
(Đề thi có 04 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 4 = 0$ có vectơ pháp tuyến là

- A. $(1; 1; -2)$. B. $(3; 2; -2)$. C. $(1; 1; 2)$. D. $(2; 1; -2)$.

Câu 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

- A. $\int_0^2 |f(x)| dx$. B. $\pi \int_0^2 f^2(x) dx$. C. $\int_0^2 f^2(x) dx$. D. $\pi \int_0^2 |f(x)| dx$.

Câu 3. Cho một vật thể trong không gian $Oxyz$. Gọi β là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ $x = a, x = b$. Một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích là $S(x)$. Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó thể tích V của phần vật thể β tính bởi công thức là

- A. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. B. $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx$. C. $V = S'(x)$. D. $V = \int_a^b S(x) dx$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$. Đường kính của (S) bằng

- A. $2\sqrt{6}$. B. $\sqrt{6}$. C. 6. D. 3.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1; 3; 2), B(2; 1; 1)$ là

- A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$. B. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-1}$.
C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{-1}$. D. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 6 = 0$. Tâm của mặt cầu có tọa độ là

- A. $(1; -2; -3)$. B. $(-2; 4; 0)$. C. $(-2; 4; 6)$. D. $(-1; 2; 3)$.

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + x$ là

- A. $-\cos x + \frac{1}{2}x^2 + C$. B. $\cos x + \frac{1}{2}x^2 + C$. C. $-\cos x - \frac{1}{2}x^2 + C$. D. $\cos x + x^2 + C$.

Câu 8. Họ nguyên hàm của $f(x) = x - \frac{1}{x}$ là

- A. $\frac{1}{2}x^2 - \ln|x| + C$. B. $\frac{1}{2}x^2 - \ln|x|$. C. $\frac{1}{2}x^2 - \ln x + C$. D. $1 - \ln|x| + C$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x + 8y + 10z - 4 = 0$. Mặt phẳng nào dưới đây song song với (P) ?

- A. $3x + 4y + 5z - 1 = 0$. B. $x + y - z - 4 = 0$.
C. $3x + 4y + 5z - 2 = 0$. D. $6x + 8y - 10z - 4 = 0$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ đi qua điểm nào?

- A. $(1; -1; 0)$. B. $(1; 0; 1)$. C. $(1; -1; 1)$. D. $(0; 0; 1)$.

Câu 11. Cho hai biến cố A, B với $P(AB) = 0,2, P(B) = 0,5$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng

- A. 0,3. B. 0,2. C. 0,4. D. 0,8.

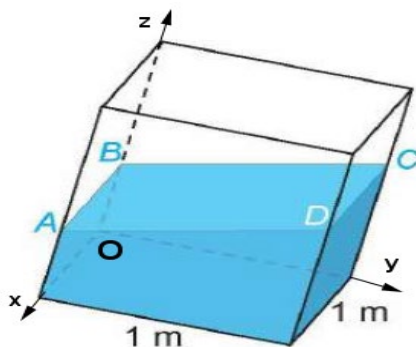
Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ có vectơ chỉ phương là

- A. $(2; -1; 2)$. B. $(1; -1; 1)$. C. $(3; -1; 0)$. D. $(1; -1; 0)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2.

Câu 1. Trong một bể hình lập phương cạnh $1m$ có chứa một ít nước. Người ta đặt đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang. Biết rằng, lúc đó mặt nước có dạng hình bình hành $ABCD$ và khoảng cách từ các điểm A, B, C đến đáy bể tương ứng là $38cm, 46cm, 50cm$.

Trong không gian $Oxyz$, gốc tọa độ là góc của đáy bể, mỗi đơn vị trên hệ trục tọa độ tương ứng với $1cm$.



- a) Điểm A có tọa độ là $(100; 0; 38)$.
b) Mặt phẳng đáy của bể nước có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; -25)$.
c) Khoảng cách từ điểm D đến đáy bể là $42cm$.
d) Góc giữa mặt nước và mặt phẳng đáy của bể nước là $5,1^\circ$. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 2. Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là $0,5$. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là $0,8$. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt.

Gọi A là biến cố :” Thứ ba, ông An đi làm bằng xe máy”. B là biến cố :” Thứ tư, ông An đi làm bằng xe máy”.

