

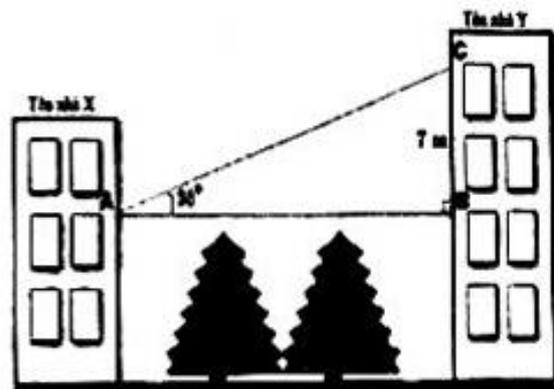
ĐỀ CHÍNH THỨC  
(Đề thi có 02 trang)

MÔN THI: TOÁN  
Thời gian: 120 phút (không tính thời gian giao đề)

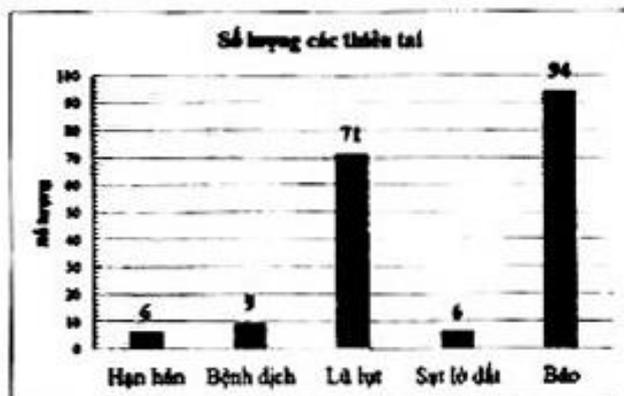
Câu 1. (2,0 điểm)

a) Tính  $A = \sqrt{4} + \sqrt{8} + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - 3\sqrt{2}$ .

b) Để thực hành đo khoảng cách giữa hai tòa nhà X và Y, một học sinh dùng giác kế tại vị trí A của tòa nhà X và ngắm qua hai vị trí B, C của tòa nhà Y như hình vẽ. Khoảng cách giữa hai điểm B, C (ở hai tầng) bằng 7 m,  $\widehat{BAC} = 30^\circ$ , vị trí A và B cùng độ cao so với mặt đất. Tính khoảng cách AB giữa hai tòa nhà đó (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của đơn vị mét).



c) Hình bên là biểu đồ số lượng các thiên tai xảy ra tại Việt Nam giai đoạn 1990-2021. Biểu đồ có bao nhiêu loại thiên tai và loại thiên tai nào xảy ra nhiều nhất?



(Theo vietnam.opendevlopmentmekong.net)

Câu 2. (2,0 điểm)

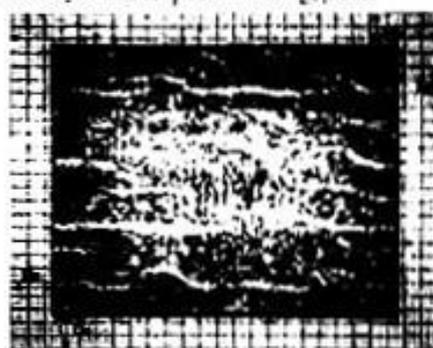
a) Giải phương trình  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{3x+1}{(x-1)(x+1)}$ .

b) Một gia đình dự định xem Lễ hội Pháo hoa Quốc tế Đà Nẵng 2025 và vui chơi tại Khu Du lịch S. Theo niêm yết, tổng giá vé vui chơi cho 3 người lớn và 2 trẻ em là 4,2 triệu đồng. Tuy nhiên, do mua vé đúng dịp khai mạc Lễ hội nên giá vé người lớn được giảm 20% và giá vé trẻ em được giảm 25% so với niêm yết. Vì vậy, thực tế gia đình đó chỉ phải trả số tiền vé là 3,3 triệu đồng. Hỏi giá vé niêm yết của mỗi người lớn và mỗi trẻ em là bao nhiêu?

