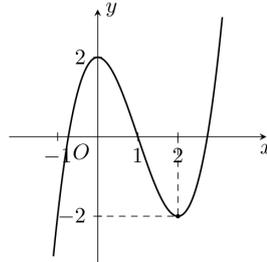
Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



Góc giữa hai vec tơ \overline{AB} và $\overline{DC'}$ bằng:

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 120° .

Câu 9: Đường cong là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = \frac{x+1}{x+2}$. B. $y = -x^3 - 6x + 2$. C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có phương trình $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$ có bán kính bằng:

- A. 16. B. 8. C. 2. D. 4.

Câu 11: Khẳng định nào dưới đây đúng?

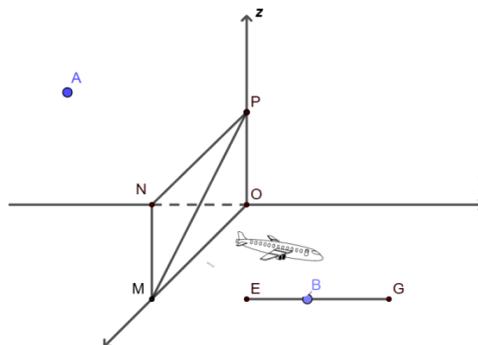
- A. $\int 2025^x dx = \frac{2025^{x+1}}{x+1} + C$. B. $\int 2025^x dx = \frac{\ln 2025}{2025^x} + C$.
 C. $\int 2025^x dx = 2025^x \ln 2025 + C$. D. $\int 2025^x dx = \frac{2025^x}{\ln 2025} + C$.

Câu 12: Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Thể tích của khối chóp bằng:

- A. $18a^3$. B. $6a^3$. C. $9a^3$. D. $3a^3$.

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

Câu 1: Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay, một máy bay đang ở vị trí $A(4; -5; 1)$ sẽ hạ cánh khẩn cấp ở vị trí $B(1; 2; 0)$ trên đường băng EG .



- a) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 4 - 3t \\ y = -5 + 7t \\ z = 1 - t \end{cases}$ (t phút).

- b) Góc trượt (góc giữa đường bay AB và mặt đất là mặt phẳng nằm ngang (Oxy)) không nằm trong phạm vi cho phép từ $2,5^\circ$ đến 9° .
- c) Có một lớp mây mô phỏng bởi mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $M(5;0;0), N(0;-1;0), P(0;0;2)$. Máy bay xuyên qua đám mây tại điểm C có độ cao làm tròn đến hàng đơn vị là 346m.
- d) Biết rằng tầm nhìn của người phi công sau khi ra khỏi đám mây là 800m. Sau khi ra khỏi đám mây, người phi công đạt được quy định an toàn bay là người phi công phải nhìn thấy điểm đầu $E(2;0,5;0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu 150m.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$.

a) $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}, f(\pi) = \pi$.

b) $f'(x) = 1 - \cos 2x$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ có tập nghiệm là $T = \left\{-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ bằng $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 3: Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó.

a) Số cách lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó là 84.

b) Số cách lấy được 3 quả cầu không có quả màu đỏ là 20.

c) Xác suất lấy được 3 quả cầu không có quả màu đỏ bằng $\frac{1}{84}$.

d) Xác suất lấy được 3 quả cầu có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng $\frac{83}{84}$.

Câu 4: Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ. Tại thời điểm $t = 2$ giờ đã có 500 người có mặt.

a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.

b) Tại thời điểm $t = 5$ giờ, lượng khách tham quan là 1325 người.

c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.

d) Tại thời điểm $t = 13$ giờ, lượng khách tham quan là lớn nhất.

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

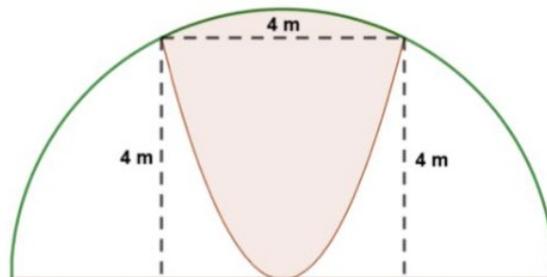
Câu 1: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = 1$, $AD = 2$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AD và $SH = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 2: Nam và ba người bạn lên kế hoạch cho một chuyến đi phượt xuyên Việt, ghé thăm 4 thành phố: Hà Nội, Đà Nẵng, Thành phố Hồ Chí Minh (TP.HCM) và Cần Thơ. Họ xuất phát từ Hà Nội, đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần rồi quay về Hà Nội. Bảng chi phí nhiên liệu (tính bằng lít xăng) giữa các thành phố như sau:

	Hà Nội	Đà Nẵng	TP.HCM	Cần Thơ
Hà Nội	0	40	90	110
Đà Nẵng	40	0	50	70
TP.HCM	90	50	0	30
Cần Thơ	110	70	30	0

Xe của nhóm hiện đã có sẵn 150 lít xăng. Để hoàn thành hành trình, họ cần đổ thêm ít nhất bao nhiêu lít xăng?

Câu 3: Khuôn viên nhà bạn Thủy Dương có dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa đường tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên hai nửa đường tròn và cách nhau một khoảng bằng 4 m. Phần còn lại của khuôn viên dành để trồng cỏ Nhung Nhật. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí trồng hoa và cỏ Nhung Nhật tương ứng là 250.000 đồng/m² và 150.000 đồng/m². Hỏi chi phí để trồng hoa và trồng cỏ Nhung Nhật trong khuôn viên đó hết bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



Câu 4: Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào không gian, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trên và nằm trong mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 2z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Câu 5: Một xưởng sản xuất cửa nhôm kính uốn vòm gồm hai phần dưới là hình chữ nhật có chiều rộng x (cm), chiều dài y (cm), phần vòm là hình bán nguyệt có bán kính $\frac{x}{2}$ (cm). Biết chu vi của cửa không đổi là 8 m. Biết đơn giá làm cửa kính theo m² là 1.600.000 đồng. Khi diện tích của cái cửa lớn nhất thì cái cửa trị giá bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng phần mười)?



Câu 6: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Lấy ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất sao cho lấy được số có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$ (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

∞ HẾT ∞



SGD & ĐT TỈNH LAI CHÂU
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT – LẦN 1
 Năm học: 2024-2025
 Môn: Toán
 Mã đề: 109
 Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.

1.C	2.B	3.C	4.D	5.A	6.B	7.C	8.C	9.D	10.C
11.D	12.B								

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai.

Câu	1	2	3	4
	ĐSĐĐ	ĐSĐĐ	ĐĐSS	SĐSS

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Trả lời	0,61	80	5,9	6	7,2	0,03

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn.

Câu 1: Trọng lượng của 20 củ sắn trong một lô củ sắn được thu hoạch sau sáu năm trồng tại một cơ sở trồng sắn Lai Châu có bảng tần số ghép nhóm sau (đơn vị: gam):

Nhóm	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)
Tần số	3	7	8	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là:

A. 3,3.

B. 9,5.

C. 6,7.

D. 8,6.

Lời giải

Chọn C.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[40; 45)	3	3
[45; 50)	7	10
[50; 55)	8	18
[55; 60)	2	20

Số phần tử của mẫu $n = 20$.

♦ Ta có $\frac{n}{4} = \frac{20}{4} = 5$.

Suy ra Q_1 thuộc nhóm [45; 50).

$$Q_1 = 45 + \left(\frac{5-3}{7} \right) \cdot 5 = \frac{325}{7}$$

♦ Ta có $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 20}{4} = 15$

Suy ra Q_3 thuộc nhóm $[50; 55)$.

$$Q_3 = 50 + \left(\frac{15-10}{8}\right) \cdot 5 = \frac{425}{8}$$

Suy ra khoảng tứ phân vị: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{425}{8} - \frac{325}{7} = \frac{375}{56} \approx 6,7$.

