

(ĐỀ CHÍNH THỨC)
MÃ ĐỀ 1211

Thời gian làm bài: 90 phút;
(Đề gồm có 22 câu; 04 trang)

Họ tên TS.....Lớp.....SBD.....; Chữ kí của CBCT:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$				0		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-4; 0)$.

Câu 2. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về điểm thi và số người dự thi như sau:

Điểm thi	$[0 ; 2)$	$[2 ; 4)$	$[4 ; 6)$	$[6 ; 8)$	$[8 ; 10)$
Số người dự thi	19	9	5	6	1

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 2,77. B. 2,55. C. 1,44. D. 2,39.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $5^{x-1} = 7$ là

- A. $x = \frac{1}{\log_5 7}$. B. $x = 1 + \log_5 7$.
C. $x = 1 - \log_5 7$. D. $x = -1 + \log_5 7$.

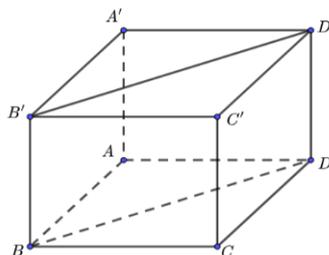
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-5; 2; 3)$ và B là điểm đối xứng với A qua trục Oy . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $2\sqrt{38}$. B. $2\sqrt{34}$. C. $\sqrt{34}$. D. $\sqrt{38}$.

Câu 5. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = -2x - 8 + \frac{3}{4x - 9}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -2x - 8$. B. $y = 2x + 8$. C. $y = 4x - 9$. D. $y = -2x + 8$.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa hình bên). Đẳng thức nào sau đây đúng?

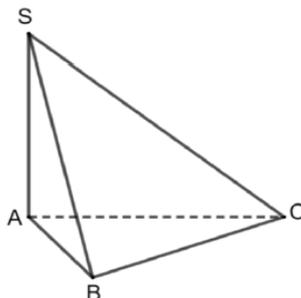


- A. $\overline{AA'} = \overline{B'B}$. B. $\overline{AB} = \overline{CD}$. C. $\overline{BD} = \overline{B'D'}$. D. $\overline{BD} = \overline{A'D'}$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_3 = 10$ và công bội $q = -2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 5. B. 8. C. -5. D. -20.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC , SA vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình bên dưới).



Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy là góc nào sau đây?

- A. \widehat{SBC} . B. \widehat{ABC} . C. \widehat{SCB} . D. \widehat{SBA} .

Câu 9. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ một hộp có 10 viên bi gồm 6 bi xanh và 4 bi đỏ, xác suất chọn được 3 viên bi màu xanh là

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{2}{15}$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4^x$ là

- A. $F(x) = 4^x + C$. B. $F(x) = \frac{4^x}{2\ln 2} + C$.
 C. $F(x) = 4^x \ln 4 + C$. D. $F(x) = \frac{4^{x+1}}{x+1} + C$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(2; -2; 0)$. B. $(0; 0; 1)$. C. $(0; -2; 1)$. D. $(2; 0; 1)$.

Câu 12. Cho bảng thống kê đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 25. B. 30. C. 6. D. 69,8.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Xét hàm số $f(x) = x + \sin x$ trên \mathbb{R} .

a) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = 1 - \cos x$.

b) Hàm số $F(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x - 2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

c) $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \cos x + C$.

d) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $G(0) = 1$. Khi đó $G(\pi) = \frac{\pi^2}{2} + 3$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị là (C) .

- a) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên khoảng $(-\infty; 0)$ bằng -1 .
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- c) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 3x^2 - 3$.
- d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị (C) bằng $2\sqrt{5}$.

Câu 3. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, trong đó xem mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, mỗi đơn vị trên trục tương ứng với 1 km, một ra đa được đặt tại vị trí gốc tọa độ O phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 10)$ đến điểm $N(300; 800; 10)$ trong 40 phút.

- a) Khoảng cách $MN = 200\sqrt{10}$ km.
- b) Máy bay chiến đấu khi bay từ M đến N luôn cách mặt đất là 10 km.
- c) Góc \widehat{MON} được gọi là góc quét của ra đa khi quan sát máy bay chiến đấu bay từ M đến N . Trong tình huống trên góc quét \widehat{MON} lớn hơn 45° .
- d) Khi đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 8 phút tiếp theo là $Q(a; b; c)$ với $a + b + c = 1030$.

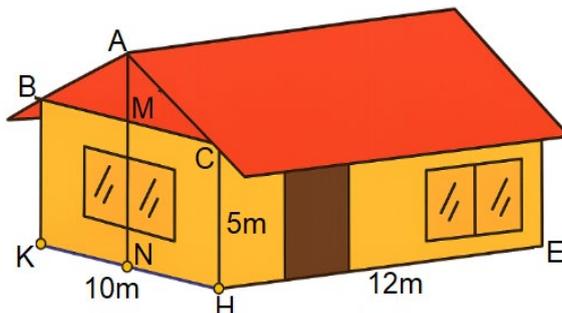
Câu 4. Hai xạ thủ mỗi người một viên đạn bắn vào bia với xác suất bắn trúng của người thứ nhất là 0,9 và của người thứ hai là 0,75. Biết rằng kết quả bắn trúng hoặc không trúng bia của hai xạ thủ là độc lập với nhau.

- a) Khả năng xạ thủ thứ nhất không bắn trúng bia là 10%.
- b) Khả năng cả hai viên đạn đều trúng bia là 67%.
- c) Xác suất có đúng 1 viên đạn bắn trúng bia là 0,3.
- d) Khả năng có ít nhất 1 viên đạn bắn trúng bia là 95,7%.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Kết quả là một số có tối đa 4 ký tự, bao gồm cả dấu trừ (-) và dấu phẩy (,).

Câu 1. Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 18t^2 + 2t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây tính từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu (m/s)?

Câu 2. Một ngôi nhà có cấu trúc và một số kích thước được mô tả như hình bên: Phần dưới có dạng hình hộp chữ nhật với một mặt bên là $BCHK$, phần trên có dạng hình lăng trụ đứng có một đáy là ABC , $HE = 12m$, $HK = 10m$, $HC = 5m$. Biết rằng $AB = AC$ và góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng chứa hai mái nhà có số đo bằng 120° . Thể tích của ngôi nhà, không tính phần mái đưa ra là bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét khối)?



Câu 3. Cho một nhóm 15 học sinh có chiều cao khác nhau gồm 5 học sinh nữ có chiều cao tăng dần ký hiệu lần lượt là G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 và 10 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 15 học sinh đó thành một hàng ngang sao cho nếu tính từ trái sang phải thì các học sinh nữ có chiều cao tăng dần, các học sinh nam cũng có chiều cao tăng dần; giữa học sinh G_1 và G_2 có ít nhất 2 học sinh nam, giữa học sinh G_4 và G_5 có ít nhất 1 học sinh nam và nhiều nhất 4 học sinh nam?

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên trục có độ dài 10 km. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá 30 km. Một vệ tinh do thám di chuyển từ vị trí $A(4;2;1)$ đến vị trí $B\left(-1; -\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$ với vận tốc 80km/h theo một đường thẳng. Thời gian mà vệ tinh di chuyển trong phạm vi phát hiện của trạm theo dõi là bao nhiêu phút? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 5. Một bài thi trắc nghiệm gồm 10 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 4 điểm, mỗi câu trả lời sai trừ 1 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách ở mỗi câu hỏi chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Gọi p là xác suất khi thí sinh đó có kết quả 20 điểm. Giá trị của $100p$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 6. Một tập đoàn năng lượng cần xây dựng tuyến ống dẫn dầu cỡ lớn chạy theo một đường thẳng dài 720km để dẫn dầu đi qua một vùng hoang mạc rộng lớn. Hai trạm bơm công suất lớn ở hai đầu tuyến đã xây xong, phần việc còn lại là:

+) Lắp đặt ống dẫn dầu giữa hai trạm bơm công suất lớn đã có.

