

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi 0101

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- Ⓐ $BD \perp SC$. Ⓑ $BD \perp (SAC)$. Ⓒ $BC \perp (SAB)$. Ⓓ $AC \perp (SBD)$.

Câu 2. Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ lần lượt là

- Ⓐ $x = 1, y = 2$. Ⓑ $x = -1, y = 0$. Ⓒ $x = -1, y = -2$. Ⓓ $x = -1, y = 2$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $B(-2;4;0)$ và vectơ chỉ phương $\vec{a}(-1;2;3)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua B và nhận $\vec{a}$ làm vectơ chỉ phương là:

- Ⓐ $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z}{3}$. Ⓑ $\frac{x+2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z}{-3}$.
 Ⓒ $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{3}$. Ⓓ $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z}{3}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) có phương trình $2x + y - 4z + 5 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) ?

- Ⓐ $\vec{n}_4(2;1;4)$. Ⓑ $\vec{n}_1(2;1;-1)$. Ⓒ $\vec{n}_3(2;1;-4)$. Ⓓ $\vec{n}_2(-2;1;4)$.

Câu 5. Một cửa hàng ghi lại số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 40 khách hàng đã chi tiêu trong một ngày. Số liệu được phân nhóm như sau:

Nhóm	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)	[50;55)	[55;60)
Giá trị đại diện	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	57,5
Tần số	3	5	10	12	6	4

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần mười).

- Ⓐ $s^2 \approx 52,6$. Ⓑ $s^2 \approx 45,9$. Ⓒ $s^2 \approx 47,1$. Ⓓ $s^2 \approx 49,5$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $3^x = 7$ là:

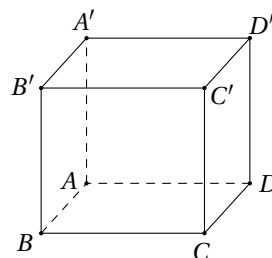
- Ⓐ $x = \log_3 7$. Ⓑ $x = \log_7 3$. Ⓒ $x = -\log_7 3$. Ⓓ $x = -\log_3 7$.

Câu 7. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là:

- Ⓐ $-\cos x + C$. Ⓑ $\sin x + C$. Ⓒ $-\sin x + C$. Ⓓ $\cos x + C$.

Câu 8.Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- Ⓐ $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. Ⓑ $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$.
 Ⓒ $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$. Ⓓ $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'}$.

**Câu 9.** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - x$, $y = 3x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$. Diện tích miền phẳng (H) được tính bằng công thức

- Ⓐ $S = \int_1^3 (x^3 - 4x)^2 dx$. Ⓑ $S = \int_1^3 (4x - x^3) dx$.

$$\textcircled{\text{C}} S = \int_1^3 (x^3 - 4x) dx.$$

$$\textcircled{\text{D}} S = \int_1^3 |x^3 - 4x| dx.$$

Câu 10.

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- $\textcircled{\text{A}} 1.$ $\textcircled{\text{B}} -2.$ $\textcircled{\text{C}} -1.$ $\textcircled{\text{D}} 2.$

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$		2	1	$-\infty$

Câu 11. Cấp số nhân (a_n) có $a_1 = 5$ và $a_2 = 10$. Số hạng a_6 của cấp số nhân là:

- $\textcircled{\text{A}} 160.$ $\textcircled{\text{B}} 80.$ $\textcircled{\text{C}} 320.$ $\textcircled{\text{D}} 40.$

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x-1) < 3$ là:

- $\textcircled{\text{A}} (0; 64).$ $\textcircled{\text{B}} (1; 65).$ $\textcircled{\text{C}} (1; 81).$ $\textcircled{\text{D}} (1; 63).$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Một công ty A sở hữu một khu khai thác dầu, bắt đầu khai thác dầu tại thời điểm $t = 0$. Dựa trên ước tính của trữ lượng dầu, giả sử tốc độ khai thác dự kiến được đưa ra bởi $Q'(t) = 3t^2(40-t)^2$, với $0 \leq t \leq 40$, Q được đo bằng hàng triệu thùng, t được tính theo năm.

- a) $Q''(t) = 6t(40-t)(40-2t).$
b) $Q(t) = 2400t^3 - 60t^4 + \frac{3}{5}t^5.$
c) Tại thời điểm $t = 30$ năm thì tốc độ khai thác lớn nhất.
d) Lượng dầu được khai thác trong 30 năm đầu tiên là $Q(30) = 9180000$ thùng.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \ln x - \frac{9}{2}x^2$.

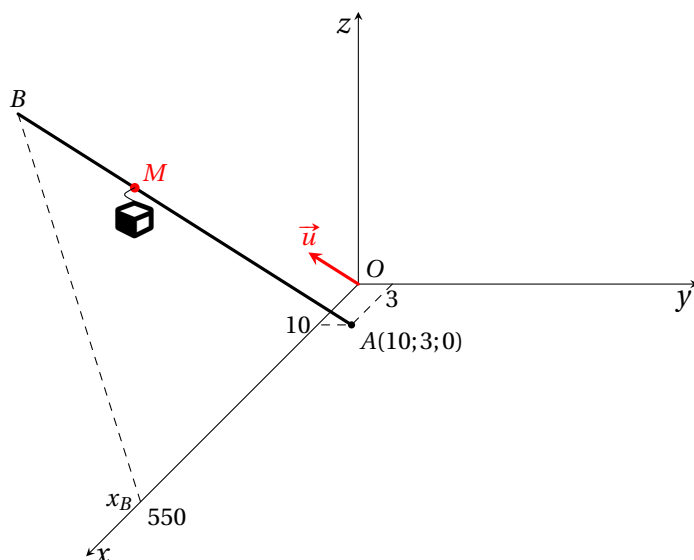
- a) Phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm $x = \frac{1}{3}.$
b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $(0; 1]$ bằng $-\frac{9}{2}.$
c) $2f(1) + 2f\left(\frac{1}{3}\right) + 2\ln 3 = -5.$
d) Đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{x} + 9x$ với $x \in (0; +\infty).$

Câu 3. Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 82%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn được sản xuất ra đều phải qua một khâu kiểm tra chất lượng tự động. Vì sự kiểm tra này không chính xác tuyệt đối nên một bóng đèn tốt chỉ có xác suất 92% được công nhận, và một bóng đèn hỏng có xác suất 96% được loại bỏ. Gọi A là biến cố “bóng đèn được công nhận đạt tiêu chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng”. Gọi B là biến cố “Sản phẩm đạt tiêu chuẩn”.

- a) Tỉ lệ bóng đèn tốt trong số những bóng đèn được công nhận là 98,01% (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
b) Tỉ lệ bóng đèn được công nhận đạt tiêu chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng là 76,16%.
c) $P(B) = 0,18; P(\overline{B}) = 0,82.$
d) $P(A | \overline{B}) = 0,92.$

Câu 4.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$ với tốc độ là 4,5 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau t (s) kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M . Điểm B có hoành độ $x_B = 550$.



- Tọa độ M là $\left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2}\right)$.
- Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc lớn hơn 19° .
- Độ dài quãng đường AB là 800 (m).
- Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-2}{10} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{1}$.

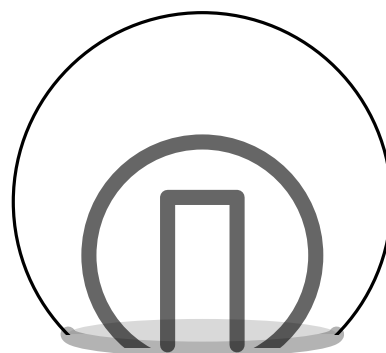
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{10}$, SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt đáy bằng 45° . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và AC .

Câu 2. Giám đốc của show diễn ca nhạc “ATVNCG” đang xác định mức vé vào cửa cho đêm biểu diễn dự kiến vào tháng 12/2024 tại Hà Nội. Theo kinh nghiệm nhiều năm tổ chức show diễn của mình, giám đốc đã xác định được rằng: Nếu giá vé vào cửa là 85 USD/vé thì trung bình có 15 000 khán giả đến xem. Mỗi lần tăng giá vé thêm 10 USD/vé thì số khán giả đến xem sẽ giảm đi 1 000 người. Mỗi lần giảm giá vé đi 10 USD/vé thì số khán giả đến xem sẽ tăng lên 1 000 người. Biết rằng, trung bình mỗi khán giả đến xem còn giúp show diễn có thêm 5 USD từ các dịch vụ đi kèm và mỗi khán giả vào xem phải có 1 vé vào cửa. Hỏi giám đốc chọn giá vé vào cửa cho show diễn này là bao nhiêu USD/vé để tổng số tiền thu được sau đêm diễn (gồm tổng tiền bán vé và tiền thu từ các dịch vụ đi kèm) là lớn nhất?

Câu 3.

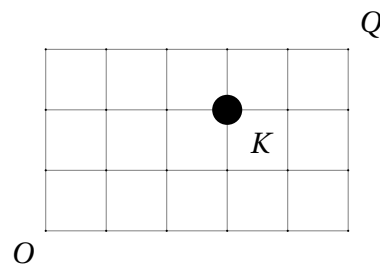
Người ta muốn thiết kế một lều cắm trại có dạng là một phần mặt cầu bằng phần mềm 3D như hình vẽ bên. Cho biết phương trình bề mặt của lều là $(S): (x-5)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 36$, phương trình mặt phẳng chứa cửa lều là $(P): x = 2$ và phương trình mặt phẳng chứa sàn lều là $(Q): z = 0$. Gọi r_1 là bán kính của đường tròn cửa lều và r_2 là bán kính của đường tròn sàn lều. Tính giá trị biểu thức $r_1^2 + r_2^2$ (kết quả được ghi dưới dạng số nguyên).



Câu 4. Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 viên bi màu trắng và 4 viên bi màu đen; hộp II có 5 viên bi màu trắng và 5 viên bi màu đen. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp I bỏ sang hộp II . Sau đó lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi từ hộp II . Giả sử hai viên bi được lấy ra cùng màu trắng. Tính xác suất trong hai bi màu trắng đó có bi thuộc hộp I (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

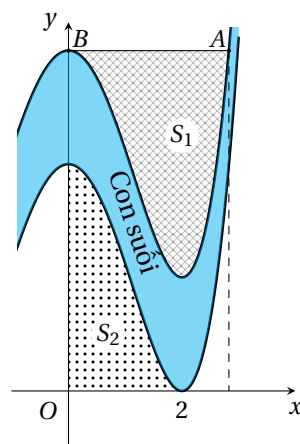
Câu 5.