- a) $P(A) = 0,5$.
b) Biết rằng thứ ba ông An đi làm bằng xe máy. Xác suất thứ tư ông An đi làm bằng xe máy là $0,3$.
c) Biết rằng thứ tư ông An đi làm bằng xe buýt. Xác suất thứ ba ông An đi làm bằng xe máy là $0,7$.
d) Xác suất thứ tư ông An đi làm bằng xe máy là $0,35$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

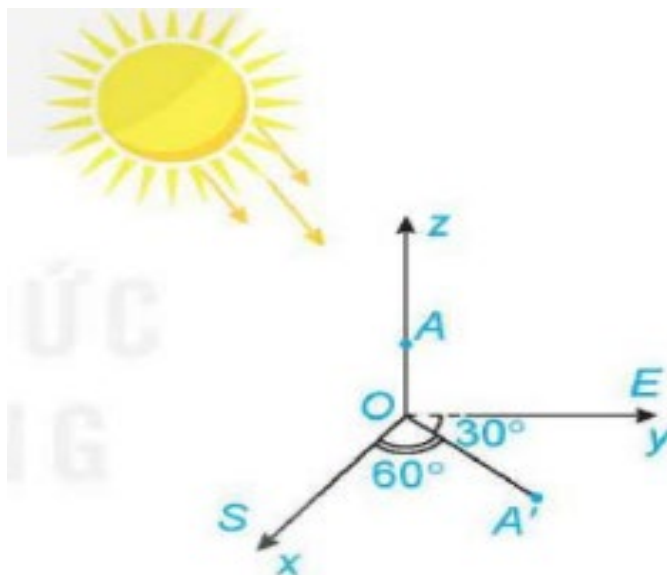
Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mô hình của trái đất là một hình cầu có tâm trái đất là gốc tọa độ, bán kính bằng 1 . Giả sử tại một thời điểm, một thiết bị GPS ở vị trí điểm $P(a; b; c)$, xác định được khoảng cách từ nó tới ba vệ tinh A, B, C tương ứng là $\sqrt{5}, \sqrt{2}, 2$. Tại thời điểm đó các vệ tinh trên ở vị trí có tọa độ là

$A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; \frac{11}{4}; \frac{\sqrt{7}}{4})$.



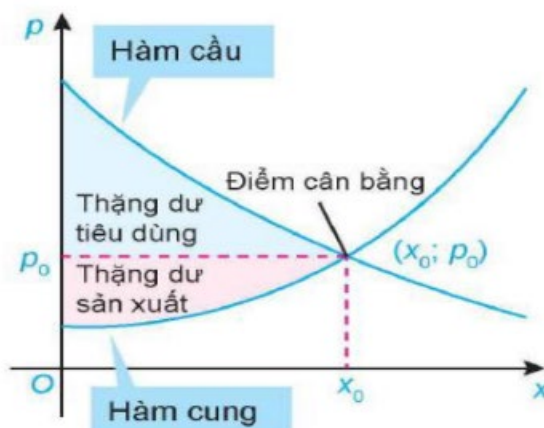
Tính $a + b + c$. (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2. Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cột thẳng cao $6m$ vuông góc với mặt đất, có chân cột đặt tại vị trí O trên mặt đất. Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời, bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột $3m$ về hướng $S60^\circ E$ (hướng tạo với hướng nam góc 60° và tạo với hướng đông góc 30°). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc là O , tia Ox chỉ hướng nam, tia Oy chỉ hướng đông, tia Oz chứa cột, đơn vị đo là mét.



Đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét đi qua $B(a; b; -1)$. Tính giá trị $a + 2b$. (làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 3. Ta biết rằng hàm cầu liên quan đến giá p của một sản phẩm với nhu cầu của người tiêu dùng, hàm cung liên quan đến giá p của sản phẩm với mức độ sẵn sàng cung cấp sản phẩm của nhà sản xuất. Điểm cắt nhau $(x_0; p_0)$ của đồ thị hàm cầu $p = D(x)$ và đồ thị hàm cung $p = S(x)$ được gọi là điểm cân bằng. Các nhà kinh tế học gọi diện tích của hình giới hạn bởi đồ thị hàm cầu, đường ngang $p = p_0$ và đường thẳng $x = 0$ là thặng dư tiêu dùng.



Giả sử hàm cung và hàm cầu của một loại sản phẩm được mô hình hóa bởi:

Hàm cầu $p = -0,36x + 9$ và hàm cung $y = 0,14x + 2$, trong đó x là đơn vị sản phẩm. Tìm thặng dư tiêu dùng cho loại sản phẩm này. (làm tròn đến hàng phần mười)

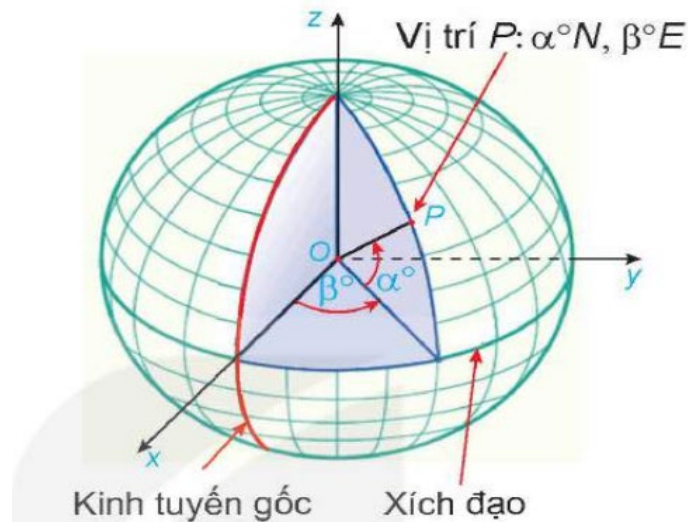
Câu 4. Bạn An phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là $0,7$. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là $0,9$. Tính xác suất để thí nghiệm thứ nhất thành công và thí nghiệm thứ hai không thành công.