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$ . Tìm các điểm thuộc đồ thị (P) có tung độ bằng 5 lần hoành độ.

b) Ông A dự định làm một bể bơi hình chữ nhật có diện tích  $80\text{m}^2$  và chu vi  $36\text{m}$ , ngoài ra còn có lối đi xung quanh. Theo thiết kế, lối đi được lát gạch, rộng  $1\text{m}$  như hình vẽ. Tính chiều rộng, chiều dài của bể bơi và diện tích phần lát gạch.



**Câu 4. (2,0 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  nhọn, có  $AB < AC$  và nội tiếp đường tròn  $(O; R)$ . Các đường cao  $AD, BE, CF$  của tam giác  $ABC$  cắt nhau tại  $H$ .

a) Chứng minh rằng  $BFEC$  là tứ giác nội tiếp và  $\widehat{AFE} = \widehat{ACB}$ .

b) Trong trường hợp  $\widehat{BAC} = 60^\circ$  và  $R = 3\text{cm}$ , hãy tính diện tích hình quạt tròn ứng với cung nhỏ  $BC$  của đường tròn  $(O; R)$ .

c) Gọi  $K$  là trực tâm của tam giác  $AEF$  và  $M$  là giao điểm của  $AK$  và  $EF$ . Chứng minh rằng đường thẳng  $HK$  song song với đường thẳng  $MD$ .

**Câu 5. (1,0 điểm)**

Một bình nước hình trụ không nắp, có chiều cao  $14\text{cm}$  và bán kính đáy  $2\text{cm}$ .

a) Tính thể tích của bình nước (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai của đơn vị  $\text{cm}^3$ ).

b) Hiện tại mực nước có trong bình cao  $8\text{cm}$ . Một con quạ muốn uống nước trong bình, nó phải thả vào bình những viên bi dạng hình cầu có đường kính là  $2\text{cm}$  để nước dâng lên mức tối thiểu  $12\text{cm}$ . Hỏi con quạ cần thả vào trong bình ít nhất bao nhiêu viên bi như vậy?



**Câu 6. (1,0 điểm)**

Trong một lần đi chơi Tết, hai bạn Diễm và Hằng được tặng mỗi người một phiếu quà tặng bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Biết rằng, chỉ còn ba phiếu: một phiếu A trị giá  $100\,000$  đồng, một phiếu B trị giá  $70\,000$  đồng và một phiếu C trị giá  $50\,000$  đồng.

a) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

b) Tính xác suất của biến cố "Tổng giá trị quà tặng của hai bạn ít hơn  $160\,000$  đồng".

— HẾT —



## HƯỚNG DẪN GIẢI

### Câu 1: (2 điểm)

a) Tính  $A = \sqrt{4} + \sqrt{8} + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - 3\sqrt{2}$ .

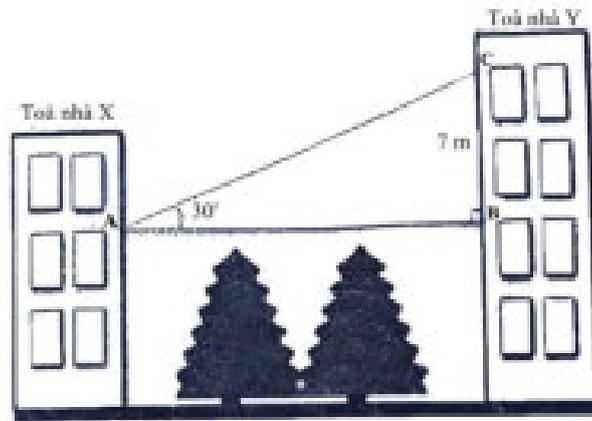
Cách giải:

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \sqrt{4} + \sqrt{8} + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - 3\sqrt{2} \\ &= 2 + \sqrt{4 \cdot 2} + |1-\sqrt{2}| - 3\sqrt{2} \\ &= 2 + 2\sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 - 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

= 1.

Vậy  $A=1$ .

b) Để thực hành đo khoảng cách giữa hai tòa nhà  $X$  và  $Y$ , một học sinh dùng giác kế tại vị trí  $A$  của tòa nhà và ngắm qua hai vị trí  $B, C$  của tòa nhà  $Y$  như hình vẽ. Khoảng cách giữa hai điểm  $B, C$  (ở hai tầng) bằng  $7\text{m}$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ , vị trí  $A$  và  $B$  cùng độ cao so với mặt đất. Tính khoảng cách  $AB$  giữa hai tòa nhà đó (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của đơn vị mét).



