SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO BẮC GIANG
CỤM THPT HUYỆN LỤC NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 06 trang)

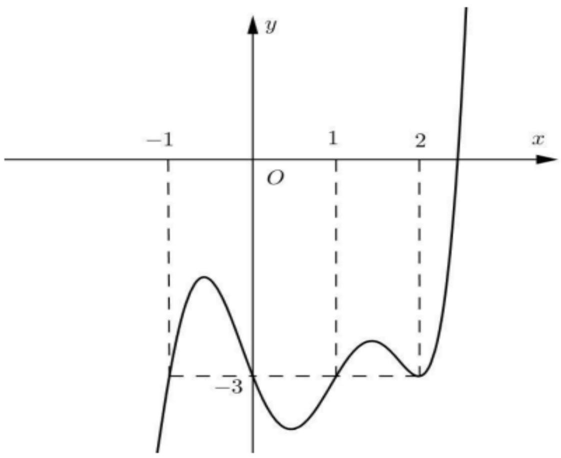
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP CƠ SỞ
NĂM HỌC 2024 - 2025
Môn: Toán, Lớp 12
Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên:………………………………………………….........SBD:……………......

Mã đề thi 121

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. ***Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.***

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(2x^2 - x) + 6x^2 - 3x$ trên nửa khoảng $[1;+\infty)$?

A. $\underset{[1;+\infty)}{Min}\, g(x) = f(1)$.
B. $\underset{[1;+\infty)}{Min}\, g(x) = f(2)$.
C. $\underset{[1;+\infty)}{Min}\, g(x) = f(1) + 3$.
D. $\underset{[1;+\infty)}{Min}\, g(x) = f(2) + 18$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 \text{ khi } 0 \le x < 1 \\ 4 - x \text{ khi } 1 \le x \le 2 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** 1.

Câu 3. Một đội tình nguyện gồm 9 học sinh khối 10 và 7 học sinh khối 11. Chọn ra ngẫu nhiên 3 người trong đội. Xác suất của biến cố "Cả 3 người được chọn cùng một khối" là

A. $\frac{3}{20}$. **B.** $\frac{1}{16}$. **C.** $\frac{3}{16}$. **D.** $\frac{17}{80}$.

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[1;20]$ để hàm số $y = \frac{-x^2 + 3x - m - 1}{3x - m}$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$?

A. 17. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 13.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \frac{5x + 1 - \sqrt{x+1}}{x^2 + 2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

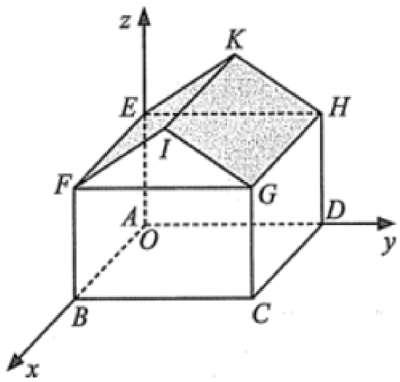
A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 6. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^{x-1} + \frac{1}{2x}$ là

A. $\dfrac{2^{x-1}}{\ln 2}+\ln|2x|+C$. **B.** $2^x+\dfrac{1}{2}\ln|x|+C$.

C. $\dfrac{2^{x-1}}{\ln 2}+\dfrac{1}{2}\ln|x|+C$. **D.** $2^{x-1}+\dfrac{1}{2}\ln|x|+C$.

Câu 7. Một nhà kho được minh hoạ như hình bên, trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), Biết nhà kho có chiều cao bằng $9m$, hai mái $EFIK, HGIK$ là hai hình chữ nhật có kích thước bằng nhau, các bức tường tạo thành hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH, AB=10m,\ AD=24m,\ AE=7m.$ Khi đó côsin của góc dốc mái nhà (góc $\widehat{IFG}$) bằng



A. $\dfrac{6}{\sqrt{38}}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{7}$. **C.** $\dfrac{6}{\sqrt{39}}$. **D.** $\dfrac{6}{\sqrt{37}}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình hình thoi tâm O cạnh $a\sqrt{2}$ và $\widehat{BAD}=60^\circ$. Tính góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}=(3;-2;1)$ và $\vec{b}=(2;1;-1)$. Biết rằng $\vec{u}=m\vec{a}-3\vec{b}$ và $\vec{v}=3\vec{a}+m\vec{b}\ (m\in\mathbb{R})$. Giá trị của m để hai véctơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ vuông góc là

A. $\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=-9\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-9\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=9\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=9\end{array}\right.$.