- Câu 2:** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} > 9$ là
A. $(-\infty; 2)$. **B.** $(4; +\infty)$. **C.** $(2; +\infty)$. **D.** $(5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

$$3^{x-2} > 9 \Leftrightarrow x-2 > 2 \Leftrightarrow x > 4.$$

- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường

thẳng d ?

- A.** $P(-1; -3; 1)$. **B.** $N(-2; 2; 4)$. **C.** $M(1; 3; -1)$. **D.** $Q(-1; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn C.

$$M(1; 3; -1) \in d.$$

- Câu 4:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} và $F(3) = 5, F(1) = 1$. Tính phân tích $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A.** -4 . **B.** 5 . **C.** 6 . **D.** 4 .

Lời giải

Chọn D.

$$\int_1^3 f(x) dx = F(3) - F(1) = 5 - 1 = 4.$$

- Câu 5:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	\nearrow	1	\searrow	-3	\nearrow	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-2; 0)$. **B.** $(-3; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -2)$. **D.** $(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là:

A. $x = \frac{3}{2}$.

B. $x = 8$.

C. $x = 6$.

D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $x = 2^3 = 8$. Suy ra $x = 8$.

Câu 7: Cho cấp số nhân có (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = -8$. Công bội q của cấp số nhân là

A. $q = 10$.

B. $q = \frac{-1}{4}$.

C. $q = -4$.

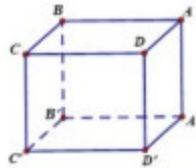
D. $q = -10$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-8}{2} = -4$.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



Góc giữa hai vec tơ \overrightarrow{AB} và $\overrightarrow{DC'}$ bằng:

A. 60° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 120° .

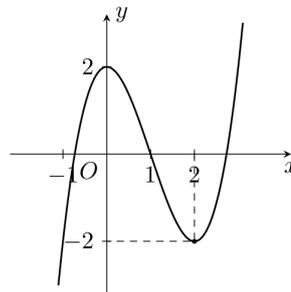
Lời giải

Chọn C.

Do $AB \parallel DC$

Vậy, $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC'}) = (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DC'}) = \widehat{CDC'} = 45^\circ$.

Câu 9: Đường cong là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{x+1}{x+2}$.

B. $y = -x^3 - 6x + 2$.

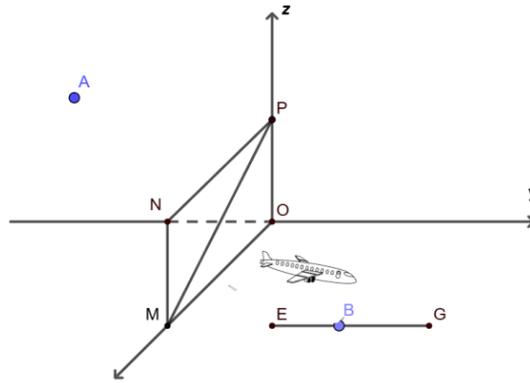
C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị, ta thấy hàm số đã cho là hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$.



a) Phương trình đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 4 - 3t \\ y = -5 + 7t \quad (t \text{ phút}). \\ z = 1 - t \end{cases}$$

b) Góc trượt (góc giữa đường bay AB và mặt đất là mặt phẳng nằm ngang (Oxy)) không nằm trong phạm vi cho phép từ $2,5^\circ$ đến 9° .

c) Có một lớp mây mô phỏng bởi mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $M(5;0;0), N(0;-1;0), P(0;0;2)$. Máy bay xuyên qua đám mây tại điểm C có độ cao làm tròn đến hàng đơn vị là 346m .

d) Biết rằng tầm nhìn của người phi công sau khi ra khỏi đám mây là 800m . Sau khi ra khỏi đám mây, người phi công đạt được quy định an toàn bay là người phi công phải nhìn thấy điểm đầu $E(2;0;5;0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu 150m .

Lời giải

a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng

a)

Chọn ĐÚNG.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 7; -1)$.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(4; -5; 1)$ và có một vector chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (-3; 7; -1)$ nên

phương trình tham số của đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 4 - 3t \\ y = -5 + 7t \quad (t \text{ phút}). \\ z = 1 - t \end{cases}$$

b)

Chọn SAI.

Mặt phẳng (Oxy) có một vector pháp tuyến $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

$$\text{Ta có } \sin(AB, (Oxy)) = \left| \cos(\overline{AB}, \vec{k}) \right| = \frac{|(-3) \cdot 0 + 7 \cdot 0 + (-1) \cdot 1|}{\sqrt{(-3)^2 + 7^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{59}}.$$

Suy ra $(AB, (Oxy)) \approx 7,5^\circ$.

Vậy góc trượt (góc giữa đường bay AB và mặt đất là mặt phẳng nằm ngang (Oxy)) có nằm trong phạm vi cho phép từ $2,5^\circ$ đến 9° .

c)

Chọn ĐÚNG.

Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $M(5; 0; 0)$, $N(0; -1; 0)$, $P(0; 0; 2)$ nên mặt phẳng (P) có phương trình là $\frac{x}{5} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1 \Leftrightarrow 2x - 10y + 5z - 10 = 0$.

Điểm C thuộc đường thẳng AB nên $C(4 - 3t; -5 + 7t; 1 - t)$.

Máy bay xuyên qua đám mây $(P): 2x - 10y + 5z - 10 = 0$ tại điểm $C(4 - 3t; -5 + 7t; 1 - t)$ nên ta có $2(4 - 3t) - 10(-5 + 7t) + 5(1 - t) - 10 = 0 \Leftrightarrow 81t = 53 \Leftrightarrow t = \frac{53}{81}$.

$$\text{Vậy } C\left(\frac{55}{27}; -\frac{34}{81}; \frac{28}{81}\right).$$

Vậy máy bay xuyên qua đám mây tại điểm C có độ cao $\frac{28}{81} \text{ km} \approx 346 \text{ m}$.

d) Chọn ĐÚNG.

Máy bay cách mặt đất với độ cao 150 m nên $1 - t = 0,15 \Leftrightarrow t = 0,85$. Vậy $D(1,45; 0,95; 0,15)$.

Ta có $\overline{DE} = (-0,55; -0,45; -0,15) \Rightarrow DE = \sqrt{(-0,55)^2 + (-0,45)^2 + (-0,15)^2} \approx 726 \text{ m} < 800 \text{ m}$.

Vậy người phi công đạt được quy định an toàn bay là người phi công phải nhìn thấy điểm đầu $E(2; 0,5; 0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu 150 m.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$.

a) $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}, f(\pi) = \pi$.

b) $f'(x) = 1 - \cos 2x$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ có tập nghiệm là $T = \left\{-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ bằng $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng

a)

Chọn ĐÚNG.

$$\text{Ta có } f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2} - \sin(-\pi) = -\frac{\pi}{2}; f(\pi) = \pi - \sin(2\pi) = \pi.$$

b)

Chọn SAI.

$$\text{Ta có } f'(x) = (x - \sin 2x)' = 1 - 2 \cos 2x$$

c)

Chọn ĐÚNG.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2 \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Trường hợp 1: } x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vì } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right] \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \leq \pi \Rightarrow -\frac{2}{3} \leq k \leq \frac{5}{6} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}.$$

$$\text{Trường hợp 2: } x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vì } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right] \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{6} + k\pi \leq \pi \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{7}{6} \Rightarrow k \in \{0; 1\} \Rightarrow x \in \left\{-\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}.$$

$$\text{Vậy phương trình } f'(x) = 0 \text{ trên đoạn } \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right] \text{ có tập nghiệm là } T = \left\{-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}.$$

d)

Chọn ĐÚNG.

$$\text{Ta có } f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}; f(\pi) = \pi; f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}; f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Khi đó } \max_{\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]} f(x) = \frac{5\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}; \min_{\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]} f(x) = -\frac{\pi}{2}.$$

Vậy tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ bằng

$$\frac{5\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 3: Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó.

a) Số cách lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó là 84.

b) Số cách lấy được 3 quả cầu không có quả màu đỏ là 20.

c) Xác suất lấy được 3 quả cầu không có quả màu đỏ bằng $\frac{1}{84}$.

d) Xác suất lấy được 3 quả cầu có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng $\frac{83}{84}$.

