

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 02 trang)

Bài I (1,5 điểm).

1) Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của 16 bạn học sinh được ghi lại ở bảng sau:

9	15	11	15	10	9	10	12
11	10	12	10	9	12	9	15

a) Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của các bạn học sinh nhận những giá trị nào?

Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê trên.

b) Từ bảng tần số, hãy cho biết trong 16 học sinh trên, có bao nhiêu học sinh dành thời gian để đi đến trường nhiều hơn 10 phút?

2) Một hộp có 20 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số nguyên dương nhỏ hơn 21, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Bạn Mai Nhung lấy ngẫu nhiên một chiếc thẻ từ trong hộp và ghi lại số thẻ lấy ra. Tính xác suất của biến cố A : "Số trên ghi thẻ được lấy ra là bội của 5".

Bài II (1,5 điểm). Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-4}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} - \frac{x+12\sqrt{x}}{x-16}$ với $x \geq 0; x \neq 16$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.

2) Rút gọn biểu thức B .

3) Xét biểu thức $P = AB$. Tìm tất cả các giá trị của x để $P \geq 0$.

Bài III (2,5 điểm).

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Cô Khánh Linh đi đến một cửa hàng điện máy để mua một chiếc điều hòa và một chiếc tủ lạnh. Nhân dịp giỗ tổ Hùng Vương, cửa hàng đã giảm giá bán của điều hòa là 20% và giảm giá bán của tủ lạnh là 10% so với giá ban đầu. Vì thế, cô Khánh Linh đã trả cho cửa hàng tổng số tiền là 25 triệu đồng. Biết rằng, tổng số tiền của một chiếc điều hòa và một chiếc tủ lạnh khi chưa giảm giá là 30 triệu đồng. Hỏi giá của một chiếc điều hòa và một chiếc tủ lạnh khi chưa được giảm là bao nhiêu?

2) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

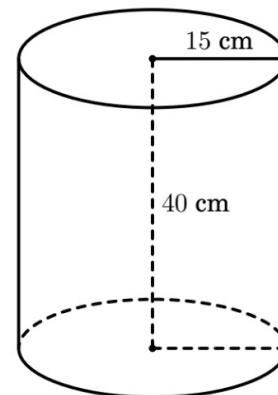
Một xe máy và một ô tô khởi hành cùng một lúc trên quãng đường dài 120 km từ Hà Nội đến Hải Phòng với vận tốc của mỗi xe không đổi. Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là 10 km/h và ô tô đến Hải Phòng trước xe máy 36 phút. Tính vận tốc của xe máy.

3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 - 2x - m = 0$ (với m là tham số) có một nghiệm là $x = 1 - \sqrt{2}$.

Tính tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Bài IV (4,0 điểm).

1) Một thùng đựng nước có dạng hình trụ với chiều cao là 40 cm và bán kính đáy là 15 cm (như hình vẽ bên).



a) Tính thể tích của thùng đựng nước (lấy $\pi \approx 3,14$).

b) Bạn Minh Trí sử dụng thùng trên để mức nước đổ vào một bồn chứa có dạng hình trụ với chiều cao là 150 cm và bán kính đáy là 60 cm. Tính số thùng nước bạn Minh Trí cần phải mức để đổ đầy bể chứa (giả thiết rằng lúc đầu bồn không có nước và trong mỗi lần mức, thùng đều được mức đầy nước và đều được đổ hết vào bồn).

2) Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) , các đường cao AD , BE , CF cắt nhau tại H .

a) Chứng minh bốn điểm A , B , D , E cùng thuộc một đường tròn.

b) Tia BH cắt đường tròn (O) tại K . Chứng minh DA là tia phân giác của $\widehat{EDF}$ và $EH = EK$.

c) Tia KD cắt đường tròn (O) tại điểm I . Đường thẳng AI cắt đường thẳng DF tại điểm M .

Chứng minh $HD \cdot FA = HE \cdot FD$ và M là trung điểm của DF .