Trên đường Bình đi từ nhà (O) đến trường học (Q) có điểm K đang bị ngập nên không thể đi qua K. Biết rằng Bình chỉ được đi sang phải hoặc đi lên. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ O đến Q mà không đi qua điểm K?



Câu 6.

Anh Thái và bác Nguyễn có hai mảnh vườn có diện tích S_1 , S_2 trong mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ bên. Đơn vị của mỗi trục tọa độ là 5 m và nằm cạnh bên một con suối nhỏ được tạo bởi hai hàm số $y = f(x)$ và $y = f(x) + 2$, biết rằng $f(x) = ax^4 + bx^2 + 4$ có $S_1 - S_2 = \frac{64(\sqrt{2} - 1)}{15}$. Từ năm 2025 hai nhà kết thông gia nên anh Thái muốn xây một cây cầu bắc từ nhà mình sang nhà bác Nguyễn cho tiện đi lại. Tính độ dài ngắn nhất của cây cầu trên theo đơn vị mét (làm tròn đến hàng phần trăm).



———— HẾT ————

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi 0103

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cấp số nhân (a_n) có $a_1 = 5$ và $a_2 = 10$. Số hạng a_6 của cấp số nhân là:

- (A) 160. (B) 320. (C) 40. (D) 80.

Câu 2.

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- (A) 2. (B) -2. (C) -1. (D) 1.

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$		$+$	1	$-\infty$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) $BD \perp SC$. (B) $AC \perp (SBD)$. (C) $BD \perp (SAC)$. (D) $BC \perp (SAB)$.

Câu 4. Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ lần lượt là

- (A) $x = 1, y = 2$. (B) $x = -1, y = -2$. (C) $x = -1, y = 0$. (D) $x = -1, y = 2$.

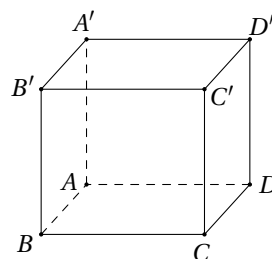
Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x-1) < 3$ là:

- (A) $(1; 65)$. (B) $(1; 63)$. (C) $(1; 81)$. (D) $(0; 64)$.

Câu 6.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- (A) $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$. (B) $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$.
(C) $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'}$. (D) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.



Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) có phương trình $2x + y - 4z + 5 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) ?

- (A) $\vec{n}_3(2; 1; -4)$. (B) $\vec{n}_4(2; 1; 4)$. (C) $\vec{n}_1(2; 1; -1)$. (D) $\vec{n}_2(-2; 1; 4)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $B(-2; 4; 0)$ và vectơ chỉ phương $\vec{a}(-1; 2; 3)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua B và nhận $\vec{a}$ làm vectơ chỉ phương là:

- (A) $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{3}$. (B) $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z}{3}$.
(C) $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z}{3}$. (D) $\frac{x+2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z}{-3}$.

Câu 9. Một cửa hàng ghi lại số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 40 khách hàng đã chi tiêu trong một ngày. Số liệu được phân nhóm như sau:

Nhóm	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)
Giá trị đại diện	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	57,5
Tần số	3	5	10	12	6	4

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần mười).

Ⓐ $s^2 \approx 52,6$.

Ⓑ $s^2 \approx 45,9$.

Ⓒ $s^2 \approx 47,1$.

Ⓓ $s^2 \approx 49,5$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $3^x = 7$ là:

Ⓐ $x = -\log_3 7$.

Ⓑ $x = -\log_7 3$.

Ⓒ $x = \log_3 7$.

Ⓓ $x = \log_7 3$.

Câu 11. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là:

Ⓐ $\cos x + C$.

Ⓑ $\sin x + C$.

Ⓒ $-\cos x + C$.

Ⓓ $-\sin x + C$.

Câu 12. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - x$, $y = 3x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$. Diện tích miền phẳng (H) được tính bằng công thức

Ⓐ $S = \int_1^3 (x^3 - 4x)^2 dx$.

Ⓑ $S = \int_1^3 (4x - x^3) dx$.

Ⓒ $S = \int_1^3 |x^3 - 4x| dx$.

Ⓓ $S = \int_1^3 (x^3 - 4x) dx$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Một công ty A sở hữu một khu khai thác dầu, bắt đầu khai thác dầu tại thời điểm $t = 0$. Dựa trên ước tính của trữ lượng dầu, giả sử tốc độ khai thác dự kiến được đưa ra bởi $Q'(t) = 3t^2(40 - t)^2$, với $0 \leq t \leq 40$, Q được đo bằng hàng triệu thùng, t được tính theo năm.

a) Tại thời điểm $t = 30$ năm thì tốc độ khai thác lớn nhất.

b) $Q(t) = 2\,400t^3 - 60t^4 + \frac{3}{5}t^5$.

c) Lượng dầu được khai thác trong 30 năm đầu tiên là $Q(30) = 9\,180\,000$ thùng.

d) $Q''(t) = 6t(40 - t)(40 - 2t)$.

Câu 2.

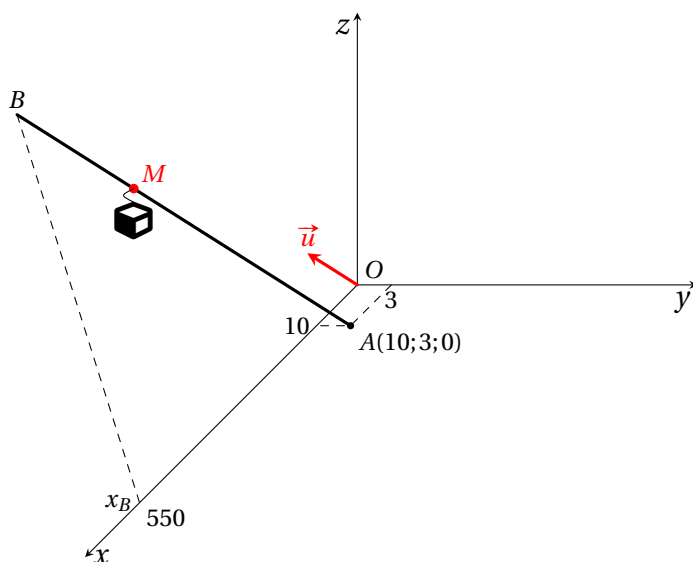
Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$ với tốc độ là 4,5 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau t (s) kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M . Điểm B có hoành độ $x_B = 550$.

a) Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-2}{10} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{1}$.

b) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc lớn hơn 19° .

c) Độ dài quãng đường AB là 800 (m).

d) Tọa độ M là $\left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2}\right)$.



Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \ln x - \frac{9}{2}x^2$.

a) $2f(1) + 2f\left(\frac{1}{3}\right) + 2\ln 3 = -5$.

b) Đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{x} + 9x$ với $x \in (0; +\infty)$.

- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $(0; 1]$ bằng $-\frac{9}{2}$.
- d) Phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm $x = \frac{1}{3}$.

Câu 4. Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 82%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn được sản xuất ra đều phải qua một khâu kiểm tra chất lượng tự động. Vì sự kiểm tra này không chính xác tuyệt đối nên một bóng đèn tốt chỉ có xác suất 92% được công nhận, và một bóng đèn hỏng có xác suất 96% được loại bỏ. Gọi A là biến cố “bóng đèn được công nhận đạt tiêu chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng”. Gọi B là biến cố “Sản phẩm đạt tiêu chuẩn”.

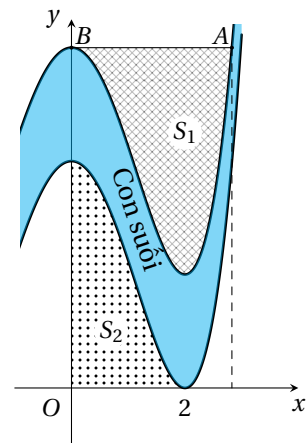
- a) $P(B) = 0,18$; $P(\overline{B}) = 0,82$.
- b) Tỉ lệ bóng đèn được công nhận đạt tiêu chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng là 76,16%.
- c) Tỉ lệ bóng đèn tốt trong số những bóng đèn được công nhận là 98,01% (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- d) $P(A | \overline{B}) = 0,92$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giám đốc của show diễn ca nhạc “ATVNCG” đang xác định mức vé vào cửa cho đêm biểu diễn dự kiến vào tháng 12/2024 tại Hà Nội. Theo kinh nghiệm nhiều năm tổ chức show diễn của mình, giám đốc đã xác định được rằng: Nếu giá vé vào cửa là 85 USD/vé thì trung bình có 15000 khán giả đến xem. Mỗi lần tăng giá vé thêm 10 USD/vé thì số khán giả đến xem sẽ giảm đi 1000 người. Mỗi lần giảm giá vé đi 10 USD/vé thì số khán giả đến xem sẽ tăng lên 1000 người. Biết rằng, trung bình mỗi khán giả đến xem còn giúp show diễn có thêm 5 USD từ các dịch vụ đi kèm và mỗi khán giả vào xem phải có 1 vé vào cửa. Hỏi giám đốc chọn giá vé vào cửa cho show diễn này là bao nhiêu USD/vé để tổng số tiền thu được sau đêm diễn (gồm tổng tiền bán vé và tiền thu từ các dịch vụ đi kèm) là lớn nhất?

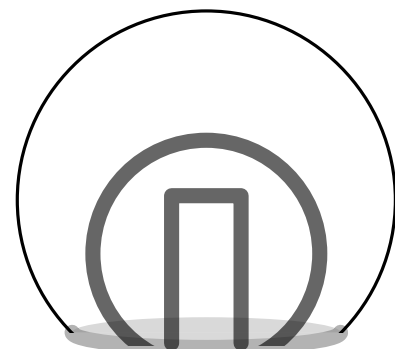
Câu 2.

Anh Thái và bác Nguyễn có hai mảnh vườn có diện tích S_1 , S_2 trong mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ bên. Đơn vị của mỗi trục tọa độ là 5 m và nằm cạnh bên một con suối nhỏ được tạo bởi hai hàm số $y = f(x)$ và $y = f(x) + 2$, biết rằng $f(x) = ax^4 + bx^2 + 4$ có $S_1 - S_2 = \frac{64(\sqrt{2} - 1)}{15}$. Từ năm 2025 hai nhà kết thông gia nên anh Thái muốn xây một cây cầu bắc từ nhà mình sang nhà bác Nguyễn cho tiện đi lại. Tính độ dài ngắn nhất của cây cầu trên theo đơn vị mét (làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 3.