Cách giải:

b) Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ , có:

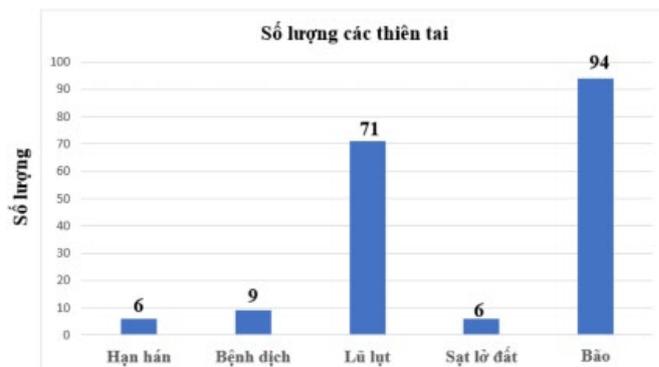
$$\tan \angle BAC = \frac{BC}{AB}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{7}{AB}$$

$$AB = \frac{7}{\tan 30^\circ} = 7\sqrt{3} \approx 12,1 \text{ (mét)}.$$

Vậy khoảng cách  $AB$  giữa hai tòa nhà xấp xỉ  $12,1$  mét.

c) Hình bên là biểu đồ số lượng các thiên tai xảy ra tại Việt Nam giai đoạn 1990-2021. Biểu đồ có bao nhiêu loại thiên tai và loại thiên tai nào xảy ra nhiều nhất?



(Theo [vietnam.opendevopmentmekong.net](http://vietnam.opendevopmentmekong.net))

Cách giải:

c) Biểu đồ có 5 loại thiên tai. Loại thiên tai xảy ra nhiều nhất là bão.



d) Lập bảng tần số cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ số lượng các thiên tai ở hình bên.

Cách giải:

d) Bảng tần số:

Loại thiên tai	Hạn hán	Bệnh dịch	Lũ lụt	Sạt lở đất	Bão
Số lượng	6	9	71	6	94

**Câu 2: (2 điểm)**

a) Giải phương trình  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{3x+1}{(x-1)(x+1)}$

Cách giải:

Ta có điều kiện xác định:  $x \neq -1; x \neq 1$ .

$$\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{3x+1}{(x-1)(x+1)}$$

a)  $\frac{(x+1)^2 + (x-1)^2 - (3x+1)}{(x-1)(x+1)} = 0$

$$\frac{x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x + 1 - 3x - 1}{(x-1)(x+1)} = 0$$

$$\frac{2x^2 - 3x + 1}{(x-1)(x+1)} = 0$$

Giải phương trình  $2x^2 - 3x + 1 = 0$  ta được  $x = 1$  (loại) và  $x = \frac{1}{2}$  (tmđk).

Vậy phương trình  $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{3x+1}{(x-1)(x+1)}$  có nghiệm  $x = \frac{1}{2}$ .

b) Một gia đình dự định xem Lễ hội Pháo hoa Quốc tế Đà Nẵng 2025 và vui chơi tại Khu Du Lịch S. Theo giá niêm yết, tổng giá vé vui chơi cho 3 người lớn và 2 trẻ em là 4,2 triệu đồng. Tuy nhiên, do mua vé đúng dịp khai mạc Lễ hội nên giá vé người lớn được giảm 20% và giá vé trẻ em được giảm 25% so với niêm yết. Vì vậy thực tế gia đình đó chỉ phải trả số tiền vé là 3,3 triệu đồng. Hỏi giá vé niêm yết của mỗi người lớn và mỗi trẻ em là bao nhiêu?

**Cách giải:**

Gọi giá vé niêm yết ban đầu của người lớn và trẻ em lần lượt là  $x, y$  (triệu đồng) ( $x > 0; y > 0$ )

Giá vé người lớn được giảm 20%, thực tế phải trả là  $80\%x = 0,8x$  (triệu đồng).