Bài V (0,5 điểm). Một mảnh vườn hình chữ nhật $ABCD$ có chiều rộng $AB = 23$ mét và chiều dài $AD = 34$ mét. Cô Ngọc Hà buộc hai con dê ở hai góc vườn A và B . Biết rằng số mét dài của mỗi sợi dây buộc là số nguyên và tổng chiều dài hai sợi dây buộc đúng bằng chiều dài cạnh AB . Hỏi chiều dài mỗi sợi dây buộc dê bằng bao nhiêu mét thì diện tích cỏ mà cả hai con dê có thể ăn được là lớn nhất?

-----**HẾT**-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Họ, tên và chữ kí của cán bộ coi thi số 1:.....Họ, tên và chữ kí của cán bộ coi thi số 2:.....

A. Hướng dẫn chung

- Nếu học sinh giải theo cách khác mà đúng và đủ các bước thì giám khảo vẫn cho điểm tối đa.
- Trong mỗi bài, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các bước sau có liên quan không được điểm.
- Bài hình học bắt buộc phải vẽ đúng hình thì mới chấm điểm, nếu không có hình vẽ đúng ở phần nào thì giám khảo không cho điểm phần lời giải liên quan đến hình của phần đó.
- Điểm toàn bài là tổng điểm của các ý, các câu, tính đến 0,25 điểm và không làm tròn.

B. Đáp án và thang điểm

Bài I (1,5 điểm).

1) Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của 16 bạn học sinh được ghi lại ở bảng sau:

9	15	11	15	10	9	10	12
11	10	12	10	9	12	9	15

a) Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của các bạn học sinh nhận những giá trị nào?

Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê trên.

b) Từ bảng tần số, hãy cho biết trong 16 học sinh trên, có bao nhiêu học sinh dành thời gian để đi đến trường nhiều hơn 10 phút?

2) Một hộp có 20 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số nguyên dương nhỏ hơn 21, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Bạn Mai Nhung lấy ngẫu nhiên một chiếc thẻ từ trong hộp và ghi lại số thẻ lấy ra. Tính xác suất của biến cố A : "Số trên ghi thẻ được lấy ra là bội của 5".

Câu	Ý	Nội dung	Điểm												
1)	a)	Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của các bạn học sinh nhận những giá trị nào? Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê trên.	0,75												
		Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của 16 bạn học sinh nhận những giá trị là: 9;10;11;12;15.	0,25												
		Lập bảng tần số:	0,50												
		<table><tr><td>Thời gian đến trường (phút)</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>15</td><td>Tổng</td></tr><tr><td>Tần số</td><td>4</td><td>4</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td>N = 16</td></tr></table>		Thời gian đến trường (phút)	9	10	11	12	15	Tổng	Tần số	4	4	2	3
	Thời gian đến trường (phút)	9	10	11	12	15	Tổng								
Tần số	4	4	2	3	3	N = 16									
b)	Có bao nhiêu học sinh dành thời gian để đi đến trường nhiều hơn 10 phút?	0,25													
	Số học sinh dành thời gian nhiều hơn 10 phút để đi đến trường là $2 + 3 + 3 = 8$ (học sinh).	0,25													
2)		Tính xác suất của biến cố A: "Số trên ghi thẻ được lấy ra là bội của 5".	0,50												
		Vì có 20 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số nguyên dương nhỏ hơn 21, hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau nên các thẻ có số ghi là bội của 5 là: thẻ số 5, thẻ số 10, thẻ số 15, thẻ số 20. Do đó số kết quả thuận lợi cho biến cố A là 4.	0,25												
		Vậy xác suất của biến cố A là: $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.	0,25												

Bài II (1,5 điểm). Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-4}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} - \frac{x+12\sqrt{x}}{x-16}$ với $x \geq 0; x \neq 16$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Xét biểu thức $P = AB$. Tìm tất cả các giá trị của x để $P \geq 0$.