Lời giải

a) Đúng

Số cách lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó là $C_9^3 = 84$.

b) Đúng

Số cách lấy được 3 quả cầu không có quả màu đỏ là $C_6^3 = 20$.

c) Sai

Xác suất lấy được 3 quả cầu không có quả màu đỏ bằng $\frac{20}{84}$.

d) Sai

Xác suất lấy được 3 quả cầu có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng $1 - \frac{20}{84} = \frac{64}{84}$.

Câu 4: Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ. Tại thời điểm $t = 2$ giờ đã có 500 người có mặt.

a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.

b) Tại thời điểm $t = 5$ giờ, lượng khách tham quan là 1325 người.

c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.

d) Tại thời điểm $t = 13$ giờ, lượng khách tham quan là lớn nhất.

Lời giải

a) Sai

Vì $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$ nên $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + C$

Tại thời điểm $t = 2$ giờ có 500 người có mặt nên $Q(2) = 500 \Rightarrow 400 + C = 500 \Rightarrow C = 100$

Do đó $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2 + 100$

b) Đúng

Tại thời điểm $t = 5$ giờ, lượng khách tham quan là $Q(5) = 500$

c) Sai

$$\text{Ta có } Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 12 \\ t = 6 \\ t = 0 \end{cases}$$

t	0	6	12	13
$Q(t)$	100	1396	100	269

Lượng khách tham quan lớn nhất là 1396 người.

d) Sai

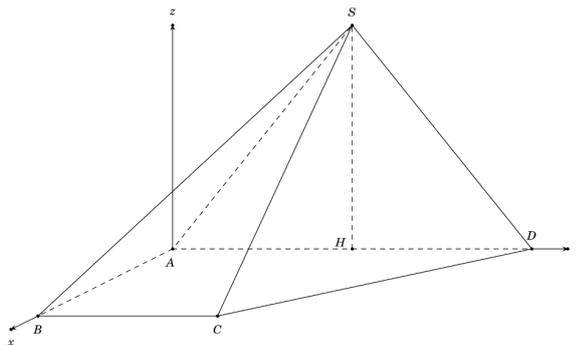
Lượng khách tham quan là lớn nhất Tại thời điểm $t = 6$ giờ,

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = 1$, $AD = 2$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AD và $SH = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0.61



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(0;0;0)$, $B(0;1;0)$, $D(2;0;0)$.

Do $ABCD$ là hình thang vuông tại A , B và $BC = 1$, $AD = 2$, ta suy ra $C(1;1;0)$.

H là trung điểm AD nên $H(1;0;0)$.

Do $SH \perp (ABCD)$ và $SH = \frac{\sqrt{6}}{2}$ nên $S\left(1;0;\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$.

Ta có $\overline{SC} = \left(0;1;-\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$, $\overline{SD} = \left(1;0;-\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$.

Pháp tuyến của mặt phẳng (SCD) là $\vec{n} = [\overline{SC}, \overline{SD}] = \left(-\frac{\sqrt{6}}{2}; -\frac{\sqrt{6}}{2}; -1\right)$.

Chọn $\vec{n}' = (\sqrt{6}; \sqrt{6}; 2)$ là một pháp tuyến khác.

Phương trình mặt phẳng (SCD) đi qua $C(1;1;0)$ và có pháp tuyến \vec{n}' là:

$$\sqrt{6}(x-1) + \sqrt{6}(y-1) + 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{6}x + \sqrt{6}y + 2z - 2\sqrt{6} = 0.$$

Khoảng cách từ $B(0;1;0)$ đến mặt phẳng (SCD) là:

$$d(B, (SCD)) = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

Làm tròn đến hàng phần trăm: $d(B, (SCD)) = \frac{\sqrt{6}}{4} \approx 0.61$.

Câu 2: Nam và ba người bạn lên kế hoạch cho một chuyến đi phượt xuyên Việt, ghé thăm 4 thành phố: Hà Nội, Đà Nẵng, Thành phố Hồ Chí Minh (TP.HCM) và Cần Thơ. Họ xuất phát từ Hà Nội, đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần rồi quay về Hà Nội. Bảng chi phí nhiên liệu (tính bằng lít xăng) giữa các thành phố như sau:

	Hà Nội	Đà Nẵng	TP.HCM	Cần Thơ
Hà Nội	0	40	90	110
Đà Nẵng	40	0	50	70
TP.HCM	90	50	0	30
Cần Thơ	110	70	30	0

Xe của nhóm hiện đã có sẵn 150 lít xăng. Để hoàn thành hành trình, họ cần đổ thêm ít nhất bao nhiêu lít xăng?

Lời giải

Đáp án: 80

Gọi các thành phố là HN, DN, HCM, CT. Hành trình bắt đầu từ HN, đi qua 3 thành phố còn lại mỗi thành phố đúng 1 lần và quay về HN.

Các hành trình có thể là:

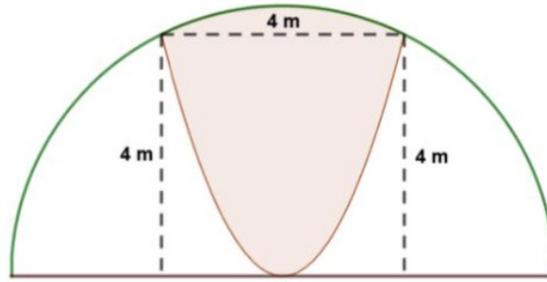
-) HN → DN → HCM → CT → HN: Chi phí $40 + 50 + 30 + 110 = 230$ lít.
-) HN → DN → CT → HCM → HN: Chi phí $40 + 70 + 30 + 90 = 230$ lít.
-) HN → HCM → DN → CT → HN: Chi phí $90 + 50 + 70 + 110 = 320$ lít.
-) HN → HCM → CT → DN → HN: Chi phí $90 + 30 + 70 + 40 = 230$ lít.
-) HN → CT → DN → HCM → HN: Chi phí $110 + 70 + 50 + 90 = 320$ lít.
-) HN → CT → HCM → DN → HN: Chi phí $110 + 30 + 50 + 40 = 230$ lít.

Chi phí nhiên liệu ít nhất cho hành trình là 230 lít.

Số lít xăng đã có là 150 lít.

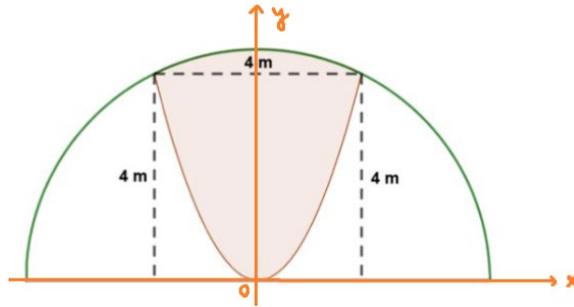
Số lít xăng cần đổ thêm ít nhất là: $230 - 150 = 80$ lít.

Câu 3: Khuôn viên nhà bạn Thùy Dương có dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa đường tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên hai nửa đường tròn và cách nhau một khoảng bằng 4 m. Phần còn lại của khuôn viên dành để trồng cỏ Nhung Nhật. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí trồng hoa và cỏ Nhung Nhật tương ứng là 250.000 đồng/m² và 150.000 đồng/m². Hỏi chi phí để trồng hoa và trồng cỏ Nhung Nhật trong khuôn viên đó hết bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



Lời giải

Đáp số: 5,9



Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ

Ta có: $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua các điểm $(0;0); (2;4); (-2;4)$ nên (P) có dạng:

$$(P): y = x^2$$

Vì điểm $(2;4)$ nằm trên nửa đường tròn tâm (O) nên bán kính của đường tròn là: $2\sqrt{5} m$

Phương trình nửa đường tròn (O) là: $x^2 + y^2 = 20 \Rightarrow y = \sqrt{20 - x^2}$.