Câu 10. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\begin{cases}x+4 & khi\ x<0\\ -x+4 & khi\ 0\le x\le 1\\ -x^2+4x & khi\ x>1\end{cases}$ và trục hoành.

A. 17. **B.** 24. **C.** $\dfrac{41}{2}$. **D.** $\dfrac{25}{2}$.

Câu 11. Cho tập hợp $S=\{1;2;3;...;100\}$ gồm 100 số nguyên dương đầu tiên. Chọn ngẫu nhiên 4 số trong S, tính xác suất để 4 số chọn được có thể tạo thành cấp số nhân có công bội nguyên dương.

A. $\dfrac{18}{C_{100}^4}$. **B.** $\dfrac{17}{C_{100}^4}$. **C.** $\dfrac{17}{A_{100}^4}$. **D.** $\dfrac{16}{C_{100}^4}$.

Câu 12. Bác Hải gửi 300 triệu vào ngân hàng với hình thức lãi kép, kỳ hạn 1 năm với lãi suất 5%/năm. Số tiền lãi bác Hải nhận được sau 10 năm gửi gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. $213,10$ triệu. **B.** 150 triệu. **C.** $165,40$ triệu. **D.** $188,67$ triệu.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1, biết khoảng cách từ A đến (SBC) là $\frac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến (SCA) là $\frac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến (SAB) là $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC. Tính thể tích khối chóp $V_{S.ABC}$.

A. $\frac{1}{36}$. **B.** $\frac{1}{48}$. **C.** $\frac{1}{24}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

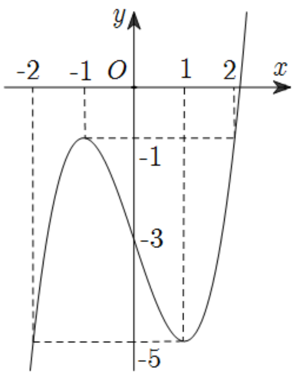
Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;\ 6;\ 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M. Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

A. $\frac{AM}{BM}=3$. **B.** $\frac{AM}{BM}=\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{AM}{BM}=\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{AM}{BM}=2$.

Câu 15. Xét các số thực dương $x,\ y$ thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}}\frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-3)+y(y-3)+xy$. Tìm giá trị lớn nhất của $P=\frac{3x+2y+1}{x+y+6}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$. Giá trị của $m+M$ là



A. $m+M=-5$. **B.** $m+M=-6$. **C.** $m+M=0$. **D.** $m+M=-1$.

Câu 17. Một vùng đất hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=25\,km$, $BC=20\,km$ và M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC. Một người cưỡi ngựa xuất phát từ A đi đến C bằng cách đi thẳng từ A đến một điểm X thuộc đoạn MN rồi lại đi thẳng từ X đến C. Vận tốc của ngựa khi đi trên phần $ABNM$ là $15km/h$, vận tốc của ngựa khi đi trên phần $MNCD$ là $30\,km/h$. Thời gian ít nhất để ngựa di chuyển từ A đến C là mấy giờ?

A. $\frac{\sqrt{41}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{4+\sqrt{29}}{6}$. **D.** $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;-1;2)$, $B(-2;0;3)$, $C(0;1;-2)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S=\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T=36a+12b+c$ có giá trị là

A. $T=5$. **B.** $T=-5$. **C.** $T=7$. **D.** $T=-7$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0)=0$ và $f'(x).\left(1+e^{f(x)}\right)=1+e^x\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tính $\int_1^3 f(x)dx$

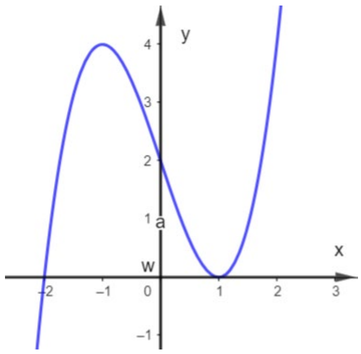
A. 4. **B.** e^3-5. **C.** 8. **D.** 2.

