

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CHUYÊN
ĐỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN
VÀ KHOẢNG CÁCH
CÓ LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**BẠN NÀO CẦN FILE WORD LIÊN HỆ
0934286923**

NGƯỜI BUỒN CẢNH CÓ VUI Đâu BAO GIỜ



CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH
LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

CHỦ ĐỀ 1: THỂ TÍCH

Câu 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 45° và $SC = 2a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp S.ABCD bằng:

- A. $\frac{2a^3}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{a^3 2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$

Câu 2: Cho khối chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hai mặt (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC = a\sqrt{3}$?

- A. $\frac{2a^3 \sqrt{6}}{9}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$

Câu 3: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B với $AC = a$ biết SA vuông góc với đáy ABC và SB hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp:

- A. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{24}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{8}$ D. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{48}$

Câu 4: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông có cạnh a và SA vuông góc với đáy ABCD và mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích hình chóp S.ABCD

- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2a^3 \sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$ D. $a^3 \sqrt{3}$

Câu 5: Cho khối chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác cân tại A với $BC = 2a$, $\angle BAC = 120^\circ$, biết $SA \perp (ABC)$ và mặt (SBC) hợp với đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp S.ABC

- A. $\frac{a^3}{9}$ B. $\frac{a^3}{3}$ C. $a^3 \sqrt{2}$ D. $\frac{a^3}{2}$

Câu 6: Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B biết $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và (SCD) hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp S.ABCD

- A. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{a^3}{2}$

Câu 7: Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật biết rằng $SA \perp (ABCD)$, SC hợp với đáy một góc 45° và $AB = 3a$, $BC = 4a$. Tính thể tích khối chóp:

- A. $40a^3$ B. $10a^3$ C. $\frac{10a^3 \sqrt{3}}{3}$ D. $20a^3$

Câu 8: Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật $AD = 2a$, $AB = a$. Gọi H là trung điểm của AD, biết $SH \perp (ABCD)$. Tính thể tích khối chóp biết $SA = a\sqrt{5}$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{4a^3}{3}$

D. $\frac{2a^3}{3}$

Câu 9: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác cân tại A, G là trọng tâm tam giác ABC, $SG \perp (ABC)$. Biết góc giữa SM và mặt phẳng (ABC) bằng 30° (với M là trung điểm của BC), $BC = 2a$ và $AB = 5a$. Tính $\frac{9V}{a^3}$ với V là thể tích khối chóp S.ABC:

A. $8\sqrt{2}$

B. $8\sqrt{3}$

C. $8\sqrt{5}$

D. $8\sqrt{7}$

Câu 10: Cho hình chóp S.ABC. có đáy ABC là tam giác đều cạnh $8a$, $SA \perp (ABC)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45° . Tính $\frac{5V}{a^3}$, với V là thể tích khối chóp S.ABC?

A. 280

B. 320

C. 360

D. 400

Câu 11: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = 8a$, $SA \perp (ABC)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30° . Tính, $\frac{9V\sqrt{3}}{a^3}$ với V là thể tích khối chóp S.ABC.

A. 768

B. 769

C. 770

D. 771

Câu 12: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh $8a$, $SA \perp (ABCD)$. Biết góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD) bằng 45° . Tính $\frac{3V}{512a^3}$, với V là thể tích khối chóp S.ABCD.

A. $\sqrt{3}$

B. 3

C. $\sqrt{2}$

D. 2

Câu 13: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = a$, $SA \perp (ABC)$. Biết thể tích khối chóp S.ABC là $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$ (đơn vị thể tích). Tính góc giữa SB và mặt phẳng (ABC).

A. 60°

B. 45°

C. 30°

D. 90°

Câu 14: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$, $SC = 2a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$. Biết góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD) bằng 30° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD.

A. $\frac{a^3\sqrt{10}}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{10}}{5}$

C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{10}$

D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$

Câu 15: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh $8a$, $SA \perp (ABC)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC.

A. $56a^3$

B. $64a^3$

C. $72a^3$

D. $80a^3$

Câu 16: Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh AB bằng a. Các cạnh bên SA, SB, SC tạo với đáy một góc 60° . Gọi D là giao điểm của SA với mặt phẳng qua BC và vuông góc với SA. Tính theo a thể tích khối chóp S.DBC.

A. $\frac{5a^3}{96}$

B. $\frac{5a^3\sqrt{2}}{96}$

C. $\frac{5a^3\sqrt{3}}{96}$

D. $\frac{5a^3\sqrt{5}}{96}$

Câu 17: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{5}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 18: Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA = 2a và SA \perp (ABC). Gọi M và N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng SB và SC.

Tính $\frac{50V\sqrt{3}}{a^3}$, với V là thể tích khối chóp A.BCNM

A. 9

B. 10

C. 11

D. 12

Câu 19: Cho tứ diện ABCD có các cạnh AB; AC; AD đôi một vuông góc với nhau biết AC = a; AD = $a\sqrt{3}$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. Thể tích khối chóp đã cho là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 20: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình vuông, SA \perp (ABCD) và SA=h. Biết SC tạo với đáy một góc 45° . Thể tích khối chóp đã cho tính theo h là:

A. $\frac{h^3\sqrt{2}}{6}$

B. $\frac{h^3}{3}$

C. $\frac{h^3\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{h^3}{6}$

Câu 21: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi ABCD tâm I cạnh a, SI \perp (ABCD). Biết tam giác ABC đều và SB = $a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp đã cho là:

A. $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$

B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$

D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 22: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD có AB = 1; AD = 2. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt đáy là trung điểm của AD. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Thể tích khối chóp đã cho là:

A. $\frac{1}{3}$

B. 1

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

Câu 23: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và D có AD = 2; AB = BC = 1, SA \perp (ABCD), đường thẳng SC tạo với đáy một góc 45° . Thể tích khối chóp đã cho là:

A. $2\sqrt{2}$

B. 2

C. $\sqrt{2}$

D. 1

Câu 24: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh 1, SA \perp (ABC), khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{\sqrt{21}}{7}$. Thể tích khối chóp đã cho là

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{12}$

Câu 25: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có đường cao bằng h và mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp đã cho tính theo h là:

A. $\frac{2h^3}{3}$ B. $\frac{4h^3}{3}$ C. $4h^3$ D. $\frac{4h^3}{9}$

Câu 26: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật có $AB = 4$, $AC = 5$ và $SA \perp (ABCD)$ biết mặt phẳng (SCD) tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp đã cho là:

A. $12\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C. $6\sqrt{3}$ D. $20\sqrt{3}$

Câu 27. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC

A. $\frac{3a^3}{4}$ B. $\frac{a^3}{4}$ C. $\frac{3a^3}{5}$ D. $\frac{a^3}{5}$

Câu 28. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. Tính $\frac{12V}{a^3}$, với V là thể tích khối chóp S.ABC

A. 10 B. 11 C. $\sqrt{10}$ D. $\sqrt{11}$

Câu 29. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ C. $\frac{a^3}{6}$ D. $\frac{a^3}{8}$

Câu 30. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có đường cao SH bằng h , góc hợp với SH với một mặt bên bằng 30° . Tính theo h thể tích khối chóp S.ABC

A. $\frac{h^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{h^3\sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{h^3\sqrt{2}}{9}$ D. $\frac{h^3}{2}$

Câu 31. Cho hình chóp đều tam giác S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 32. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có đường cao SH bằng h , góc ở đỉnh của mặt bên bằng 60° . Tính $\frac{3V \sin 30^\circ}{h^3}$, với V là thể tích khối chóp S.ABCD

A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. 2 D. 1

Câu 33. Cho hình chóp tứ giác đều, mặt bên hợp với mặt đáy một góc 45° và khoảng cách từ chân đường cao của hình chóp đến các mặt bên bằng a . Tính theo a thể tích khối chóp.