Câu	Nội dung	Điểm
1)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.	0,25
	Thay $x = 4$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được: $A = \frac{\sqrt{4}+4}{\sqrt{4}-4} = \frac{6}{-2} = -3$. Vậy với $x = 4$ thì $A = -3$.	0,25
2)	Rút gọn biểu thức B .	0,75
	$B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} - \frac{x+12\sqrt{x}}{x-16}$ $= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} - \frac{x+12\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)}$ $= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+4)}{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)} - \frac{x+12\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)}$	0,25
	$= \frac{2x+8\sqrt{x}-x-12\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)}$ $= \frac{x-4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)}$ $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4}$ Vậy $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4}$ với $x \geq 0; x \neq 16$.	0,25
3)	Xét biểu thức $P = AB$. Tìm tất cả các giá trị của x để $P \geq 0$.	0,50
	Ta có $P = AB = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-4} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4}$ với $x \geq 0; x \neq 16$. Để $P \geq 0$ thì $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} \geq 0$ với $x \geq 0; x \neq 16$. Vì $\sqrt{x} \geq 0$ với mọi $x \geq 0; x \neq 16$ nên ta xét hai trường hợp sau: * Trường hợp 1: $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} = 0$. Suy ra $\sqrt{x} = 0$, kéo theo $x = 0$ (thỏa mãn).	0,25
	* Trường hợp 2: $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} > 0$. Suy ra $\sqrt{x} > 0$ và $\sqrt{x}-4 > 0$. Kéo theo $\sqrt{x}-4 > 0$, dẫn đến $\sqrt{x} > 4$ hay $x > 16$ (thỏa mãn). Đổi chiếu với điều kiện xác định ta có $x = 0$ hoặc $x > 16$ thì $P \geq 0$. Ghi chú: Nếu thí sinh thiếu trường hợp $x = 0$ thì giảm khảo trừ 0,25 điểm.	0,25

Bài III (2,5 điểm).

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Cô Khánh Linh đi đến một cửa hàng điện máy để mua một chiếc điều hòa và một chiếc tủ lạnh. Nhân dịp giỗ tổ Hùng Vương, cửa hàng đã giảm giá bán của điều hòa là 20% và giảm giá bán của tủ lạnh là 10% so với giá ban đầu. Vì thế, cô Khánh Linh đã trả cho cửa hàng tổng số tiền là 25 triệu đồng. Biết rằng, tổng số tiền của một chiếc điều hòa và một chiếc tủ lạnh khi chưa giảm giá là 30 triệu đồng. Hỏi giá của một chiếc điều hòa và một chiếc tủ lạnh khi chưa được giảm là bao nhiêu?

2) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một xe máy và một ô tô khởi hành cùng một lúc trên quãng đường dài 120 km từ Hà Nội đến Hải Phòng với vận tốc của mỗi xe không đổi. Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là 10 km/h và ô tô đến Hải Phòng trước xe máy 36 phút. Tính vận tốc của xe máy.

3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 - 2x - m = 0$ (với m là tham số) có một nghiệm là $x = 1 - \sqrt{2}$.

Tính tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Câu	Nội dung	Điểm
1)	Hỏi giá của một chiếc điều hòa và một chiếc tủ lạnh khi chưa được giảm là bao nhiêu?	1,00
	Gọi giá ban đầu của một điều hòa và một tủ lạnh lần lượt là x, y (đơn vị: triệu đồng, $0 < x < 30, 0 < y < 30$).	0,25
	Giá ban đầu của một điều hòa và một tủ lạnh tổng 30 triệu đồng, ta có phương trình: $x + y = 30. \quad (1)$	0,25
	Cô Khánh Linh đã mua một điều hòa và một tủ lạnh với tổng số tiền là 25 triệu đồng nên ta có phương trình: $(100\% - 20\%)x + (100\% - 10\%)y = 25 \text{ hay } 0,8x + 0,9y = 25. \quad (2)$	
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 30 \\ 0,8x + 0,9y = 25. \end{cases}$ Giải hệ phương trình trên ta được $x = 20$ (thỏa mãn) và $y = 10$ (thỏa mãn).	0,25
	Vậy giá ban đầu của một điều hòa là 20 triệu đồng, một tủ lạnh là 10 triệu đồng.	0,25
2)	Tính vận tốc của xe máy.	1,00
	Gọi vận tốc của xe máy là x (km/h) ($x > 0$). Suy ra vận tốc ô tô là $x + 10$ (km/h).	0,25
	Thời gian xe máy đi hết quãng đường từ Hà Nội đến Hải Phòng là $\frac{120}{x}$ (giờ). Thời gian ô tô đi hết quãng đường Hà Nội đến Hải Phòng là $\frac{120}{x + 10}$ (giờ).	0,25
	Đổi 36 phút = $\frac{3}{5}$ giờ. Theo đề bài, ta có phương trình sau: $\frac{120}{x} - \frac{120}{x + 10} = \frac{3}{5}.$	0,25
	Giải phương trình trên ta được $x = 40$ (thỏa mãn); $x = -50$ (không thỏa mãn). Vậy vận tốc xe máy là 40 km/h.	0,25

