

(Đề gồm 01 trang)

Thời gian làm bài: 120 phút

**Bài I (1,5 điểm)**

1) Đo chiều cao (đơn vị là cm) của 40 học sinh lớp 9A cho kết quả như sau:

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 156 | 157 | 164 | 166 | 166 | 165 | 157 | 155 | 155 | 158 |
| 160 | 163 | 163 | 161 | 162 | 159 | 159 | 160 | 160 | 160 |
| 159 | 158 | 160 | 160 | 158 | 163 | 162 | 162 | 162 | 161 |
| 162 | 161 | 163 | 161 | 163 | 161 | 164 | 166 | 165 | 165 |

a) Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm  $[155; 158)$ ,  $[158; 161)$ ,  $[161; 164)$ ,  $[164; 167)$ .

b) Tính tần số tương đối của nhóm  $[161; 164)$ .

2) Trong túi có 6 quả bóng bàn được làm bằng cùng chất liệu có kích thước và khối lượng như nhau gồm hai quả màu đỏ được đánh số 1; 2, hai quả màu trắng được đánh số 3; 4, hai quả màu xanh được đánh số 5; 6. Xét phép thử: Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ trong túi. Tính xác suất của biến cố A: “Không lấy được quả bóng màu đỏ”.

**Bài II (1,5 điểm)** Cho hai biểu thức  $A = \frac{x+16}{\sqrt{x}-1}$  và  $B = \frac{x+1}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1}$  với  $x > 0; x \neq 1$ .

1) Tính giá trị của biểu thức A khi  $x = 9$ ;

2) Rút gọn biểu thức B ;

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M = \frac{A}{B}$ .

**Bài III (2,5 điểm)**

1) Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc xác định và trong một khoảng thời gian đã định. Nếu ô tô chạy nhanh hơn  $10\text{km/h}$  thì đến nơi sớm hơn so với dự định 30 phút. Nếu ô tô chạy chậm hơn  $10\text{km/h}$  thì đến nơi muộn hơn so với dự định là 45 phút. Tính vận tốc và thời gian dự định đi của ô tô.

2) Một đội xe dự định chở 60 tấn hàng và dùng một số loại xe nhất định. Lúc sắp khởi hành có 3 xe được điều đi làm việc khác nên để chở được hết số hàng đã dự định, mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn 1 tấn hàng. Tính số xe lúc đầu của đội, biết rằng khối lượng hàng mỗi xe phải chở là như nhau.

3) Cho bất phương trình bậc nhất:  $4x + m^2 - 4m \leq 0$  (với  $x$  là ẩn). Tìm  $m$  để bất phương trình nhận  $x = 1$  làm nghiệm.

**Bài IV. (4,0 điểm)**

1) Nhà bạn Hà có một cái bàn ăn bằng gỗ hình tròn đường kính 80cm.

a) Tính diện tích gỗ để làm được cái mặt bàn trên.

b) Bố bạn Hà muốn mở rộng chiếc bàn trên bằng cách lắp thêm trục xoay thông minh (Mỗi lần xoay diện tích mặt bàn mở rộng thêm được 25% so với ban đầu). Tính giá tiền mà bố bạn Hà phải chuẩn bị để làm được chiếc bàn như trên. Biết rằng giá của chiếc bàn đó được tính theo giá của số mét vuông mặt bàn và mỗi  $1\text{m}^2$  bàn có giá 2 500 000 đồng.

(làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm, lấy  $\pi \approx 3,14$ )

2) Cho  $\Delta ABC$  có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ), nội tiếp đường tròn  $(O;R)$ , các đường cao  $AD, BE, CF$ . Đường thẳng  $EF$  cắt đường thẳng  $BC$  tại điểm  $M$ . Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ .

a) Chứng minh 4 điểm  $B, F, E, C$  cùng thuộc một đường tròn;

b) Chứng minh  $MF.ME = MB.MC$  và  $\widehat{FEI} = \widehat{BAC}$ ;

c) Đường thẳng qua A song song với đường thẳng  $BC$  cắt  $(O;R)$  tại  $G$  ( $G$  khác A), tia  $GD$  cắt  $(O;R)$  tại  $H$  ( $H$  khác  $G$ ), tia  $MH$  cắt  $(O;R)$  tại  $K$  ( $K$  khác  $H$ ). Chứng minh A, I, K thẳng hàng.