Chi phí để trồng hoa và trồng cỏ Nhung Nhật trong khuôn viên đó là:

$$0,25 \cdot \int_{-2}^2 (\sqrt{20 - x^2} - x^2) dx + 0,15 \cdot \left[\frac{20 \cdot \pi}{2} - \int_{-2}^2 (\sqrt{20 - x^2} - x^2) dx \right] = 5,9 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 4: Khi gán hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào không gian, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trên và nằm trong mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 2z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Lời giải

Đáp số: 6

Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng chính bằng đường kính của mặt cầu, từ phương trình mặt cầu ta có: $a = 2; b = 3; c = 1; d = 5$

Đường kính của mặt cầu là: $2R = 2 \cdot \sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2 - 5} = 6 \text{ km.}$

Câu 5: Một xưởng sản xuất cửa nhôm kính uốn vòm gồm hai phần dưới là hình chữ nhật có chiều rộng $x(\text{cm})$, chiều dài $y(\text{cm})$, phần vòm là hình bán nguyệt có bán kính $\frac{x}{2}(\text{cm})$. Biết chu vi của

cửa không đổi là 8 m. Biết đơn giá làm cửa kính theo m^2 là 1.600.000 đồng. Khi diện tích của cái cửa lớn nhất thì cái cửa trị giá bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng phần mười)?



Lời giải

Chu vi cửa là $2y + x + \pi \cdot \frac{x}{2} = 8 \Leftrightarrow y = 4 - \frac{1}{2}x \left(1 + \frac{\pi}{2}\right)$.

Diện tích cửa là $S(x) = xy + \frac{1}{2}\pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 4x - \frac{1}{2}x^2 \left(1 + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{8}x^2 = 4x - \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{8}\right)x^2$.

Ta có $S'(x) = 4 - \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)x; S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{16}{\pi + 4}$.

Lập bảng biến thiên, suy ra giá trị khi diện tích của cái cửa lớn nhất là

$1,6 \cdot \max_{(0;+\infty)} S(x) = 1,6 \cdot S\left(\frac{16}{\pi + 4}\right) \approx 7,2$ triệu đồng.

Câu 6: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Lấy ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất sao cho lấy được số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$ (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Số các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau lập từ S là $A_7^6 - A_6^5$.

Trường hợp 1. Xét bộ có tổng bằng 6 có chữ số 0: $\{(0; 6); (1; 5); (2; 4)\}$.

Để lập thành 1 số thỏa yêu cầu bài toán, ta hoán vị 3 bộ này vào các vị trí $\overline{a_1a_2}; \overline{a_3a_4}; \overline{a_5a_6}$ vì $a_1 \neq 0$ nên có tất cả $3! \cdot 2^3 - 2! \cdot 2^2$ số.

Trường hợp 2. Xét bộ có tổng bằng 5 có chữ số 0: $\{(0; 5); (1; 4); (2; 3)\}$.

Để lập thành 1 số thỏa yêu cầu bài toán, ta hoán vị 3 bộ này vào các vị trí $\overline{a_1a_2}; \overline{a_3a_4}; \overline{a_5a_6}$ vì $a_1 \neq 0$ nên có tất cả $3! \cdot 2^3 - 2! \cdot 2^2$ số.

Trường hợp 3. Xét bộ có tổng bằng 7: $\{(1; 6); (2; 5); (3; 4)\}$.

Để lập thành 1 số thỏa yêu cầu bài toán, ta hoán vị 3 bộ này vào các vị trí $\overline{a_1a_2}; \overline{a_3a_4}; \overline{a_5a_6}$ vì nên có tất cả $3! \cdot 2^3$ số.

Xác suất lấy được số thỏa mãn điều kiện bài toán là $\frac{3 \cdot 3! \cdot 2^3 - 2 \cdot 2! \cdot 2^2}{A_7^6 - A_6^5} = \frac{4}{135} \approx 0,03$.

☞ HẾT ☞

Thu nhập (triệu đồng)	[5; 8)	[8; 11)	[11; 14)	[14; 17)	[17; 20)
Số người	30	55	45	30	20

Tính mức thu nhập trung bình của người lao động ở công ty trên (đơn vị: triệu đồng).

- A. 12,5. B. 10,5. C. 11. D. 11,75.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = x^2 + 4x + C$. B. $\int f(x)dx = x^3 + 4x + C$.
 C. $\int f(x)dx = 2x + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{3x-7} < 4$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$.

Đường kính của mặt cầu (S) bằng

- A. 6. B. 18. C. 3. D. 9.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_4 = 81$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3. B. $3\sqrt[3]{3}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều và $SA \perp (ABC)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên BC . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng

- A. $BC \perp AH$. B. $BC \perp SC$. C. $BC \perp SB$. D. $BC \perp AC$.

Câu 12. Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ của phương trình $\sin 2x - 1 = 0$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a) b) c) d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Gia đình bạn An chuẩn bị đi thăm quan một hòn đảo trong hai ngày thứ bảy và chủ nhật. Ở hòn đảo

đó, mỗi ngày chỉ có nắng hoặc mưa, nếu một ngày là nắng thì khả năng xảy ra mưa ở ngày tiếp theo là 20%, còn nếu một ngày là mưa thì khả năng ngày hôm sau vẫn mưa là 30%. Theo dự báo thời tiết, xác suất trời sẽ nắng vào ngày thứ bảy là 0,7. Gọi A là biến: “Ngày thứ bảy trời nắng” và B là biến cố: “Ngày chủ nhật trời mưa”.

- a) $P(A) = 0,7$.
 b) $P(AB) = 0,21$.
 c) $P(\overline{B}|\overline{A}) = 0,7$.
 d) Xác suất để ngày chủ nhật trời nắng là 0,8.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(6; -10; 3)$, mặt cầu (S) có tâm $I(0; 2; -3)$, bán kính bằng $2\sqrt{6}$ và mặt phẳng (α) có phương trình: $x + y = 0$.

- a) Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (α) bằng 2.
- b) Điểm A nằm ngoài mặt cầu (S) .
- c) Hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (α) là $Q(8; -8; 3)$.
- d) Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C) . Điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ M đến A lớn nhất. Khi đó $MA = 6\sqrt{10}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \log_3(5x - 3)$.

- a) Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $D = (0; +\infty)$.
- b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(2; 7)$.
- c) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\left[\frac{6}{5}; \frac{12}{5}\right]$ là 12.
- d) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

Câu 4. Thành nhà Hồ nằm trên địa phận huyện Vĩnh Lộc, tỉnh Thanh Hóa được UNESCO công nhận là di sản văn hóa thế giới vào ngày 27/6/2011. Thành có bốn cổng xây bằng đá ở bốn phía Nam-Bắc-Tây-Đông (Tiền-Hậu-Tả-Hữu), trong đó phía Nam gồm 3 cửa (như hình bên), mỗi phía còn lại chỉ có một cửa, các cửa thành được xây kiểu vòm cuốn. Trong một buổi trải nghiệm, một nhóm học sinh thực nghiệm đo đạc cửa chính giữa của cổng phía Nam để tính diện tích phần cửa gỗ và thu được các kết quả sau:

Bề rộng của cửa dưới mặt đất là 5,82 m, hai bên mép cửa (coi như vuông góc với mặt đất) có độ cao 2,25 m. Vòm cửa cong theo dáng của một Parabol có đỉnh là đỉnh cửa. Chiều cao từ mặt đất đến mặt trên của thành là 9,5 m, khoảng cách từ đỉnh cửa đến mặt trên của thành là 3,75 m. Nhóm học sinh chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ là điểm chính giữa đoạn thẳng nối hai chân cửa, trục Ox đi qua hai chân cửa, tia Oy hướng lên trên và đi qua đỉnh cửa, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 mét.