PHẦN IV. Tự luận.

Câu 1. Một cái lavabo có vành mép là một đường tròn bán kính $20cm$. Cắt dọc lavabo theo đường kính của vành mép bởi một mặt phẳng và vuông góc với mặt phẳng chứa vành mép lavabo thì thiết diện là một nửa đường tròn bán kính $20cm$. Nhưng nếu cắt lavabo bởi một mặt phẳng vuông góc với đường kính vành mép mà ta đã cắt dọc thì thiết diện là một parabol có đỉnh thuộc nửa đường tròn cắt dọc. Tính thể tích chứa nước của lavabo. (thể tích tính theo lít, làm tròn đến hàng phần mười)



Câu 2. Trong mô hình toán học trái đất là một quả cầu với bán kính là 6371 km .



Tính khoảng cách trên mặt đất từ vị trí điểm A là giao giữa kinh tuyến gốc với xích đạo đến vị trí điểm $B : 45^\circ N, 30^\circ E$. (làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 3. Năm 2021, Cộng đồng châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bị bệnh bò điên. Không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100%. Một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm A , cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là 70%, còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là 10%. Biết rằng tỉ lệ con bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 13 con trên 1000000 con (Nguồn: F.M.Dekking et al., *A modern introduction to probability and statistics - Understanding why and how*, Springer, 2025). Khi con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm A , tính xác suất nó bị mắc bệnh bò điên.

----- HẾT -----

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 0102

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x + 2y - 2z + 4 = 0$ có vector pháp tuyến là

- A. $(3; 2; -2)$. B. $(3; 2; 2)$. C. $(2; 1; -2)$. D. $(3; 2; 0)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x + 8y + 10z - 4 = 0$. Mặt phẳng nào dưới đây vuông góc với (P) ?

- A. $4x - 3y - 1 = 0$. B. $4x + 3y + 5z - 1 = 0$. C. $3y - 1 = 0$. D. $x + y + z - 4 = 0$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ có vector chỉ phương

là

- A. $(2; -1; 3)$. B. $(1; -1; 0)$. C. $(0; 1; 3)$. D. $(1; -1; 1)$.

Câu 4. Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,2, P(A|B) = 0,1$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng

- A. 0,5. B. 0,3. C. 0,8. D. 0,2.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua hai điểm $M(1; 1; 1), N(2; 2; 2)$ là

- A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

- C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$. D. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{3}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ đi qua điểm nào?

- A. $(1; -1; 0)$. B. $(0; 0; 1)$. C. $(1; -1; 1)$. D. $(1; 0; 1)$.

Câu 7. Họ nguyên hàm của $f(x) = e^x$ là

- A. $e^x + C$. B. $xe^x + C$. C. $xe^{x-1} + C$. D. $\ln|x| + C$.

Câu 8. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

- A. $\int_0^2 e^x dx$. B. $\int_0^2 e^{2x} dx$. C. $\pi \int_0^2 e^{2x} dx$. D. $\pi \int_0^2 e^x dx$.

Câu 9. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox , hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ bằng

- A. $V = \pi \int_0^1 x dx$. B. $V = \pi \int_0^1 \sqrt{x} dx$. C. $V = \pi \int_0^1 2x dx$. D. $V = \int_0^1 x dx$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 1$ là

- A. $\sin x + x + C$. B. $-\sin x + x + C$. C. $-\cos x + x + C$. D. $\cos x + x + C$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 8z - 1 = 0$. Tâm của mặt cầu có tọa độ là

- A. $(1; -3; -4)$. B. $(-2; 6; 8)$. C. $(-1; 3; 4)$. D. $(-2; 4; 0)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. Đường kính của (S) bằng

A. 3.

B. $\sqrt{6}$.

C. 6.

D. $2\sqrt{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2.

Câu 1. Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt.

Gọi A là biến cố :” Thứ ba, ông An đi làm bằng xe máy”. B là biến cố :” Thứ tư, ông An đi làm bằng xe máy”.

a) $P(A) = 0,4$.

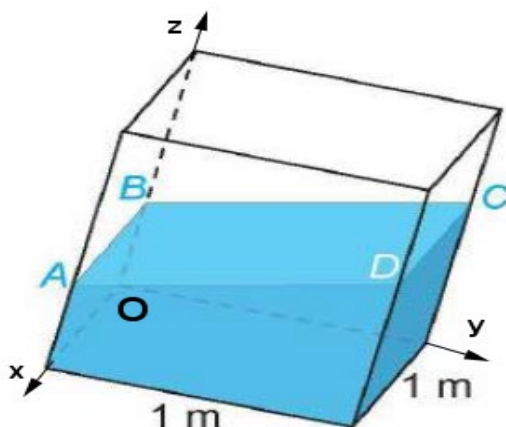
b) Biết rằng thứ ba ông An đi làm bằng xe máy. Xác suất thứ tư ông An đi làm bằng xe máy là 0,3.

c) Biết rằng thứ tư ông An đi làm bằng xe buýt. Xác suất thứ ba ông An đi làm bằng xe máy là 0,7.

d) Xác suất để thứ tư ông An đi làm bằng xe máy là 0,36.