A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 34. Cho hình chóp đều S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a^0 . Biết thể tích khối chóp S.ABC là $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (ABC)

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

- A. 20^0 B. 30^0 C. 45^0 D. 60^0

Câu 35. Cho hình chóp đều S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 36. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC với $SA = 2a, AB = a$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SC. Thể tích khối chóp S.ABH là:

- A. $\frac{7a^3\sqrt{11}}{96}$ B. $\frac{3\sqrt{11}a^3}{87}$ C. $\frac{3\sqrt{7}a^3}{39}$ D. $\frac{3\sqrt{7}a^3}{11}$

Câu 37. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh bên bằng a và nghiêng đều với đáy ABC một góc 60^0 . Thể tích khối chóp S.ABC là:

- A. $\frac{a^3}{6}$ B. $\frac{3a^3}{32}$ C. $\frac{3a^3}{16}$ D. $\frac{11a^3}{21}$

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều có mặt bên hợp với đáy một góc 45^0 và khoảng cách từ chân đường cao của hình chóp đến các mặt bằng a . Thể tích khối chóp đó là :

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ C. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 39. Cho hình chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên với đáy bằng 45^0 . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, CD . Thể tích khối tứ diện AMNP là:

- A. $\frac{a^3}{16}$ B. $\frac{a^3}{24}$ C. $\frac{a^3}{6}$ D. $\frac{a^3}{48}$

Câu 40. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD, đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy một góc 60^0 . Gọi M là trung điểm của SC. Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD, cắt SB tại P và cắt SD tại Q. Thể tích khối chóp S.AMNQ là V. Tỉ số $\frac{18V}{a^3}$ là:

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{3}$ D. 1

Câu 41. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng $2\sqrt{6}$ cm, đường cao $SO = 1$ cm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AC, AB. Thể tích khối chóp S.AMN tính bằng cm^3 là:

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 42. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối chóp đó là :

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 43. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ và cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối chóp S.ABC theo a là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{3a^3}{4}$

Câu 44. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh bên bằng a hợp với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp S.ABC là:

A. $\frac{3a^3}{16}$

B. $\frac{a^3}{6}$

C. $\frac{3a^3}{32}$

D. $\frac{a^3}{12}$

Câu 45. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh bên bằng a , góc giữa mặt bên với mặt đáy là 45° . Thể tích khối chóp S.ABC là:

A. $\frac{a^3}{12}$

B. $\frac{3a^3}{5}$

C. $\frac{\sqrt{15}a^3}{25}$

D. $\frac{a^3}{16}$

Câu 46. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a , $ASB = 60^\circ$. Thể tích khối chóp là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 47. Cho hình chóp tứ giác đều có mặt bên hợp với đáy một góc 45° và khoảng cách từ chân đường cao của hình chóp đến mặt bên bằng a . Thể tích khối chóp đó là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

D. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 48. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Tính độ dài đoạn SA để khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) bằng $\frac{2a}{\sqrt{33}}$ với M là trung điểm của đoạn CD.

A. a

B. $2a$

C. $3a$

D. $4a$

Câu 49. Tính $\frac{12V}{a^3}$, với V là thể tích khối chóp tứ diện đều có cạnh bằng a .

A. $\sqrt{3}$

B. 3

C. $\sqrt{2}$

D. 2

Câu 50. Cho tứ diện ABCD với M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Tính tỉ lệ thể tích của khối tứ diện AMND và ABCD

A. $\frac{1}{4}$

B. 1

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{5}$

Câu 51. Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành, M là trung điểm của CD, I là giao điểm của AC và BM. Tính tỷ số thể tích (theo thứ tự) các khối chóp S.ICM và S.ABCD

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{12}$

Câu 52. Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành, gọi B' và D' theo thứ tự là trung điểm các cạnh SB, SD. Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt cạnh SC tại C' . Tính tỷ số thể tích của hai khối chóp được chia ra bởi mặt phẳng $(AB'D')$

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{12}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{1}{6}$

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

Câu 53. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B,

$AB = BC = a, AD = 2a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD. Tính thể tích khối chóp S.BCNM theo a .

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. $\frac{a^3}{2}$ C. a^3 D. $2a^3$

Câu 54. Cho tứ diện ABCD có thể tích bằng V. Gọi B' và D' lần lượt là trung điểm của cạnh AB và AD. Mặt phẳng (CB'D') chia khối tứ diện thành hai phần. Tính theo V thể tích khối chóp C.B'D'DB

- A. $\frac{3V}{2}$ B. $\frac{V}{4}$ C. $\frac{V}{2}$ D. $\frac{3V}{4}$

Câu 55. Cho hình chóp tứ giác đều có diện tích đáy bằng 4 và diện tích mặt bên bằng $\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD

- A. $\frac{4}{3}$ B. 4 C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

Câu 56. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi tâm với $\angle BAD = 120^\circ$ và $BD = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa mặt (SBC) và đáy bằng 60° . Mặt phẳng (P) đi qua BD và vuông góc với cạnh SC. Tính tỉ số thể tích giữa hai phần của hình chóp do mặt phẳng (P) tạo ra khi cắt hình chóp.

- A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

Câu 57. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng với C qua D và N là trung điểm của SC. Tính tỉ số thể tích giữa hai phần của hình chóp do mặt phẳng (BMN) tạo ra khi cắt hình chóp.

- A. $\frac{5}{7}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{5}{11}$

Câu 58. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy góc 60° . Mặt phẳng (P) qua BC và vuông góc với SA. SA cắt (P) tại D. Tính tỉ số thể tích giữa hai khối chóp S.BDC và S.ABC

- A. $\frac{5}{7}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{5}{11}$

Câu 59. Cho tứ diện ABCD có thể tích bằng V. Gọi B' và D' lần lượt là trung điểm của cạnh AB và AD. Mặt phẳng (CB'D') chia khối tứ diện thành hai phần. Tính theo V thể tích khối chóp C.AB'D'

- A. $\frac{3V}{2}$ B. $\frac{V}{4}$ C. $\frac{V}{2}$ D. $\frac{3V}{4}$

Câu 60. Cho tứ diện ABCD có thể tích bằng V. Gọi B' và D' lần lượt là trung điểm của cạnh AB và AD. Mặt phẳng (CB'D') chia khối tứ diện thành hai phần. Tính tỉ số thể tích hai phần đó.