+) Xây thêm một số trạm bơm tăng áp nằm trên tuyến ống dẫn để tăng hiệu quả dẫn dầu sao cho các trạm bơm tăng áp này chia toàn bộ tuyến ống dẫn dầu thành các đoạn có độ dài bằng nhau.

Đơn vị thiết kế lập dự toán phần việc còn lại như sau:

+) Chi phí xây 1 trạm bơm tăng áp là 108 (triệu đồng).

+) Chi phí xây đoạn ống dẫn dầu nối giữa hai trạm bơm kề nhau với khoảng cách $x\text{km}$ là $x(2 + \sqrt{x})$ (triệu đồng).

Hỏi cần xây thêm bao nhiêu trạm bơm tăng áp để tổng chi phí phần việc còn lại theo dự toán như trên là nhỏ nhất? Coi kích thước của các trạm bơm tăng áp là không đáng kể so với chiều dài toàn tuyến ống dẫn dầu.

---HẾT---

Thí sinh thực hiện nghiêm túc quy chế thi. CBCT không giải thích gì thêm.

(ĐỀ CHÍNH THỨC)

MÃ ĐỀ 1212

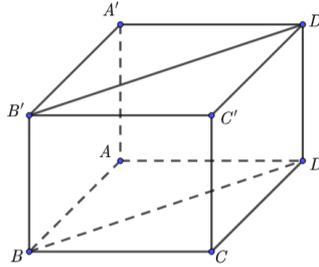
MÔN: TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút;
(Đề gồm có 22 câu; 04 trang)

Họ tên TS.....Lớp.....SBD.....; Chữ kí của CBCT:.....

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa hình bên). Đẳng thức nào sau đây đúng?



- A. $\overline{BD} = \overline{A'D'}$. B. $\overline{AB} = \overline{DC}$. C. $\overline{BD} = \overline{D'B'}$. D. $\overline{AA'} = \overline{B'B}$.

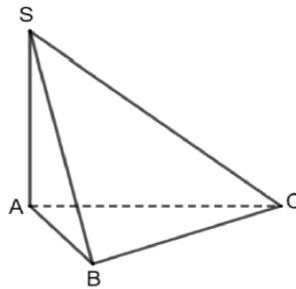
Câu 2. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ một hộp có 10 viên bi gồm 4 bi xanh và 6 bi đỏ, xác suất chọn được 3 viên bi màu xanh là

- A. $\frac{1}{30}$. B. $\frac{1}{20}$. C. $\frac{1}{15}$. D. $\frac{2}{15}$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $5^{x+1} = 7$ là

- A. $x = 1 + \log_5 7$. B. $x = 1 - \log_5 7$. C. $x = -1 + \log_5 7$. D. $x = \frac{1}{\log_5 7}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC , SA vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình bên dưới).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy là góc nào sau đây?

- A. \widehat{ACB} . B. \widehat{SCA} . C. \widehat{SCB} . D. \widehat{SBA} .

Câu 5. Bảng sau thống kê khối lượng một số quả mãng cụt được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng

Khối lượng (gam)	[80;82)	[82;84)	[84;86)	[86;88)	[88;90)
Số quả	17	20	25	16	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 20. B. 2. C. 10. D. 12.

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 9^x$ là

- A. $F(x) = \frac{9^{x+1}}{x+1} + C$. B. $F(x) = \frac{9^x}{2\ln 3} + C$. C. $F(x) = 9^x \ln 9 + C$. D. $F(x) = 9^x + C$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_3 = 10$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. -20. B. -5. C. 8. D. 5.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-5; 2; 3)$ và B là điểm đối xứng với A qua trục Ox . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $\sqrt{29}$. B. $2\sqrt{29}$. C. $2\sqrt{13}$. D. $\sqrt{13}$.

Câu 9. Kết quả kiểm tra điểm môn Toán của học sinh lớp 12B được cho bởi mẫu số liệu ghép nhóm như sau

Nhóm điểm	Tần số
[0; 2)	5
[2; 4)	5
[4; 6)	5
[6; 8)	25
[8; 10]	10
	$n = 50$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên là

- A. 5,76. B. 7,56. C. 6,57. D. 7,56.

Câu 10. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 4x - 9 + \frac{3}{2x - 8}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -4x + 9$. B. $y = -2x + 8$. C. $y = 4x - 9$. D. $y = 2x - 8$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0; -2; 1)$. B. $(0; 0; 1)$. C. $(2; 0; 1)$. D. $(2; -2; 0)$.

Câu 12. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'	-	0	+	0	-	
y	$+\infty$			0		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-4; 0)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, trong đó xem mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, mỗi đơn vị trên trục tương ứng với 1 km, một ra đa được đặt tại vị trí gốc tọa độ O phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 10)$ đến điểm $N(200; 700; 10)$ trong 40 phút.

a) Máy bay chiến đấu khi bay từ M đến N luôn cách mặt đất là 20 km.

b) Khoảng cách $MN = 100\sqrt{34}$ km.

c) Góc \widehat{MON} được gọi là góc quét của ra đa khi quan sát máy bay chiến đấu bay từ M đến N . Trong tình huống trên góc quét \widehat{MON} nhỏ hơn 60° .

d) Khi đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 8 phút tiếp theo là $Q(a; b; c)$ với $a + b + c = 870$.

Câu 2. Xét hàm số $f(x) = x + \cos x$ trên \mathbb{R} .

a) $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \sin x + C$.

b) Hàm số $F(x) = \frac{x^2}{2} - \sin x + 5$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

c) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = 1 - \sin x$.

d) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $G(0) = 1$. Khi đó $G(\pi) = \frac{\pi^2}{2} + 1$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị là (C) .

a) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ bằng 0.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 3x^2 - 3x$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.

d) Khoảng cách từ điểm cực đại của đồ thị (C) đến gốc tọa độ bằng $\sqrt{17}$.

Câu 4. Hai xạ thủ mỗi người một viên đạn bắn vào bia với xác suất bắn trúng của người thứ nhất là 0,85 và của người thứ hai là 0,8. Biết rằng kết quả bắn trúng hoặc không trúng bia của hai xạ thủ là độc lập với nhau.

a) Khả năng xạ thủ thứ hai không bắn trúng bia là 15%.

b) Khả năng cả hai viên đạn đều trúng bia là 68%.

c) Xác suất có đúng 1 viên đạn bắn trúng bia là 0,3.

d) Khả năng có ít nhất 1 viên đạn bắn trúng bia là 97%.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Kết quả là một số có tối đa 4 ký tự, bao gồm cả dấu trừ (-) và dấu phẩy (.).

Câu 1. Cho một nhóm 15 học sinh có chiều cao khác nhau gồm 5 học sinh nữ có chiều cao tăng dần ký hiệu lần lượt là G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 và 10 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 15 học sinh đó thành một hàng ngang sao cho nếu tính từ trái sang phải thì các học sinh nữ có chiều cao tăng dần, các học sinh nam cũng có chiều cao tăng dần; giữa học sinh G_1 và G_2 có ít nhất 3 học sinh nam, giữa học sinh G_4 và G_5 có ít nhất 1 học sinh nam và nhiều nhất 4 học sinh nam?