Câu 2. Trong một bể hình lập phương cạnh 1m có chứa một ít nước. Người ta đặt đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang. Biết rằng, lúc đó mặt nước có dạng hình bình hành $ABCD$ và khoảng cách từ các điểm A, B, C đến đáy bể tương ứng là 40 cm, 44 cm, 48 cm.

Trong không gian $Oxyz$, gốc tọa độ là góc của đáy bể, mỗi đơn vị trên hệ trục tọa độ tương ứng với 1 cm.



a) Điểm A có tọa độ là $(100; 0; 40)$.

b) Mặt phẳng đáy của bể nước có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; -25)$.

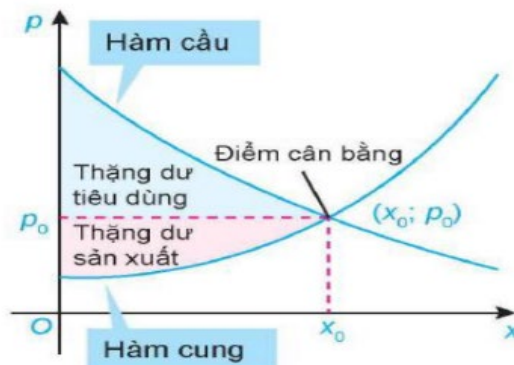
c) Khoảng cách từ điểm D đến đáy bể là 44 cm.

d) Góc giữa mặt nước và mặt phẳng đáy của bể nước là $4,5^\circ$. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Bạn An phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là 0,9. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là 0,8. Tính xác suất để thí nghiệm thứ nhất thành công và thí nghiệm thứ hai không thành công.

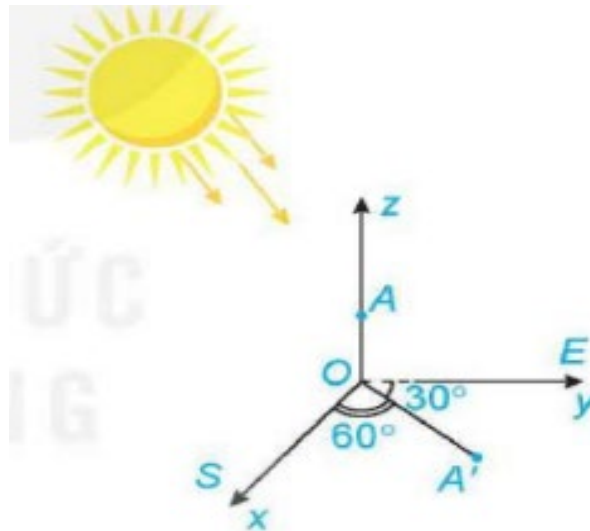
Câu 2. Ta biết rằng hàm cầu liên quan đến giá p của một sản phẩm với nhu cầu của người tiêu dùng, hàm cung liên quan đến giá p của sản phẩm với mức độ sẵn sàng cung cấp sản phẩm của nhà sản xuất. Điểm cắt nhau $(x_0; p_0)$ của đồ thị hàm cầu $p = D(x)$ và đồ thị hàm cung $p = S(x)$ được gọi là điểm cân bằng. Các nhà kinh tế học gọi diện tích của hình giới hạn bởi đồ thị hàm cung, đường ngang $p = p_0$ và đường thẳng $x = 0$ là thặng dư sản xuất.



Giả sử hàm cung và hàm cầu của một loại sản phẩm được mô hình hóa bởi:

Hàm cầu $p = -0,32x + 8$ và hàm cung $y = 0,1x + 3$, trong đó x là đơn vị sản phẩm. Tìm thặng dư sản xuất cho loại sản phẩm này. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 3. Trên mặt đất phẳng, Người ta dựng một cột thẳng cao $8m$ vuông góc với mặt đất, có chân cột đặt tại vị trí O trên mặt đất. Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời, bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột $3m$ về hướng $S60^\circ E$ (hướng tạo với hướng nam góc 60° và tạo với hướng đông góc 30°). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc là O , tia Ox chỉ hướng nam, tia Oy chỉ hướng đông, tia Oz chứa cột, đơn vị đo là mét.