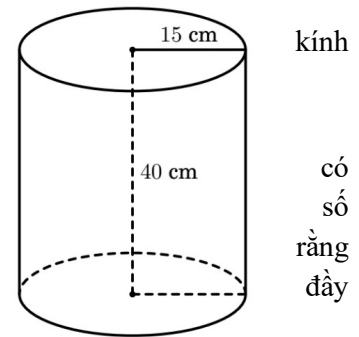
3)	Tính tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình trên.	0,50
	Vì $x = 1 - \sqrt{2}$ là một nghiệm của phương trình $x^2 - 2x - m = 0$ (1) nên ta có: $(1 - \sqrt{2})^2 - 2(1 - \sqrt{2}) - m = 0.$ Dẫn đến $m = 3 - 2\sqrt{2} - 2 + 2\sqrt{2}$. Kéo theo $m = 1$. Thay $m = 1$ vào phương trình (1) ta được: $x^2 - 2x - 1 = 0$. Giải phương trình ta được: $x_1 = 1 - \sqrt{2}, x_2 = 1 + \sqrt{2}$.	0,25
	Vậy, tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình (1) là: $x_1^2 + x_2^2 = (1 - \sqrt{2})^2 + (1 + \sqrt{2})^2 = 6.$	0,25
	Ghi chú: Thí sinh cũng có thể giải bằng cách dùng định lí Viète như sau: Gọi $x_1 = 1 - \sqrt{2}$ và x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Áp dụng định lí Viète cho phương trình (1) ta có $x_1 + x_2 = 2$. Suy ra $x_2 = 2 - x_1 = 2 - (1 - \sqrt{2}) = 1 + \sqrt{2}$. Dẫn đến tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình (1) là: $x_1^2 + x_2^2 = (1 - \sqrt{2})^2 + (1 + \sqrt{2})^2 = 6.$	

Bài IV (4,0 điểm).

1) Một thùng đựng nước có dạng hình trụ với chiều cao là 40 cm và bán đáy là 15 cm (như hình vẽ bên).

a) Tính thể tích của thùng đựng nước (lấy $\pi \approx 3,14$).

b) Bạn Minh Trí sử dụng thùng trên để mức nước đổ vào một bồn chứa dạng hình trụ với chiều cao là 150 cm và bán kính đáy là 60 cm. Tính thùng nước bạn Minh Trí cần phải mức để đổ đầy bồn chứa (giả thiết lúc đầu bồn không có nước và trong mỗi lần mức, thùng đều được mức nước và đều được đổ hết vào bồn).



2) Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) , các đường cao AD , BE , CF cắt nhau tại H .