Câu 2. Một bài thi trắc nghiệm gồm 10 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 4 điểm, mỗi câu trả lời sai trừ 1 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách ở mỗi câu hỏi chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Gọi p là xác suất khi thí sinh đó có kết quả 10 điểm. Giá trị của $100p$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên trục có độ dài 15 km. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá 45 km. Một vệ tinh do thám di chuyển từ vị trí $A(4;2;1)$ đến vị trí $B\left(-1;-\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$ với vận tốc 80km/h theo một đường thẳng. Thời gian mà vệ tinh di chuyển trong phạm vi phát hiện của trạm theo dõi là bao nhiêu phút? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 4. Một tập đoàn năng lượng cần xây dựng tuyến ống dẫn dầu cỡ lớn chạy theo một đường thẳng dài 720km để dẫn dầu đi qua một vùng hoang mạc rộng lớn. Hai trạm bơm công suất lớn ở hai đầu tuyến đã xây xong, phần việc còn lại là:

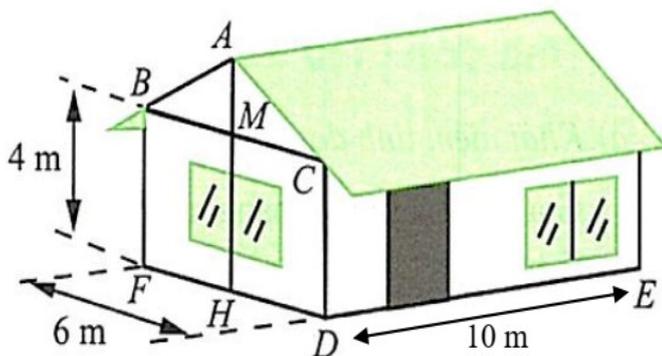
- +) Lắp đặt ống dẫn dầu giữa hai trạm bơm công suất lớn đã có.
- +) Xây thêm một số trạm bơm tăng áp nằm trên tuyến ống dẫn để tăng hiệu quả dẫn dầu sao cho các trạm bơm tăng áp này chia toàn bộ tuyến ống dẫn dầu thành các đoạn có độ dài bằng nhau.

Đơn vị thiết kế lập dự toán phần việc còn lại như sau:

- +) Chi phí xây 1 trạm bơm tăng áp là 108 (triệu đồng).
- +) Chi phí xây đoạn ống dẫn dầu nối giữa hai trạm bơm kề nhau với khoảng cách $x\text{km}$ là $x(2+\sqrt{x})$ (triệu đồng).

Hãy tính khoảng cách giữa các trạm bơm tăng áp cần xây thêm để tổng chi phí phần việc còn lại theo dự toán như trên là nhỏ nhất. Coi kích thước của các trạm bơm tăng áp là không đáng kể so với chiều dài toàn tuyến ống dẫn dầu.

Câu 5. Một ngôi nhà có cấu trúc và một số kích thước được mô tả như hình bên dưới: Phần dưới có dạng hình hộp chữ nhật với một mặt bên là $BCDF$, phần trên có dạng hình lăng trụ đứng có một đáy là ABC , $DE = 10\text{m}$, $DF = 6\text{m}$, $BF = 4\text{m}$. Biết rằng $AB = AC$ và góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng chứa hai mái nhà có số đo bằng 120° . Thể tích của ngôi nhà, không tính phần mái đưa ra là bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét khối)?



Câu 6. Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 18t^2 + 5t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây tính từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu (m/s)?

---HẾT---

Thí sinh thực hiện nghiêm túc quy chế thi. CBCT không giải thích gì thêm.

(ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC)

PHẦN I: ĐÁP ÁN CHUNG ĐỀ CHẤM

Mã 1211		Mã 1212		Mã 1213		Mã 1214	
Phần I: Gồm có 12 câu, số điểm: 0,25đ/câu = 3,0 điểm							
Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	C	1	B	1	B	1	B
2	D	2	A	2	C	2	C
3	B	3	C	3	B	3	C
4	B	4	B	4	B	4	C
5	A	5	C	5	C	5	C
6	C	6	B	6	B	6	C
7	C	7	D	7	C	7	A
8	D	8	C	8	C	8	D
9	B	9	A	9	B	9	D
10	B	10	C	10	C	10	A
11	A	11	A	11	D	11	B
12	A	12	B	12	A	12	B
Phần II: Gồm có 4 câu, số điểm: 1,0 đ/câu = 4,0 điểm (chọn đúng 1 ý được 0,1đ; chọn đúng 2 ý được 0,25đ; chọn đúng 3 ý được 0,5đ; chọn đúng 4 ý được 1,0đ)							
1	SDDD	1	SDDS	1	DSDD	1	SDSD
2	SDDD	2	SSDD	2	DSDD	2	SSDD
3	DDDS	3	DSDD	3	SDDS	3	DSDS
4	DSDS	4	SDSD	4	DDDS	4	SSDD
Phần III: Gồm có 6 câu, số điểm: 0,5 đ/câu = 3,0 điểm.							
1	110	1	441	1	19	1	292
2	773	2	14,6	2	18,4	2	441
3	736	3	27,6	3	773	3	113
4	18,4	4	36	4	1,62	4	36
5	1,62	5	292	5	736	5	27,6
6	19	6	113	6	110	6	14,6

Câu 5: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4^x$ là

A. $F(x) = \frac{4^x}{2\ln 2} + C$. **B.** $F(x) = 4^x \cdot \ln 4 + C$.

C. $F(x) = \frac{4^{x+1}}{x+1} + C$. **D.** $F(x) = 4^x + C$.

Lời giải

Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4^x$ là $F(x) = \frac{4^x}{\ln 4} + C = \frac{4^x}{2\ln 2} + C$.

Câu 6: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-4		0		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(-2; 1)$. **B.** $(-1; 1)$. **C.** $(-4; 0)$. **D.** $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên thì hàm số đồng biến trong khoảng $(-1; 1)$

Câu 7: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = -2x - 8 + \frac{3}{4x - 9}$ là đường thẳng có phương trình

- A.** $y = 4x - 9$. **B.** $y = -2x + 8$. **C.** $y = 2x + 8$. **D.** $y = -2x - 8$.

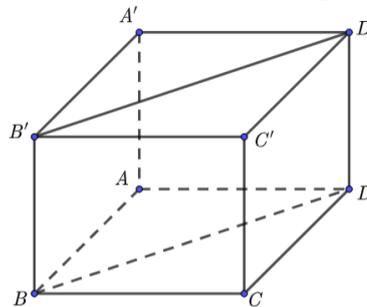
Lời giải

$$y = -2x - 8 + \frac{3}{4x - 9}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (-2x - 8)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3}{4x - 9} = 0.$$

Do đó, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = -2x - 8 + \frac{3}{4x - 9}$ là đường thẳng có phương trình $y = -2x - 8$.

Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa hình bên). Đẳng thức nào sau đây đúng?



- A.** $\overline{BD} = \overline{A'D'}$. **B.** $\overline{AB} = \overline{CD}$. **C.** $\overline{BD} = \overline{B'D'}$. **D.** $\overline{AA'} = \overline{B'B}$.

Lời giải

Chọn C

Đẳng thức đúng là: $\overline{BD} = \overline{B'D'}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A.** $(2; -2; 0)$. **B.** $(2; 0; 1)$. **C.** $(0; -2; 1)$. **D.** $(0; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $H(2; -2; 0)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-5; 2; 3)$ và B là điểm đối xứng với A qua trục Oy . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $\sqrt{34}$. B. $2\sqrt{38}$. C. $2\sqrt{34}$. D. $\sqrt{38}$.

Lời giải

Chọn C

Vì B là điểm đối xứng với A qua trục Oy nên $B(5; 2; -3)$.

Do đó $\overrightarrow{AB} = (10; 0; -6)$.

Vậy $AB = \sqrt{100 + 36} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}$.

Câu 11: Cho bảng thống kê đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 25. B. 30. C. 6. D. 69,8.

Câu 12: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về điểm thi và số người dự thi như sau:

Điểm thi	[0 ; 2)	[2 ; 4)	[4 ; 6)	[6 ; 8)	[8 ; 10)
Số người dự thi	19	9	5	6	1

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 2,55. B. 2,77. C. 2,39. D. 1,44.

Lời giải

Chọn C

Các giá trị đại diện của mẫu số liệu là: 1; 3; 5; 7; 9

Tổng tần số là: $n = 40$

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{1.19 + 3.9 + 5.5 + 7.6 + 9.1}{40} = 3,05.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{40} (1.19^2 + 3.9^2 + 5.5^2 + 7.6^2 + 9.1^2) - 3,05^2 = 5,70.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S = \sqrt{5,70} = 2,39.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị là (C) .

a) [1] Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 3x^2 - 3$.

b) [1] Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên khoảng $(-\infty; 0)$ bằng -1 .

c) [1] Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

d) [2] Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị (C) bằng $2\sqrt{5}$.