Phương trình đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét đi qua $B(a;b;2)$. Tính giá trị $a + 2b$. (làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, trái đất là một hình cầu. Tâm trái đất là gốc tọa độ, bán kính bằng 1. Giả sử tại một thời điểm, một thiết bị GPS ở vị trí $P(a;b;c)$, xác định được khoảng cách từ nó tới ba vệ tinh A, B, C tương ứng là $\sqrt{5}, \sqrt{2}, 2$. Tại thời điểm đó các vệ tinh trên ở vị trí có tọa độ là $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0; \frac{11}{4}; \frac{\sqrt{6}}{4})$.



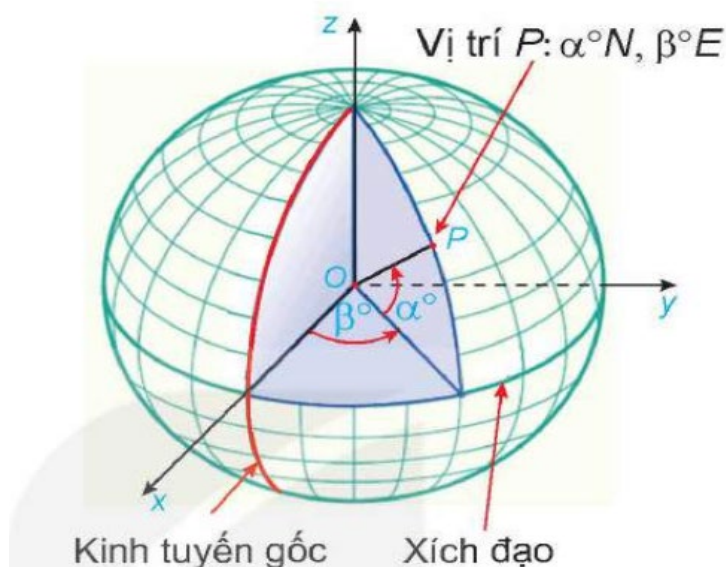
Tính $a + b + c$. (làm tròn đến hàng phần trăm)

Phần IV. Tự luận

Câu 1. Một cái lavabo có vành mép là một đường tròn bán kính 18cm . Cắt dọc lavabo theo đường kính của vành mép bởi một mặt phẳng và vuông góc với mặt phẳng chứa vành mép lavabo thì thiết diện là một nửa đường tròn bán kính 18cm . Nhưng nếu cắt lavabo bởi một mặt phẳng vuông góc với đường kính của vành mép mà ta đã cắt dọc thì thiết diện là một parabol có đỉnh thuộc nửa đường tròn cắt dọc. Tính thể tích chứa nước của lavabo. (thể tích tính theo lít, làm tròn đến hàng phần mười)



Câu 2. Trong mô hình toán học trái đất là một quả cầu với bán kính là 6371km .



Tính khoảng cách trên mặt đất từ vị trí điểm A là giao giữa kinh tuyến gốc với xích đạo đến vị trí điểm $B: 30^\circ N, 60^\circ E$.

Câu 3. Trước khi đưa ra thị trường một loại sản phẩm, công ty phỏng vấn 800 khách hàng và được kết quả là 550 người nói sẽ mua, còn 250 người nói sẽ không mua. Theo kinh nghiệm của nhà sản xuất thì trong những người nói sẽ mua sẽ có 60% số người chắc chắn mua, còn trong những người nói sẽ không mua lại có 1% người chắc chắn mua. Chọn ngẫu nhiên một khách hàng. Tính xác suất chọn được khách hàng chắc chắn mua.