Giá vé trẻ em được giảm 25% nên thực tế phải trả là  $75\%y = 0,75y$  (triệu đồng)

Do giá vé ban đầu của 3 người lớn và 2 trẻ em là 4,2 triệu đồng nên:  $3x + 2y = 4,2$

Giá vé sau giảm của 3 người lớn và 2 trẻ em là 3,3 triệu đồng nên:  $2,4x + 1,5y = 3,3$

Từ đó có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4,2 \\ 2,4x + 1,5y = 3,3 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = \frac{4,2 - 2y}{3} \\ 2,4\left(\frac{4,2 - 2y}{3}\right) + 1,5y = 3,3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{4,2 - 2y}{3} \\ 3,36 - 0,1y = 3,3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 0,6 \end{cases}$$

Vậy giá vé niêm yết của người lớn và trẻ em lần lượt là 1 triệu đồng và 600 nghìn đồng.

**Câu 3: (2 điểm)**

a) Vẽ đồ thị ( $P$ ) của hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$ . Tìm các điểm thuộc đồ thị ( $P$ ) có tung độ bằng 5 lần hoành độ.

Cách giải:

a) Vẽ đồ thị ( $P$ ) của hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$ . Tìm các điểm thuộc đồ thị ( $P$ ) có tung độ bằng 5 lần hoành độ. Cách giải: Ta có bảng giá trị sau:

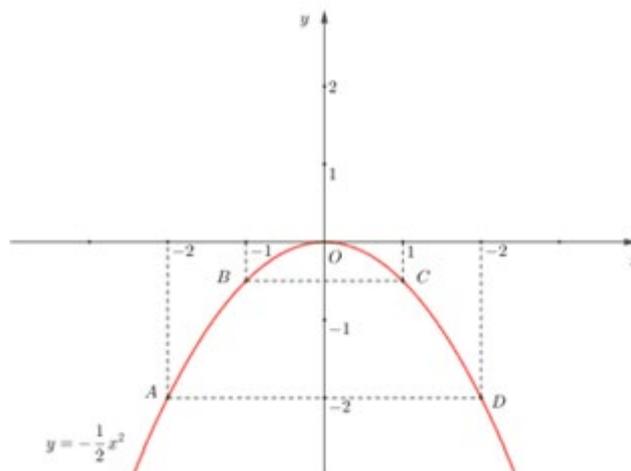
$x$	-2	-1	0	1	2
$y = -\frac{1}{2}x^2$	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2

Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm:

$$O(0;0); A(-2;-2); B\left(-1;-\frac{1}{2}\right); C\left(1;-\frac{1}{2}\right); D(2;-2)$$

Hệ số  $a = -\frac{1}{2} < 0$  nên parabol có bề lõm hướng xuống. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Ta vẽ được đồ thị hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$  như sau:



Vì tung độ bằng 5 lần hoành độ nên ta có  $y = 5x$ , thay vào hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$ , ta được:



$$5x = -\frac{1}{2}x^2$$

$$x^2 + 10x = 0$$

$$x(x+10) = 0$$

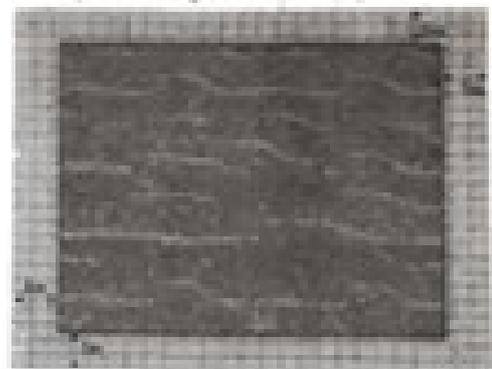
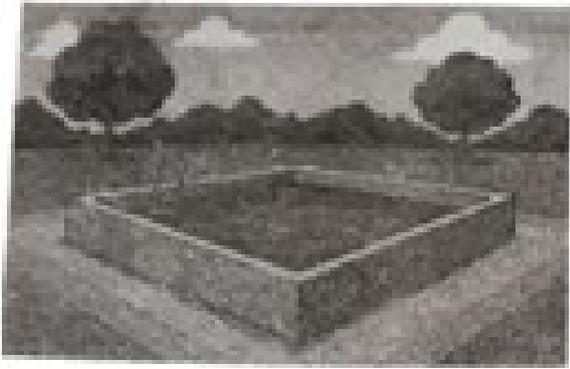
Suy ra  $x = 0$  và  $x = -10$

Với  $x = 0$  thì  $y = 0$

Với  $x = -10$  thì  $y = -50$

Vậy các điểm có tọa độ  $(0;0)$  và  $(-10;-50)$  thuộc đồ thị  $(P)$  có tung độ bằng 5 lần hoành độ.

b) Ông A dự định làm một bể bơi hình chữ nhật có diện tích  $80\text{m}^2$  và chu vi  $36\text{m}$ , ngoài ra còn một lối đi xung quanh. Theo thiết kế, lối đi được lát gạch, rộng  $1\text{m}$  như hình vẽ. Tính chiều rộng, chiều dài của bể bơi và diện tích phần lát gạch.