Lời giải

a) $f'(x) = 3x^2 - 3$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên khoảng $(-\infty; 0)$ bằng 4. Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$, suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Hai điểm cực trị là $A(-1; 4), B(1; 0) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 2: Trong không gian chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, trong đó xem mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, mỗi đơn vị trên trục tương ứng với 1 km, một radar được đặt tại vị trí gốc tọa độ O phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 10)$ đến điểm $N(300; 800; 10)$ trong 40 phút.

a) [1] Máy bay chiến đấu khi bay từ M đến N luôn cách mặt đất là 10 km.

b) [1] Khoảng cách $MN = 200\sqrt{10}$ km.

c) [2] Góc \widehat{MON} được gọi là góc quét của radar khi quan sát máy bay chiến đấu bay từ M đến N . Trong tình huống trên góc quét \widehat{MON} lớn hơn 45° .

d) [3] Khi đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 8 phút tiếp theo là $Q(a; b; c)$ với $a + b + c = 1030$.

Lời giải

a) **Đúng**.

b) Ta có $\overrightarrow{MN}(-200; 600; 0)$, nên $MN = \sqrt{(-200)^2 + 600^2} = 200\sqrt{10}$ nên b) **đúng**.

c) Ta có $\cos \widehat{MON} = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}}{OM \cdot ON} = \frac{500 \cdot 300 + 200 \cdot 800 + 10 \cdot 10}{\sqrt{500^2 + 200^2 + 10^2} \cdot \sqrt{300^2 + 800^2 + 10^2}} \approx 0,67 < \cos 45^\circ$

do đó nên $\widehat{MON} > 45^\circ$. Vậy c) **đúng**.

d) Nếu tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 4 phút tiếp theo là

$Q(a; b; c)$, và có tỉ lệ $\frac{MN}{NQ} = \frac{40}{8} = 5 \Rightarrow MN = 5NQ \Rightarrow \overrightarrow{MN} = 5\overrightarrow{NQ}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 300 = \frac{1}{5} \cdot (-200) \\ b - 800 = \frac{1}{5} \cdot 600 \\ c - 10 = \frac{1}{5} \cdot 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 260 \\ b = 920 \\ c = 10 \end{cases} \Rightarrow Q(260; 920; 10).$$

Vậy $a + b + c = 260 + 920 + 10 = 1190$ nên d) **sai**.

Câu 3: Xét hàm số $f(x) = x + \sin x$ trên \mathbb{R} .

a) [1] Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = 1 - \cos x$.

b) [1] Hàm số $F(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x - 2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

c) [1] $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \cos x + C$.

d) [2] Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $G(0)=1$. Khi đó $G(\pi)=\frac{\pi^2}{2}+3$.

Lời giải

a) Ta có $f'(x)=1+\cos x$ nên **a) sai**.

b) Ta $F'(x)=\left(\frac{x^2}{2}-\cos x-2\right)'=x+\sin x=f(x)$ nên **b) đúng**.

c) Ta có: $\int f(x)dx = \int (x+\sin x)dx = \frac{x^2}{2}-\cos x+C$. Vậy **c) Đúng**.

d) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $G(x)=\frac{x^2}{2}-\cos x+C$.

Vì $G(0)=1$ nên $0-\cos 0+C=1 \Rightarrow C=2$. Suy ra $G(\pi)=\frac{\pi^2}{2}-\cos \pi+2=\frac{\pi^2}{2}+3$

Vậy **d) đúng**.

Câu 4: Hai xạ thủ mỗi người một viên đạn bắn vào bia với xác suất bắn trúng của người thứ nhất là 0,9 và của người thứ hai là 0,75. Biết rằng kết quả bắn trúng hoặc không trúng bia của hai xạ thủ là độc lập với nhau.

a) [1] Khả năng xạ thủ thứ nhất không bắn trúng bia là 10%.

b) [1] Khả năng cả hai viên đạn đều trúng bia là 67%.

c) [2] Xác suất có đúng 1 viên đạn bắn trúng bia là 0,3.

d) [3] Khả năng có ít nhất 1 viên đạn bắn trúng bia là 95,7%.

Lời giải

a) Khả năng xạ thủ thứ nhất không bắn trúng bia là $1-0,9=0,1=10\%$ nên **a) đúng**.

b) Khả năng cả hai viên đạn đều trúng bia là $P=0,9 \times 0,75=0,675=67,5\%$. Vậy **b) sai**.

c) Xác suất có đúng một viên đạn trúng bia là $0,9 \times 0,25+0,1 \cdot 0,75=0,3$. Vậy **c) đúng**.

d) Có ít nhất một viên đạn trúng bia thì xảy ra 2 trường hợp:

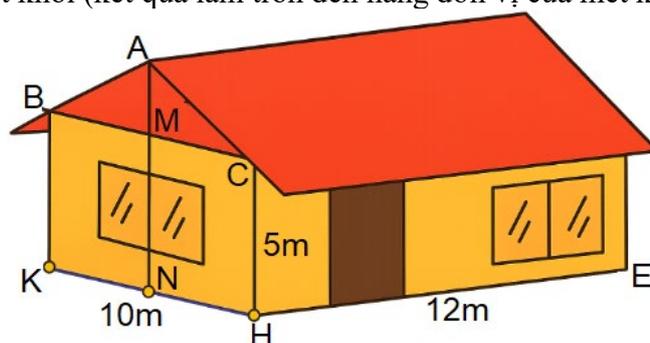
- Có đúng 1 viên đạn trúng bia, xác suất là 0,3.

- Cả hai viên đạn đều trúng bia, xác suất là 0,675

\Rightarrow Khả năng có ít nhất 1 viên đạn bắn trúng bia là $0,3+0,675=0,975=97,5\%$. Vậy **d) sai**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Kết quả là một số có tối đa 4 ký tự, bao gồm cả dấu trừ (-) và dấu phẩy (,).

Câu 1: Một ngôi nhà có cấu trúc và một số kích thước được mô tả như hình bên: Phần dưới có dạng hình hộp chữ nhật với một mặt bên là $BCHK$, phần trên có dạng hình lăng trụ đứng có một đáy là ABC , $HE=12m$, $HK=10m$, $HC=5m$. Biết rằng $AB=AC$ và góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng chứa hai mái nhà có số đo bằng 120° . Thể tích của ngôi nhà, không tính phần mái đưa ra là bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét khối)?



Lời giải

Đáp án: 773

Góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng chứa hai mái nhà có số đo bằng $\widehat{BAC} = 120^\circ$.
Gọi N là hình chiếu vuông góc của A trên mặt nền nhà, M là giao điểm của BC và AN .

$$\text{Ta có } \widehat{BAM} = 60^\circ \text{ và } BM = 5 \Rightarrow \tan \widehat{BAM} = \frac{BM}{AM} \Rightarrow AM = \frac{BM}{\tan \widehat{BAM}} = \frac{5}{\tan 60^\circ} = \frac{5\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Thể tích của ngôi nhà là: } V = S_{ABKHC} \cdot HE = \left(5 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{3} \right) \cdot 12 \approx 773 (m^3).$$

Câu 2: Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 18t^2 + 2t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu (m/s)?

Lời giải

Đáp án: 110.

$$\text{Ta có: } v(t) = s'(t) = -3t^2 + 36t + 2 \text{ với } t \in [0; 10].$$

$$v'(t) = -6t + 36; v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6$$

$$v(0) = 2; v(10) = 62; v(6) = 110.$$

Vậy vận tốc lớn nhất của vật trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động là 110 (m/s).