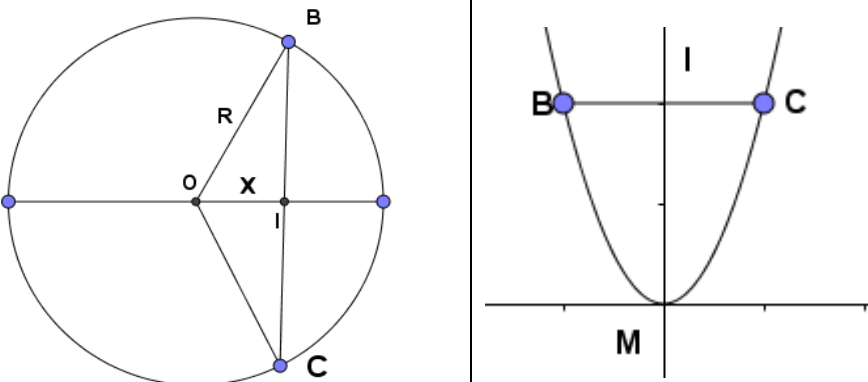
----- HẾT -----

Phần	I	II	III					
Số câu	12	2	4					
Câu\Mã đề	0101	0102	0103	0104	0105	0106	0107	0108
1	A	A	C	A	A	A	A	A
2	A	A	A	A	C	A	B	A
3	D	A	D	A	C	A	A	A
4	A	A	A	A	D	A	B	A
5	C	A	A	A	B	A	D	A
6	A	A	B	A	A	A	D	A
7	A	A	B	A	B	A	B	A
8	A	A	A	A	B	A	B	C
9	A	A	C	C	A	C	B	A
10	A	A	A	A	D	A	A	A
11	C	A	B	A	B	A	D	A
12	A	C	D	A	A	A	C	A
1	DSDD	DDSD	DSDD	DDSD	DSDD	DSDS	DSSD	DDSD
2	DSSD	DSDS	DSSD	DSDS	DSSD	DDSD	DSDD	DSDS
1	1,41	0,18	35,3	0,18	1,41	5,0	1,41	5,0
2	7,8	7,1	0,07	7,1	0,07	0,18	7,8	0,18
3	35,3	5,0	1,41	1,41	7,8	1,41	35,3	7,1
4	0,07	1,41	7,8	5,0	35,3	7,1	0,07	1,41

Câu 1. Một cái lavabo có vành mép là một đường tròn bán kính 20cm . Cắt dọc lavabo theo đường kính của vành mép bởi một mặt phẳng và vuông góc với mặt phẳng chứa vành mép lavabo thì thiết diện là một nửa đường tròn bán kính 20cm . Nhưng nếu cắt lavabo bởi một mặt phẳng vuông góc với đường kính vành mép mà ta đã cắt dọc thì thiết diện là một parabol có đỉnh thuộc nửa đường tròn cắt dọc. Tính thể tích chứa nước của lavabo.(thể tích tính theo lít, làm tròn đến hàng phần mười)

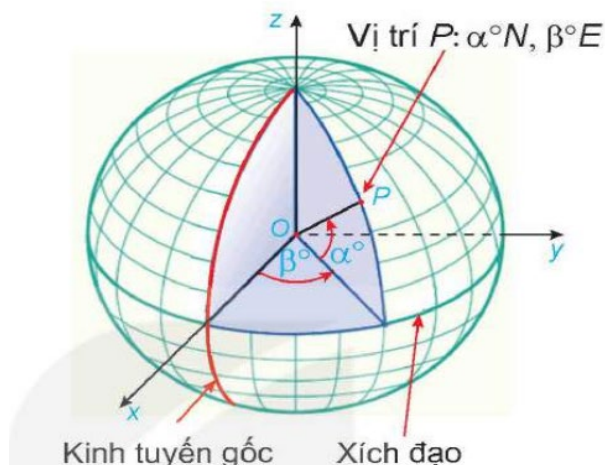


Đáp án:

Nội dung	Điểm	Ghi chú
		
Mặt cắt ngang cắt mép lavabo tại B, C và cách tâm đường tròn mép một khoảng $OI = x$, dây $BC = 2\sqrt{400 - x^2}$, Khoảng cách từ đỉnh M của parabol đến BC là $IM = \sqrt{400 - x^2}$	0,25đ	
Xét hệ trục tọa độ, M là gốc tọa độ, MI là trục Oy. Parabol $(P): y = at^2$, thay $t = \sqrt{400 - x^2}$, $y = \sqrt{400 - x^2}$ được $a = \frac{1}{\sqrt{400 - x^2}}$ Vậy $y = \frac{1}{\sqrt{400 - x^2}} t^2$	0,25đ	
$S(x)$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và $y = \sqrt{400 - x^2}$ Ta có :	0,25đ	

$S(x) = \int_{-\sqrt{400-x^2}}^{\sqrt{400-x^2}} \left(\sqrt{400-x^2} - \frac{1}{\sqrt{400-x^2}} t^2 \right) dt =$ $\left(\sqrt{400-x^2} t - \frac{1}{\sqrt{400-x^2}} \frac{t^3}{3} \right) \Big _{-\sqrt{400-x^2}}^{\sqrt{400-x^2}} = \frac{4}{3} (400-x^2)$ <i>Nếu học sinh dùng công thức khác tính ra diện tích thì vẫn cho điểm</i>		
Thể tích chứa nước của lavabo là : $V = \int_{-20}^{20} S(x) dx = \int_{-20}^{20} \frac{4}{3} (400-x^2) dx = 14222,222 (cm^3) \approx 14,2 (\text{lít})$	0,25đ	

Câu 2. Trong mô hình toán học trái đất là một quả cầu với bán kính là 6371 km .



Tính khoảng cách trên mặt đất từ vị trí điểm A là giao giữa kinh tuyến gốc với xích đạo đến vị trí điểm $B : 45^\circ N, 30^\circ E$. (làm tròn đến hàng phần mười)

Đáp án.