Người ta muốn thiết kế một lều cắm trại có dạng là một phần mặt cầu bằng phần mềm 3D như hình vẽ bên. Cho biết phương trình bề mặt của lều là $(S): (x - 5)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 36$, phương trình mặt phẳng chứa cửa lều là $(P): x = 2$ và phương trình mặt phẳng chứa sàn lều là $(Q): z = 0$. Gọi r_1 là bán kính của đường tròn cửa lều và r_2 là bán kính của đường tròn sàn lều. Tính giá trị biểu thức $r_1^2 + r_2^2$ (kết quả được ghi dưới dạng số nguyên).

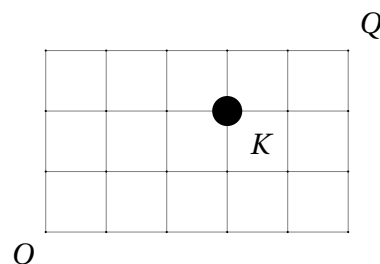


Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{10}$, SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt đáy bằng 45° . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và AC .

Câu 5. Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 viên bi màu trắng và 4 viên bi màu đen; hộp II có 5 viên bi màu trắng và 5 viên bi màu đen. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp I bỏ sang hộp II . Sau đó lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi từ hộp II . Giả sử hai viên bi được lấy ra cùng màu trắng. Tính xác suất trong hai bi màu trắng đó có bi thuộc hộp I (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6.

Trên đường Bình đi từ nhà (O) đến trường học (Q) có điểm K đang bị ngập nên không thể đi qua K . Biết rằng Bình chỉ được đi sang phải hoặc đi lên. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ O đến Q mà không đi qua điểm K ?



———— HẾT ————

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN - MÃ ĐỀ 0101

1. D	2. D	3. A	4. C	5. B	6. A	7. A	8. D	9. D	10. A
11. A	12. B								

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI - MÃ ĐỀ 0101

Câu 1. a Đ b S c S d Đ	Câu 2. a Đ b S c S d S	Câu 3. a S b Đ c S d S
Câu 4. a Đ b Đ c S d S		

ĐÁP ÁN PHẦN TRẢ LỜI NGẮN - MÃ ĐỀ 0101

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN - MÃ ĐỀ 0103

1. A	2. D	3. B	4. D	5. A	6. C	7. A	8. C	9. B	10. C
11. C	12. C								

ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI - MÃ ĐỀ 0103

Câu 1. a S b S c Đ d Đ	Câu 2. a S b Đ c S d Đ	Câu 3. a S b S c S d Đ
Câu 4. a S b Đ c S d S		

ĐÁP ÁN PHẦN TRẢ LỜI NGẮN - MÃ ĐỀ 0103

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

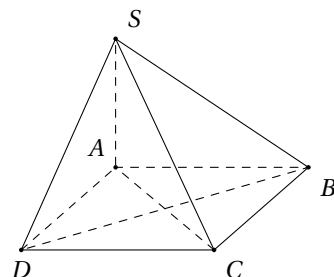
Mã đề thi 0101

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- Ⓐ $BD \perp SC$. Ⓑ $BD \perp (SAC)$. Ⓒ $BC \perp (SAB)$. Ⓓ $AC \perp (SBD)$.

Lời giải.

- Ta có $BC \perp SA$ và $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$.
- Ta có $BD \perp AC$ và $BD \perp SA$ nên $BD \perp (SAC)$.
- Vì $BD \perp (SAC)$ nên $BD \perp SC$.

Khẳng định **sai** là $AC \perp (SBD)$.

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 2. Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ lần lượt là

- Ⓐ $x = 1, y = 2$. Ⓑ $x = -1, y = 0$. Ⓒ $x = -1, y = -2$. Ⓓ $x = -1, y = 2$.

Lời giải.

Vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x+1}{x+1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x+1}{x+1} = +\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2$ nên đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $B(-2;4;0)$ và vectơ chỉ phương $\vec{a}(-1;2;3)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua B và nhận $\vec{a}$ làm vectơ chỉ phương là:

- Ⓐ $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z}{3}$. Ⓑ $\frac{x+2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z}{-3}$.
- Ⓒ $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{3}$. Ⓓ $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z}{3}$.

Lời giải.Đường thẳng đi qua $B(-2;4;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}(-1;2;3)$ có phương trình:

$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z}{3}.$$

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) có phương trình $2x + y - 4z + 5 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) ?

- Ⓐ $\vec{n}_4(2;1;4)$. Ⓑ $\vec{n}_1(2;1;-1)$. Ⓒ $\vec{n}_3(2;1;-4)$. Ⓓ $\vec{n}_2(-2;1;4)$.

Lời giải.

Mặt phẳng có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ thì vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$.

Vậy vectơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n} = (2; 1; -4)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 5. Một cửa hàng ghi lại số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 40 khách hàng đã chi tiêu trong một ngày. Số liệu được phân nhóm như sau:

Nhóm	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)
Giá trị đại diện	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	57,5
Tần số	3	5	10	12	6	4

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần mười).

A $s^2 \approx 52,6$.

B $s^2 \approx 45,9$.

C $s^2 \approx 47,1$.

D $s^2 \approx 49,5$.

Lời giải.

Số trung bình:

$$\bar{x} = \frac{1}{40} (3 \cdot 32,5 + 5 \cdot 37,5 + 10 \cdot 42,5 + 12 \cdot 47,5 + 6 \cdot 52,5 + 4 \cdot 57,5) = 45,625.$$

Phương sai được tính theo công thức:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum f_i (x_i - \bar{x})^2.$$

Thay số:

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{40} [3(32,5 - 45,625)^2 + 5(37,5 - 45,625)^2 + 10(42,5 - 45,625)^2 \\ &\quad + 12(47,5 - 45,625)^2 + 6(52,5 - 45,625)^2 + 4(57,5 - 45,625)^2] \\ &= \frac{1}{40} (1834,375) = 45,859375 \approx \boxed{45,9}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 6. Nghiệm của phương trình $3^x = 7$ là:

A $x = \log_3 7$.

B $x = \log_7 3$.

C $x = -\log_7 3$.

D $x = -\log_3 7$.

Lời giải.

Ta có $3^x = 7 \Leftrightarrow x = \log_3 7$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 7. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là:

A $-\cos x + C$.

B $\sin x + C$.

C $-\sin x + C$.

D $\cos x + C$.

Lời giải.

Ta có: $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 8.

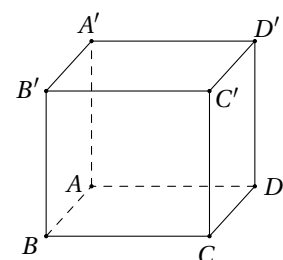
Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$.

B $\vec{BD'} = \vec{BA} + \vec{BC} + \vec{BB'}$.

C $\vec{DB'} = \vec{DA} + \vec{DC} + \vec{DD'}$.

D $\vec{BC'} = \vec{BC} + \vec{BD} + \vec{BB'}$.



Lời giải.

Theo quy tắc hình hộp, ta có mệnh đề sai là $\vec{BC'} = \vec{BC} + \vec{BD} + \vec{BB'}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 9. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - x$, $y = 3x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$. Diện tích miền phẳng (H) được tính bằng công thức

Ⓐ $S = \int_1^3 (x^3 - 4x)^2 dx.$

Ⓑ $S = \int_1^3 (4x - x^3) dx.$

Ⓒ $S = \int_1^3 (x^3 - 4x) dx.$

Ⓓ $S = \int_1^3 |x^3 - 4x| dx.$

Lời giải.

Diện tích $S = \int_1^3 |(x^3 - x) - (3x)| dx = \int_1^3 |x^3 - 4x| dx.$

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 10.

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- Ⓐ 1. Ⓑ -2. Ⓒ -1. Ⓓ 2.

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$		$+$	1	$-\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra giá trị cực đại của hàm số đã cho là 1.

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 11. Cấp số nhân (a_n) có $a_1 = 5$ và $a_2 = 10$. Số hạng a_6 của cấp số nhân là:

- Ⓐ 160. Ⓑ 80. Ⓒ 320. Ⓓ 40.

Lời giải.

Ta có công bội $q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{10}{5} = 2.$

Suy ra $a_6 = a_1 \cdot q^5 = 5 \cdot 2^5 = 5 \cdot 32 = 160.$

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x - 1) < 3$ là:

- Ⓐ (0; 64). Ⓑ (1; 65). Ⓒ (1; 81). Ⓓ (1; 63).

Lời giải.

Điều kiện: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Bất phương trình:

$$\log_4(x - 1) < 3 \Leftrightarrow x - 1 < 4^3 = 64 \Leftrightarrow x < 65.$$

Kết hợp điều kiện: $x \in (1; 65).$

Chọn đáp án Ⓑ □

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Một công ty A sở hữu một khu khai thác dầu, bắt đầu khai thác dầu tại thời điểm $t = 0$. Dựa trên ước tính của trữ lượng dầu, giả sử tốc độ khai thác dự kiến được đưa ra bởi $Q'(t) = 3t^2(40 - t)^2$, với $0 \leq t \leq 40$, Q được đo bằng hàng triệu thùng, t được tính theo năm.

a) $Q''(t) = 6t(40 - t)(40 - 2t).$

b) $Q(t) = 2400t^3 - 60t^4 + \frac{3}{5}t^5.$

c) Tại thời điểm $t = 30$ năm thì tốc độ khai thác lớn nhất.

d) Lượng dầu được khai thác trong 30 năm đầu tiên là $Q(30) = 9\,180\,000$ thùng.

Lời giải.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c sai ☐ d đúng □

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \ln x - \frac{9}{2}x^2$.

- a) Phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm $x = \frac{1}{3}$.
b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $(0; 1]$ bằng $-\frac{9}{2}$.
c) $2f(1) + 2f\left(\frac{1}{3}\right) + 2\ln 3 = -5$.
d) Đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{x} + 9x$ với $x \in (0; +\infty)$.

Lời giải.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b sai ☐ c sai ☐ d sai □

Câu 3. Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 82%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn được sản xuất ra đều phải qua một khâu kiểm tra chất lượng tự động. Vì sự kiểm tra này không chính xác tuyệt đối nên một bóng đèn tốt chỉ có xác suất 92% được công nhận, và một bóng đèn hỏng có xác suất 96% được loại bỏ. Gọi A là biến cố “bóng được công nhận đạt tiêu chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng”.

Gọi B là biến cố “Sản phẩm đạt tiêu chuẩn”.

- a) Tỉ lệ bóng đèn tốt trong số những bóng đèn được công nhận là 98,01% (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
b) Tỉ lệ bóng được công nhận đạt tiêu chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng là 76,16%.
c) $P(B) = 0,18$; $P(\bar{B}) = 0,82$.
d) $P(A | \bar{B}) = 0,92$.