Câu 3: Một bài thi trắc nghiệm gồm 10 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 4 điểm, mỗi câu trả lời sai trừ 1 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách ở mỗi câu hỏi chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Gọi p là xác suất khi thí sinh đó có kết quả 20 điểm. Giá trị của $100p$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: 1,62

Gọi x, y là số câu trả lời đúng, số câu trả lời sai.

$$\text{Để thí sinh được 20 điểm thì } \begin{cases} 4x - y = 20 \\ x + y = 10 \end{cases} \Rightarrow x = 6, y = 4$$

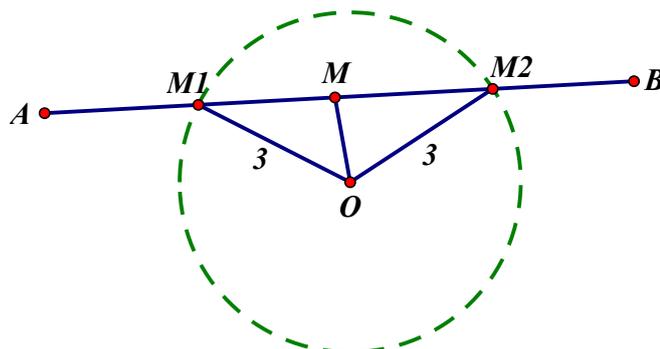
$$\text{Xác suất để thí sinh đó được 20 điểm là } p = C_{10}^6 \left(\frac{1}{4} \right)^6 \left(\frac{3}{4} \right)^4 \Rightarrow 100p \approx 1,62.$$

(Câu 3 này lấy ý tưởng Bài tập 1.7 - Chuyên đề 1- Sách Chuyên đề học tập lớp 12- KNTT)

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên trục có độ dài 10 km. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá 30 km. Một vệ tinh do thám di chuyển từ vị trí $A(4; 2; 1)$ đến vị trí $B\left(-1; -\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$ với vận tốc 80 km/h theo một đường thẳng. Thời gian mà vệ tinh di chuyển trong phạm vi phát hiện của trạm theo dõi là bao nhiêu phút? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp số: 18,4



Nhận thấy $OA = \sqrt{4^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{21} \approx 4,582 > 3$;

$$OB = \sqrt{(-1)^2 + \left(\frac{-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{6}}{2} \approx 3,67 > 3.$$

Suy ra hai điểm A, B nằm ngoài tầm phát hiện của trạm theo dõi.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = \left(-5; \frac{-5}{2}; \frac{5}{2}\right) = \frac{5}{2}(-2; -1; 1) = \frac{5}{2}\vec{u}.$$

Gọi $M(x, y, z)$ là vị trí của vệ tinh trên đoạn AB trong phạm vi phát hiện của trạm theo dõi.

Khi đó ta có $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$, với $t > 0 \Rightarrow M(4-2t; 2-t; 1+t)$

$$OM \leq 3 \Leftrightarrow (4-2t)^2 + (2-t)^2 + (1+t)^2 \leq 9 \Leftrightarrow 1 \leq t \leq 2.$$

Với $t = 1 \Rightarrow M_1(2; 1; 2)$

Với $t = 2 \Rightarrow M_2(0; 0; 3)$

Vậy vị trí đầu tiên vệ tinh bị theo dõi là $M_1(2; 1; 2)$ và vị trí cuối cùng trước khi ra khỏi phạm vi theo dõi là $M_2(0; 0; 3)$

Ta có $M_1M_2 = \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{6}$ nên khoảng cách thực tế giữa M_1 và M_2 là $10\sqrt{6}$ km

Suy ra thời gian vệ tinh bay trong vùng do thám là $t = \frac{10\sqrt{6}}{80}$ (giờ) $= \frac{10\sqrt{6}}{80} \times 60 \approx 18,4$ (phút).

Câu 5: Một tập đoàn năng lượng cần xây dựng tuyến ống dẫn dầu cỡ lớn chạy theo một đường thẳng dài 720km để dẫn dầu đi qua một vùng hoang mạc rộng lớn. Hai trạm bơm công suất lớn ở hai đầu tuyến đã xây xong, phần việc còn lại là:

+) Lắp đặt ống dẫn dầu giữa hai trạm bơm công suất lớn đã có.

+) Xây thêm một số trạm bơm tăng áp nằm trên tuyến ống dẫn để tăng hiệu quả dẫn dầu sao cho các trạm bơm tăng áp này chia toàn bộ tuyến ống dẫn dầu thành các đoạn có độ dài bằng nhau. Đơn vị thiết kế lập dự toán phần việc còn lại như sau:

+) Chi phí xây 1 trạm bơm tăng áp là 108 (triệu đồng).

+) Chi phí xây đoạn ống dẫn dầu nối giữa hai trạm bơm kề nhau với khoảng cách x km là $x(2 + \sqrt{x})$ (triệu đồng).

Hỏi cần xây thêm bao nhiêu trạm bơm tăng áp để tổng chi phí phần việc còn lại theo dự toán như trên là nhỏ nhất? Coi kích thước của các trạm bơm tăng áp là không đáng kể so với chiều dài toàn tuyến ống dẫn dầu.

Lời giải

Đáp số: 19

Gọi số trạm tăng áp cần xây thêm là n .

Khi đó toàn tuyến được chia thành $n+1$ đoạn bằng nhau, nên $(n+1)x = 720 \Rightarrow n = \frac{720}{x} - 1$.

Tổng chi phí gồm:

- Chi phí xây trạm tăng áp: $108n$;

- Chi phí xây ống cho $n+1$ đoạn: $(n+1)(2 + \sqrt{x})x$.

Vậy $y = f(x) = 108n + (n+1)(2 + \sqrt{x})x$.

Thay $n = \frac{720}{x} - 1$,

$$\begin{aligned} f(x) &= 108\left(\frac{720}{x} - 1\right) + \left(\frac{720}{x} - 1 + 1\right)(2 + \sqrt{x})x \\ &= \frac{77760}{x} + 720\sqrt{x} + 1332 \end{aligned}$$

với $0 < x \leq 720$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = -\frac{77760}{x^2} + 720 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = -\frac{77760}{x^2} + \frac{360}{\sqrt{x}}.$$

$$\text{Giải } f'(x) = 0: -\frac{77760}{x^2} + \frac{360}{\sqrt{x}} = 0 \Rightarrow \frac{360}{\sqrt{x}} = \frac{77760}{x^2} \Rightarrow 360x^2 = 77760\sqrt{x}.$$

$$\text{Chia hai vế cho } 360\sqrt{x} (> 0), x^{3/2} = 216 \Rightarrow x = \sqrt[3]{216^2} = 36$$

Khi $0 < x < 36$ thì $f'(x) < 0$, khi $36 < x < 720$ thì $f'(x) > 0$, nên $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 36$.

$$\text{Khi đó } n = \frac{720}{36} - 1 = 20 - 1 = 19$$

Kết luận: cần xây thêm 19 trạm tăng áp để tổng chi phí nhỏ nhất.

Câu 6: Cho một nhóm 15 học sinh có chiều cao khác nhau gồm 5 học sinh nữ có chiều cao tăng dần ký hiệu lần lượt là G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 và 10 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 15 học sinh đó thành một hàng ngang sao cho nếu tính từ trái sang phải thì các học sinh nữ có chiều cao tăng dần, các học sinh nam cũng có chiều cao tăng dần; giữa học sinh G_1 và G_2 có ít nhất 2 học sinh nam, giữa học sinh G_4 và G_5 có ít nhất 1 học sinh nam và nhiều nhất 4 học sinh nam?

Lời giải

Đáp án: 736

Gọi x_1 là số học sinh nam được xếp bên trái G_1 , x_2 là số học sinh nam được xếp giữa G_1 và G_2 , x_3 là số học sinh nam được xếp giữa G_2 và G_3 , x_4 là số học sinh nam được xếp giữa G_3 và G_4 , x_5 là số học sinh nam được xếp giữa G_4 và G_5 , x_6 là số học sinh nam được xếp bên phải G_5 .