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 61. Cho hình chóp S.ABC có các cạnh lần lượt là $SA = a; SB = b; SC = c$. Trên SA, SB, SC lấy

các điểm M, N, P sao cho $SM = 1; SN = 2; SP = \frac{1}{2}$. Tỷ số thể tích giữa khối chóp S.ABC và S.MNP là:

- A. $\frac{1}{abc}$ B. $\frac{abc}{3}$ C. abc D. $\frac{3}{abc}$

Câu 62. Cho hình chóp tam giác S.ABC và một điểm M nằm trong tam giác ABC. Đường thẳng qua M song song với SA cắt mặt phẳng (BCS) tại A'. Tỷ số thể tích giữa khối chóp M.BCS và S.ABC là:

- A. $\frac{MA'}{SM}$ B. $\frac{MA'}{SA'}$ C. $\frac{MA'}{SA}$ D. $\frac{SM}{SA'}$

Câu 63. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông ABCD, $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng qua AB cắt

SC và SD lần lượt tại M và N sao cho $\frac{SM}{SC} = x$. Tìm x biết $\frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{11}{200}$

- A. 0,25 B. 0,2 C. 0,3 D. 0,1

Câu 64. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Gọi

M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, BC và CD. Thể tích khối chóp C.MNP là:

- A. $\frac{a^3}{32}$ B. $\frac{a^3}{12}$ C. $\frac{a^3}{16}$ D. $\frac{a^3}{24}$

Câu 65. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2a$. Gọi

M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, BC và SC. Thể tích khối chóp A.MNP là:

- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{24}$ B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{12}$ C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$ D. $\frac{a^3}{24}$

Câu 66. Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết rằng $SC = a\sqrt{3}$

- A. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ B. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $V_{S.ABCD} = a^3$ D. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$

Câu 67. Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình chữ nhật; $AD = 2a; AB = a$. Gọi H là trung điểm

AD, biết SH vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết $SA = a\sqrt{5}$

- A. $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $V_{S.ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $V_{S.ABCD} = \frac{4a^3}{3}$ D. $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3}{3}$

Câu 68. Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình vuông cạnh 2a. Gọi H là trung điểm AB, biết SH

vuông góc với mặt phẳng. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết tam giác SAB đều

- A. $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $V_{S.ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{6}$ D. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$

Câu 69. Cho khối chóp S.ABC có tam giác ABC vuông tại B, $AB = 3a; AC = 6a$. Hình chiếu của S

trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc đoạn AB sao cho $AH = 2HB$. Biết SC hợp với (ABC) một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp S.ABC

- A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{21}}{3}$ B. $V_{S.ABC} = 9a^3\sqrt{7}$ C. $V_{S.ABC} = a^3\sqrt{7}$ D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{21}}{6}$

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

Câu 70. Cho khối chóp S.ABC có đáy là tam giác đều, cạnh bằng a . Gọi I là trung điểm AB. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H thuộc đoạn CI. Góc giữa SA và (ABC) bằng 45^0 . Tính thể tích khối chóp S.ABC

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{21}}{16}$ B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{7}}{48}$ C. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{7}}{36}$ D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{21}}{48}$

Câu 71. Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình vuông tâm O, cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABCD) là trung điểm H thuộc đoạn AO. Góc giữa SD và (ABCD) bằng 45^0 . Tính thể tích khối chóp S.ABCD

A. $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3}{3}$ B. $V_{S.ABCD} = 2a^3$ C. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$

Câu 72. Cho khối chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$; ABC là tam giác đều cạnh a . Góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60^0 . Tính thể tích khối chóp S.ABC

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ C. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{6}$ D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{12}$

Câu 73. Cho khối chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC vuông tại A, biết $BC = 3a; AB = a$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45^0 . Tính thể tích khối chóp S.ABC

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ C. $V_{S.ABC} = \frac{4a^3}{9}$ D. $V_{S.ABC} = \frac{2a^3}{9}$

Câu 74. Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình chữ nhật; $SA \perp (ABCD)$; $AC = 2AB = 4a$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết rằng góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABCD) bằng 30^0 .

A. $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3}{3}$ B. $V_{S.ABCD} = 2a^3$ C. $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $V_{S.ABCD} = \frac{8a^3}{3}$

Câu 75. Cho khối chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC vuông tại B, $AB = a; AC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết rằng $SB = a\sqrt{5}$

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ C. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$

Câu 76. Cho khối chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC vuông tại B; $AB = a; AC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết rằng $SB = a\sqrt{6}$

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}$ B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ C. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$

Câu 77. Cho khối chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết rằng $SC = a\sqrt{3}$

A. $V_{S.ABC} = \frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$ B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ C. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

Câu 78. Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình chữ nhật tâm O; $AC = 2AB = 2a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết rằng $SD = a\sqrt{5}$

A. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$ B. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ C. $V_{S.ABCD} = a^3\sqrt{6}$ D. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

Câu 79. Cho khối chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết mặt bên là tam giác đều

A. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $V_{S.ABCD} = \frac{3a^3\sqrt{6}}{2}$ D. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

Câu 80. Cho khối chóp đều S.ABC có cạnh đáy bằng a . Tính thể tích khối chóp S.ABC biết mặt bên là tam giác đều.

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$ B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ C. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{7}}{12}$ D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{7}}{36}$

Câu 81. Cho khối chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC vuông tại B, $AB = a$; $AC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết rằng góc giữa SB và (ABC) bằng 30°

A. $S_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$ B. $S_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ C. $S_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$ D. $S_{S.ABC} = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$

Câu 82. Cho khối chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết rằng SB hợp với đáy một góc 30°

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{4}$ D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{12}$

Câu 83. Cho khối chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết rằng SM hợp với đáy một góc 60° , với M là trung điểm BC.

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$ B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$

Câu 84. Cho khối chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC vuông tại A, $BC = 2AB = 2a$. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết SC hợp với (ABC) một góc bằng 45° .

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{2}$ B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $V_{S.ABC} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{6}$

Câu 85. Cho khối chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC vuông tại A, $BC = 2AB = 2a$. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết SM hợp với đáy một góc bằng 60° , với M là trung điểm BC

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{2}$ B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $V_{S.ABC} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{6}$

Câu 86. Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình chữ nhật tâm O; $AC = 2AB = 2a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết góc giữa SC và (ABCD) bằng 45° .