Lời giải.

- a) Xác suất có điều kiện $P(B | A)$ (tỉ lệ bóng tốt trong số bóng được công nhận):
Áp dụng công thức Bayes:

$$\begin{aligned} P(B | A) &= \frac{P(A | B)P(B)}{P(A)} \\ &= \frac{0,92 \cdot 0,82}{0,7616} = \frac{943}{952} \approx 0,9905. \end{aligned}$$

Làm tròn đến hàng phần trăm, $P(B | A) \approx 99,05\%$.

- b) Sử dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A | B)P(B) + P(A | \bar{B})P(\bar{B}) \\ &= 0,92 \cdot 0,82 + 0,04 \cdot 0,18 = 0,7544 + 0,0072 = 0,7616. \end{aligned}$$

Tỉ lệ bóng đèn được công nhận đạt tiêu chuẩn là 76,16%.

- c) Tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn (bóng tốt) là

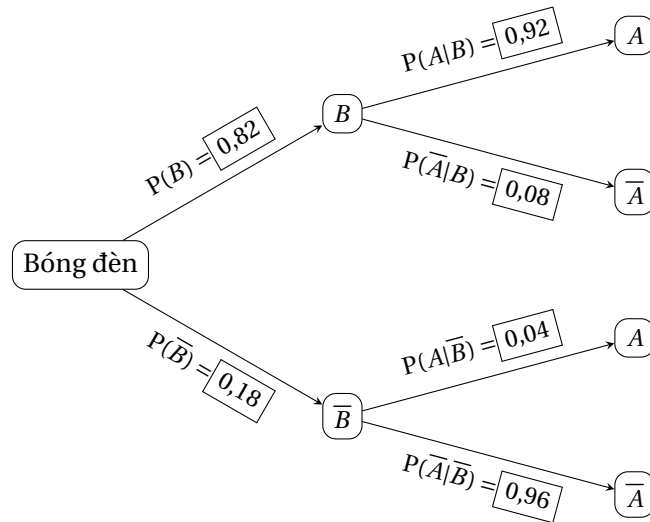
$$P(B) = 82\% = 0,82, \quad P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 18\% = 0,18.$$

- d) Xác suất kiểm tra đúng:

- Bóng tốt được công nhận: $P(A | B) = 92\% = 0,92$.
- Bóng hỏng bị loại: $P(\bar{A} | \bar{B}) = 96\% = 0,96$, do đó

$$P(A | \bar{B}) = 1 - P(\bar{A} | \bar{B}) = 1 - 0,96 = 0,04.$$

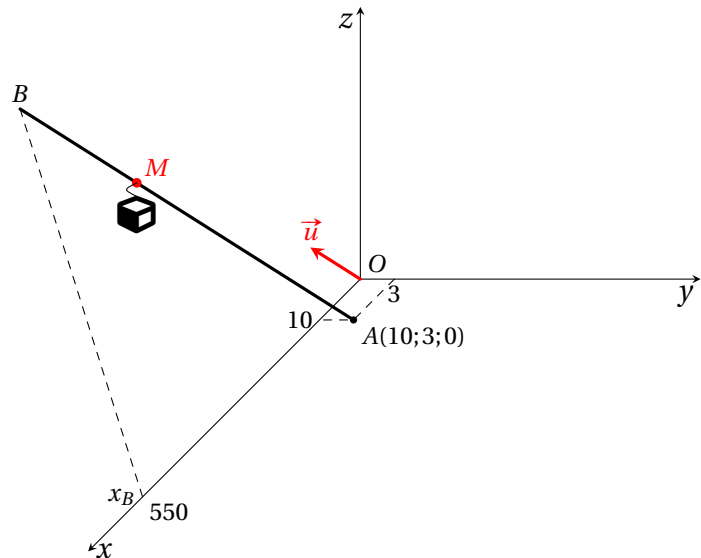
Ta có sơ đồ cây sau



Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d sai ☐

Câu 4.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$ với tốc độ là $4,5 \text{ m/s}$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau t (s) kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M . Điểm B có hoành độ $x_B = 550$.



- Tọa độ M là $\left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2}\right)$.
- Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc lớn hơn 19° .
- Độ dài quãng đường AB là 800 (m) .
- Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-2}{10} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{1}$.

Lời giải.

- a) Do tốc độ chuyển động của cabin là $4,5 \text{ m/s}$ nên độ dài $AM = 4,5t \text{ (m)}$.

Vì vậy $|\vec{AM}| = 4,5t \text{ (} t \geq 0 \text{)}$.

Do hai véc-tơ $\vec{AM}$ và $\vec{u}$ là cùng hướng nên $\vec{AM} = k\vec{u}$ với k là số thực dương nào đó.

Suy ra $|\vec{AM}| = k|\vec{u}| = k \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3k$. Do đó $3k = 4,5t \Leftrightarrow k = \frac{3t}{2}$.

Vì thế, ta có $\vec{AM} = \frac{3t}{2}\vec{u} = \left(3t; -3t; \frac{3t}{2}\right)$.

Gọi tọa độ của điểm M là $(x_M; y_M; z_M)$.

$$\text{Do } \vec{AM} = (x_M - x_A; y_M - y_A; z_M - z_A) = \left(3t; -3t; \frac{3t}{2}\right) \text{ nên } \begin{cases} x_M = 3t + x_A \\ y_M = -3t + y_A \\ z_M = \frac{3t}{2} + z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 3t + 10 \\ y_M = -3t + 3 \\ z_M = \frac{3t}{2} \end{cases}$$

Vậy điểm M có tọa độ là $\left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2}\right)$.

- b) Đường thẳng AB có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$ và mặt phẳng (Oxy) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{k} = (0; 0; 1)$. Do đó, ta có

$$\sin(\Delta, (Oxy)) = \left| \cos(\vec{u}, \vec{k}) \right| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{k}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{1}{3 \cdot 1} = \frac{1}{3}.$$

Vậy $(\Delta, (Oxy)) \approx 19^\circ$.

- c) Do $x_B = 550$ nên $3t + 10 = 550$, tức là $t = 180$ (s). Do đó, ta có điểm $B(550; -537; 270)$.
 Vậy $AB = \sqrt{(550 - 10)^2 + (-537 - 3)^2 + (270 - 0)^2} = \sqrt{656100} = 810$ (m).

- d) Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x - 10}{2} = \frac{y - 3}{-2} = \frac{z}{1}$.

Chọn đáp án ☐ a đúng ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d sai ☐

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{10}$, SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt đáy bằng 45° . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và AC .

Lời giải.

Góc giữa SC và mặt đáy bằng $45^\circ \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Xét tam giác SAC vuông tại A , có $SA = AC$.

$\tan 45^\circ = a\sqrt{2}$.

Dựng hình bình hành $ACBE$.

$\Rightarrow BE \parallel AC \Rightarrow AC \parallel (SBE)$.

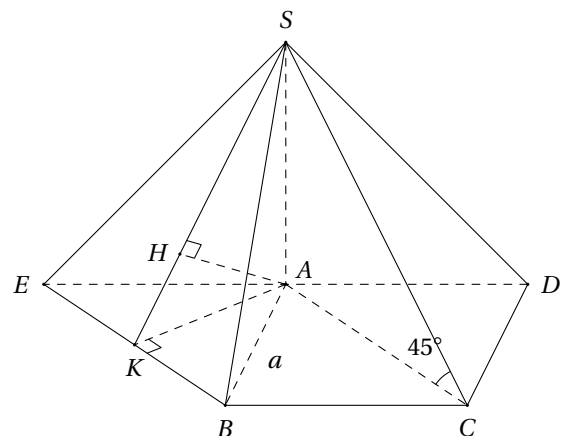
Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng (SBE) .

$d(SB, AC) = d(AC, (SBE)) = d(A, (SBE)) = AH$.

Xét hình tứ diện vuông $SABE$ có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{2a^2}.$$

$$\Rightarrow AH^2 = \frac{2a^2}{5} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$



Câu 2. Giám đốc của show diễn ca nhạc “ATVNCG” đang xác định mức vé vào cửa cho đêm biểu diễn dự kiến vào tháng 12/2024 tại Hà Nội. Theo kinh nghiệm nhiều năm tổ chức show diễn của mình, giám đốc đã xác định được rằng: Nếu giá vé vào cửa là 85 USD/vé thì trung bình có 15 000 khán giả đến xem. Mỗi lần tăng giá vé thêm 10 USD/vé thì số khán giả đến xem sẽ giảm đi 1 000 người. Mỗi lần giảm giá vé đi 10 USD/vé thì số khán giả đến xem sẽ tăng lên 1 000 người. Biết rằng, trung bình mỗi khán giả đến xem còn giúp show diễn có thêm 5 USD từ các dịch vụ đi kèm và mỗi khán giả vào xem phải có 1 vé vào cửa. Hỏi giám đốc chọn giá vé vào cửa cho show diễn này là bao nhiêu USD/vé để tổng số tiền thu được sau đêm diễn (gồm tổng tiền bán vé và tiền thu từ các dịch vụ đi kèm) là lớn nhất?

Lời giải.

Gọi x ($x \in \mathbb{Z}$) là số lần thay đổi giá vé 10 USD so với mức giá vé cơ bản 85 USD. Trong đó, $x > 0$ là số lần tăng giá còn $x < 0$ là số lần giảm giá.

Giá vé mới là $85 + 10x$ USD.

Số lượng khán giả tương ứng là $15\,000 - 1\,000x$ người.

Mỗi khán giả vào cửa sẽ chi trả tiền giá vé và dịch vụ đi kèm là $85 + 10x + 5 = 90 + 10x$ USD.

Tổng doanh thu là $f(x) = (15\,000 - 1\,000x)(90 + 10x) = -10\,000x^2 + 60\,000x + 1\,350\,000$ USD.