Khi đó bộ số $(x_1; x_2; x_3; x_4; x_5; x_6)$ hoàn toàn xác định vị trí của các học sinh nữ và ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 10 \\ x_1, x_3, x_4, x_6 \geq 0; x_2 \geq 2; 1 \leq x_5 \leq 4 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } y_1 = x_1 + 1, y_2 = x_2 - 1, y_3 = x_3 + 1, y_4 = x_4 + 1, y_6 = x_6 + 1.$$

Khi đó số cách xếp thỏa mãn yêu cầu là số nghiệm nguyên dương $(y_1, y_2, y_3, y_4, y_6)$ của phương trình $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_6 = 13 - x_5$, với $1 \leq x_5 \leq 4$.

+) Xét $x_5 = 1$, ta có $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_6 = 12$. Ta xét dãy gồm 12 chữ số 1 như sau:

$$1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1.$$

Giữa hai số 1 bất kỳ có một khoảng trống. Ta chỉ cần chọn 4 vị trí khoảng trống để ngăn cách sẽ tạo thành 5 đoạn ứng với bộ $(y_1, y_2, y_3, y_4, y_6)$. Vậy số nghiệm trong trường hợp này là C_{11}^4

+) Xét $x_5 = 2$, lập luận tương tự ta có số nghiệm là C_{10}^4

+) Xét $x_5 = 3$, lập luận tương tự ta có số nghiệm là C_9^4

+) Xét $x_5 = 4$, lập luận tương tự ta có số nghiệm là C_8^4

Suy ra số cách xếp là $C_{11}^4 + C_{10}^4 + C_9^4 + C_8^4 = 736$.

C. $F(x) = \frac{9^{x+1}}{x+1} + C$. D. $F(x) = 9^x + C$.

Lời giải

Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 9^x$ là $F(x) = \frac{9^x}{\ln 9} + C = \frac{9^x}{2\ln 3} + C$.

Câu 6: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				0		$-\infty$

Diagram showing arrows from $y = +\infty$ at $x = -\infty$ to $y = -4$ at $x = -1$, from $y = -4$ at $x = -1$ to $y = 0$ at $x = 1$, and from $y = 0$ at $x = 1$ to $y = -\infty$ at $x = +\infty$.

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-4; 0)$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên thì hàm số nghịch biến trong khoảng $(-\infty; -1)$

Câu 7: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 4x - 9 + \frac{3}{2x - 8}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = 4x - 9$. B. $y = -2x + 8$. C. $y = 2x - 8$. D. $y = -4x + 9$.

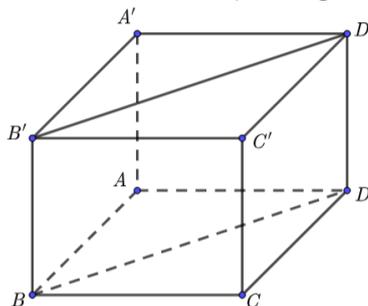
Lời giải

$$y = 4x - 9 + \frac{3}{2x - 8}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (4x - 9)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3}{2x - 8} = 0.$$

Do đó, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 4x - 9 + \frac{3}{2x - 8}$ là đường thẳng có phương trình $y = 4x - 9$.

Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa hình bên). Đẳng thức nào sau đây đúng?



- A. $\overline{BD} = \overline{A'D'}$. B. $\overline{AB} = \overline{DC}$. C. $\overline{BD} = \overline{D'B'}$. D. $\overline{AA'} = \overline{B'B}$.

Lời giải

Chọn B

Đẳng thức đúng là: $\overline{AB} = \overline{DC}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(2; -2; 0)$. B. $(2; 0; 1)$. C. $(0; -2; 1)$. D. $(0; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $H(0; -2; 1)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-5; 2; 3)$ và B là điểm đối xứng với A qua trục Ox . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $\sqrt{13}$. B. $2\sqrt{29}$. **C. $2\sqrt{13}$.** D. $\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn C

Vì B là điểm đối xứng với A qua trục Oy nên $B(-5; -2; -3)$.

Do đó $\overline{AB} = (0; -4; -6)$.

Vậy $AB = \sqrt{16 + 36} = 2\sqrt{13}$.

Câu 11: Bảng sau thống kê khối lượng một số quả mãng cụt được lựa chọn ngẫu nhiên trong một thùng hàng

Khối lượng (gam)	[80;82)	[82;84)	[84;86)	[86;88)	[88;90)
Số quả	17	20	25	16	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 2. B. 12. **C. 10.** D. 20.

Lời giải

Chọn C

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $90 - 80 = 10$.

Câu 12: Kết quả kiểm tra điểm môn Toán của học sinh lớp 12B được cho bởi mẫu số liệu ghép nhóm như sau

Nhóm điểm	Tần số
[0; 2)	5
[2; 4)	5
[4; 6)	5
[6; 8)	25
[8; 10]	10
	$n = 50$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên là

- A. 7,56. B. 6,57. **C. 5,76.** D. 7,56.

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu đã cho là

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 5 + 7 \cdot 25 + 9 \cdot 10}{50} = \frac{31}{5} = 6,2.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

$$s^2 = \frac{5(1-6,2)^2 + 5(3-6,2)^2 + 5(5-6,2)^2 + 25(7-6,2)^2 + 10(9-6,2)^2}{50} = 5,76.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị là (C) .

a) [1] Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 3x^2 - 3x$.

b) [1] Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ bằng 0.

c) [1] Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.

d) [2] Khoảng cách từ điểm cực đại của đồ thị (C) đến gốc tọa độ bằng $\sqrt{17}$.

Lời giải

a) $f'(x) = 3x^2 - 3$. Suy ra mệnh đề **sai**.

b) $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ bằng 0 . Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$, suy ra mệnh đề **sai**.

d) Điểm cực đại là $A(-1; 4) \Rightarrow OA = \sqrt{(-1)^2 + 4^2} = \sqrt{17}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 2: Trong không gian chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, trong đó xem mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, mỗi đơn vị trên trục tương ứng với 1 km, một radar được đặt tại vị trí gốc tọa độ O phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 10)$ đến điểm $N(200; 700; 10)$ trong 40 phút.

a) [1] Máy bay chiến đấu khi bay từ M đến N luôn cách mặt đất là 20 km.

b) [1] Khoảng cách $MN = 100\sqrt{34}$ km.

c) [2] Góc \widehat{MON} được gọi là góc quét của radar khi quan sát máy bay chiến đấu bay từ M đến N . Trong tình huống trên góc quét \widehat{MON} nhỏ hơn 60° .

d) [3] Khi đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 8 phút tiếp theo là $Q(a; b; c)$ với $a + b + c = 870$.

Lời giải

a) **Sai**.

b) Ta có $\overline{MN}(-300; 500; 0)$, nên $MN = \sqrt{(-300)^2 + 500^2} = 100\sqrt{34}$ nên b) **đúng**.

c) Ta có $\cos \widehat{MON} = \frac{\overline{OM} \cdot \overline{ON}}{\overline{OM} \cdot \overline{ON}} = \frac{500 \cdot 200 + 200 \cdot 700 + 10 \cdot 10}{\sqrt{500^2 + 200^2 + 10^2} \cdot \sqrt{200^2 + 700^2 + 10^2}} \approx 0,61 > \cos 60^\circ$

do đó nên $\widehat{MON} < 60^\circ$. Vậy c) **đúng**.

d) Nếu tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 4 phút tiếp theo là

$Q(a; b; c)$, và có tỉ lệ $\frac{MN}{NQ} = \frac{40}{8} = 5 \Rightarrow MN = 5NQ \Rightarrow \overline{MN} = 5\overline{NQ}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 200 = \frac{1}{5} \cdot (-300) \\ b - 700 = \frac{1}{5} \cdot 500 \\ c - 10 = \frac{1}{5} \cdot 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 140 \\ b = 800 \\ c = 10 \end{cases} \Rightarrow Q(140; 800; 10).$$

Vậy $a + b + c = 140 + 800 + 10 = 950$ nên d) **sai**.

Câu 3: Xét hàm số $f(x) = x + \cos x$ trên \mathbb{R} .

a) [1] Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = 1 - \sin x$.

b) [1] Hàm số $F(x) = \frac{x^2}{2} - \sin x + 5$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

c) [1] $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \sin x + C$.

d) [2] Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $G(0)=1$. Khi đó $G(\pi) = \frac{\pi^2}{2} + 1$.