Câu 20. Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$ bằng

A. $\frac{793}{4}$. **B.** $\frac{937}{12}$. **C.** $\frac{343}{12}$. **D.** $\frac{937}{4}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. ***Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.***

Câu 1. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$ có dạng như hình vẽ bên dưới. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho và trục hoành.



a) $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 2x - 2024$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

b) Trục tung chia hình (H) thành 2 phần có diện tích là $S_1, S_2\ (S_1 < S_2)$ Khi đó $\frac{S_2}{S_1} = 5$.

c) Hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = 4$ và đồ thị (C) có diện tích bằng diện tích của (H).

d) Biết đường thẳng $d: y = kx + 2$ cắt (C) tại 3 điểm phân biệt theo thứ tự lần lượt là $A, B, C\ (x_A < x_B < x_C)$, đồng thời hình phẳng giới hạn bởi d và (C) bằng $\frac{625}{2}$. Khi đó độ dài đoạn thẳng $AC = \sqrt{12125}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ là hàm số bậc ba có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

a) Khoảng cách hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng $\sqrt{26}$.

b) Phương trình $f(x+1) = 1$ có 3 nghiệm phân biệt.

c) Hàm số $g(x) = f(1-2x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

d) Đồ thị hàm số $h(x) = \frac{x-2}{f^2(x) - 4}$ có tổng số đường tiệm cận bằng 5.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;5)$ và $B(3;-1;2)$.

a) Tọa độ điểm đối xứng với A qua trục hoành là $A'(-1;-2;-5)$.

b) Tổng khoảng cách từ điểm A và B đến mặt phẳng (Oxy) bằng 7.

c) Gọi $P(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $PA + PB$ nhỏ nhất. Giá trị của $7(a+b-c)$ bằng 21.

d) Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của AM^2+BN^2 bằng 28.

Câu 4. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A; $BC=2a$; $\widehat{ABC}=30^\circ$. Cạnh bên của lăng trụ bằng $2a\sqrt{3}$.

a) Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ACC'A')$ vuông góc với nhau.

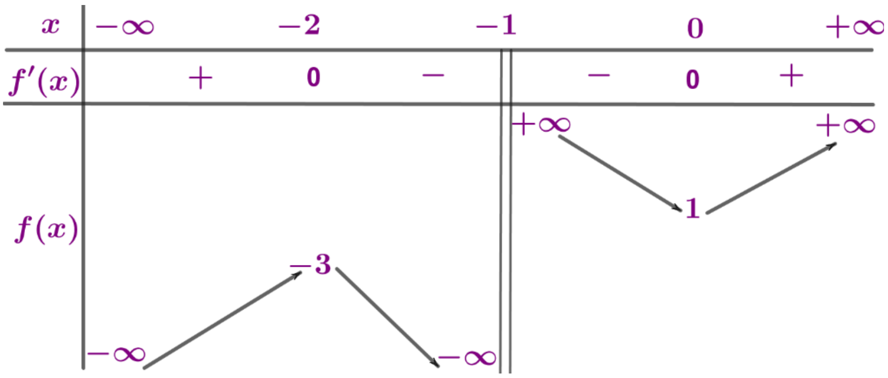
b) Số đo của góc nhị diện $[A,CC',B']$ bằng 60°.

c) Khoảng cách giữa AA' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $3a$.

d) Gọi G là trọng tâm của tam giác ACA', M là trung điểm của BB', N trên cạnh CC' sao cho $CN=2NC'$. Thể tích của khối chóp $G.BCNM$ bằng $\frac{7}{9}a^3$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. ***Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.***

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) và bảng biến thiên như hình vẽ.

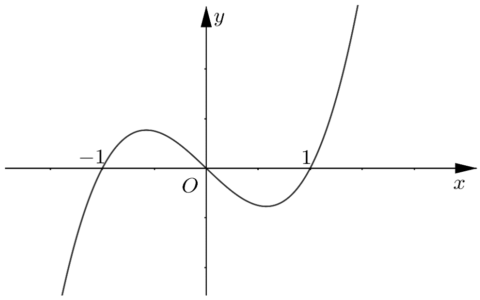


Phương trình $|f(x+1)|=a$ với $a\in(1;3]$ có bao nhiêu nghiệm lớn hơn -1?