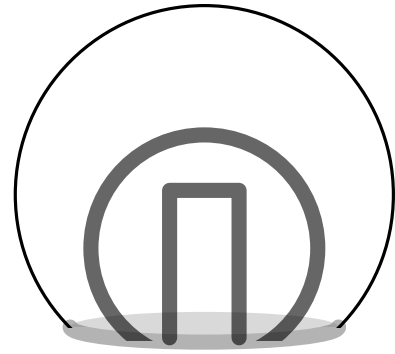
Bảng biến thiên của $f(x)$ như sau

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$		1 440 000	

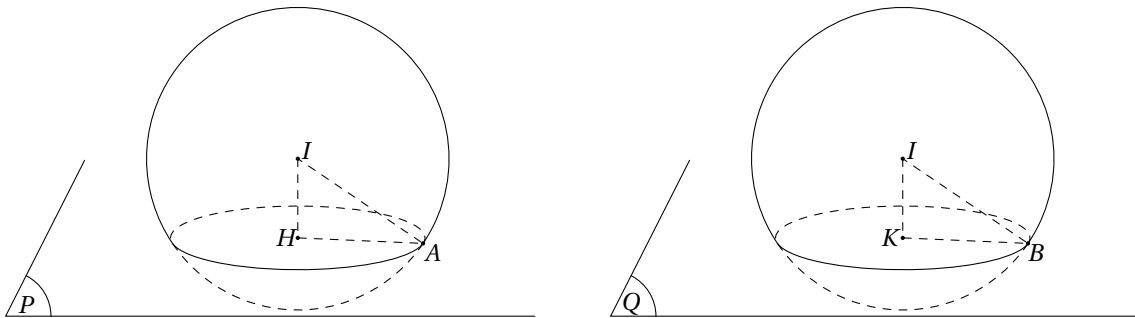
Từ bảng biến thiên ta có doanh thu lớn nhất là 1 440 000 USD khi $x = 3$.
 Vậy giám đốc sẽ chọn giá vé $85 + 3 \cdot 10 = 115$ USD để doanh thu đêm diễn là lớn nhất.

Câu 3.

Người ta muốn thiết kế một lều cắm trại có dạng là một phần mặt cầu bằng phần mềm 3D như hình vẽ bên. Cho biết phương trình bề mặt của lều là $(S): (x - 5)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 36$, phương trình mặt phẳng chứa cửa lều là $(P): x = 2$ và phương trình mặt phẳng chứa sàn lều là $(Q): z = 0$. Gọi r_1 là bán kính của đường tròn cửa lều và r_2 là bán kính của đường tròn sàn lều. Tính giá trị biểu thức $r_1^2 + r_2^2$ (kết quả được ghi dưới dạng số nguyên).



Lời giải.



Mặt cầu (S) có tâm $I(5;3;2)$ và bán kính $R = 6$.

- Gọi H là hình chiếu của điểm I lên mặt phẳng (P) và A là một điểm nằm trên đường tròn cửa lều.

$$\text{Ta có } IH = d(I, (P)) = \frac{|5 - 2|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2}} = 3.$$

Suy ra bán kính đường tròn chứa cửa lều là

$$r_1^2 = HA^2 = R^2 - IH^2 = 6^2 - 3^2 = 27.$$

- Gọi K là hình chiếu của điểm I lên mặt phẳng (Q) và B là một điểm nằm trên đường tròn sàn lều.

$$\text{Ta có } IK = d(I, (Q)) = \frac{|2|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2}} = 2.$$

Suy ra bán kính đường tròn chứa sàn lều là

$$r_2^2 = KB^2 = R^2 - IK^2 = 6^2 - 2^2 = 32.$$

$$\text{Vậy } r_1^2 + r_2^2 = 27 + 32 = 59.$$

Câu 4. Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 viên bi màu trắng và 4 viên bi màu đen; hộp II có 5 viên bi màu trắng và 5 viên bi màu đen. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp I bỏ sang hộp II . Sau đó lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên

bi từ hộp II. Giả sử hai viên bi được lấy ra cùng màu trắng. Tính xác suất trong hai bi màu trắng đó có bi thuộc hộp I (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải.

Gọi các biến cố sau:

- A là biến cố “Lấy được bi màu trắng ở hộp I”;
- B là biến cố “Lấy được hai bi cùng màu trắng ở hộp II”;
- C là biến cố “Hai bi lấy ra ở hộp II có bi từ hộp I bỏ sang”.

Khi đó, BC là biến cố “Lấy được hai bi cùng màu trắng ở hộp II và có bi thuộc hộp I”.

Ta xét các trường hợp sau:

- *Trường hợp 1:* Xét biến cố A xảy ra. Ta có $P(A) = \frac{6 \cdot C_{11}^2}{10 \cdot C_{11}^2} = \frac{3}{5}$.

Khi đó, hộp II sẽ có 6 bi trắng và 5 bi đen (thêm 1 bi trắng từ hộp I bỏ sang).

$$\text{Suy ra } P(B | A) = \frac{C_6^2}{C_{11}^2} = \frac{3}{11} \text{ và } P((BC) | A) = \frac{1 \cdot C_5^1}{C_{11}^2} = \frac{1}{11}.$$

- *Trường hợp 2:* Xét biến cố A không xảy ra. Ta có $P(\overline{A}) = \frac{4 \cdot C_{11}^2}{10 \cdot C_{11}^2} = \frac{2}{5}$.

Khi đó, hộp II sẽ có 5 bi trắng và 6 bi đen (thêm 1 bi đen từ hộp I bỏ sang).

$$\text{Suy ra } P(B | \overline{A}) = \frac{C_5^2}{C_{11}^2} = \frac{2}{11} \text{ và } P((BC) | \overline{A}) = 0.$$

Từ hai trường hợp trên, suy ra:

- Xác suất lấy được bi trắng ở hộp II là

$$\begin{aligned} P(B) &= P(AB) + P(\overline{A}B) \\ &= P(A) \cdot P(B | A) + P(\overline{A}) \cdot P(B | \overline{A}) \\ &= \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{11} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{11} = \frac{13}{55}; \end{aligned}$$

- Xác suất lấy hai bi cùng màu trắng ở hộp II và có bi thuộc hộp I là

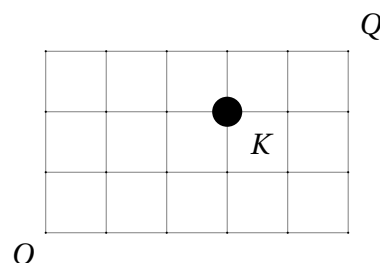
$$\begin{aligned} P(BC) &= P(A(BC)) + P(\overline{A}(BC)) \\ &= P(A) \cdot P((BC) | A) + P(\overline{A}) \cdot P((BC) | \overline{A}) \\ &= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{11} + \frac{2}{5} \cdot 0 = \frac{3}{55}. \end{aligned}$$

Vậy xác suất trong hai bi lấy được có bi thuộc hộp I, biết hai bi cùng màu trắng là

$$P(C | B) = \frac{P(BC)}{P(B)} = \frac{3}{55} : \frac{13}{55} = \frac{3}{13}.$$

Câu 5.

Trên đường Bình đi từ nhà (O) đến trường học (Q) có điểm K đang bị ngập nên không thể đi qua K. Biết rằng Bình chỉ được đi sang phải hoặc đi lên. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ O đến Q mà không đi qua điểm K?



Lời giải.

Tổng số cách đi từ $O(0,0)$ đến $Q(5,3)$ là $C_8^3 = 56$.

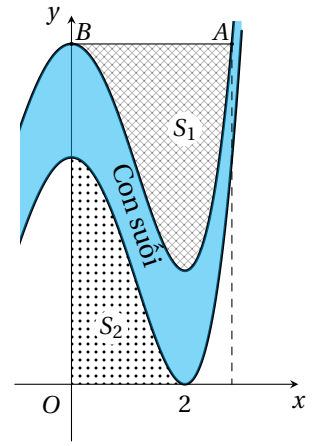
Số cách đi qua $K(3,2)$ là: $C_5^2 \cdot C_3^1 = 10 \cdot 3 = 30$.

Số cách đi không qua K là $56 - 30 = \boxed{26}$.

Câu 6.

Anh Thái và bác Nguyễn có hai mảnh vườn có diện tích S_1, S_2 trong mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ bên. Đơn vị của mỗi trục tọa độ là 5 m và nằm cạnh bên một con suối nhỏ được tạo bởi hai hàm số $y = f(x)$ và $y = f(x) + 2$, biết rằng $f(x) = ax^4 + bx^2 + 4$ có $S_1 - S_2 = \frac{64(\sqrt{2}-1)}{15}$. Từ năm 2025 hai nhà kết thông gia nên anh

Thái muốn xây một cây cầu bắc từ nhà mình sang nhà bác Nguyễn cho tiện đi lại. Tính độ dài ngắn nhất của cây cầu trên theo đơn vị mét (làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải.

Ta có $f'(x) = 4ax^3 + 2bx$ nhận điểm $x = 2$ làm điểm cực trị nên $32a + 4b = 0 \Rightarrow b = -8a \Rightarrow f(x) = ax^4 - 8ax^2 + 4$.

Hoành độ điểm A là nghiệm của phương trình

$$ax^4 - 8ax^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2\sqrt{2} \text{ (không thỏa mãn)} \\ x = 0 \text{ (không thỏa mãn)} \\ x = 2\sqrt{2} \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases}$$

Vì $S_1 - S_2 =$ nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} S_1 - S_2 &= \int_0^{2\sqrt{2}} \{6 - [f(x) + 2]\} dx - \int_0^2 f(x) dx \\ &\Leftrightarrow \int_0^{2\sqrt{2}} (-ax^4 + 8ax^2) dx - \int_0^2 (ax^4 - 8ax^2 + 4) f(x) dx = \frac{64(\sqrt{2}-1)}{15} \\ &\Leftrightarrow \left(-\frac{ax^5}{5} + \frac{8ax^3}{3} \right) \Big|_0^{2\sqrt{2}} - \left(\frac{ax^5}{5} - \frac{8ax^3}{3} + 4x \right) \Big|_0^2 = \frac{64(\sqrt{2}-1)}{15} \\ &\Leftrightarrow \frac{256a\sqrt{2}}{15} + \frac{224a}{15} - 8 = \frac{64(\sqrt{2}-1)}{15} \\ &\Leftrightarrow a = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Vậy $f(x) = \frac{1}{4}(x^4 - 8x^2) + 4$. Gọi $M\left(m; \frac{1}{4}m^4 - 2m^2 + 4\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $N\left(n; \frac{1}{4}n^4 - 2n^2 + 6\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y = g(x) = f(x) + 2$. Gọi d_1 là phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm M , d_2 là phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = g(x)$ tại N .

Ta có $MN \geq d(M, d_2)$, $MN \geq d(N, d_1)$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $MN \perp d_1$, $MN \perp d_2$. Khi đó $d_1 \parallel d_2$ hay hệ số góc của tiếp tuyến tại M và N bằng nhau. Ta có

$$f'(m) = g'(n) \Leftrightarrow m^3 - 4m = n^3 - 4n \Leftrightarrow (m-n)(m^2 + mn + n^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = n \text{ (không thỏa mãn)} \\ m^2 + mn + n^2 = 4. \end{cases}$$

Ta có $m^2 + n^2 = 4 - mn$.