A. $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$ **C.** $V_{S.ABCD} = a^3$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$

Câu 87. Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình chữ nhật tâm O; $AC = 2AB = 2a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết góc giữa SO và (ABCD) bằng 60°

A. $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **C.** $V_{S.ABCD} = a^3$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$

Câu 88. Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết rằng góc giữa SC và (ABCD) bằng 45°

A. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{6}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$

Câu 89. Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết rằng góc giữa SM và (ABCD) bằng 60° , với M là trung điểm BC

A. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{6}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$

Câu 90. Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $2a$. Gọi H là trung điểm AB, biết SH vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết góc giữa SC và (ABCD) bằng 60°

A. $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{15}}{3}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{6}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$

Câu 91. Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình chữ nhật; $AD = 2a$; $AB = a$. Gọi H là trung điểm AD, biết SH vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết góc giữa SD và (ABCD) bằng 45°

A. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $V_{S.ABCD} = a^3\sqrt{3}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3}{3}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$

Câu 92. Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình chữ nhật. $SA \perp (ABCD)$; $AC = 2AB = 4a$. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết rằng góc giữa mặt phẳng (SBD) và (ABCD) bằng 30°

A. $V_{S.ABCD} = \frac{4a^3}{9}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{8a^3}{9}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{6}}{9}$

Câu 93. Cho khối chóp S.ABC có ABCD là hình vuông cạnh a ; $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa mặt phẳng (SBD) và (ABCD) bằng 30° . Tính thể tích khối chóp S.ABCD

A. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$

Câu 94. Cho khối chóp S.ABC có ABCD là hình thoi, cạnh bằng $a\sqrt{3}$; $SA \perp (ABCD)$; $BAD = 120^\circ$. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết rằng góc giữa mặt phẳng (SBD) và (ABCD) bằng 60°

A. $V_{S.ABCD} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 95. Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình thoi, cạnh bằng $a\sqrt{3}$; $SA \perp (ABCD)$; $BAC = 120^\circ$.

Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết rằng góc giữa mặt phẳng (SCD) và (ABCD) bằng 30°

A. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{3a^3}{8}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{3a^3}{4}$

Câu 96. Cho khối chóp S.ABC có ABCD là hình thoi, $AC = 6a$; $BD = 8a$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABCD) bằng 30° . Tính thể tích khối chóp S.ABCD

A. $V_{S.ABCD} = \frac{32a^3\sqrt{3}}{5}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{16a^3\sqrt{3}}{5}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{32a^3}{5}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{32a^3}{15}$

Câu 97. Cho khối chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng $2a\sqrt{2}$. Mặt bên hợp với đáy một góc 45° .

Tính thể tích khối chóp S.ABCD

A. $V_{S.ABCD} = 8a^3\sqrt{2}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3}{3}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 98. Cho khối chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt bên hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp S.ABC

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $V_{S.ABC} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$ **C.** $V_{S.ABC} = \frac{4a^3}{9}$ **D.** $V_{S.ABC} = \frac{2a^3}{9}$

Câu 99. Cho khối chóp S.ABC có ABCD là hình chữ nhật; $AB = 8a$; $AD = 6a$. Gọi H là trung điểm AB, biết SH vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết rằng góc giữa mặt phẳng (SCD) và (ABCD) bằng 60°

A. $V_{S.ABCD} = 32a^3\sqrt{3}$ **B.** $V_{S.ABCD} = 32a^3$ **C.** $V_{S.ABCD} = 96a^3$ **D.** $V_{S.ABCD} = 96a^3\sqrt{3}$

Câu 100. Cho khối chóp S.ABC có đáy ABCD là hình chữ nhật; $AB = 8a$; $AD = 6a$. Gọi H là trung điểm AB, biết SH vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết rằng góc giữa mặt phẳng (SBD) và (ABCD) bằng 60°

A. $V_{S.ABCD} = 56a^3$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{192a^3\sqrt{5}}{5}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{28a^3\sqrt{5}}{5}$ **D.** $V_{S.ABCD} = 28a^3$

Câu 101. Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, cạnh bằng $2a$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABCD) là trung điểm H thuộc đoạn AO. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và (ABCD) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp S.ABCD

A. $V_{S.ABCD} = 2a^3$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$ **C.** $V_{S.ABCD} = a^3\sqrt{3}$ **D.** $V_{S.ABCD} = 2a^3\sqrt{3}$

Câu 102. Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình vuông cạnh bằng $2a$; SAD là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của CD. Góc giữa hai mặt phẳng (SBM) và (ABCD) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp S.ABCD.

A. $V_{S.ABCD} = 6a^3\sqrt{3}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{15}}{5}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3\sqrt{15}}{5}$ **D.** $V_{S.ABCD} = 2a^3\sqrt{3}$

Câu 103. Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D;

$AB = AD = 2a; CD = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABCD) bằng 60° . Gọi I là trung điểm của AD. Biết 2 mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Tính thể tích khối chóp S.ABCD.

A. $V_{S.ABCD} = 6a^3\sqrt{3}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{6a^3\sqrt{15}}{5}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{3a^3\sqrt{15}}{5}$ **D.** $V_{S.ABCD} = 6a^3$

Câu 104. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh

$BC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ biết $A_1B = 3a$

A. $V_{ABC.A_1B_1C_1} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **B.** $V_{ABC.A_1B_1C_1} = a^3\sqrt{2}$ **C.** $V_{ABC.A_1B_1C_1} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **D.** $V_{ABC.A_1B_1C_1} = 6a^3\sqrt{3}$

Câu 105. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh

$BC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ biết A_1C tạo với đáy một góc 60° .

A. $V_{ABC.A_1B_1C_1} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $V_{ABC.A_1B_1C_1} = 3a^3\sqrt{3}$ **C.** $V_{ABC.A_1B_1C_1} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **D.** $V_{ABC.A_1B_1C_1} = 6a^3\sqrt{3}$

Câu 106. Cho khối chóp S.ABCD có ABCD là hình chữ nhật $AD = 2a; AB = a$. Gọi H là trung điểm AD, biết SH vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết góc giữa SC và (ABCD) bằng 60° .

A. $V_{S.ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{6}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$

Câu 107. Cho khối chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết cạnh bên bằng $2a$.

A. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{10}}{2}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{10}}{4}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{12}}{3}$

Câu 108. Cho khối chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a . Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° .

A. $V_{S.ABCD} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{3a^3\sqrt{6}}{2}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

Câu 109. Cho khối chóp S.ABC có cạnh đáy bằng a . Tính thể tích khối chóp S.ABC biết cạnh bên bằng $2a$.

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{12}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{4}$

Câu 110. Cho khối chóp đều S.ABC có cạnh đáy bằng a . Tính thể tích khối chóp S.ABC biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45°

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{12}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{4}$

Câu 111. Cho khối chóp đều S.ABC có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp S.ABC biết mặt bên là tam giác vuông cân ?