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(4;1;-1)$. Gọi $M(x_0;y_0;z_0)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $MA^2+MB^2-2\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}+\left(\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}\right)^2=26$ và $MA.MB$ đạt giá trị lớn nhất. Biết $y_0>0$. Giá trị y_0 bằng bao nhiêu? (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

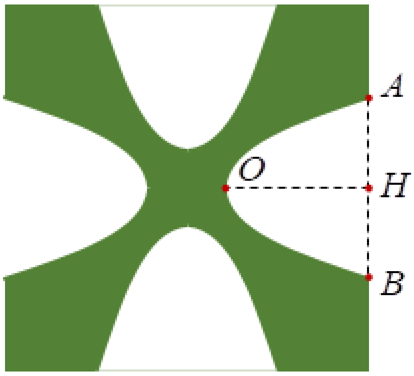
Câu 3. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log_3\frac{4x^2+3}{x^6+x^2+1}=x^6-3x^2-2$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $f'(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình bên dưới.



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left[f'(x)\right]$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB = 5\,\text{cm}$, $OH = 4\,\text{cm}$. Tính diện tích (cm^2) bề mặt hoa văn đó(kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 6. Có 2 bình, mỗi bình đựng 6 viên bi trắng và 5 viên bi đen. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 1 viên bi từ bình thứ nhất và 1 viên bi từ bình thứ hai. Xác suất để lấy được viên bi ở bình thứ nhất màu trắng và viên bi ở bình thứ hai màu đen bằng bao nhiêu?(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

PHẦN IV. Tự luận

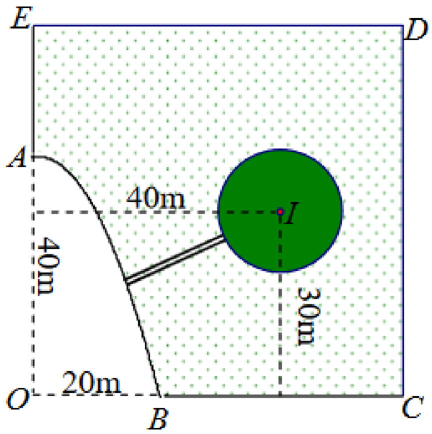
Câu 1. (*2,0 điểm*) Tính tích phân sau $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x\sin x + (x+1)\cos x}{x\sin x + \cos x} dx$

Câu 2. *(3,0 điểm)* Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, AD song song với BC, $AB = BC = CD = a$, $AD = 2a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'CD)$ và $(ABCD)$ bằng 45^0.

a) Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(A'CD)$.

b) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua B và vuông góc với đường thẳng $A'C$. Mặt phẳng (P) chia khối lăng trụ đã cho thành hai khối đa diện. Tính thể tích khối đa diện chứa đỉnh A.

Câu 3. (*1,0 điểm*) Một cái ao hình $ABCDE$ (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính $10\,\text{m}$. Người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Tính gần đúng độ dài tối thiểu l của cây cầu biết : Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O ;Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA ; Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là $40\,\text{m}$ và $20\,\text{m}$; Tâm I của mảnh vườn lần lượt cách đường thẳng AE và BC lần lượt $40\,\text{m}$ và $30\,\text{m}$.



-------------- HẾT --------------

ĐÁP ÁN KÌ THI CHỌN HSG CỤM......

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
121	C	B	D	C	C	C	D	D	B	C	B	D	B	C	C	B	D	B	A	B
122	A	C	B	A	C	C	A	C	D	C	A	A	C	A	A	C	C	A	C	A
123	B	D	C	A	D	B	C	D	A	A	C	D	C	C	C	D	C	D	B	A
124	C	C	C	C	D	A	A	D	D	B	D	A	D	B	B	C	D	C	D	C

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.
- Đúng 1 câu được 0,1 điểm; đúng 2 câu được 0,25 điểm; đúng 3 câu được 0,5 điểm; đúng 4 câu được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
121	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ
122	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S
123	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ
124	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S