Cách giải:

Nửa chu vi bể bơi là  $36 : 2 = 18(\text{m})$

Gọi chiều dài của bể bơi lần lượt là  $x(\text{m}) (0 < x < 18)$

Chiều rộng của bể bơi là  $18 - x(\text{m})$

Diện tích bể bơi là  $x(18 - x)(\text{m}^2)$

Vì diện tích hình chữ nhật là  $80\text{m}^2$  nên ta có phương trình  $x(18 - x) = 80$

$$-x^2 + 18x - 80 = 0$$

$$-x^2 + 18x - 80 = 0$$

$$x^2 - 18x + 80 = 0$$

$$x^2 - 10x - 8x + 80 = 0$$

$$x(x - 10) - 8(x - 10) = 0$$

$$(x - 10)(x - 8) = 0$$

$x = 8$  hoặc  $x = 10$  (TMDK vì chiều dài lớn hơn chiều rộng)

Vậy chiều dài bể bơi là  $10\text{m}$ , chiều rộng bể bơi là  $8\text{m}$ .

Diện tích phần gạch lát là:  $12 \cdot 10 - 80 = 40(\text{m}^2)$

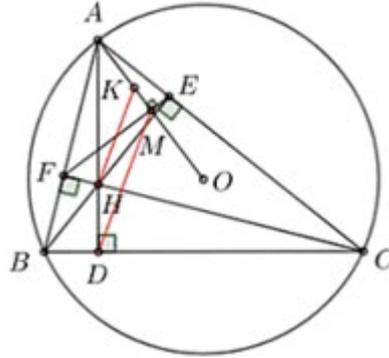
**Câu 4: (2 điểm)**



Cho tam giác  $ABC$  nhọn, có  $AB < AC$  và nội tiếp đường tròn  $(O; R)$ . Các đường cao  $AD, BE, CF$  của tam giác  $ABC$  cắt nhau tại  $H$ .

a) Chứng minh rằng  $BFEC$  là tứ giác nội tiếp và  $\angle AFE = \angle ACB$ .

Cách giải:



Do  $BE, CF$  là các đường cao nên  $\triangle BFC$  vuông tại  $F$  suy ra  $B, F, C$  cùng thuộc đường tròn đường kính  $BC$  và  $\triangle BEC$  vuông tại  $E$  nên  $B, E, C$  cùng thuộc đường tròn đường kính  $BC$

Vậy  $B, C, E, F$  cùng thuộc đường tròn đường kính  $BC$  hay  $BFEC$  là tứ giác nội tiếp

Khi đó  $\angle BCE + \angle BFE = 180^\circ$  (tổng hai góc đối của tứ giác nội tiếp)

Mà  $\angle BFE + \angle AFE = 180^\circ$  (hai góc kề bù) nên  $\angle AFE = \angle ACB$ .

b) Trong trường hợp  $\angle BAC = 60^\circ$  và  $R = 3\text{cm}$ , hãy tính diện tích hình quạt tròn ứng với cung nhỏ  $BC$  của đường tròn  $(O; R)$ .

Cách giải:

Ta có  $\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$  (cùng chắn cung  $BC$ )

$$\text{Khi đó } S_q = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot 120}{360} = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 120}{360} \approx 9,42\text{cm}^2$$

c) Gọi  $K$  là trực tâm của tam giác  $AEF$  và  $M$  là giao điểm của  $AK$  và  $EF$ . Chứng minh rằng đường thẳng  $HK$  song song với đường thẳng  $MD$ .