Lời giải

a) Ta có $f'(x) = 1 - \sin x$ nên a) **đúng**.

b) Ta $F'(x) = \left(\frac{x^2}{2} - \sin x + 5 \right)' = x - \cos x \neq f(x)$ nên b) **sai**.

c) Ta có: $\int f(x) dx = \int (x + \cos x) dx = \frac{x^2}{2} + \sin x + C$. Vậy c) **sai**.

d) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $G(x) = \frac{x^2}{2} + \sin x + C$.

Vì $G(0)=1$ nên $0 + \sin 0 + C = 1 \Rightarrow C = 1$. Suy ra $G(\pi) = \frac{\pi^2}{2} + \sin \pi + 1 = \frac{\pi^2}{2} + 1$

Vậy d) **đúng**.

Câu 4: Hai xạ thủ mỗi người một viên đạn bắn vào bia với xác suất bắn trúng của người thứ nhất là 0,85 và của người thứ hai là 0,8. Biết rằng kết quả bắn trúng hoặc không trúng bia của hai xạ thủ là độc lập với nhau.

a) [1] Khả năng xạ thủ thứ hai không bắn trúng bia là 15%.

b) [1] Khả năng cả hai viên đạn đều trúng bia là 68%.

c) [2] Xác suất có đúng 1 viên đạn bắn trúng bia là 0,3.

d) [3] Khả năng có ít nhất 1 viên đạn bắn trúng bia là 97%.

Lời giải

a) Khả năng xạ thủ thứ hai không bắn trúng bia là $1 - 0,8 = 0,2 = 20\%$ nên a) **sai**.

b) Khả năng cả hai viên đạn đều trúng bia là $P = 0,85 \times 0,8 = 0,68 = 68\%$. Vậy b) **đúng**.

c) Xác suất có đúng một viên đạn trúng bia là $0,85 \times 0,2 + 0,15 \times 0,8 = 0,29$. Vậy c) **sai**.

d) Có ít nhất một viên đạn trúng bia thì xảy ra 2 trường hợp:

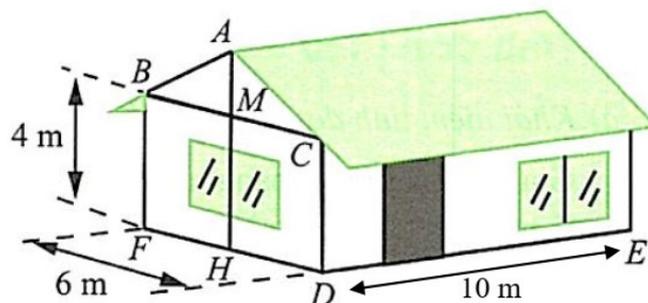
- Có đúng 1 viên đạn trúng bia, xác suất là 0,29.

- Cả hai viên đạn đều trúng bia, xác suất là 0,68

\Rightarrow Khả năng có ít nhất 1 viên đạn bắn trúng bia là $0,29 + 0,68 = 0,97 = 97\%$. Vậy d) **đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Kết quả là một số có tối đa 4 ký tự, bao gồm cả dấu trừ (-) và dấu phẩy (,).

Câu 1: Một ngôi nhà có cấu trúc và một số kích thước được mô tả như hình bên dưới: Phần dưới có dạng hình hộp chữ nhật với một mặt bên là $BCDF$, phần trên có dạng hình lăng trụ đứng có một đáy là ABC , $DE = 10m$, $DF = 6m$, $BF = 4m$. Biết rằng $AB = AC$ và góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng chứa hai mái nhà có số đo bằng 120° . Thể tích của ngôi nhà, không tính phần mái đưa ra là bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét khối)?



Lời giải

Trả lời: 292.

Góc nhị diện tạo bởi hai nửa mặt phẳng chứa hai mái nhà có số đo bằng $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt nền nhà, M là giao điểm của BC và AH .

$$\text{Ta có } \widehat{BAM} = 60^\circ \text{ và } BM = 3 \Rightarrow \tan \widehat{BAM} = \frac{BM}{AM} \Rightarrow AM = \frac{BM}{\tan \widehat{BAM}} = \frac{3}{\tan 60^\circ} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Thể tích của ngôi nhà là: } V = S_{ABFDC} \cdot DE = \left(4 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{3} \right) \cdot 10 \approx 292 (m^3).$$

Câu 2: Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 18t^2 + 5t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu (m/s)?

Lời giải

Đáp án: 113.

$$\text{Ta có: } v(t) = s'(t) = -3t^2 + 36t + 5 \text{ với } t \in [0; 10].$$

$$v'(t) = -6t + 36; v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6$$

$$v(0) = 5; v(10) = 65; v(6) = 113.$$

Vậy vận tốc lớn nhất của vật trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động là 113 (m/s).

Câu 3: Một bài thi trắc nghiệm gồm 10 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 4 điểm, mỗi câu trả lời sai trừ 1 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách ở mỗi câu hỏi chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Gọi p là xác suất khi thí sinh đó có kết quả 10 điểm. Giá trị của $100p$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Đáp số: 14,6

Gọi x, y là số câu trả lời đúng, số câu trả lời sai.

$$\text{Để thí sinh được 10 điểm thì } \begin{cases} 4x - y = 10 \\ x + y = 10 \end{cases} \Rightarrow x = 4, y = 6$$

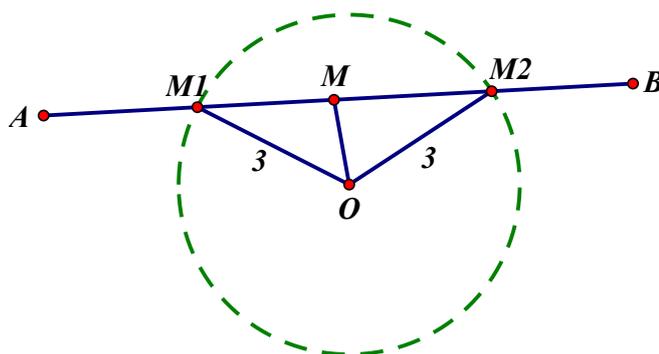
$$\text{Xác suất để thí sinh đó được 10 điểm là } p = C_{10}^4 \left(\frac{1}{4} \right)^4 \left(\frac{3}{4} \right)^6 \Rightarrow 100p \approx 14,6.$$

(Câu 3 này lấy ý tưởng Bài tập 1.7 - Chuyên đề 1- Sách Chuyên đề học tập lớp 12- KNTT)

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên trục có độ dài 15 km. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá 45 km. Một vệ tinh do thám di chuyển từ vị trí $A(4; 2; 1)$ đến vị trí $B\left(-1; -\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$ với vận tốc 80 km/h theo một đường thẳng. Thời gian mà vệ tinh di chuyển trong phạm vi phát hiện của trạm theo dõi là bao nhiêu phút? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp số: 27,6



Nhận thấy $OA = \sqrt{4^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{21} \approx 4,582 > 3$;

$$OB = \sqrt{(-1)^2 + \left(\frac{-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{6}}{2} \approx 3,67 > 3.$$

Suy ra hai điểm A, B nằm ngoài tầm phát hiện của trạm theo dõi.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = \left(-5; \frac{-5}{2}; \frac{5}{2}\right) = \frac{5}{2}(-2; -1; 1) = \frac{5}{2}\vec{u}.$$

Gọi $M(x, y, z)$ là vị trí của của vệ tinh trên đoạn AB trong phạm vi phát hiện của trạm theo dõi.