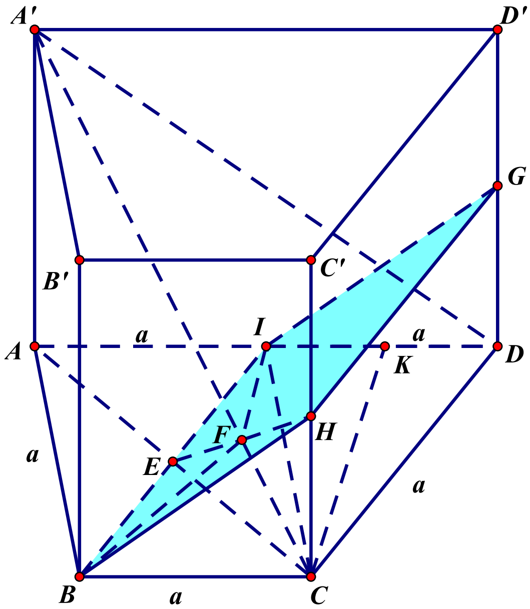
PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn - tự luận

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
121	1	5,25	0	7	46,7	0,25
122	0,25	5,25	7	1	0	46,7
123	5,25	0,25	0	7	46,7	1
124	46,7	0	5,25	1	0,25	7

PHẦN IV: Tự luận

Câu	Hướng dẫn chấm	Thang điểm
Câu 1 2,0 điểm	a) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x\sin x+(x+1)\cos x}{x\sin x+\cos x}dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(x\sin x+\cos x)+x\cos x}{x\sin x+\cos x}dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 1dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x\cos x}{x\sin x+\cos x}dx$	*1,0*
	$= x\Big\vert_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d(x\sin x+\cos x)}{x\sin x+\cos x} = \frac{\pi}{4}+\ln\lvert x\sin x+\cos x\rvert\Big\vert_0^{\frac{\pi}{4}}$	*0,5*
	$=\frac{\pi}{4}+\ln\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\pi}{4}+1\right)\right)$	*0,5*
Câu 2 3,0 điểm	*Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, AD song song BC, $AB=BC=CD=a, AD=2a$. Góc giữa mặt phẳng $(A'CD)$ và $(ABCD)$ bằng 45^0.* ***a)** Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(A'CD)$.*	**1,5**

		
2a)	Từ giả thiết ta có $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính AD Ta có: $\left.\begin{matrix} CD\perp AC \\ CD\perp AA' \end{matrix}\right\} \Rightarrow CD\perp (A'CA)\Rightarrow CD\perp A'C$ $\left.\begin{matrix} (A'CD)\cap(ABCD)=CD \\ CA\subset(ABCD), CA\perp CD \\ CA'\subset(A'CD), CA'\perp CD \end{matrix}\right\} \Rightarrow \widehat{((A'CD),(ABCD))}=\widehat{(CA',CA)}$ Từ giả thiết suy ra $\widehat{A'CA}=45^0$	0,5
	Gọi I là trung điểm AD, E là giao của AC và BI. $BE//(A'CD)\Rightarrow d(B,(A'CD))=d(E,(A'CD))$. Dựng EF vuông góc $A'C$, $F\in A'C$. Ta có $\begin{cases} EF\perp A'C \\ EF\perp CD(\text{do } CD\perp(AA'C)) \end{cases} \Rightarrow EF\perp(A'CD)\Rightarrow EF=d(E,(A'CD))$.	0,5
	Ta có $ABCI$ là hình thoi, $\widehat{ABC}=120^0 \Rightarrow AC=a\sqrt{3}$	0,25
	Tam giác EFC vuông tại F có $\widehat{ECF}=45^0 \Rightarrow EF=\frac{CE}{\sqrt{2}}=\frac{\frac{1}{2}AC}{\sqrt{2}}=\frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\frac{a\sqrt{6}}{4}$ $\Rightarrow d(B,(A'CD))=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.	0,25
2b)	*Gọi (P) là mặt phẳng đi qua B và vuông góc với đường thẳng $A'C$. Mặt phẳng (P) chia khối lăng trụ đã cho thành hai khối đa diện. Tính thể tích khối đa diện chứa đỉnh A.*	**1,5**
	Ta có $\begin{cases} EF\perp A'C \\ BI\perp A'C\ (\text{do } BI//CD) \end{cases} \Rightarrow (BIF)\perp A'C\Rightarrow (BIF)\equiv(P)$.	0,25
	Trong mặt phẳng $(ACC'A'), EF\cap CC'=H$	0,5