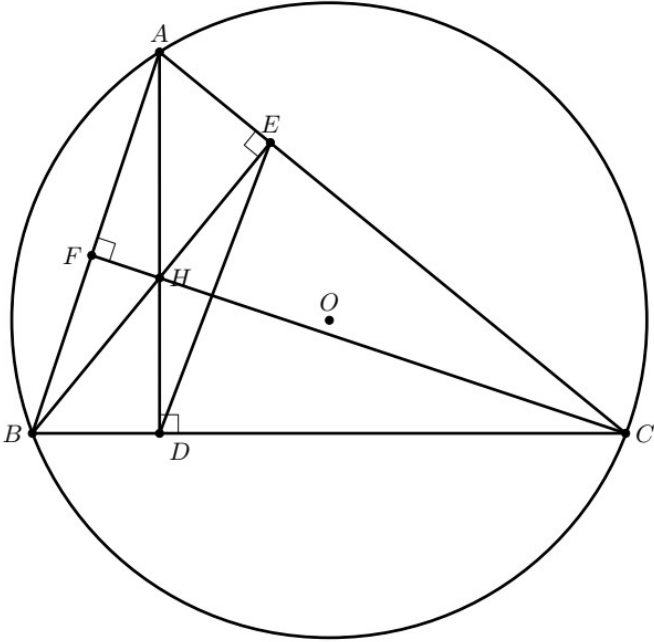
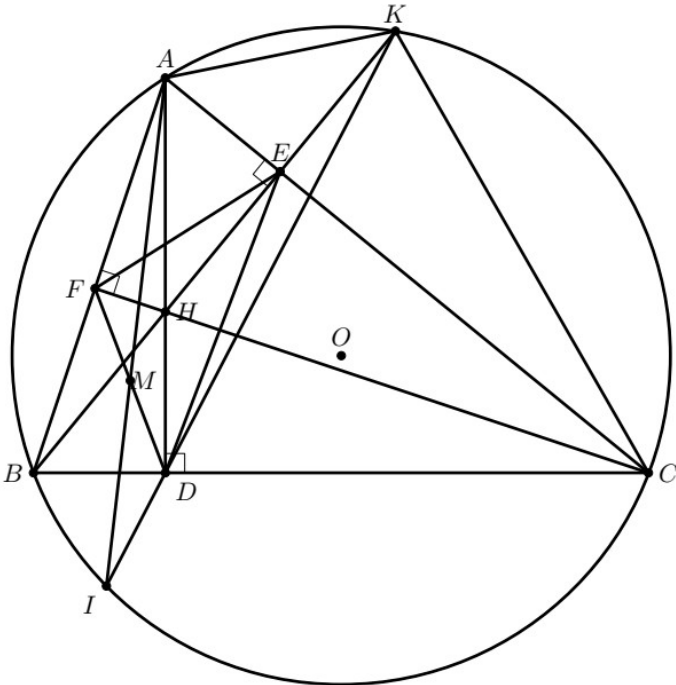
a) Chứng minh bốn điểm A , B , D , E cùng thuộc một đường tròn.

b) Tia BH cắt đường tròn (O) tại K . Chứng minh DA là tia phân giác của $\widehat{EDF}$ và $EH = EK$.

c) Tia KD cắt đường tròn (O) tại điểm I . Đường thẳng AI cắt đường thẳng DF tại điểm M .

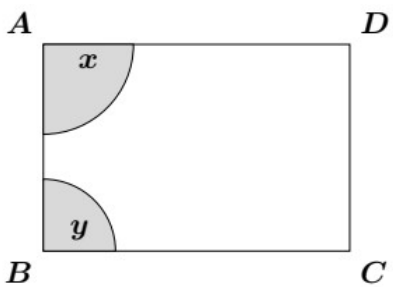
Chứng minh $HD \cdot FA = HE \cdot FD$ và M là trung điểm của DF .

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1)	a)	Tính thể tích của thùng đựng nước (lấy $\pi \approx 3,14$).	0,50
		Thể tích của thùng đựng nước là: $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 15^2 \cdot 40$	0,25
		$\approx 3,14 \cdot 15^2 \cdot 40 = 28\,260 \text{ (cm}^3\text{)}.$	0,25
		Lưu ý: Thí sinh có thể trình bày như sau (tính luôn mà không cần ghi công thức) thì giám khảo vẫn cho điểm tối đa: Thể tích của thùng đựng nước khoảng: $3,14 \cdot 15^2 \cdot 40 = 28\,260 \text{ (cm}^3\text{)}.$	
	b)	Tính số thùng nước bạn Minh Trí cần phải mức để đổ đầy bồn chứa.	0,50
		Thể tích của bồn nước là: $V_1 = \pi R_1^2 h = \pi \cdot 60^2 \cdot 150 \text{ (cm}^3\text{)}.$	0,25
		Số thùng nước cần phải mức để đổ đầy bồn chứa là: $(\pi \cdot 60^2 \cdot 150) : (\pi \cdot 15^2 \cdot 40) = 60 \text{ (thùng)}.$	0,25