**Bài V. (0,5 điểm)** Hưởng ứng chương trình “Tình nguyện mùa hè 2025”, một đoàn tình nguyện cần thuê xe để chở 28 người và 9 tấn hàng để giúp đỡ đồng bào hai tỉnh Yên Bái và Lào Cai bị ảnh hưởng bởi thiên tai. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B, trong đó loại xe A có 10 chiếc và loại xe B có 9 chiếc. một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu đồng, một chiếc xe loại B cho thuê với giá 3 triệu đồng. Biết rằng mỗi chiếc xe loại A có thể chở được tối đa 4 người và 0,6 tấn hàng, mỗi xe loại B chở được tối đa 2 người và 1,5 tấn hàng. Hỏi đoàn tình nguyện phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí bỏ ra là ít nhất?

-----HẾT-----



## HƯỚNG DẪN CHẤM

| Bài              | Câu             | Nội dung                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Biểu<br>điểm                                                                                                                 |            |            |            |           |       |   |    |    |   |       |
|------------------|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|------------|------------|-----------|-------|---|----|----|---|-------|
| BÀI I<br>1,5 đ   | 1a)<br>0,25     | a) Bảng tần số ghép nhóm<br><table><tr><td>Chiều cao (cm)</td><td>[155; 158)</td><td>[158; 161)</td><td>[161; 164)</td><td>[164;167)</td></tr><tr><td>Số HS</td><td>5</td><td>12</td><td>15</td><td>8</td></tr></table>                                                                                                                                                                                                                   | Chiều cao (cm)                                                                                                               | [155; 158) | [158; 161) | [161; 164) | [164;167) | Số HS | 5 | 12 | 15 | 8 | 0,25đ |
|                  | Chiều cao (cm)  | [155; 158)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | [158; 161)                                                                                                                   | [161; 164) | [164;167)  |            |           |       |   |    |    |   |       |
|                  | Số HS           | 5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 12                                                                                                                           | 15         | 8          |            |           |       |   |    |    |   |       |
|                  | 1b)<br>0,25     | b) Tần số tương đối của nhóm [161; 164) là<br>$\frac{15}{40} \cdot 100\% = 37,5\%$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25đ                                                                                                                        |            |            |            |           |       |   |    |    |   |       |
|                  | 2)<br>1,0       | 2) Nhận xét tính đồng khả năng của phép thử lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng trong túi.<br>Không gian mẫu:<br>$\Omega = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 \}$ - có 6 phần tử<br>Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 3; 4; 5; 6<br>$P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$                                                                                                                                                                                 | 0,25đ<br>0,25đ<br>0,25đ                                                                                                      |            |            |            |           |       |   |    |    |   |       |
|                  | BÀI II<br>1,5 đ | 1)<br>0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 1) Thay $x = 9$ (TMĐK) vào $A$ ta có: $A = \frac{9 + 16}{\sqrt{9} - 1} = \frac{25}{2}$<br>Vậy $x = 9$ thì $A = \frac{25}{2}$ | 0,25       |            |            |           |       |   |    |    |   |       |
| 2)<br>0,75       |                 | 2) Điều kiện: $x > 0; x \neq 1$ .<br>$B = \frac{x + 1}{x - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$ $= \frac{x + 1}{x - 1} + \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{x + 1 + \sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$ $= \frac{x + \sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$ $= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$<br>Vậy $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ , với $x \geq 0, x \neq 1$ . | 0,75                                                                                                                         |            |            |            |           |       |   |    |    |   |       |
| BÀI III<br>2,5 đ | 3)<br>0,5       | 3) Ta có:<br>$M = \frac{A}{B} = \frac{x + 16}{\sqrt{x} - 1} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = \frac{x + 16}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$ $= \frac{x + 16}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{16}{\sqrt{x}}$<br>Chứng minh được $M \geq 8$ nên giá trị nhỏ nhất của M là 8.<br>Dấu "=" xảy ra $\sqrt{x} = \frac{16}{\sqrt{x}} \Rightarrow x = 16$ (TMĐK)<br>Vậy min M = 8 khi x = 16.                                      | 0,5                                                                                                                          |            |            |            |           |       |   |    |    |   |       |
|                  | 1)<br>1,0       | a) Gọi vận tốc dự định đi của ô tô là $x$ (km/h, $x > 10$ )<br>Gọi thời gian dự định đi của ô tô là $y$ (giờ, $y > 0,5$ )<br>Độ dài quãng đường từ A đến B là $xy$ (km)                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,25                                                                                                                         |            |            |            |           |       |   |    |    |   |       |
|                  |                 | b) Nếu ô tô chạy nhanh hơn $10km / h$ thì đến nơi sớm hơn so với dự định 30 phút thì khi đó, vận tốc đi là $x + 10$ (km/h) và thời gian đi là $x - 0,5$ (giờ)                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25                                                                                                                         |            |            |            |           |       |   |    |    |   |       |