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{21}}{36}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{21}}{12}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 112. Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Biết $AD = 2BC = 2a$ và $BD = a\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết rằng góc giữa SB và (ABCD) bằng 30°

A. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{21}}{9}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3\sqrt{21}}{3}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 113. Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Biết $AD = 2BC = 2a$ và $BD = a\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD biết rằng góc giữa SO và (ABCD) bằng 45° , với O là giao điểm của AC và BD

A. $V_{S.ABCD} = a^3\sqrt{3}$ **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$ **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Đáp án

01-A	02-B	03-A	04-A	05-B	06-A	07-D	08-C	09-B	10-B
11-A	12-C	13-A	14-A	15-B	16-C	17-A	18-A	19-B	20-D
21-C	22-C	23-C	24-D	25-D	26-A				
	27A	28C	29C	30A	31B	32D	33A	34B	35B
36A	37B	38C	39D	40A	41D	42D	43D	44C	45C
46B	47D	48A	49C						
50. A	51. D	52. C	53. A	54. D	55. A	56. C	57. A	58. B	59.B
60. D	61. C	62. C	63. D	64. D	65. A				
66. D	67. C	68. B	69. B	70. D	71. D	72. B	73. C	74. D	75. A
76. A	77. B	78. D	79. D	80. B	81. C	82. D	83. C	84. A	85. A
86. A	87. C	88. B	89. A						
90. B	91. C	92. C	93. C	94. A	95. C	96. A	97. D	98. A	99. D
100. B	101. D	102. B	103. C	104. B	105. C	106. B	107. A	108. A	109. A
110. C	111. C	112. A	113. C						

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Hướng dẫn giải

Câu 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 45° và $SC = 2a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp S.ABCD bằng:

A. $\frac{2a^3}{\sqrt{3}}$

B. $\frac{a^3 2\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{a^3}{\sqrt{3}}$

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$

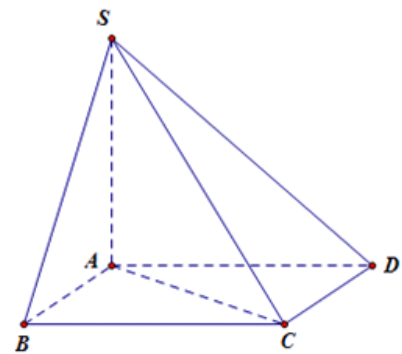
HD: Ta có $(SC, (ABCD)) = \angle SCA = 45^\circ$

$$\Rightarrow SA = AC = \frac{2a\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2a$$

Ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = AB \cdot BC = a^2 \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2 \sqrt{3} = \frac{2a^3}{\sqrt{3}}$$



Câu 2: Cho khối chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hai mặt (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC = a\sqrt{3}$?

A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

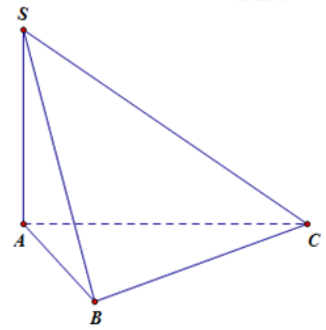
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

HD: Ta có: $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC)$

Ta có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{2}$

$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$



Câu 3: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B với $AC = a$ biết SA vuông góc với đáy ABC và SB hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp:

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{48}$

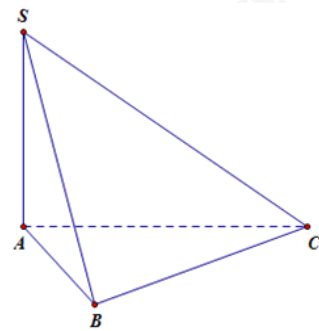
HD: Ta có $(SB; (ABC)) = SBA = 60^\circ$

Tam giác ABC có $AB = BC = \frac{a}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow SA = AB \cdot \tan SBA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^2}{4}$

$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$



Câu 4: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông có cạnh a và SA vuông góc với đáy ABCD và mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích hình chóp S.ABCD

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

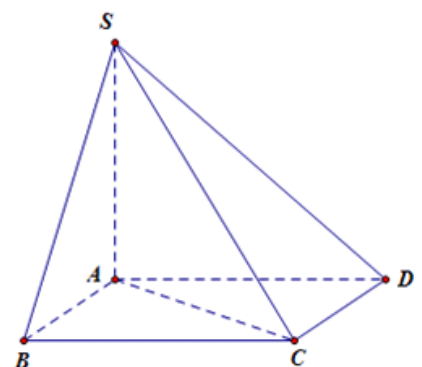
D. $a^3\sqrt{3}$

HD: Ta có $((SCD), (ABCD)) = ADS = 60^\circ$

$\Rightarrow SA = AD \cdot \tan ADS = a\sqrt{3}$

Ta có $S_{ABCD} = AB \cdot BC = a^2$

$\Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$



Câu 5: Cho khối chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác cân tại A với $BC = 2a$, $BAC = 120^\circ$, biết $SA \perp (ABC)$ và mặt (SBC) hợp với đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp S.ABC

A. $\frac{a^3}{9}$

B. $\frac{a^3}{3}$

C. $a^3\sqrt{2}$

D. $\frac{a^3}{2}$

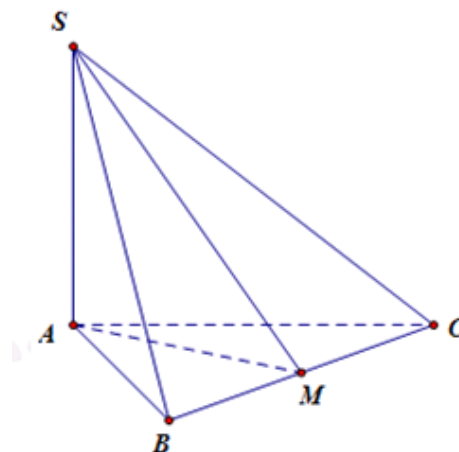
HD: Ta có $((SBC);(ABCD)) = SMA = 45^\circ$

Ta có $AB = \frac{2a}{\sqrt{3}}; AM = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow SA = AM \cdot \tan SMA = \frac{a}{\sqrt{3}}$

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot 2a = \frac{a^2}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a^2}{\sqrt{3}} = \frac{a^3}{9}$



Câu 6: Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B biết $AB = BC = a, AD = 2a, SA \perp (ABCD)$ và (SCD) hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp S.ABCD

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

D. $\frac{a^3}{2}$

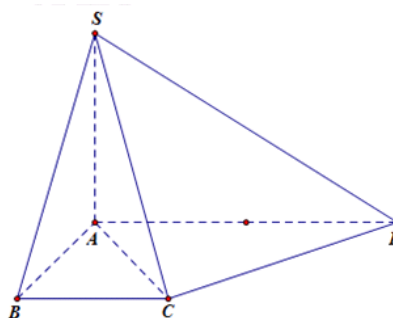
HD: ta có $((SCD),(ABCD)) = SCA = 60^\circ$

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$

$\Rightarrow SA = AC \cdot \tan SCA = a\sqrt{6}$

Ta có $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AB(AD + BC) = \frac{1}{2} a \cdot 3a = \frac{3a^2}{2}$

$\Rightarrow V_{SABD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$



Câu 7: Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật biết rằng $SA \perp (ABCD)$, SC hợp với đáy một góc 45° và $AB = 3a, BC = 4a$. Tính thể tích khối chóp:

A. $40a^3$

B. $10a^3$

C. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$

D. $20a^3$

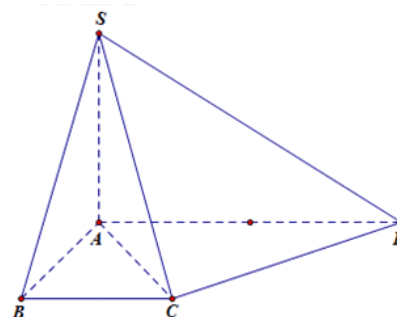
HD: Ta có $(SC;(ABCD)) = SCA = 45^\circ$

