

Câu 1 (3,5 điểm).

a) Tìm cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện: $x^2 + 2y^2 + 2xy + y = 2$.

b) Tìm các số tự nhiên n để $(n^2 - 8)^2 + 36$ là số nguyên tố.

Câu 2 (3,0 điểm).

a) Giải phương trình: $(2x - 5)^3 + (2 - x)^3 = (x - 3)^3 + (x - 3)(7x^2 - 2053x + 2055)$

b) Cho đa thức $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in R$). Biết đa thức $f(x)$ chia cho đa thức $x + 1$ dư -2 và chia cho đa thức $x - 2$ dư 7.

Tính giá trị của biểu thức: $P = (2025a + 2023b + c)^{2025} + 1$

Câu 3 (4,5 điểm).

a) Trong túi đựng 48 viên bi cùng kích thước và khối lượng với hai màu đỏ và xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ túi. Biết rằng xác suất lấy được viên bi màu đỏ bằng 92% xác suất lấy được viên bi màu xanh. Hỏi trong túi có bao nhiêu viên bi màu đỏ, bao nhiêu viên bi màu xanh.

b) Một doanh nghiệp tư nhân ở thành phố A chuyên kinh doanh các loại máy vi tính. Hiện nay, doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh máy tính với chi phí mua vào là 23 triệu đồng và bán ra với giá 27 triệu đồng mỗi chiếc. Với giá bán này thì dự kiến số lượng máy tính mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng máy tính đang bán chạy này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước lượng rằng nếu cứ giảm 100 nghìn đồng mỗi chiếc thì số lượng máy tính bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 20 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải bán với giá mới là bao nhiêu để sau khi giảm giá lợi nhuận thu được sẽ cao nhất.

Câu 4 (6,0 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh rằng $AD = HD \tan \widehat{ABC} \tan \widehat{ACB}$

b) Chứng minh $\frac{AE \cdot BF}{DE \cdot EF} = \frac{FD}{CD}$.

c) Trên tia đối của tia DH lấy điểm K sao cho $DK = DH$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DE và KC. Chứng minh $\widehat{BMN} = 90^\circ$.

Câu 5 (1,5 điểm).

Cho $x > 0$, $y > 0$ và $x \geq 3 - y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = 2x^2 + y^2 + \frac{28}{x} + \frac{1}{y} + 2025$$

Câu 6 (1,5 điểm).

Cho đa giác đều gồm 2025 cạnh. Người ta sơn các đỉnh của đa giác bằng hai màu xanh và đỏ. Chứng minh rằng tồn tại ba đỉnh được sơn cùng một màu tạo thành một tam giác cân./.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

Thí sinh không được phép sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.