Khi đó ta có $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$, với $t > 0 \Rightarrow M(4-2t; 2-t; 1+t)$

$$OM \leq 3 \Leftrightarrow (4-2t)^2 + (2-t)^2 + (1+t)^2 \leq 9 \Leftrightarrow 1 \leq t \leq 2.$$

Với $t = 1 \Rightarrow M_1(2; 1; 2)$

Với $t = 2 \Rightarrow M_2(0; 0; 3)$

Vậy vị trí đầu tiên vệ tinh bị theo dõi là $M_1(2; 1; 2)$ và vị trí cuối cùng trước khi ra khỏi phạm vi theo dõi là $M_2(0; 0; 3)$

Ta có $M_1M_2 = \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{6}$ nên khoảng cách thực tế giữa M_1 và M_2 là $15\sqrt{6}$ km.

Suy ra thời gian vệ tinh bay trong vùng do thám là $t = \frac{15\sqrt{6}}{80}$ (giờ) $= \frac{15\sqrt{6}}{80} \times 60 \approx 27,6$ (phút).

Câu 5: Một tập đoàn năng lượng cần xây dựng tuyến ống dẫn dầu cỡ lớn chạy theo một đường thẳng dài 720km để dẫn dầu đi qua một vùng hoang mạc rộng lớn. Hai trạm bơm công suất lớn ở hai đầu tuyến đã xây xong, phần việc còn lại là:

+) Lắp đặt ống dẫn dầu giữa hai trạm bơm công suất lớn đã có.

+) Xây thêm một số trạm bơm tăng áp nằm trên tuyến ống dẫn để tăng hiệu quả dẫn dầu sao cho các trạm bơm tăng áp này chia toàn bộ tuyến ống dẫn dầu thành các đoạn có độ dài bằng nhau.

Đơn vị thiết kế lập dự toán phần việc còn lại như sau:

+) Chi phí xây 1 trạm bơm tăng áp là 108 (triệu đồng).

+) Chi phí xây đoạn ống dẫn dầu nối giữa hai trạm bơm kề nhau với khoảng cách x km là $x(2 + \sqrt{x})$ (triệu đồng).

Hãy tính khoảng cách giữa các trạm bơm tăng áp cần xây thêm để tổng chi phí phần việc còn lại theo dự toán như trên là nhỏ nhất. Coi kích thước của các trạm bơm tăng áp là không đáng kể so với chiều dài toàn tuyến ống dẫn dầu.

Lời giải

Đáp số: 36

Gọi số trạm tăng áp cần xây thêm là n .

Khi đó toàn tuyến được chia thành $n+1$ đoạn bằng nhau, nên $(n+1)x = 720 \Rightarrow n = \frac{720}{x} - 1$.

Tổng chi phí phần việc còn lại gồm:

- Chi phí xây trạm tăng áp: $108n$;

- Chi phí xây ống cho $n+1$ đoạn: $(n+1)(2 + \sqrt{x})x$.

Vậy tổng chi phí phần việc còn lại là $f(x) = 108n + (n+1)(2 + \sqrt{x})x$.

Thay $n = \frac{720}{x} - 1$,

$$\begin{aligned} f(x) &= 108\left(\frac{720}{x} - 1\right) + \left(\frac{720}{x} - 1 + 1\right)(2 + \sqrt{x})x \\ &= \frac{77760}{x} + 720\sqrt{x} + 1332 \end{aligned}$$

với $0 < x \leq 720$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = -\frac{77760}{x^2} + 720 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = -\frac{77760}{x^2} + \frac{360}{\sqrt{x}}.$$

$$\text{Giải } f'(x) = 0: -\frac{77760}{x^2} + \frac{360}{\sqrt{x}} = 0 \Rightarrow \frac{360}{\sqrt{x}} = \frac{77760}{x^2} \Rightarrow 360x^2 = 77760\sqrt{x}.$$

$$\text{Chia hai vế cho } 360\sqrt{x} (> 0), x^{3/2} = 216 \Rightarrow x = \sqrt[3]{216^2} = 36$$

Khi $0 < x < 36$ thì $f'(x) < 0$, khi $36 < x < 720$ thì $f'(x) > 0$, nên $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 36$.

Kết luận: khoảng cách giữa các trạm tăng áp cần xây thêm là 36km thì tổng chi phí nhỏ nhất.

Câu 6: Cho một nhóm 15 học sinh có chiều cao khác nhau gồm 5 học sinh nữ có chiều cao tăng dần ký hiệu lần lượt là G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 và 10 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 15 học sinh đó thành một hàng ngang sao cho nếu tính từ trái sang phải thì các học sinh nữ có chiều cao tăng dần, các học sinh nam cũng có chiều cao tăng dần; giữa học sinh G_1 và G_2 có ít nhất 3 học sinh nam, giữa học sinh G_4 và G_5 có ít nhất 1 học sinh nam và nhiều nhất 4 học sinh nam?

Lời giải

Đáp án: 441

Gọi x_1 là số học sinh nam được xếp bên trái G_1 , x_2 là số học sinh nam được xếp giữa G_1 và G_2 , x_3 là số học sinh nam được xếp giữa G_2 và G_3 , x_4 là số học sinh nam được xếp giữa G_3 và G_4 , x_5 là số học sinh nam được xếp giữa G_4 và G_5 , x_6 là số học sinh nam được xếp bên phải G_5 .

Khi đó bộ số $(x_1; x_2; x_3; x_4; x_5; x_6)$ hoàn toàn xác định vị trí của các học sinh nữ và ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 10 \\ x_1, x_3, x_4, x_6 \geq 0; x_2 \geq 3; 1 \leq x_5 \leq 4 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } y_1 = x_1 + 1, y_2 = x_2 - 2; y_3 = x_3 + 1, y_4 = x_4 + 1, y_6 = x_6 + 1.$$

Khi đó số cách xếp thỏa mãn yêu cầu là số nghiệm nguyên dương $(y_1, y_2, y_3, y_4, y_6)$ của phương trình $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_6 = 12 - x_5$, với $1 \leq x_5 \leq 4$.

+) Xét $x_5 = 1$, ta có $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_6 = 11$. Ta xét dãy gồm 11 chữ số 1 như sau:

$$1-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1.$$

Giữa hai số 1 bất kỳ có một khoảng trống. Ta chỉ cần chọn 4 vị trí khoảng trống để ngăn cách sẽ tạo thành 5 đoạn ứng với bộ $(y_1, y_2, y_3, y_4, y_6)$. Vậy số nghiệm trong trường hợp này là C_{10}^4

+) Xét $x_5 = 2$, lập luận tương tự ta có số nghiệm là C_9^4

+) Xét $x_5 = 3$, lập luận tương tự ta có số nghiệm là C_8^4

+) Xét $x_5 = 4$, lập luận tương tự ta có số nghiệm là C_7^4

Suy ra số cách xếp là $C_{10}^4 + C_9^4 + C_8^4 + C_7^4 = 441$.

-----HẾT-----

GV soạn đề: Trịnh Quốc Phụng

MA TRẬN KSCL LẦN 1 MÔN TOÁN - LỚP 12

TT	Học vấn môn học Chủ đề/Nội dung	Cấp độ đánh giá								
		Dạng thức 1			Dạng thức 2			Dạng thức 3		
		Cấp độ tư duy			Cấp độ tư duy			Cấp độ tư duy		
		Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD
LỚP 11										
1	Dãy số, CSC, CSN	1								
2	Hàm số mũ, hàm số logarit	1								
3	Quan hệ vuông góc trong không gian	1								1
4	Quy tắc tính xác suất	1			2	2				1
	Cộng lớp 11	4	0	0	2	2	0	0	0	2
LỚP 12										
5	Ứng dụng đạo hàm khảo sát và vẽ đồ thị hàm số	2			2	2			1	1
6	Véc tơ trong không gian	2	1		2	2	0			1
7	Hệ trục tọa độ trong không gian									
8	Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm	1	1							
9	Nguyên hàm (Bài 11-Chương IV-HK2)	1			2	2				
	Cộng lớp 12	6	2	0	6	6	0	0	1	2
	CHUYÊN ĐỀ 11+12								1	
	TỔNG 11+12	10	2	0	8	8	0	0	2	4
	Tổng lệnh hỏi ở các dạng thức	12			16			6		
	Tổng lệnh hỏi cả đề thi	34								

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 12**

<https://toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-12>