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5a$

$\Rightarrow SA = AC \cdot \tan SCA = 5a$

Ta có $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 12a^2$

$\Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 5a \cdot 12a^2 = 20a^3$



Câu 8: Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật $AD = 2a, AB = a$. Gọi H là trung điểm của AD, biết $SH \perp (ABCD)$. Tính thể tích khối chóp biết $SA = a\sqrt{5}$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$

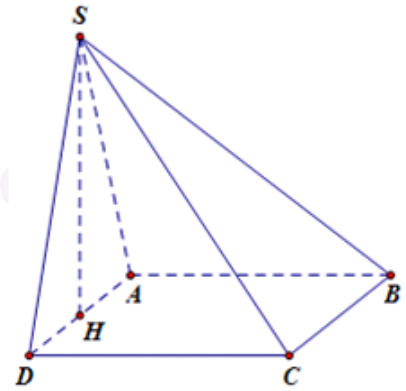
C. $\frac{4a^3}{3}$

D. $\frac{2a^3}{3}$

HD: Ta có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = 2a$

Và $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 2a^2$

$$\Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot 2a^2 = \frac{4a^3}{3}$$



Câu 9: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác cân A, G là trọng tâm tam giác ABC, $SG \perp (ABC)$. Biết góc giữa

tại
SM

và mặt phẳng (ABC) bằng 30° (với M là trung điểm của BC), $BC = 2a$ và $AB = 5a$. Tính $\frac{9V}{a^3}$ với V là

thể tích khối chóp S.ABC:

A. $8\sqrt{2}$

B. $8\sqrt{3}$

C. $8\sqrt{5}$

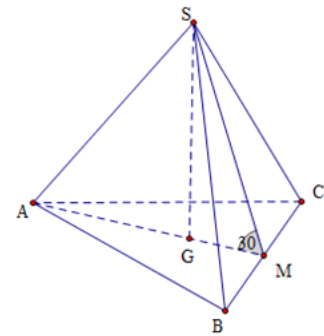
D. $8\sqrt{7}$

HD: Ta có $AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = 2a\sqrt{6} \Rightarrow GM = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$

Do đó $SG = GM \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$

Khi đó $V = \frac{1}{3} SG \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a\sqrt{6} \cdot 2a = \frac{8\sqrt{3}a^3}{9}$

Vậy $\frac{9V}{a^3} = 8\sqrt{3}$.



Câu 10: Cho hình chóp S.ABC. có đáy ABC là tam giác đều cạnh $8a$, $SA \perp (ABC)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45° . Tính $\frac{5V}{a^3}$, với V là thể tích khối chóp S.ABC?

A. 280

B. 320

C. 360

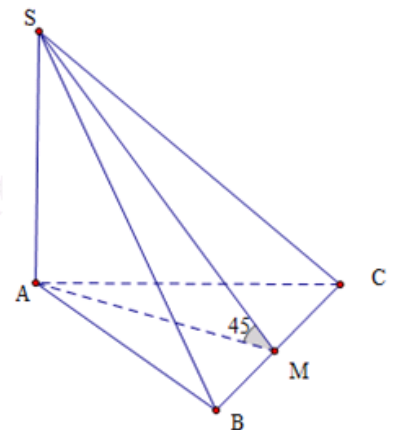
D. 400

HD: Dựng $AM \perp BC$, lại có $SA \perp BC$ suy ra $(SAM) \perp BC$

Vậy $((SBC);(ABC)) = SMA = 45^\circ$

Lại có $AM = \frac{8a\sqrt{3}}{2} = 4a\sqrt{3} \Rightarrow SA = AM = 4a\sqrt{3}$

Do đó $V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = 64 \Rightarrow \frac{5V}{a^3} = 320$



Câu 11: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = 8a$, $SA \perp (ABC)$. Biết góc giữa hai

mặt
tích

phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30° . Tính, $\frac{9V\sqrt{3}}{a^3}$ với V là thể

khối chóp S.ABC.

A. 768

B. 769

C. 770

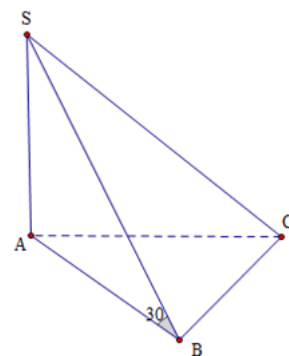
D. 771

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

HD: Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB^2 = 32a^2$. Lại có $((SBC);(ABC)) = SBA = 30^\circ$

Do vậy $SA = AB \tan 30^\circ = \frac{8a}{\sqrt{3}}$ suy ra $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{256a^3}{3\sqrt{3}}$

Do đó $\frac{9V\sqrt{3}}{a^3} = 768$ **Chọn A**



Câu 12: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh $8a$, $SA \perp (ABCD)$.

Biết góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD) bằng 45° . Tính $\frac{3V}{512a^3}$, với V là thể

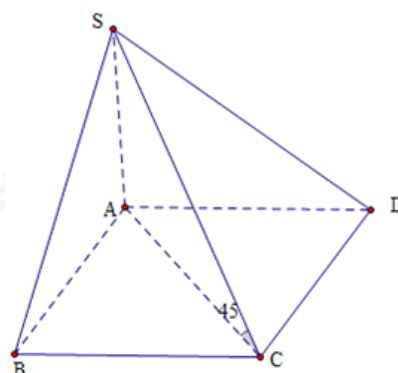
tích khối chóp S ABC . .

- A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. $\sqrt{2}$ D. 2**

HD: Ta có $AC = 8a\sqrt{2} \Rightarrow SA = AC \tan 45^\circ = 8a\sqrt{2}$

Do đó $V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{521a^3\sqrt{2}}{3}$

Vậy $\frac{3V}{512a^3} = \sqrt{2}$ **Chọn C**



Câu 13: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = a$, $SA \perp (ABC)$. Biết

thể tích khối chóp S.ABC là $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$ (đơn vị thể tích). Tính góc giữa SB và mặt phẳng (ABC).

- A. 60° B. 45° C. 30° D. 90°**

HD: Ta có $SA = AB \cdot \tan \alpha$ (với α là góc giữa SB và mp(ABC))

Mặt khác $AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

Khi đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \tan \alpha \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$

Do vậy $\tan \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$ **Chọn A**

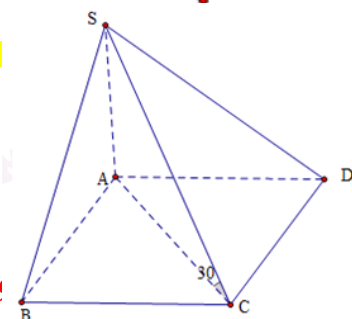
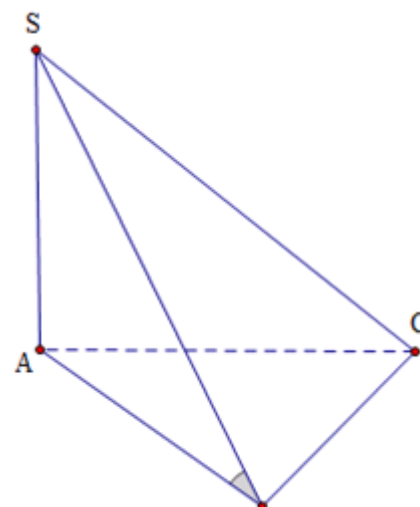
Câu 14: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật với $AB =$

a , $SC = 2a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$. Biết góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD) bằng 30° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD.