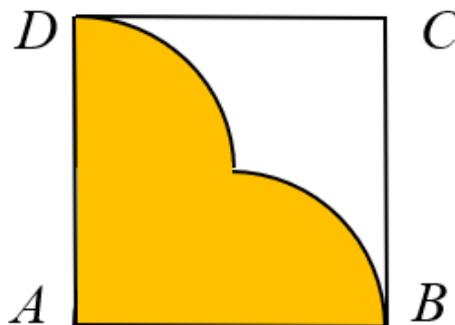


- a) Chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cửa là 5,75 m.
- b) Với hệ trục tọa độ Oxy đã chọn, đỉnh cửa là điểm $I(0; 3,75)$.
- c) Với hệ trục tọa độ Oxy đã chọn, vòm cửa là một phần của đồ thị hàm số $y = -\frac{7}{5,82}x^2 + 5,75$.

d) Trước đây, ở mỗi cửa có cánh cửa làm bằng gỗ, khi khép lại thì cửa được đóng kín. Diện tích cửa gỗ của cửa chính giữa là $26,68 \text{ m}^2$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của đơn vị m^2).

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

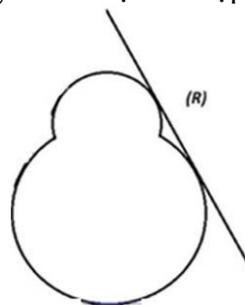
Câu 1: Trên cánh cửa được trang trí các nùm có dạng một khối tròn xoay được đúc bằng chất liệu đồng, khuôn đúc của nó được tạo thành khi quay miền (H) (phần tô màu trong hình vẽ bên) quanh trục AB . Miền (H) được giới hạn bởi các cạnh AB , AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh AD , AB . Biết công thức tính khối lượng của một vật là $P = V \cdot D$, trong đó P là khối lượng của vật (đơn vị g), V là thể tích của vật (đơn vị cm^3) và D là khối lượng riêng của vật (đơn vị g/cm^3), khối lượng riêng của đồng là $D = 8,96 \text{ g/cm}^3$. Giá đồng trên thị trường là $200\,000$ đồng/kg. Giá tiền vật liệu để đúc một nùm đồng trên là bao nhiêu nghìn đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 2: Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 24t^2, 0 \leq t \leq 24$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh và t là thời gian (tuần). Số người tối đa bị nhiễm bệnh ở địa phương đó là bao nhiêu người?

Câu 3: Sai đề

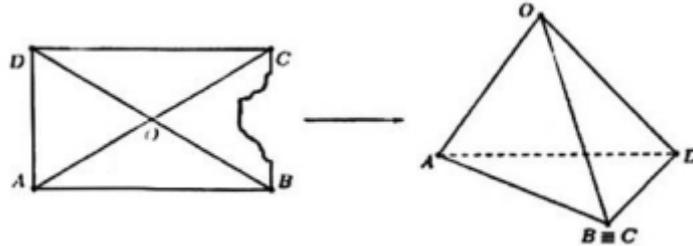
Câu 4: Ở trung tâm nghiên cứu X có một thiết bị được đặt trên một quả đồi thuộc vùng rừng núi để đo các thông số về thời tiết khí tượng của vùng đó (nhiệt độ, áp suất khí quyển, độ ẩm, mây, gió, mưa...). Cấu tạo bên ngoài của thiết bị gồm hai mặt cầu cắt nhau là (S_1) có tâm I , bán kính bằng $4m$ và mặt cầu (S_2) có tâm J , bán kính bằng $2m$. Để đo các thông số cần thiết, người ta lắp đặt một tấm thiết bị điện tử hình chữ nhật (R) luôn tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) , (S_2) và có thể di chuyển quanh các chòm cầu để truyền tín hiệu tới hộp điều hành (đường truyền không dây).



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian với độ dài đơn vị trên mỗi trục tọa độ là $1m$ và $O(0;0;0)$ là vị trí hộp điều hành thiết bị thì $I(2;1;1)$ và $J(2;1;5)$. Khi khoảng cách từ O đến

tấm thiết bị điện tử (R) ngắn nhất là lúc đường truyền tín hiệu tốt nhất. Khoảng cách ngắn nhất này bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, tham khảo mô tả thiết bị như hình trên).

Câu 5: Trên công trường xây dựng, một công nhân muốn tạo ra một dụng cụ để đựng vật liệu lỏng từ một tấm thép hình chữ nhật $ABCD$ tâm O có $AB = 3,2m$, $AD = 2,4m$. Do tấm thép bị hỏng một phần (tham khảo hình vẽ) nên người đó cắt bỏ tam giác OBC và hàn hai mép OB , OC với nhau để thu được một hình tứ diện $OABD$ (không có mặt ABD). Dụng cụ này sẽ được vùi đất xung quanh sao cho đỉnh O quay xuống và mặt ABD hướng lên trên, khi đựng đầy vật liệu lỏng thì phần không gian trong lòng của dụng cụ hoàn toàn bị lấp đầy. Tính thể tích của vật liệu lỏng được đựng đầy trong dụng cụ. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục của đơn vị m^3 và xem độ dày của tấm thép không đáng kể).



Câu 6: Một xưởng cơ khí sản xuất hai loại sản phẩm là A và B. Để sản xuất một sản phẩm A phải dùng máy I trong 1 giờ và máy II trong 3 giờ, đối với một sản phẩm B phải dùng máy I trong 2 giờ và máy II trong 2 giờ. Mỗi tuần máy I làm việc tối đa 40 giờ, máy II làm việc tối đa 60 giờ. Mỗi sản phẩm A cho lợi nhuận 2 triệu đồng, mỗi sản phẩm B cho lợi nhuận 1,5 triệu đồng. Biết rằng sản phẩm sản xuất ra đều bán hết. Hỏi mỗi tuần xưởng cơ khí thu được lợi nhuận cao nhất là bao nhiêu triệu đồng?

☞ HẾT ☞



SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP TN THPT LẦN 2

Năm học: 2024-2025

Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	D	B	D	D	D	B	A	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	ĐSĐS	SĐĐS	SSSĐ	ĐSSĐ	22	2048	-	2,56
21	22								
1,2	42,5								

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	A	D	D	B	D	D	D	B	A	A	A	B

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

- Đúng 1 câu được 0,1 điểm; đúng 2 câu được 0,25 điểm; đúng 3 câu được 0,5 điểm; đúng 4 câu được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
	a)Đ- b)S- c)Đ- d)S	a)S- b)Đ- c)Đ- d)S	a)S- b)S- c)S- d)Đ	a)Đ- b)S- c)S- d)Đ

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Ta có M là trung điểm BC nên $\overline{SM} = \frac{1}{2}(\overline{SC} + \overline{SD}) = \frac{1}{2}(\overline{SC} + \overline{SA} + \overline{AD}) = \frac{1}{2}(\overline{SC} + \overline{SA} + \overline{BC})$
 $= \frac{1}{2}(\overline{SC} + \overline{SA} + \overline{SC} - \overline{SB}) = \frac{1}{2}(\overline{SA} - \overline{SB} + 2\overline{SC})$.

- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; 3; -2)$ đến mặt phẳng (Oxy) bằng.
A. $\sqrt{14}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

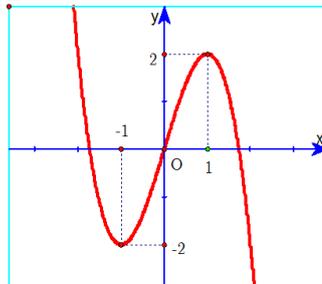
Lời giải

Chọn A

Gọi điểm A' là hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow A'(1; 3; 0)$.

Khi đó, khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oxy) là $AA' = 2$.

- Câu 5.** Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên và a, b, c, d là các số thực. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



- A.** $a + d > 0$. **B.** $ad < 0$. **C.** $ad > 0$. **D.** $a + d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Nhánh cuối đồ thị hàm số đi xuống dưới nên $a < 0$. Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên $d = 0$.