|                             |                          |                                                                                                                                                                                                                                                    |              |
|-----------------------------|--------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
|                             |                          | Ta có pt: $(x + 10)(y - 0,5) = xy$<br>$-0,5x + 10y = 5$ <b>(1)</b>                                                                                                                                                                                 |              |
|                             |                          | Nếu ô tô chạy chậm hơn $10\text{km} / \text{h}$ thì đến nơi muộn hơn so với dự định 45 phút thì khi đó, vận tốc đi là $x - 10$ (km/h) và thời gian đi là $x + 0,75$ (giờ)<br>Ta có pt: $(x - 10)(y + 0,75) = xy$<br>$0,75x - 10y = 7,5$ <b>(2)</b> | <b>0,25</b>  |
|                             |                          | Từ (1),(2) ta có hệ phương trình:<br>$\begin{cases} -0,5x + 10y = 5 \\ 0,75x - 10y = 7,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 50(TM) \\ y = 3(TM) \end{cases}$                                                                                | <b>0,25</b>  |
|                             |                          | Vậy vận tốc dự định đi của ô tô là 50km/h và thời gian dự định đi là 3 giờ.                                                                                                                                                                        |              |
|                             | <b>2)</b><br><b>1,0</b>  | Gọi số xe lúc đầu của đội là $x$ (xe, $x \in \mathbb{N}^*, x > 3$ )<br>Theo dự định, mỗi xe phải chở số tấn hàng là $\frac{60}{x}$ (tấn/xe)                                                                                                        | <b>0,25</b>  |
|                             |                          | Thực tế, số xe chở hàng là: $x - 3$ (xe)                                                                                                                                                                                                           | <b>0,25</b>  |
|                             |                          | Thực tế, mỗi xe phải chở số tấn hàng là: $\frac{60}{x - 3}$ (tấn/xe)                                                                                                                                                                               |              |
|                             |                          | Theo đề bài, ta có pt: $\frac{60}{x - 3} - \frac{60}{x} = 1$                                                                                                                                                                                       | <b>0,25</b>  |
|                             |                          | $x^2 - 3x - 180 = 0$<br>$x = 15(TM); x = -12(KTM)$                                                                                                                                                                                                 | <b>0,25</b>  |
|                             | <b>3)</b><br><b>0,5</b>  | Vậy lúc đầu đội có 15 xe.                                                                                                                                                                                                                          |              |
|                             |                          | Thay $m = 1$ vào bpt, ta được:<br>$4 + m^2 - 4m \leq 0$<br>$(m - 2)^2 \leq 0$<br>Mà $(m - 2)^2 \geq 0$ với mọi $m$<br>Vậy $m = 2$ .                                                                                                                | <b>0,5</b>   |
| <b>BÀI IV</b><br><b>3,0</b> | <b>1)</b><br><b>1,0</b>  | a) Bán kính của mặt bàn là: $80: 2 = 40\text{cm}$<br>Diện tích của mặt bàn là: $\pi R^2 \approx 3,14 \cdot 40^2$<br>$\approx 5024 \text{ cm}^2$                                                                                                    | 0,25<br>0,25 |
|                             |                          | b) Diện tích của mặt bàn khi lắp trục xoay khoảng:<br>$5024 + 5024 \cdot 25\% = 6280 \text{ cm}^2$                                                                                                                                                 | 0,25         |
|                             |                          | Số tiền mà bố bạn Hà cần phải chuẩn bị khoảng:<br>$(6280 \cdot 150000):100 = 9\,420\,000$ (đồng)                                                                                                                                                   | 0,25         |
|                             |                          |                                                                                                                                                                                                                                                    |              |
|                             | <b>2a)</b><br><b>1,0</b> | +) Chỉ ra được tam giác BFC vuông tại F nên nội tiếp trong đường tròn đường kính BC (1)                                                                                                                                                            | 0,25         |
|                             |                          | +) Chỉ ra được tam giác EC vuông tại E nên nội tiếp đường tròn đường kính BC (2)                                                                                                                                                                   | 0,25         |
|                             |                          | +) Từ (1) và (2), suy ra được 4 điểm $B, F, E, C$ cùng thuộc một đường tròn.                                                                                                                                                                       | 0,25         |