Điểm A là giao giữa kinh tuyến gốc với xích đạo: $A(R; 0; 0)$, $R = 6371$, $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$.	0,25đ	
Điểm $B : 45^\circ N, 30^\circ E$. Ta có: $\begin{cases} x_B = R \cos \alpha \cdot \cos \beta \\ y_B = R \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ z_B = R \sin \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = R \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ \\ y_B = R \cos 45^\circ \cdot \sin 30^\circ \\ z_B = R \sin 45^\circ \end{cases}$ $\begin{cases} x_B = \frac{R\sqrt{6}}{4} \\ y_B = \frac{R\sqrt{2}}{4} \\ z_B = \frac{R\sqrt{2}}{2} \end{cases} \text{ suy ra } B\left(\frac{R\sqrt{6}}{4}; \frac{R\sqrt{2}}{4}; \frac{R\sqrt{2}}{2}\right)$	0,25	
Gọi $\omega = \text{góc } AOB$ $\cos \omega = \frac{\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}}{ \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} } = \frac{\sqrt{6}}{4}$	0,25	
Tính khoảng cách trên mặt đất từ vị trí điểm A là giao giữa kinh tuyến gốc với xích đạo đến vị trí điểm B : $l_{AB} = R \cdot \omega = 5808,6846 \approx 5808,7 \text{ km};$	0,25	

Câu 3.Năm 2021 , Cộng đồng châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bị bệnh bò điên. Không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100% . Một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm A , cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là 70% , còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là 10% . Biết rằng tỉ lệ con bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 13 con trên 1000 000 con (Nguồn: *F.M.Dekking et al., A modern introduction to probability and statistics -Understanding why and how, Springer, 2025*). Khi con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm A , tính xác suất nó bị mắc bệnh bò điên .

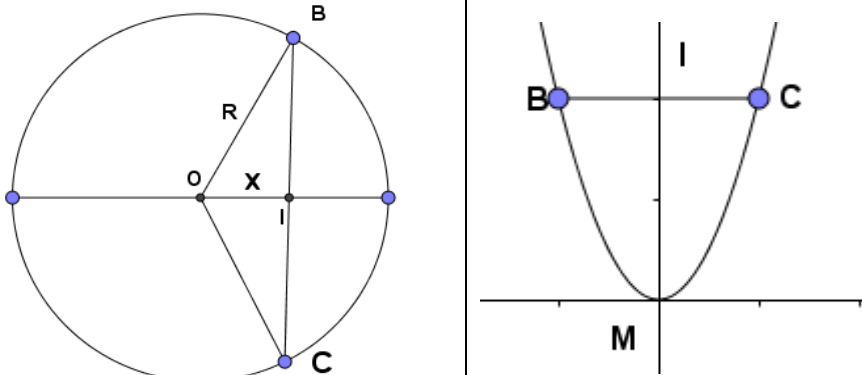
Giải.

Nội dung	Điểm	Ghi chú
Gọi A:” Con bò có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A “ B:” Bò bị mắc bệnh bò điên “ +) Khi con bò bị bệnh điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là 70% , nghĩa là $P(A / B) = 70\%$ +)còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là 10% . Nghĩa là $P(A / \overline{B}) = 10\%$	0,25	
+)Tỉ lệ con bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 13 con trên 1000 000 con. Nghĩa là $P(B) = \frac{13}{1000\,000}$	0,25	
+) $P(A) = P(B)P(A / B) + P(\overline{B})P(A / \overline{B})$ $= \frac{13}{1000\,000}70\% + (1 - \frac{13}{1000\,000})10\% = 0,1000078$	0,25	
Khi con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm A , tính xác suất nó bị mắc bệnh bò điên là $P(B / A) = \frac{P(A / B).P(B)}{P(A)} = \frac{70\%.0,000013}{0,1000078} = \frac{91}{1000\,078}$	0,25	

Câu 1. Một cái lavabo có vành mép là một đường tròn bán kính 18cm . Cắt dọc lavabo theo đường kính của vành mép bởi một mặt phẳng và vuông góc với mặt phẳng chứa vành mép lavabo thì thiết diện là một nửa đường tròn bán kính 18cm . Nhưng nếu cắt lavabo bởi một mặt phẳng vuông góc với đường kính của vành mép mà ta đã cắt dọc thì thiết diện là một parabol có đỉnh thuộc nửa đường tròn cắt dọc. Tính thể tích chứa nước của lavabo.(thể tích tính theo lít, làm tròn đến hàng phần mười)

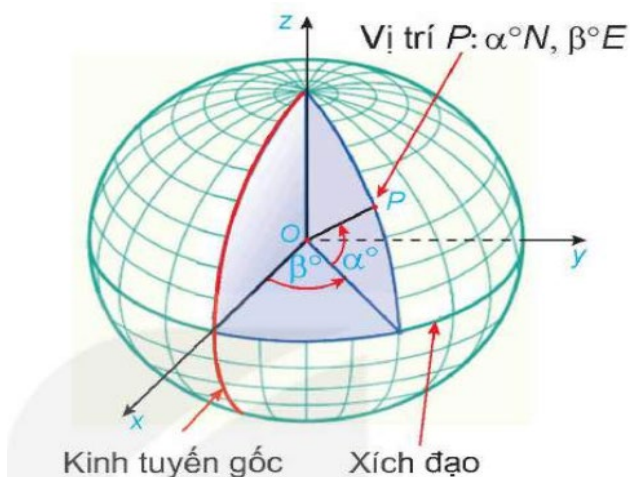


Đáp án:

Nội dung	Điểm	Ghi chú
		
Mặt cắt ngang cắt mép lavabo tại B, C và cách tâm đường tròn mép một khoảng $OI = x$, dây $BC = 2\sqrt{324 - x^2}$, Khoảng cách từ đỉnh M của parabol đến BC là $IM = \sqrt{324 - x^2}$	0,25đ	
Xét hệ trục tọa độ, M là gốc tọa độ, MI là trục Oy. Parabol (P): $y = at^2$, thay $t = \sqrt{324 - x^2}$, $y = \sqrt{324 - x^2}$ được $a = \frac{1}{\sqrt{324 - x^2}}$ Vậy $y = \frac{1}{\sqrt{324 - x^2}}t^2$	0,25đ	
$S(x)$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và $y = \sqrt{324 - x^2}$ Ta có :	0,25đ	

$S(x) = \int_{-\sqrt{324-x^2}}^{\sqrt{324-x^2}} \left(\sqrt{324-x^2} - \frac{1}{\sqrt{324-x^2}} t^2 \right) dt =$ $\left(\sqrt{324-x^2} t - \frac{1}{\sqrt{324-x^2}} \frac{t^3}{3} \right) \Big _{-\sqrt{324-x^2}}^{\sqrt{324-x^2}} = \frac{4}{3} (324-x^2)$ <i>Nếu học sinh dùng công thức khác tính ra diện tích thì vẫn cho điểm</i> Thể tích chứa nước của lavabo là : $V = \int_{-20}^{20} S(x) dx = \int_{-18}^{18} \frac{4}{3} (324-x^2) dx = 10368 (cm^3) \approx 10,4 (\text{lít})$		
	0,25đ	

Câu 2. Trong mô hình toán học trái đất là một quả cầu với bán kính là 6371 km .



Tính khoảng cách trên mặt đất từ vị trí điểm A là giao giữa kinh tuyến gốc với xích đạo đến vị trí điểm $B : 30^\circ N, 60^\circ E$.

Đáp án.

Điểm A là giao giữa kinh tuyến gốc với xích đạo: $A(R; 0; 0)$, $R = 6371$	0,25đ	Ghi chú
Điểm $B : 45^\circ N, 30^\circ E$. Ta có: $\alpha = 30^\circ, \beta = 60^\circ$. $\begin{cases} x_B = R \cos \alpha \cdot \cos \beta \\ y_B = R \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ z_B = R \sin \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = R \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ \\ y_B = R \cos 30^\circ \cdot \sin 60^\circ \\ z_B = R \sin 30^\circ \end{cases}$ $\begin{cases} x_B = \frac{R\sqrt{3}}{4} \\ y_B = \frac{3R}{4} \\ z_B = \frac{R}{2} \end{cases} \text{ suy ra } B\left(\frac{R\sqrt{3}}{4}; \frac{3R}{4}; \frac{R}{2}\right)$	0,25	
Gọi $\omega = \text{góc } AOB$ $\cos \omega = \frac{\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}}{ \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} } = \frac{\sqrt{3}}{4}$	0,25	
Tính khoảng cách trên mặt đất từ vị trí điểm A là giao giữa kinh tuyến gốc với xích đạo đến vị trí điểm B :	0,25	

$l_{AB} = R\omega = 7154,403 \approx 7154,4km;$		
---	--	--

Câu 3. Trước khi đưa ra thị trường một loại sản phẩm, công ty phỏng vấn 800 khách hàng và được kết quả là 550 người nói sẽ mua, còn 250 người nói sẽ không mua. Theo kinh nghiệm của nhà sản xuất thì trong những người nói sẽ mua sẽ có 60% số người chắc chắn mua, còn trong những người nói sẽ không mua lại có 1% người chắc chắn mua. Chọn ngẫu nhiên một khách hàng. Tính xác suất chọn được khách hàng chắc chắn mua .

Đáp án

Gọi A biến cố: “Người được phỏng vấn nói sẽ mua “ B:” Người được phỏng vấn chắc chắn mua” +) công ty phỏng vấn 800 khách hàng và được kết quả là 550 người nói sẽ mua, còn 250 người nói sẽ không mua. $P(A) = \frac{550}{800} = \frac{11}{16}, P(\bar{A}) = \frac{5}{16}$	0,25	
+) Trong những người nói sẽ mua sẽ có 60% số người chắc chắn mua $P(B / A) = 60\% = \frac{3}{5}.$	0,25	
+) những người nói sẽ không mua lại có 1% người chắc chắn mua $P(B / \bar{A}) = 1\% = 0,01.$	0,25	
Xác suất chọn được khách hàng chắc chắn mua . $P(B) = P(A).P(B / A) + P(\bar{A})P(B / \bar{A}) = \frac{11}{16} \cdot \frac{3}{5} + \frac{5}{16} \cdot 0,01 = \frac{133}{320}.$	0,25	