Khi đó: $a + d < 0$.

- Câu 6.** Khảo sát thu nhập theo tháng của người lao động ở một công ty thu được mẫu số liệu ghép nhóm như bảng sau:

Thu nhập (triệu đồng)	[5; 8)	[8; 11)	[11; 14)	[14; 17)	[17; 20)
Số người	30	55	45	30	20

Tính mức thu nhập trung bình của người lao động ở công ty trên (đơn vị: triệu đồng).

- A.** 12,5. **B.** 10,5. **C.** 11. **D.** 11,75.

Lời giải

Chọn D

Trung bình thu nhập của người lao động ở công ty trên là:

$$\bar{x} = \frac{6,5 \cdot 30 + 9,5 \cdot 55 + 12,5 \cdot 45 + 15,5 \cdot 30 + 18,5 \cdot 20}{180} = 11,75 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = x^2 + 4x + C$.

B. $\int f(x)dx = x^3 + 4x + C$.

C. $\int f(x)dx = 2x + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$$

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{3x-7} < 4$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 3)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$2^{3x-7} < 4 \Leftrightarrow 2^{3x-7} < 2^2 \Leftrightarrow 3x - 7 < 2 \Leftrightarrow x < 3.$$

Tập nghiệm của bất phương trình: $S = (-\infty; 3)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$.

Đường kính của mặt cầu (S) bằng

A. 6.

B. 18.

C. 3.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

Đường kính mặt cầu: $d = 2R = 6$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_4 = 81$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3.

B. $3\sqrt[3]{3}$.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$u_4 = u_1 \cdot q^3 \Leftrightarrow q^3 = \frac{u_4}{u_1} \Leftrightarrow q^3 = 27 \Leftrightarrow q = 3.$$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều và $SA \perp (ABC)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên BC . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng

A. $BC \perp AH$.

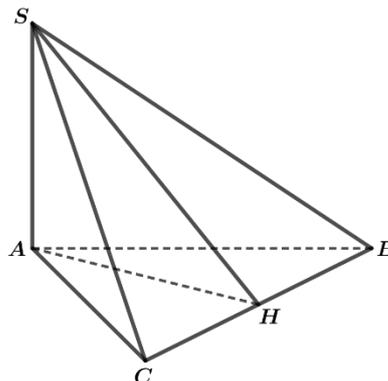
B. $BC \perp SC$.

C. $BC \perp SB$.

D. $BC \perp AC$.

Lời giải

Chọn A



- a) Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (α) bằng 2.
- b) Điểm A nằm ngoài mặt cầu (S) .
- c) Hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (α) là $Q(8; -8; 3)$.
- d) Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C) . Điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ M đến A lớn nhất. Khi đó $MA = 6\sqrt{10}$.

Lời giải

(a) Sai.

Ta có: $d(I, (\alpha)) = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

(b) Đúng.

Ta có: $IA = \sqrt{(6-0)^2 + (-10-2)^2 + (3+3)^2} = 6\sqrt{6} > R$.

Vậy điểm A nằm ngoài mặt cầu (S) .

(c) Đúng.

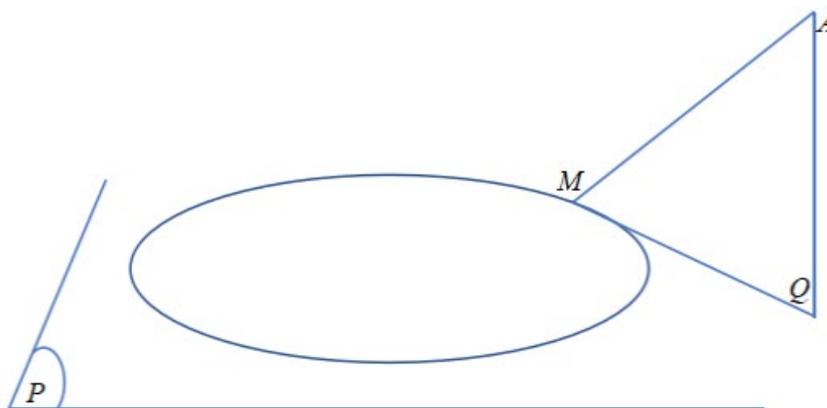
Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 0)$.

Ta có: $Q \in (\alpha) \quad (1)$

Mặt khác $\overrightarrow{AQ} = (2; 2; 0) = 2(1; 1; 0)$ cùng phương với vectơ $\vec{n} = (1; 1; 0) \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (α) là $Q(8; -8; 3)$.

d) Sai
()



Gọi H là tâm đường tròn (C) , khi đó H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (α) . Đường thẳng IH qua điểm I và có VTCP là VTPT $\vec{n} = (1; 1; 0)$ của mặt phẳng (α) , suy ra IH có phương

$$\text{trình: } \begin{cases} x = t \\ y = 2 + t \Rightarrow H(t; 2 + t; -3) \\ z = -3 \end{cases}$$

Điểm $H \in (\alpha): x + y = 0 \Leftrightarrow t + 2 + t = 0 \Leftrightarrow t = -1$ suy ra: $H(-1; 1; -3)$.

Ta có: $HQ = \sqrt{(8+1)^2 + (-8-1)^2 + (3+3)^2} = 3\sqrt{22} > R = 2\sqrt{6} \Rightarrow Q$ nằm ngoài đường tròn (C) .

Ta có: $AM = \sqrt{AQ^2 + QM^2}, AQ = \sqrt{(8-6)^2 + (-8+10)^2 + (3-3)^2} = 2\sqrt{2}$ suy ra: AM lớn nhất

khi và chỉ khi QM lớn nhất. Vì Q nằm ngoài

đường tròn (C) nên $QM_{\max} = HQ + R = 3\sqrt{22} + 2\sqrt{6}$.

Lúc đó: $AM = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{22} + 2\sqrt{6})^2} \approx 19,1799 \neq 6\sqrt{10}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \log_3(5x - 3)$.

a) Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $D = (0; +\infty)$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(2; 7)$.

c) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\left[\frac{6}{5}; \frac{12}{5}\right]$ là 12.

d) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

Lời giải

(a) Điều kiện: $5x - 3 > 0 \rightarrow x > \frac{3}{5}$. Sai.

(b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(2; 7)$. Sai

(c) $Min = f\left(\frac{6}{5}\right) = 1, Max = f\left(\frac{12}{5}\right) = 2$. Nên Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$y = f(x)$ trên $\left[\frac{6}{5}; \frac{12}{5}\right]$ là 3. Sai.

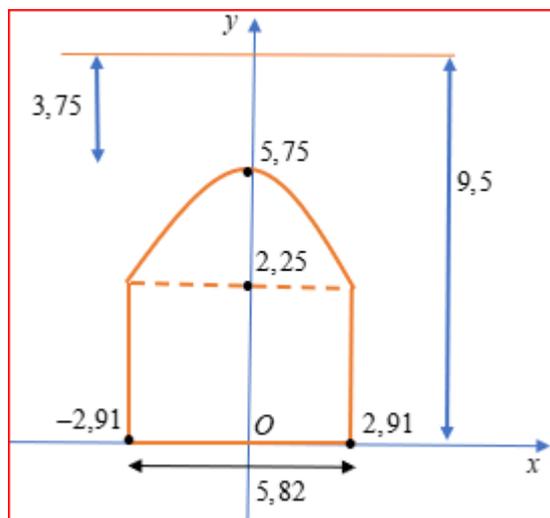
(d) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\left(\frac{3}{5}; +\infty\right)$. Đúng

Câu 4. Thành nhà Hồ nằm trên địa phận huyện Vĩnh Lộc, tỉnh Thanh Hóa được UNESCO công nhận là di sản văn hóa thế giới vào ngày 27/6/2011. Thành có bốn cổng xây bằng đá ở bốn phía Nam-Bắc-Tây-Đông (Tiền-Hậu-Tả-Hữu), trong đó phía Nam gồm 3 cửa (như hình bên), mỗi phía còn lại chỉ có một cửa, các cửa thành được xây kiểu vòm cuốn. Trong một buổi trải nghiệm, một nhóm học sinh thực nghiệm đo đạc cửa chính giữa của cổng phía Nam để tính diện tích phần cửa gỗ và thu được các kết quả sau:
 Bề rộng của cửa dưới mặt đất là 5,82 m, hai bên mép cửa (coi như vuông góc với mặt đất) có độ cao 2,25 m. Vòm cửa cong theo dáng của một Parabol có đỉnh là đỉnh cửa. Chiều cao từ mặt đất đến mặt trên của thành là 9,5 m, khoảng cách từ đỉnh cửa đến mặt trên của thành là 3,75 m. Nhóm học sinh chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ là điểm chính giữa đoạn thẳng nối hai chân cửa, trục Ox đi qua hai chân cửa, tia Oy hướng lên trên và đi qua đỉnh cửa, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 mét.