- A. $\frac{a^3\sqrt{10}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{10}$**

HD: Ta có $AC = SC \cos 30^\circ = \frac{2a\sqrt{6}}{2} = a\sqrt{6}$

$SA = SC \sin 30^\circ = a\sqrt{2}$. Khi đó $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{5}$



Do vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{10}}{3}$ **Chọn A**

Câu 15: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh 8a, $SA \perp (ABC)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC.

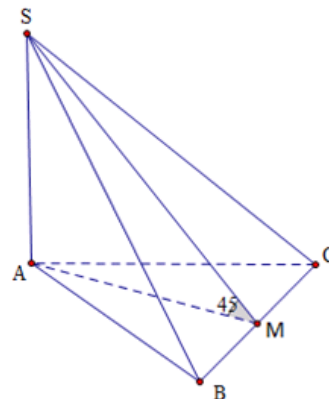
- A.** $56a^3$ **B.** $64a^3$ **C.** $72a^3$ **D.** $80a^3$

HD: Gọi M là trung điểm của BC. Khi đó $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$

Do vậy $((SBC);(ABC)) = \angle SMA = 45^\circ$

Mặt khác $AM = \frac{8a\sqrt{3}}{2} = 4a\sqrt{3} \Rightarrow SA = AM \tan 45^\circ = 4a\sqrt{3}$

Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 4a\sqrt{3} \cdot \frac{64a^2\sqrt{3}}{4} = 64a^3$ **Chọn B**



Câu 16: Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh AB bằng a. Các cạnh bên SA, SB, SC tạo với đáy một góc 60° . Gọi D là giao điểm của

SA với mặt phẳng qua BC và vuông góc với SA. Tính theo a thể tích khối chóp S.DBC.

- A.** $\frac{5a^3}{96}$ **B.** $\frac{5a^3\sqrt{2}}{96}$ **C.** $\frac{5a^3\sqrt{3}}{96}$ **D.** $\frac{5a^3\sqrt{5}}{96}$

HD: Gọi M là trung điểm của BC khi đó $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi H là trọng tâm tam giác ABC suy ra

$SH \perp (ABC); \angle SAH = 60^\circ$

Dễ thấy $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp SA$. Dựng $BD \perp SA$

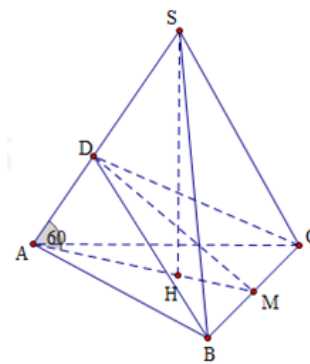
Khi đó $(BCD) \perp SA, S_{BCD} = \frac{1}{2} DM \cdot BC = \frac{1}{2} AM \cdot \sin 60^\circ \cdot BC = \frac{3a^2}{8}$

$AD = AM \cdot \cos 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}; SA \cos 60^\circ = AH \Rightarrow SA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

Do vậy $\Rightarrow SD = SA - AD = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$

Suy ra $V_{S.DBC} = \frac{1}{3} SD \cdot S_{BCD} = \frac{5a^3\sqrt{3}}{96}$ **Chọn C**

Cách 2: $\frac{V_{S.DBC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SD}{SA}$



Câu 17: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{5}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

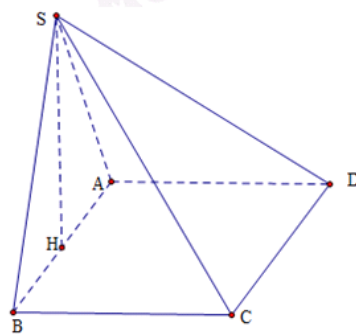
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

HD: Gọi H là trung điểm của AB.

Khi đó $SH \perp AB$, mặt khác $(SAB) \perp (ABCD)$

Do vậy $SH \perp (ABCD); SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **Chọn A**



Câu 18: Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA = 2a và SA \perp (ABC). Gọi M và N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng SB và SC.

Tính $\frac{50V\sqrt{3}}{a^3}$, với V là thể tích khối chóp A.BCNM

A. 9

B. 10

C. 11

D. 12

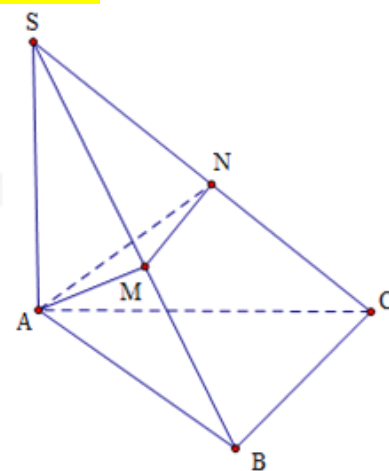
HD: Tam giác SAB vuông tại A có đường cao AM

Khi đó $SA^2 = SM.SB \Leftrightarrow \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{SM}{SB} \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{4}{5}$. Tương tự $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{5}$

Lại có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.2a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Mặt khác $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{16}{25} \Rightarrow V_{A.BCNM} = \frac{9}{25}V_{S.ABC}$

Do đó $V_{A.BCNM} = \frac{9}{25} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{6} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{50} \Rightarrow \frac{50V\sqrt{3}}{a^3} = 9$. **Chọn A**



Câu 19: Cho tứ diện ABCD có các cạnh AB; AC; AD đôi một vuông góc với nhau biết AC = a; AD = $a\sqrt{3}$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. Thể tích khối chóp đã cho là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

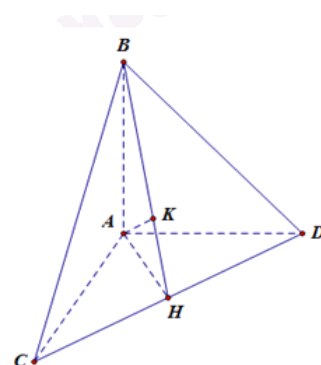
HD: Từ A kẻ AH vuông góc với CD tại H.