Để thấy để đoạn MN nhỏ nhất thì $m < n$. Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MN} &= \left(n - m; \frac{1}{4}(n^4 - m^4) - 2(n^2 - m^2) + 2 \right) \\ &= \left(n - m; \frac{1}{4}(n - m)(n + m)(m^2 + n^2 - 8) + 2 \right) \\ &= \left(\sqrt{(n - m)^2}; \frac{1}{4}\sqrt{(n - m)^2(n + m)^2(4 - mn - 8) + 2} \right) \\ &= \left(\sqrt{4 - 3mn}; \frac{1}{4}\sqrt{(4 - 3mn)(4 + mn)(-4 - mn) + 2} \right) \\ &= \left(\sqrt{4 - 3t}; \frac{1}{4}\sqrt{(4 - 3t)(4 + t)(-4 - t) + 2} \right).\end{aligned}$$

Với $t = mn$. Vì $0 < m, n < 2$ nên $0 < t < 4$.

$$\text{Độ dài } MN = \sqrt{4 - 3t + \left(\frac{1}{4}\sqrt{(4 - 3t)(4 + t)(-4 - t) + 2} \right)^2} = f(t).$$

Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $t \approx 1,213594352$. Khi đó $MN_{\min} \approx 0.6371799307$.

Vì mỗi đơn vị của trục tọa độ là 5 m nên độ dài ngắn nhất của cây cầu làm tròn đến hàng phần trăm là 3,19 (m).

———— HẾT ————

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi 0103

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cấp số nhân (a_n) có $a_1 = 5$ và $a_2 = 10$. Số hạng a_6 của cấp số nhân là:

- (A) 160. (B) 320. (C) 40. (D) 80.

Lời giải.

Ta có công bội $q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{10}{5} = 2$.

Suy ra $a_6 = a_1 \cdot q^5 = 5 \cdot 2^5 = 5 \cdot 32 = 160$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 2.

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- (A) 2. (B) -2. (C) -1. (D) 1.

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$		2	1	$-\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra giá trị cực đại của hàm số đã cho là 1.

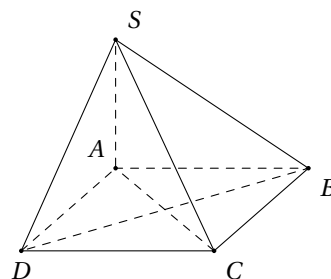
Chọn đáp án (D) □

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) $BD \perp SC$. (B) $AC \perp (SBD)$. (C) $BD \perp (SAC)$. (D) $BC \perp (SAB)$.

Lời giải.

- Ta có $BC \perp SA$ và $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$.
- Ta có $BD \perp AC$ và $BD \perp SA$ nên $BD \perp (SAC)$.
- Vì $BD \perp (SAC)$ nên $BD \perp SC$.



Khẳng định **sai** là $AC \perp (SBD)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 4. Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ lần lượt là

- (A) $x = 1, y = 2$. (B) $x = -1, y = -2$. (C) $x = -1, y = 0$. (D) $x = -1, y = 2$.

Lời giải.

Vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x+1}{x+1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x+1}{x+1} = +\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2$ nên đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang là đường

thẳng $y = 2$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x-1) < 3$ là:

- Ⓐ (1;65). Ⓑ (1;63). Ⓒ (1;81). Ⓓ (0;64).

Lời giải.

Điều kiện: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Bất phương trình:

$$\log_4(x - 1) < 3 \Leftrightarrow x - 1 < 4^3 = 64 \Leftrightarrow x < 65.$$

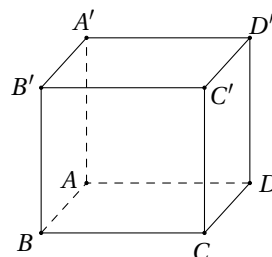
Kết hợp điều kiện: $x \in (1;65)$.

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 6.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- Ⓐ $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$. Ⓑ $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$.
 Ⓒ $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'}$. Ⓓ $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.



Lời giải.

Theo quy tắc hình hộp, ta có mệnh đề sai là $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'}$.

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) có phương trình $2x + y - 4z + 5 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) ?

- Ⓐ $\vec{n}_3(2; 1; -4)$. Ⓑ $\vec{n}_4(2; 1; 4)$. Ⓒ $\vec{n}_1(2; 1; -1)$. Ⓓ $\vec{n}_2(-2; 1; 4)$.

Lời giải.

Mặt phẳng có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ thì vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B; C)$.

Vậy vectơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n} = (2; 1; -4)$.

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $B(-2; 4; 0)$ và vectơ chỉ phương $\vec{a}(-1; 2; 3)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua B và nhận $\vec{a}$ làm vectơ chỉ phương là:

- Ⓐ $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{3}$. Ⓑ $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z}{3}$.
 Ⓒ $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z}{3}$. Ⓓ $\frac{x+2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z}{-3}$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua $B(-2; 4; 0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}(-1; 2; 3)$ có phương trình:

$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z}{3}.$$

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 9. Một cửa hàng ghi lại số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 40 khách hàng đã chi tiêu trong một ngày. Số liệu được phân nhóm như sau:

Nhóm	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)	[50;55)	[55;60)
Giá trị đại diện	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5	57,5
Tần số	3	5	10	12	6	4

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần mười).

- Ⓐ $s^2 \approx 52,6$. Ⓑ $s^2 \approx 45,9$. Ⓒ $s^2 \approx 47,1$. Ⓓ $s^2 \approx 49,5$.

Lời giải.

Số trung bình:

$$\bar{x} = \frac{1}{40}(3 \cdot 32,5 + 5 \cdot 37,5 + 10 \cdot 42,5 + 12 \cdot 47,5 + 6 \cdot 52,5 + 4 \cdot 57,5) = 45,625.$$

Phương sai được tính theo công thức:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum f_i(x_i - \bar{x})^2.$$

Thay số:

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{40} [3(32,5 - 45,625)^2 + 5(37,5 - 45,625)^2 + 10(42,5 - 45,625)^2 \\ &\quad + 12(47,5 - 45,625)^2 + 6(52,5 - 45,625)^2 + 4(57,5 - 45,625)^2] \\ &= \frac{1}{40} (1834,375) = 45,859375 \approx \boxed{45,9}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** ☐

Câu 10. Nghiệm của phương trình $3^x = 7$ là:

- (A)** $x = -\log_3 7$. **(B)** $x = -\log_7 3$. **(C)** $x = \log_3 7$. **(D)** $x = \log_7 3$.

Lời giải.

Ta có $3^x = 7 \Leftrightarrow x = \log_3 7$.

Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 11. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là:

- (A)** $\cos x + C$. **(B)** $\sin x + C$. **(C)** $-\cos x + C$. **(D)** $-\sin x + C$.

Lời giải.

Ta có: $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$.

Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 12. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - x$, $y = 3x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$. Diện tích miền phẳng (H) được tính bằng công thức

- (A)** $S = \int_1^3 (x^3 - 4x)^2 \, dx$. **(B)** $S = \int_1^3 (4x - x^3) \, dx$.
(C) $S = \int_1^3 |x^3 - 4x| \, dx$. **(D)** $S = \int_1^3 (x^3 - 4x) \, dx$.

Lời giải.

$$\text{Diện tích } S = \int_1^3 |(x^3 - x) - (3x)| \, dx = \int_1^3 |x^3 - 4x| \, dx.$$

Chọn đáp án **(C)** ☐

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Một công ty A sở hữu một khu khai thác dầu, bắt đầu khai thác dầu tại thời điểm $t = 0$. Dựa trên ước tính của trữ lượng dầu, giả sử tốc độ khai thác dự kiến được đưa ra bởi $Q'(t) = 3t^2(40 - t)^2$, với $0 \leq t \leq 40$, Q được đo bằng hàng triệu thùng, t được tính theo năm.

a) Tại thời điểm $t = 30$ năm thì tốc độ khai thác lớn nhất.

b) $Q(t) = 2\,400t^3 - 60t^4 + \frac{3}{5}t^5$.

c) Lượng dầu được khai thác trong 30 năm đầu tiên là $Q(30) = 9\,180\,000$ thùng.

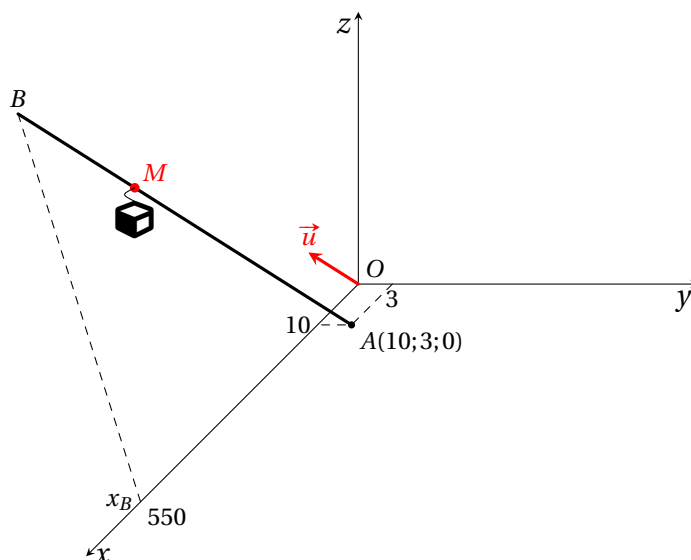
d) $Q''(t) = 6t(40 - t)(40 - 2t)$.

Lời giải.

Chọn đáp án **a sai | b sai | c đúng | d đúng** ☐

Câu 2.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$ với tốc độ là 4,5 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau t (s) kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M . Điểm B có hoành độ $x_B = 550$.



- Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-2}{10} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{1}$.
- Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc lớn hơn 19° .
- Độ dài quãng đường AB là 800 (m).
- Tọa độ M là $\left(3t+10; -3t+3; \frac{3t}{2}\right)$.

Lời giải.

- Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$.
- Đường thẳng AB có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$ và mặt phẳng (Oxy) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{k} = (0; 0; 1)$. Do đó, ta có

$$\sin(\Delta, (Oxy)) = \left| \cos(\vec{u}, \vec{k}) \right| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{k}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{1}{3 \cdot 1} = \frac{1}{3}.$$

Vậy $(\Delta, (Oxy)) \approx 19^\circ$.

- Do $x_B = 550$ nên $3t+10 = 550$, tức là $t = 180$ (s). Do đó, ta có điểm $B(550; -537; 270)$.
 Vậy $AB = \sqrt{(550-10)^2 + (-537-3)^2 + (270-0)^2} = \sqrt{656100} = 810$ (m).

- Do tốc độ chuyển động của cabin là 4,5 m/s nên độ dài $AM = 4,5t$ (m).