Cách giải:

Ta có  $\triangle OAB$  cân tại  $O$  nên:

$$\angle OAB = \angle OBA = \frac{180^\circ - \angle AOB}{2} = 90^\circ - \frac{\angle AOB}{2} = 90^\circ - \angle ACB$$

Lại có  $BFEC$  nội tiếp nên  $\angle AEF = \angle BCA$  (cùng cộng  $\angle BFE$  bằng  $180^\circ$ )

Suy ra  $\angle OAB + \angle AFE = 90^\circ - \angle ACB + \angle ACB = 90^\circ$  hay  $\triangle AMF$  vuông tại  $M$

Suy ra  $AO \perp EF$

Mà  $AK \perp EF$  tại  $M$  nên  $A, K, M, O$  thẳng hàng

Xét  $\triangle AEF$  và  $\triangle ABC$  có

$\angle BAC$  chung

$\angle AFE = \angle ACB$

Do đó  $\triangle AEF \sim \triangle ABC (g.g)$

Mà  $K, H$  tương ứng là trực tâm của  $\triangle AEF, \triangle ABC$

Và  $AM, AD$  tương ứng là các đường cao hạ từ  $A$  xuống  $EF, BC$



$$\text{Do đó } \frac{AK}{AH} = \frac{AM}{AD} \text{ hay } \frac{AK}{AM} = \frac{AH}{AD}$$

Từ đó suy ra  $HK \parallel MD$  (theo định lí Thales đảo)

**Câu 5: (1 điểm)**

Một bình nước hình trụ không nắp, có chiều cao 14 cm và bán kính đáy 2 cm.

a) Tính thể tích của bình nước (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai của đơn vị  $\text{cm}^3$ ).

Cách giải:

$$\text{Thể tích bình nước là: } V_{\text{hinh}} = \pi \cdot 2^2 \cdot 14 = 56\pi \approx 175,93 (\text{cm}^3).$$

b) Hiện tại mực nước có trong bình cao 8 cm. Một con quạ muốn uống nước trong bình, nó phải thả vào bình những viên bi dạng hình cầu có đường kính là 2 cm để nước dâng lên mức tối thiểu 12 cm. Hỏi con quạ cần thả vào trong bình ít nhất bao nhiêu viên bi như vậy?

Cách giải:

$$\text{Mực nước cần dâng thêm để quạ có thể uống là: } 12 - 8 = 4 (\text{cm}).$$

$$\text{Thể tích nước cần dâng thêm là: } V_{\text{dang}} = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 = 16\pi (\text{cm}^3).$$

Thể tích nước cần dâng thêm cũng chính là thể tích các viên bi được thả vào.

$$\text{Bán kính viên bi là } 2 : 2 = 1 (\text{cm}).$$

$$\text{Thể tích một viên bi là: } V_{\text{bi}} = \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3 = \frac{4}{3}\pi (\text{cm}^3).$$

$$\text{Số viên bi cần cho vào bình để quạ có thể uống nước là: } \frac{V_{\text{dang}}}{V_{\text{bi}}} = \frac{16\pi}{\frac{4}{3}\pi} = 12 \text{ (viên)}.$$

Vậy con quạ cần thả vào bình ít nhất 12 viên bi để uống được nước.

**Câu 6: (1 điểm)**

Trong một lần đi chơi Tết, hai bạn Diễm và Hằng được tặng mỗi người một phiếu quà tặng bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên. Biết rằng, chỉ còn ba phiếu: một phiếu A trị giá 100000 đồng, một phiếu B trị giá 70000 đồng và một phiếu C trị giá 50000 đồng.

a) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

Cách giải:

Phép thử là Diễm và Hằng mỗi người bốc một phiếu từ ba phiếu: A, B, C khác nhau.

$$\text{Không gian mẫu: } \Omega = \{(A, B), (A, C), (B, A), (B, C), (C, A), (C, B)\}.$$

b) Tính xác suất của biến cố “Tổng giá trị quà tặng của hai bạn ít hơn 160000 đồng”.

Cách giải:

Gọi D là biến cố “Tổng giá trị quà tặng của hai bạn ít hơn 160000 đồng”.

$$\text{Có } D = \{(A, C), (B, C), (C, A), (C, B)\}$$

Suy ra số phần tử thuận lợi cho biến cố D là 4.

$$\text{Vậy xác suất để hai bạn bốc được ít hơn 160000 đồng là: } \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

---Hết---