<table>
<tr><td></td><td>

$\begin{cases} H \in (P) \cap (CDC'D') \\ BI \subset (P), CD \subset (CDC'D') \Rightarrow (P) \cap (CDC'D') = HG // BI, G \in DD' \\ BI // CD \end{cases}$

$\left.\begin{matrix} (P) \cap (ADD'A') = IG \\ (P) \cap (BCC'B') = BH \\ (ADD'A') // (BCC'B') \end{matrix}\right\} \Rightarrow IG // BH$

Vậy thiết diện của (P) và hình lăng trụ $ABCD.A'B'D'C'$ là hình bình hành $BIGH$.
</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>

Hình đa diện $BCH.IDG$ có hai mặt BCH và IDG nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau, $BI // CD // HG$ nên hình này là hình lăng trụ có hai đáy là hai tam giác BCH, IDG.

Dựng $CK \perp AD, K \in AD$. Ta có $\left.\begin{matrix} CK \perp AD \\ CK \perp AA' \end{matrix}\right\} \Rightarrow CK \perp (ADD'A')$

$ACC'A'$ là hình chữ nhật có $AA' = AC = a\sqrt{3}$ nên $ACC'A'$ là hình vuông.

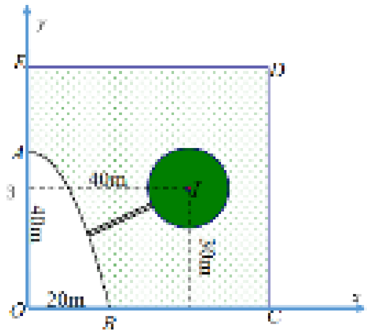
$EF \perp A'C \Rightarrow EF // AC' \Rightarrow H$ là trung điểm $CC' \Rightarrow G$ là trung điểm DD'.
</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>

$V_{BCH.IDG} = S_{IDG}.CK = \frac{1}{2} ID.DG.CK = \frac{1}{2} a.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}$.

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.AA' = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = \frac{9a^3}{4}$.

Suy ra thể tích khối đa diện chứa đỉnh A là $V = V_{ABCD.A'B'C'D} - V_{BCH.IDG} = \frac{15a^3}{8}$.
</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>

Câu 3
1,0 điểm
</td><td>



Gán trục tọa độ Oxy sao cho $\begin{cases} A \in Oy \\ B \in Ox \end{cases}$ cho đơn vị là 10m.

Khi đó mảnh vườn hình tròn có phương trình $(C): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 1$ có tâm $I(4;3)$. Bờ AB là một phần của Parabol $(P): y = 4 - x^2$ ứng với $x \in [0;2]$

Vậy bài toán trở thành tìm MN nhỏ nhất với $\begin{cases} M \in (P) \\ N \in (C) \end{cases}$.

Đặt trường hợp khi đã xác định được điểm N thì $MN + MI \geq IM$, vậy MN nhỏ nhất khi $MN + MI = IM \Leftrightarrow N$; M; I thẳng hàng.

Bây giờ, ta sẽ xác định điểm N để IN nhỏ nhất

$N \in (P) \Leftrightarrow N(x; 4-x^2)$ $IN = \sqrt{(4-x)^2 + (1-x^2)^2}$ $\Leftrightarrow IN^2 = (4-x)^2 + (1-x^2)^2$

$\Leftrightarrow IN^2 = x^4 - x^2 - 8x + 17$

Xét $f(x) = x^4 - x^2 - 8x + 17$ trên $[0;2]$ $\Leftrightarrow f'(x) = 4x^3 - 2x - 8$

$f'(x) = 0$ $\Leftrightarrow x \approx 1,3917$ là nghiệm duy nhất và $1,3917 \in [0;2]$

Ta có $f(1,3917) = 7,68$; $f(0) = 17$; $f(2) = 13$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[0;2]$ gần bằng $7,68$ khi $x \approx 1,3917$
</td><td>0,5</td></tr>
</table>

	Vậy $\min IN \approx \sqrt{7,68} \approx 2,77 \Leftrightarrow IN = 27,7m$ $\Leftrightarrow MN = IN - IM = 27,7 - 10 = 17,7m$.	0,5