Vì vậy $|\vec{AM}| = 4,5t$ ($t \geq 0$).

Do hai véc-tơ $\vec{AM}$ và $\vec{u}$ là cùng hướng nên $\vec{AM} = k\vec{u}$ với k là số thực dương nào đó.

Suy ra $|\vec{AM}| = k|\vec{u}| = k \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3k$. Do đó $3k = 4,5t \Leftrightarrow k = \frac{3t}{2}$.

Vì thế, ta có $\vec{AM} = \frac{3t}{2}\vec{u} = \left(3t; -3t; \frac{3t}{2}\right)$.

Gọi tọa độ của điểm M là $(x_M; y_M; z_M)$.

$$\text{Do } \vec{AM} = (x_M - x_A; y_M - y_A; z_M - z_A) = \left(3t; -3t; \frac{3t}{2}\right) \text{ nên } \begin{cases} x_M = 3t + x_A \\ y_M = -3t + y_A \\ z_M = \frac{3t}{2} + z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 3t + 10 \\ y_M = -3t + 3 \\ z_M = \frac{3t}{2} \end{cases}$$

Vậy điểm M có tọa độ là $\left(3t+10; -3t+3; \frac{3t}{2}\right)$.

Chọn đáp án ☐ a sai ☒ b đúng ☐ c sai ☐ d đúng ☐

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \ln x - \frac{9}{2}x^2$.

a) $2f(1) + 2f\left(\frac{1}{3}\right) + 2\ln 3 = -5.$

b) Đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{x} + 9x$ với $x \in (0; +\infty).$

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $(0; 1]$ bằng $-\frac{9}{2}.$

d) Phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm $x = \frac{1}{3}.$

Lời giải.

Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b sai ☐ c sai ☐ d đúng □

Câu 4. Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 82%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn được sản xuất ra đều phải qua một khâu kiểm tra chất lượng tự động. Vì sự kiểm tra này không chính xác tuyệt đối nên một bóng đèn tốt chỉ có xác suất 92% được công nhận, và một bóng đèn hỏng có xác suất 96% được loại bỏ. Gọi A là biến cố “bóng được công nhận đạt tiêu chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng”.

Gọi B là biến cố “Sản phẩm đạt tiêu chuẩn”.

a) $P(B) = 0,18; P(\bar{B}) = 0,82.$

b) Tỉ lệ bóng được công nhận đạt tiêu chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng là 76,16%.

c) Tỉ lệ bóng đèn tốt trong số những bóng đèn được công nhận là 98,01% (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) $P(A | \bar{B}) = 0,92.$

Lời giải.

a) Tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn (bóng tốt) là

$$P(B) = 82\% = 0,82, P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 18\% = 0,18.$$

b) Sử dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A | B)P(B) + P(A | \bar{B})P(\bar{B}) \\ &= 0,92 \cdot 0,82 + 0,04 \cdot 0,18 = 0,7544 + 0,0072 = 0,7616. \end{aligned}$$

Tỉ lệ bóng đèn được công nhận đạt tiêu chuẩn là 76,16%.

c) Xác suất có điều kiện $P(B | A)$ (tỉ lệ bóng tốt trong số bóng được công nhận):
Áp dụng công thức Bayes:

$$\begin{aligned} P(B | A) &= \frac{P(A | B)P(B)}{P(A)} \\ &= \frac{0,92 \cdot 0,82}{0,7616} = \frac{943}{952} \approx 0,9905. \end{aligned}$$

Làm tròn đến hàng phần trăm, $P(B | A) \approx 99,05\%.$

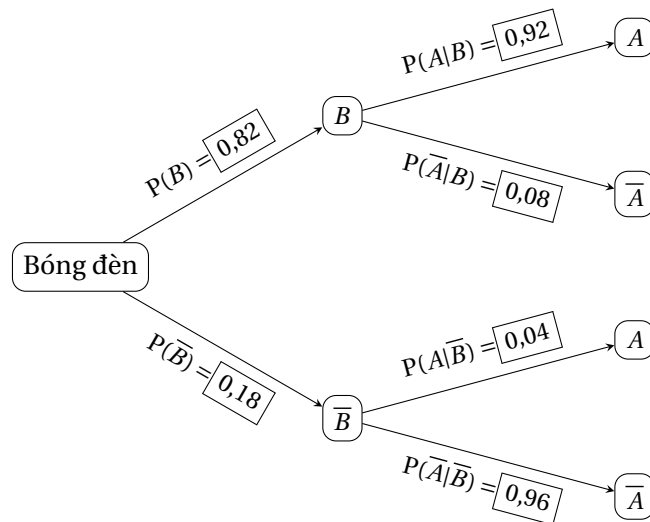
d) Xác suất kiểm tra đúng:

- Bóng tốt được công nhận: $P(A | B) = 92\% = 0,92.$

- Bóng hỏng bị loại: $P(\bar{A} | \bar{B}) = 96\% = 0,96,$ do đó

$$P(A | \bar{B}) = 1 - P(\bar{A} | \bar{B}) = 1 - 0,96 = 0,04.$$

Ta có sơ đồ cây sau



Chọn đáp án ☐ a sai ☐ b đúng ☐ c sai ☐ d sai ☐

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giám đốc của show diễn ca nhạc “ATVNCG” đang xác định mức vé vào cửa cho đêm biểu diễn dự kiến vào tháng 12/2024 tại Hà Nội. Theo kinh nghiệm nhiều năm tổ chức show diễn của mình, giám đốc đã xác định được rằng: Nếu giá vé vào cửa là 85 USD/vé thì trung bình có 15 000 khán giả đến xem. Mỗi lần tăng giá vé thêm 10 USD/vé thì số khán giả đến xem sẽ giảm đi 1 000 người. Mỗi lần giảm giá vé đi 10 USD/vé thì số khán giả đến xem sẽ tăng lên 1 000 người. Biết rằng, trung bình mỗi khán giả đến xem còn giúp show diễn có thêm 5 USD từ các dịch vụ đi kèm và mỗi khán giả vào xem phải có 1 vé vào cửa. Hỏi giám đốc chọn giá vé vào cửa cho show diễn này là bao nhiêu USD/vé để tổng số tiền thu được sau đêm diễn (gồm tổng tiền bán vé và tiền thu từ các dịch vụ đi kèm) là lớn nhất?

Lời giải.

Gọi x ($x \in \mathbb{Z}$) là số lần thay đổi giá vé 10 USD so với mức giá vé cơ bản 85 USD. Trong đó, $x > 0$ là số lần tăng giá còn $x < 0$ là số lần giảm giá.

Giá vé mới là $85 + 10x$ USD.

Số lượng khán giả tương ứng là $15\,000 - 1\,000x$ người.

Mỗi khán giả vào cửa sẽ chi trả tiền giá vé và dịch vụ đi kèm là $85 + 10x + 5 = 90 + 10x$ USD.

Tổng doanh thu là $f(x) = (15\,000 - 1\,000x)(90 + 10x) = -10\,000x^2 + 60\,000x + 1\,350\,000$ USD.

Bảng biến thiên của $f(x)$ như sau

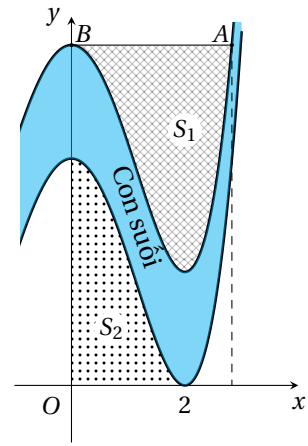
x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$		1 440 000	

Từ bảng biến thiên ta có doanh thu lớn nhất là 1 440 000 USD khi $x = 3$.

Vậy giám đốc sẽ chọn giá vé $85 + 3 \cdot 10 = 115$ USD để doanh thu đêm diễn là lớn nhất.

Câu 2.

Anh Thái và bác Nguyễn có hai mảnh vườn có diện tích S_1, S_2 trong mặt phẳng toạ độ Oxy như hình vẽ bên. Đơn vị của mỗi trục toạ độ là 5 m và nằm cạnh bên một con suối nhỏ được tạo bởi hai hàm số $y = f(x)$ và $y = f(x) + 2$, biết rằng $f(x) = ax^4 + bx^2 + 4$ có $S_1 - S_2 = \frac{64(\sqrt{2}-1)}{15}$. Từ năm 2025 hai nhà kết thông gia nên anh Thái muốn xây một cây cầu bắc từ nhà mình sang nhà bác Nguyễn cho tiện đi lại. Tính độ dài ngắn nhất của cây cầu trên theo đơn vị mét (làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải.

Ta có $f'(x) = 4ax^3 + 2bx$ nhận điểm $x = 2$ làm điểm cực trị nên $32a + 4b = 0 \Rightarrow b = -8a \Rightarrow f(x) = ax^4 - 8ax^2 + 4$.

Hoành độ điểm A là nghiệm của phương trình

$$ax^4 - 8ax^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2\sqrt{2} \text{ (không thoả mãn)} \\ x = 0 \text{ (không thoả mãn)} \\ x = 2\sqrt{2} \text{ (thoả mãn).} \end{cases}$$

Vì $S_1 - S_2 =$ nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} S_1 - S_2 &= \int_0^{2\sqrt{2}} \{6 - [f(x) + 2]\} dx - \int_0^2 f(x) dx \\ &\Leftrightarrow \int_0^{2\sqrt{2}} (-ax^4 + 8ax^2) dx - \int_0^2 (ax^4 - 8ax^2 + 4) dx = \frac{64(\sqrt{2}-1)}{15} \\ &\Leftrightarrow \left(-\frac{ax^5}{5} + \frac{8ax^3}{3} \right) \Big|_0^{2\sqrt{2}} - \left(\frac{ax^5}{5} - \frac{8ax^3}{3} + 4x \right) \Big|_0^2 = \frac{64(\sqrt{2}-1)}{15} \\ &\Leftrightarrow \frac{256a\sqrt{2}}{15} + \frac{224a}{15} - 8 = \frac{64(\sqrt{2}-1)}{15} \\ &\Leftrightarrow a = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Vậy $f(x) = \frac{1}{4}(x^4 - 8x^2) + 4$. Gọi $M\left(m; \frac{1}{4}m^4 - 2m^2 + 4\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $N\left(n; \frac{1}{4}n^4 - 2n^2 + 6\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y = g(x) = f(x) + 2$. Gọi d_1 là phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm M, d_2 là phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = g(x)$ tại N.