- a) Chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cửa là 5,75 m.
- b) Với hệ trục tọa độ Oxy đã chọn, đỉnh cửa là điểm $I(0; 3,75)$.
- c) Với hệ trục tọa độ Oxy đã chọn, vòm cửa là một phần của đồ thị hàm số $y = -\frac{7}{5,82}x^2 + 5,75$.
- d) Trước đây, ở mỗi cửa có cánh cửa làm bằng gỗ, khi khép lại thì cửa được đóng kín. Diện tích cửa gỗ của cửa chính giữa là $26,68 \text{ m}^2$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của đơn vị m^2).

Lời giải



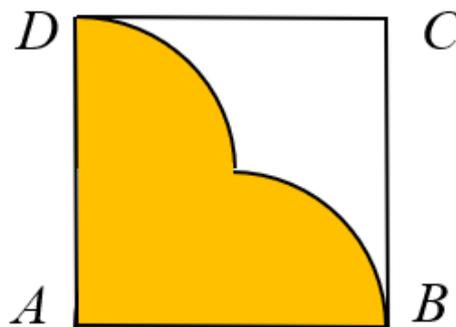
- a) Chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cửa là 5,75 m. Đúng.
- b) Với hệ trục tọa độ Oxy đã chọn, đỉnh cửa là điểm $I(0; 5,75)$. Sai

c) Vì Parabol đi qua điểm $(0; 5,75)$ nên có dạng $y = ax^2 + 5,75$ và đi qua điểm $(2,91; 2,25)$ lên suy ra $a = \frac{-7}{16,9362}$ nên $y = \frac{-7}{16,9362}x^2 + 5,75$: Sai

d) Diện tích cần tính $S = 5,82 \cdot 2,25 + \frac{2}{3} \cdot 5,82 \cdot (5,75 - 2,25) = 26,68m^2$ Đúng

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

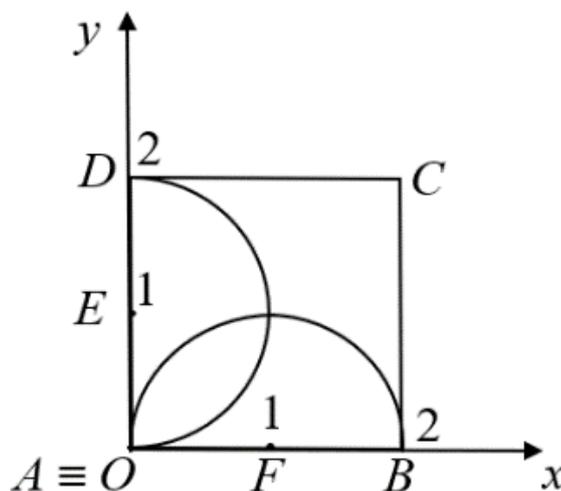
Câu 1: Trên cánh cửa được trang trí các nùm có dạng một khối tròn xoay được đúc bằng chất liệu đồng, khuôn đúc của nó được tạo thành khi quay miền (H) (phần tô màu trong hình vẽ bên) quanh trục AB . Miền (H) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, AB . Biết công thức tính khối lượng của một vật là $P = V \cdot D$, trong đó P là khối lượng của vật (đơn vị g), V là thể tích của vật (đơn vị cm^3) và D là khối lượng riêng của vật (đơn vị g/cm^3), khối lượng riêng của đồng là $D = 8,96 g/cm^3$. Giá đồng trên thị trường là 200 000 đồng/kg. Giá tiền vật liệu để đúc một nùm đồng trên là bao nhiêu nghìn đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



<Key=22>

Lời giải

Trả lời: 22.



Chọn trục Ox chứa điểm B , trục Oy chứa điểm D , và gốc tọa độ O trùng điểm A (như hình vẽ).

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD, AB . Khi đó $E(0; 1), F(1; 0)$.

+ Phương trình đường tròn có tâm $E(0; 1)$ và đường kính $AD = 2$ là $x^2 + (y - 1)^2 = 1$.

Suy ra phương trình cung trên của đường tròn tâm E là $y = 1 + \sqrt{1 - x^2}$

+ Phương trình đường tròn có tâm $F(1; 0)$ và đường kính $AB = 2$ là $(x - 1)^2 + y^2 = 1$.

Suy ra phương trình cung trên của đường tròn tâm F là: $y = \sqrt{1 - (x - 1)^2}$

Vậy, thể tích vật trang trí là

$$V = \pi \int_0^1 \left(1 + \sqrt{1 - x^2}\right)^2 dx + \pi \int_1^2 \left(1 - (x - 1)^2\right) dx \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\text{Suy ra } P = V \cdot 8,96 \text{ (g)} = \frac{V \cdot 8,96}{1000} \text{ (kg)}.$$

Giá tiền để đúc một núm đồng trên là

$$\left[\pi \int_0^1 \left(1 + \sqrt{1 - x^2}\right)^2 dx + \pi \int_1^2 \left(1 - (x - 1)^2\right) dx \right] \cdot \frac{8,96}{1000} \cdot 200000 \approx 21979 \text{ (đồng)} \approx 22 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Câu 2: Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 24t^2, 0 \leq t \leq 24$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh và t là thời gian (tuần). Số người tối đa bị nhiễm bệnh ở địa phương đó là bao nhiêu người?

<Key=2048>

Lời giải

Trả lời: 2048

$$N'(t) = -3t^2 + 48t.$$

$$N'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 16 \end{cases}.$$

$$N(0) = 0.$$

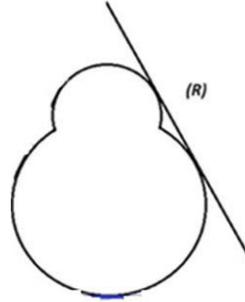
$$N(16) = 2048 \text{ (người)}.$$

$$N(24) = 0$$

Vậy số người tối đa bị nhiễm bệnh ở địa phương đó là 2048 người.

Câu 3: Sai đề

Câu 4: Ở trung tâm nghiên cứu X có một thiết bị được đặt trên một quả đồi thuộc vùng rừng núi để đo các thông số về thời tiết khí tượng của vùng đó (nhiệt độ, áp suất khí quyển, độ ẩm, mây, gió, mưa...). Cấu tạo bên ngoài của thiết bị gồm hai mặt cầu cắt nhau là (S_1) có tâm I , bán kính bằng $4m$ và mặt cầu (S_2) có tâm J , bán kính bằng $2m$. Để đo các thông số cần thiết, người ta lắp đặt một tấm thiết bị điện tử hình chữ nhật (R) luôn tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) , (S_2) và có thể di chuyển quanh các chỏm cầu để truyền tín hiệu tới hộp điều hành (đường truyền không dây).