2)	a)	Chứng minh bốn điểm A, B, D, E cùng thuộc một đường tròn. Vẽ hình đúng đến ý a). 	1,00
		Vì AD là đường cao của tam giác ABC ($D \in BC$) nên $AD \perp BD$ tại D. Dẫn đến tam giác ADB vuông tại D. Suy ra tam giác ADB nội tiếp đường tròn đường kính AB. Kéo theo ba điểm A, D, B cùng thuộc đường tròn đường kính AB. (1)	0,25
		Vì BE là đường cao của tam giác ABC ($E \in AC$) nên $BE \perp EA$ tại E. Dẫn đến tam giác AEB vuông tại E. Suy ra tam giác AEB nội tiếp đường tròn đường kính AB. Kéo theo ba điểm A, E, B cùng thuộc đường tròn đường kính AB. (2)	0,25
		Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm A, B, D, E cùng thuộc đường tròn đường kính AB.	0,25
	b)	Chứng minh DA là tia phân giác của $\widehat{EDF}$ và $EH = EK$. 	1,00

	Chứng minh được bốn điểm C, D, F, A cùng thuộc đường tròn đường kính CA. Xét đường tròn đường kính CA có $\widehat{ADF} = \widehat{ACF}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AF). (3)	0,25
	Xét đường tròn đường kính AB có $\widehat{ADE} = \widehat{ABE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AE). (4) Mà $\widehat{ABE} = \widehat{ACF}$ (cùng phụ với $\widehat{BAC}$) nên từ (3) và (4) suy ra $\widehat{ADE} = \widehat{ADF}$, kéo theo DA là tia phân giác của $\widehat{EDF}$.	0,25
	Xét đường tròn (O) có $\widehat{AKB} = \widehat{ACB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB).	0,25
	Mặt khác, $\widehat{AHK} = \widehat{ACB}$ (cùng phụ với $\widehat{DAC}$) nên $\widehat{AKB} = \widehat{AHK}$ hay $\widehat{AKH} = \widehat{AHK}$. Suy ra tam giác AHK cân tại A. Mà $AE \perp HK$ tại E (giả thiết) nên E là trung điểm của HK, dẫn đến $EH = EK$.	0,25
c)	Chứng minh $HD \cdot FA = HE \cdot FD$ và M là trung điểm của DF.	1,00
	Xét đường tròn đường kính AB có $\widehat{BAD} = \widehat{BED}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BD) hay $\widehat{FAD} = \widehat{HED}$. Mặt khác, DA là tia phân giác của $\widehat{EDF}$ (chứng minh trên) nên $\widehat{FDH} = \widehat{EDH}$.	0,25
	Xét tam giác AFD và tam giác EHD có: $\widehat{FAD} = \widehat{HED}$ (chứng minh trên), $\widehat{FDH} = \widehat{EDH}$ (chứng minh trên), suy ra $\triangle AFD \sim \triangle EHD$ (g.g), kéo theo $\frac{FA}{HE} = \frac{FD}{HD}$ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ). Dẫn đến $HD \cdot FA = HE \cdot FD$. (5)	0,25
	Xét đường tròn (O) có $\widehat{BAI} = \widehat{BKI}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BI) hay $\widehat{FAM} = \widehat{HKD}$. Mặt khác, $\triangle AFD \sim \triangle EHD$ (chứng minh trên) nên $\widehat{AFD} = \widehat{EHD}$ hay $\widehat{AFM} = \widehat{KHD}$. Xét tam giác AFM và tam giác KHD có: $\widehat{FAM} = \widehat{HKD}$ (chứng minh trên), $\widehat{AFM} = \widehat{KHD}$ (chứng minh trên), suy ra $\triangle AFM \sim \triangle KHD$ (g.g), kéo theo $\frac{FA}{HK} = \frac{FM}{HD}$ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ). Suy ra $HD \cdot FA = HK \cdot FM$. (6)	0,25
	Mà E là trung điểm HK nên $HK = 2HE$. Thay vào (6) suy ra $HD \cdot FA = 2HE \cdot FM$ hay $HD \cdot FA = HE \cdot 2FM$. (7) Từ (5) và (7) suy ra $HE \cdot FD = HE \cdot 2FM$. Dẫn đến $FD = 2FM$, kéo theo M là trung điểm của DF.	0,25
	Ghi chú: Ta cũng có thể chứng minh M là trung điểm của DF bằng cách lấy "điểm trùng" như sau: Gọi M' là trung điểm của DF. Sau đó chứng minh ba điểm A, M', I thẳng hàng bằng cách chỉ ra $\widehat{FAM'} = \widehat{FAI}$. Dẫn đến M và M' trùng nhau.	