Ta có $MN \geq d(M, d_2), MN \geq d(N, d_1)$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $MN \perp d_1, MN \perp d_2$. Khi đó $d_1 \parallel d_2$ hay hệ số góc của tiếp tuyến tại M và N bằng nhau. Ta có

$$f'(m) = g'(n) \Leftrightarrow m^3 - 4m = n^3 - 4n \Leftrightarrow (m - n)(m^2 + mn + n^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = n \text{ (không thoả mãn)} \\ m^2 + mn + n^2 = 4. \end{cases}$$

Ta có $m^2 + n^2 = 4 - mn$.

Để thấy để đoạn MN nhỏ nhất thì $m < n$. Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MN} &= \left(n - m; \frac{1}{4}(n^4 - m^4) - 2(n^2 - m^2) + 2 \right) \\ &= \left(n - m; \frac{1}{4}(n - m)(n + m)(m^2 + n^2 - 8) + 2 \right) \\ &= \left(\sqrt{(n - m)^2}; \frac{1}{4}\sqrt{(n - m)^2(n + m)^2(4 - mn - 8)} + 2 \right) \\ &= \left(\sqrt{4 - 3mn}; \frac{1}{4}\sqrt{(4 - 3mn)(4 + mn)(-4 - mn)} + 2 \right) \\ &= \left(\sqrt{4 - 3t}; \frac{1}{4}\sqrt{(4 - 3t)(4 + t)(-4 - t)} + 2 \right).\end{aligned}$$

Với $t = mn$. Vì $0 < m, n < 2$ nên $0 < t < 4$.

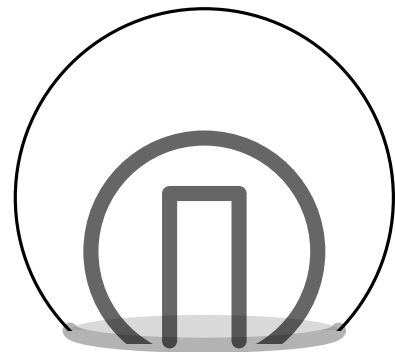
$$\text{Độ dài } MN = \sqrt{4 - 3t + \left(\frac{1}{4}\sqrt{(4 - 3t)(4 + t)(-4 - t)} + 2 \right)^2} = f(t).$$

Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $t \approx 1,213594352$. Khi đó $MN_{\min} \approx 0.6371799307$.

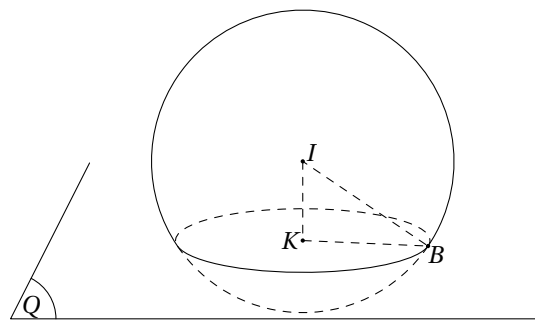
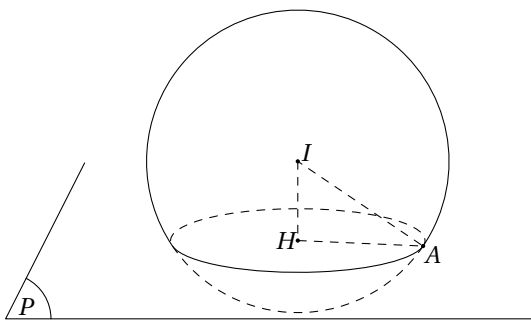
Vì mỗi đơn vị của trục tọa độ là 5 m nên độ dài ngắn nhất của cây cầu làm tròn đến hàng phần trăm là 3,19 (m).

Câu 3.

Người ta muốn thiết kế một lều cắm trại có dạng là một phần mặt cầu bằng phần mềm 3D như hình vẽ bên. Cho biết phương trình bề mặt của lều là $(S): (x - 5)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 36$, phương trình mặt phẳng chứa cửa lều là $(P): x = 2$ và phương trình mặt phẳng chứa sàn lều là $(Q): z = 0$. Gọi r_1 là bán kính của đường tròn cửa lều và r_2 là bán kính của đường tròn sàn lều. Tính giá trị biểu thức $r_1^2 + r_2^2$ (kết quả được ghi dưới dạng số nguyên).



Lời giải.



Mặt cầu (S) có tâm $I(5; 3; 2)$ và bán kính $R = 6$.

- Gọi H là hình chiếu của điểm I lên mặt phẳng (P) và A là một điểm nằm trên đường tròn cửa lều.

$$\text{Ta có } IH = d(I, (P)) = \frac{|5 - 2|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2}} = 3.$$

Suy ra bán kính đường tròn chứa cửa lều là

$$r_1^2 = HA^2 = R^2 - IH^2 = 6^2 - 3^2 = 27.$$

- Gọi K là hình chiếu của điểm I lên mặt phẳng (Q) và B là một điểm nằm trên đường tròn sần lều.

$$\text{Ta có } IK = d(I, (Q)) = \frac{|2|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2}} = 2.$$

Suy ra bán kính đường tròn chứa sần lều là

$$r_2^2 = KB^2 = R^2 - IK^2 = 6^2 - 2^2 = 32.$$

$$\text{Vậy } r_1^2 + r_2^2 = 27 + 32 = 59.$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{10}$, SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt đáy bằng 45° . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và AC .

Lời giải.

Góc giữa SC và mặt đáy bằng $45^\circ \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Xét tam giác SAC vuông tại A , có $SA = AC \cdot$

$$\tan 45^\circ = a\sqrt{2}.$$

Dựng hình bình hành $ACBE$.

$$\Rightarrow BE \parallel AC \Rightarrow AC \parallel (SBE).$$

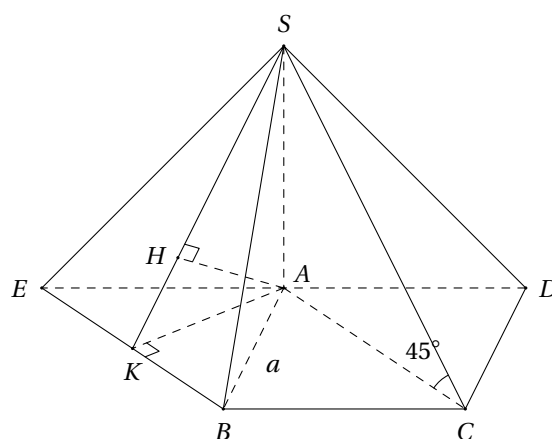
Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng (SBE) .

$$d(SB, AC) = d(AC, (SBE)) = d(A, (SBE)) = AH.$$

Xét hình tứ diện vuông $SABE$ có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{2a^2}.$$

$$\Rightarrow AH^2 = \frac{2a^2}{5} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$



Câu 5. Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 viên bi màu trắng và 4 viên bi màu đen; hộp II có 5 viên bi màu trắng và 5 viên bi màu đen. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp I bỏ sang hộp II . Sau đó lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi từ hộp II . Giả sử hai viên bi được lấy ra cùng màu trắng. Tính xác suất trong hai bi màu trắng đó có bi thuộc hộp I (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải.

Gọi các biến cố sau:

- A là biến cố “Lấy được bi màu trắng ở hộp I ”;
- B là biến cố “Lấy được hai bi cùng màu trắng ở hộp II ”;
- C là biến cố “Hai bi lấy ra ở hộp II có bi từ hộp I bỏ sang”.

Khi đó, BC là biến cố “Lấy được hai bi cùng màu trắng ở hộp II và có bi thuộc hộp I ”.

Ta xét các trường hợp sau:

- **Trường hợp 1:** Xét biến cố A xảy ra. Ta có $P(A) = \frac{6 \cdot C_{11}^2}{10 \cdot C_{11}^2} = \frac{3}{5}$.

Khi đó, hộp II sẽ có 6 bi trắng và 5 bi đen (thêm 1 bi trắng từ hộp I bỏ sang).

$$\text{Suy ra } P(B | A) = \frac{C_6^2}{C_{11}^2} = \frac{3}{11} \text{ và } P((BC) | A) = \frac{1 \cdot C_5^1}{C_{11}^2} = \frac{1}{11}.$$

- **Trường hợp 2:** Xét biến cố A không xảy ra. Ta có $P(\bar{A}) = \frac{4 \cdot C_{11}^2}{10 \cdot C_{11}^2} = \frac{2}{5}$.

Khi đó, hộp II sẽ có 5 bi trắng và 6 bi đen (thêm 1 bi đen từ hộp I bỏ sang).

$$\text{Suy ra } P(B | \bar{A}) = \frac{C_5^2}{C_{11}^2} = \frac{2}{11} \text{ và } P((BC) | \bar{A}) = 0.$$

Từ hai trường hợp trên, suy ra:

- Xác suất lấy được bi trắng ở hộp II là

$$\begin{aligned} P(B) &= P(AB) + P(\overline{A}B) \\ &= P(A) \cdot P(B | A) + P(\overline{A}) \cdot P(B | \overline{A}) \\ &= \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{11} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{11} = \frac{13}{55}; \end{aligned}$$

- Xác suất lấy hai bi cùng màu trắng ở hộp II và có bi thuộc hộp I là

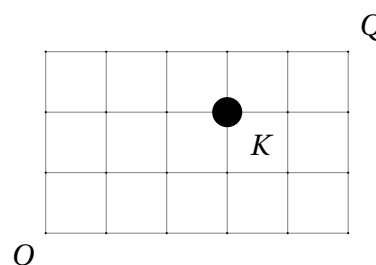
$$\begin{aligned} P(BC) &= P(A(BC)) + P(\overline{A}(BC)) \\ &= P(A) \cdot P((BC) | A) + P(\overline{A}) \cdot P((BC) | \overline{A}) \\ &= \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{11} + \frac{2}{5} \cdot 0 = \frac{3}{55}. \end{aligned}$$

Vậy xác suất trong hai bi lấy được có bi thuộc hộp I, biết hai bi cùng màu trắng là

$$P(C | B) = \frac{P(BC)}{P(B)} = \frac{3}{55} : \frac{13}{55} = \frac{3}{13}.$$

Câu 6.

Trên đường Bình đi từ nhà (O) đến trường học (Q) có điểm K đang bị ngập nên không thể đi qua K. Biết rằng Bình chỉ được đi sang phải hoặc đi lên. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ O đến Q mà không đi qua điểm K?



Lời giải.

Tổng số cách đi từ O(0,0) đến Q(5,3) là $C_8^3 = 56$.

Số cách đi qua K(3,2) là: $C_5^2 \cdot C_3^1 = 10 \cdot 3 = 30$.

Số cách đi không qua K là $56 - 30 = \boxed{26}$.

———— HẾT ————