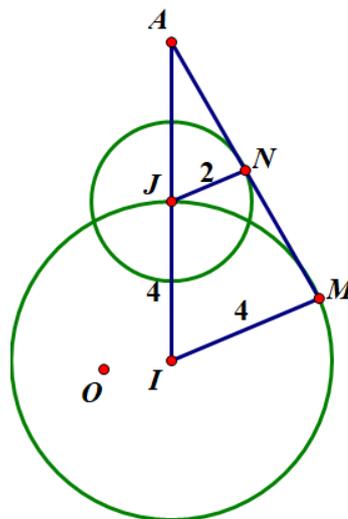
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian với độ dài đơn vị trên mỗi trục tọa độ là $1m$ và $O(0;0;0)$ là vị trí hộp điều hành thiết bị thì $I(2;1;1)$ và $J(2;1;5)$. Khi khoảng cách từ O đến tâm thiết bị điện tử (R) ngắn nhất là lúc đường truyền tín hiệu tốt nhất. Khoảng cách ngắn nhất này bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, tham khảo mô tả thiết bị như hình trên).

<Key=2,56>

Lời giải

Trả lời: 2,56

$$\vec{IJ} = (0;0;4); IJ = 4 \Rightarrow J \in (I;4); OI = \sqrt{6} < 4 \Rightarrow O \text{ nằm trong mặt cầu } (S_1)$$



Gọi M, N là tiếp điểm của tấm thiết bị điện tử hình chữ nhật (α) và hai mặt cầu (S_1) , (S_2) . Khi đó MN là tiếp tuyến của 2 mặt cầu đồng thời $IM = 4 = 2JN; IM \parallel JN$. Gọi A là giao điểm của $IJ \cap MN$. Ta có trong tam giác AIM , JN là đường trung bình nên J là trung điểm của AI . Từ đó suy ra $A(2;1;9)$.

Gọi φ là góc $(IJ; MN) \Rightarrow \sin \varphi = \frac{JN}{AJ} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 30^\circ$.

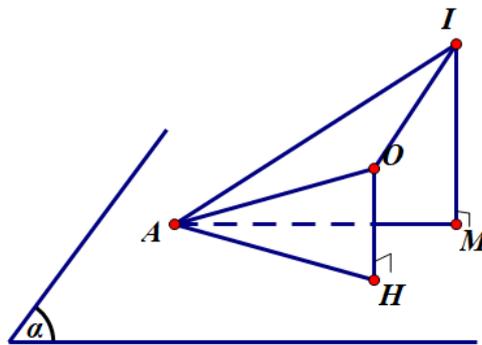
Do MN là hình chiếu của IJ trên (α) nên φ cũng là góc giữa IJ và (α) .

Bài toán trở thành: mặt phẳng (α) thay đổi luôn đi qua $A(2;1;9)$, tạo với đường thẳng AI một góc không đổi $\varphi = 30^\circ$. Tính khoảng cách ngắn nhất từ gốc O đến mặt phẳng (α) .

Có $\vec{AO} = (-2; -1; -9); \vec{AI} = (0; 0; -8) \Rightarrow \cos OAI = \cos(\vec{AO}; \vec{AI}) = \frac{9}{\sqrt{86}} \Rightarrow \widehat{OAI} \approx 13,95^\circ$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên mặt phẳng (α) .

Ta có $d(O; (\alpha)) = OH = AO \cdot \sin OAH = \sqrt{86} \cdot \sin OAH$.

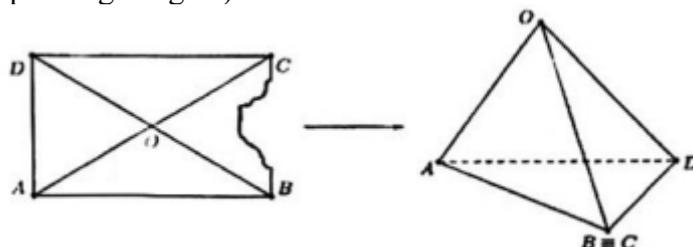


Trong đó $\widehat{OAH} + \widehat{OAI} \geq \widehat{HAI} \geq \widehat{MAI} = 30^\circ \Leftrightarrow \widehat{OAH} \geq 30^\circ - \widehat{OAI} \approx 16,05^\circ$.

Đẳng thức xảy ra khi $O; I; H$ thẳng hàng và $H \equiv M$, hay $(\alpha) \perp IO$ tại M và O nằm giữa $I; M$.

$d(O; (\alpha)) = \sqrt{86} \cdot \sin OAH \geq \sqrt{86} \cdot \sin 16,05^\circ \approx 2,56$

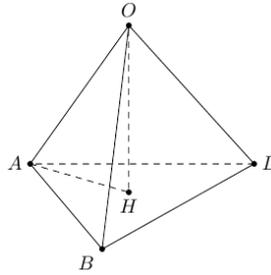
Câu 5: Trên công trường xây dựng, một công nhân muốn tạo ra một dụng cụ để đựng vật liệu lỏng từ một tấm thép hình chữ nhật $ABCD$ tâm O có $AB = 3,2m$, $AD = 2,4m$. Do tấm thép bị hỏng một phần (tham khảo hình vẽ) nên người đó cắt bỏ tam giác OBC và hàn hai mép OB , OC với nhau để thu được một hình tứ diện $OABD$ (không có mặt ABD). Dụng cụ này sẽ được vùi đất xung quanh sao cho đỉnh O quay xuống và mặt ABD hướng lên trên, khi đựng đầy vật liệu lỏng thì phần không gian trong lòng của dụng cụ hoàn toàn bị lấp đầy. Tính thể tích của vật liệu lỏng được đựng đầy trong dụng cụ. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục của đơn vị m^3 và xem độ dày của tấm thép không đáng kể).



<Key=1,2>

Lời giải

Trả lời: 1,2



Xét tam giác ABD , ta có $AB = BD = 3,2m$, $AD = 2,4m$ nên

$$S_{ABD} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{12\sqrt{55}}{25}$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng ABD .

Vì $OA = OB = OD$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD .

Suy ra HA là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD .

$$\text{Suy ra } HA = \frac{AB \cdot BD \cdot DA}{4S_{ABD}} = \frac{64}{5\sqrt{55}}$$

$$\text{Mặt khác } OA = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AD^2} = 2 \text{ suy ra } OH = \sqrt{OA^2 - HA^2} = \sqrt{\frac{1404}{1375}}$$

Thể tích của vật liệu lỏng được đựng đầy trong dụng cụ là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABD} \cdot OH \approx 1,2$.

Câu 6: Một xưởng cơ khí sản xuất hai loại sản phẩm là A và B. Để sản xuất một sản phẩm A phải dùng máy I trong 1 giờ và máy II trong 3 giờ, đối với một sản phẩm B phải dùng máy I trong 2 giờ và máy II trong 2 giờ. Mỗi tuần máy I làm việc tối đa 40 giờ, máy II làm việc tối đa 60 giờ. Mỗi sản phẩm A cho lợi nhuận 2 triệu đồng, mỗi sản phẩm B cho lợi nhuận 1,5 triệu đồng. Biết rằng sản phẩm sản xuất ra đều bán hết. Hỏi mỗi tuần xưởng cơ khí thu được lợi nhuận cao nhất là bao nhiêu triệu đồng?

<Key=42,5>

Lời giải

Trả lời: 42,5

Gọi a, b lần lượt là số lượng sản phẩm A và B.

$$\text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} a \geq 0; b \geq 0 \\ a + 2b \leq 40 \\ 3a + 2b \leq 60. \end{cases}$$

Suy ra các giá trị biên: $O(0;0)$, $A(0;20)$, $B(20;0)$, $C(10;15)$.

Lợi nhuận mỗi tuần của xưởng là $L(a;b) = 2a + 1,5b$.

Khi đó: $L(O) = 0$; $L(A) = 30$; $L(B) = 40$; $L(C) = 42,5$.

Mỗi tuần xưởng cơ khí thu được lợi nhuận cao nhất là 42,5 triệu đồng.

☞ HẾT ☜