Bài V (0,5 điểm). Một mảnh vườn hình chữ nhật $ABCD$ có chiều rộng $AB = 23$ mét và chiều dài $AD = 34$ mét. Cô Ngọc Hà buộc hai con dê ở hai góc vườn A và B . Biết rằng số mét dài của mỗi sợi dây buộc là số nguyên và tổng chiều dài hai sợi dây buộc đúng bằng chiều dài cạnh AB . Hỏi chiều dài mỗi sợi dây buộc dê bằng bao nhiêu mét thì diện tích cỏ mà cả hai con dê có thể ăn được là lớn nhất?

Câu	Nội dung	Điểm
	Hỏi chiều dài mỗi sợi dây buộc dê bằng bao nhiêu mét thì diện tích cỏ mà cả hai con dê có thể ăn được là lớn nhất?	0,50
	Gọi chiều dài hai sợi dây buộc dê ở A và B lần lượt là x và y; với $x \in \mathbb{N}^*$, $y \in \mathbb{N}^*$. Theo đề bài ta có $x + y = 23$. - Khi buộc một con dê ở A thì phần cỏ con dê đó có thể ăn được là một phần tư hình tròn tâm A, bán kính x mét với $x \in \mathbb{N}^*$. - Khi buộc một con dê ở B thì phần cỏ con dê đó có thể ăn được là một phần tư hình tròn tâm B, bán kính y mét với $y \in \mathbb{N}^*$.  Do đó diện tích phần cỏ cả hai con dê có thể ăn được là $S = \frac{\pi}{4}(x^2 + y^2) = \frac{\pi}{4}[(x + y)^2 - 2xy] = \frac{\pi}{4}[529 - 2xy]. \quad (1)$ Ta có $4xy + (x - y)^2 = (x + y)^2$ kéo theo $4xy + (x - y)^2 = 529$. (2) Mặt khác, $x \in \mathbb{N}^*$, $y \in \mathbb{N}^*$ và $x + y = 23$ nên $x \neq y$. Từ (1) suy ra S lớn nhất nếu xy nhỏ nhất. Kết hợp với (2) thì xy nhỏ nhất nếu $x - y$ lớn nhất. Mà $x + y = 23$ nên $x \in \mathbb{N}^*$, $y \in \mathbb{N}^*$ nên $x - y$ lớn nhất nếu $x = 1; y = 22$ hoặc $x = 22; y = 1$. Vậy khi chiều dài một sợi dây là 1 mét và chiều dài dây còn lại là 22 mét thì diện tích phần cỏ hai con dê ăn được lớn nhất là $S_{\max} = \frac{\pi}{4}[529 - 2 \cdot 1 \cdot 22] = \frac{485\pi}{4} \text{ (m}^2\text{)}.$	0,25
		0,25

-----HẾT-----