|                                      |                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                 |
|--------------------------------------|--------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
|                                      |                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25                                            |
|                                      | <b>2b)</b><br><b>1,5</b> | <p>+) Xét đường tròn đường kính BC, có:<br/> <math>\widehat{BEF} = \widehat{BCF}</math> (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BF)<br/>         Hay <math>\widehat{BEM} = \widehat{MCF}</math></p> <p>+) Từ đó chứng minh được <math>\triangle MBE \sim \triangle MFC</math> (g.g)<br/>         +) Từ đó suy ra được: <math>MF.ME = MB.MC</math></p> <p>+) Chứng minh được tam giác IEC cân tại I nên <math>\widehat{IEC} = \widehat{ACB}</math>.<br/>         +) Chứng minh được <math>\widehat{AEF} = \widehat{ABC}</math>.</p> <p>+) <math>\widehat{FEI} = 180^\circ - \widehat{AEF} - \widehat{IEC} = 180^\circ - \widehat{ABC} - \widehat{ACB} = \widehat{BAC}</math></p>                                                                                                                                              | 0,25<br><br>0,5<br>0,25<br><br>0,25<br><br>0,25 |
|                                      | <b>2c)</b><br><b>0,5</b> | <p>+) Chứng minh được <math>\widehat{BAC} = \widehat{MDF}</math> từ đó chứng minh được tam giác MFD đồng dạng với tam giác MIE nên<br/> <math>MF.ME = MD.MI = MB.MC</math></p> <p>+) Chứng minh được tam giác MBK đồng dạng với tam giác MHC(g.g). Từ đó suy ra <math>MB.MC = MH.MK</math><br/>         +) Từ đó chứng minh được tam giác MDH đồng dạng với tam giác MKI nên<br/> <math>\widehat{MKI} = \widehat{MDH}</math><br/> <math>\widehat{MDH} = \widehat{AQH}</math> (2 góc đồng vị); <math>\widehat{AQH} = \widehat{MKA}</math> (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AH trong đường tròn (O))<br/>         +) Suy ra: <math>\widehat{MKI} = \widehat{MKA} \Rightarrow K, I, A</math> thẳng hàng.</p>                                                                                                             | 0,25<br><br>0,25                                |
| <b>BÀI</b><br><b>V</b><br><b>0,5</b> | <b>0,5</b>               | <p>+) Gọi số xe loại A cần thuê là x (xe) (<math>0 &lt; x \leq 10, x \in \mathbb{N}^*</math>)<br/>         +) Gọi số xe loại B cần thuê là y (xe) (<math>0 &lt; y \leq 10, y \in \mathbb{N}^*</math>)<br/>         +) Chi phí bỏ ra để thuê xe là: <math>S = 4x + 3y</math><br/>         +) Lượng hàng tối đa chở được là: <math>0,6x + 1,5y \geq 9</math><br/>         Hay <math>2x + 5y \geq 30</math><br/>         +) Số người tối đa chở được: <math>4x + 2y \geq 28</math> hay <math>2x + y \geq 14</math><br/>         +) Biến đổi được:<br/> <math>4S = (2x + 5y) + 7(2x + y) \geq 30 + 98 = 128</math><br/>         Suy ra: Giá trị nhỏ nhất của S = 32<br/>         +) Dấu “=” xảy ra khi <math>x = 5, y = 4</math><br/>         Vậy để chi phí thấp nhất thì đoàn cần thuê 5 xe loại A và 4 xe loại B</p> | 0,25<br><br>0,25                                |