Ta có $BA \perp (ACD) \Rightarrow BA \perp CD$ mà $AH \perp CD \Rightarrow CD \perp (BAH)$

Kẻ $AK \perp BH, K \in BH$ do đó: $\begin{cases} AK \perp BH \\ AK \perp CD \end{cases} \Rightarrow AK \perp (BCD)$

Hay $d(A; (BCD)) = AK = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. Lại có $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AH^2}$

Do đó: $\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AK^2} - \frac{1}{AC^2} - \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} \Leftrightarrow AB = a$



Vậy $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot S_{\Delta ACD} = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot AC \cdot AD = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$. **Chọn B**

Câu 20: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$ và $SA=h$. Biết SC tạo với đáy một góc 45° . Thể tích khối chóp đã cho tính theo h là:

- A. $\frac{h^3 \sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{h^3}{3}$ C. $\frac{h^3 \sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{h^3}{6}$

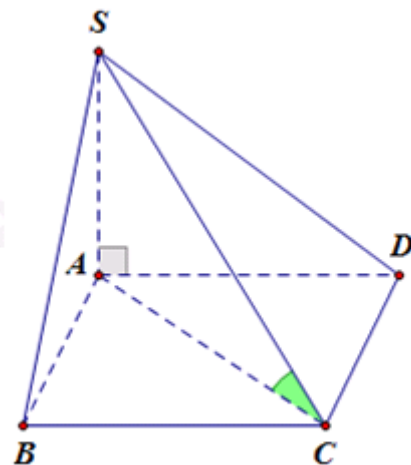
HD: Ta có AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng đáy.

Do đó $(SC; (ABCD)) = (SC; AC) = \angle SCA = 45^\circ$

Nên tam giác SAC là tam giác vuông cân tại A $\Rightarrow AC = h$

Đặt $AB = x$, ta có $AB^2 + BC^2 = AC^2 \Leftrightarrow 2x^2 = h^2 \Leftrightarrow x = \frac{h}{\sqrt{2}}$

Khi đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \left(\frac{h}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{h^3}{6}$. **Chọn D**



Câu 21: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi ABCD tâm I cạnh a, $SI \perp (ABCD)$. Biết tam giác ABC đều và $SB = a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp đã cho là:

- A. $\frac{4a^3 \sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{a^3 \sqrt{15}}{4}$ C. $\frac{a^3 \sqrt{15}}{12}$ D. $\frac{4a^3 \sqrt{3}}{3}$

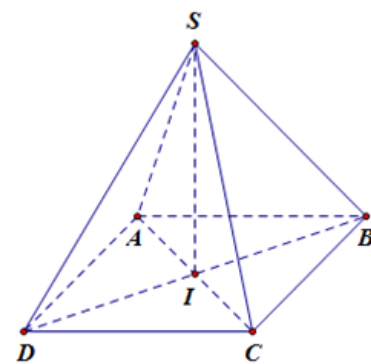
HD: Gọi I là tâm của hình thoi ABCD nên I là trung điểm của AC.

Tam giác ABC đều nên $IB = \sqrt{BC^2 - IC^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Xét ΔSIB vuông tại I, có $SI = \sqrt{SB^2 - IB^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{4}$

Do $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot 2 \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{4} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{15}}{12}$

Chọn C



Câu 22: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD có $AB = 1$; $AD = 2$. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt đáy là trung điểm của AD. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

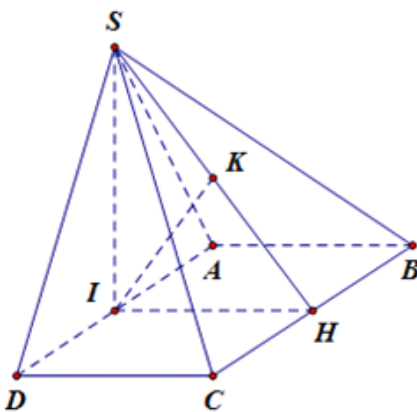
$\frac{\sqrt{2}}{2}$. Thể tích khối chóp đã cho là:

- A. $\frac{1}{3}$ B. 1 C. $\frac{2}{3}$

HD: Gọi I là trung điểm của AD, theo giả thiết, ta có $SI \perp (ABCD)$

Ta có $AD \parallel BC$ nên $AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = d(I, (SBC))$

Gọi H là trung điểm của BC suy ra $IH \perp BC$



Từ I kẻ IK vuông góc với SH tại K.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} IK \perp SH \\ IK \perp BC \end{cases} \Rightarrow IK \perp (SBC) \Rightarrow d(I, (SBC)) = IK = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Mà } \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IK^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} - \frac{1}{1^2} \Leftrightarrow SA = 1$$

$$\text{Do đó } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot AB \cdot AD = \frac{2}{3}. \text{ Chọn C}$$

Câu 23: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và D có $AD = 2$; $AB = BC = 1$, $SA \perp (ABCD)$, đường thẳng SC tạo với đáy một góc 45° . Thể tích khối chóp đã cho là:

A. $2\sqrt{2}$

B. 2

C. $\sqrt{2}$

D. 1

HD: Ta có AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng đáy

$$\text{Do đó } (SC; (ABCD)) = (SC; AC) = \angle SCA = 45^\circ$$

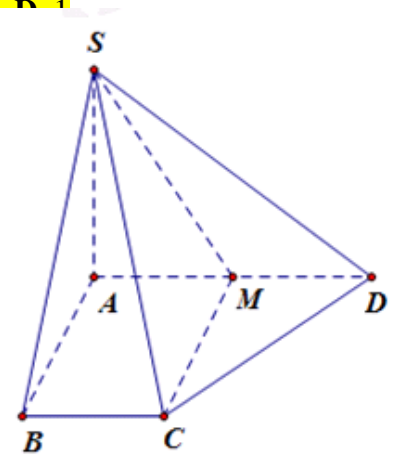
Nên tam giác SAC là tam giác vuông cân tại A $\Rightarrow AC = SA$

$$\text{Gọi M là trung điểm của } AD \Rightarrow AM = \frac{AD}{2} = 1$$

Lại có $AB = BC = 1$ và $AM \parallel BC$ nên ABCM là hình vuông

$$\text{Khi đó } AC = \sqrt{AM^2 + MC^2} = \sqrt{2} \text{ nên } SA = AC = \sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot AB \cdot (AD + BC) = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Chọn C}$$



Câu 24: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh 1, $SA \perp (ABC)$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{\sqrt{21}}{7}$. Thể tích khối chóp đã cho là

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{12}$

HD: Gọi M là trung điểm của BC, ta có $AM \perp BC$

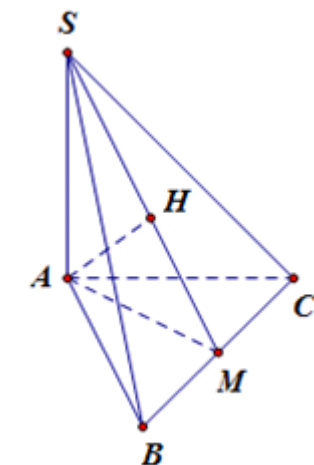
Mà $SA \perp BC \subset (ABC)$ và $AM \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAM)$

Từ A kẻ $AH \perp SM$ tại H nên

$$AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$$

$$\text{Xét tam giác SAM vuông tại A, có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{21}}{7}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1 \Leftrightarrow SA^2 = 1 \Leftrightarrow SA = 1$$



Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{12}$ (đvtt). **Chọn D**

Câu 25: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đường cao bằng h và mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp đã cho tính theo h là:

- A.** $\frac{2h^3}{3}$ **B.** $\frac{4h^3}{3}$ **C.** $4h^3$ **D.** $\frac{4h^3}{9}$

HD: Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, ta có $SO \perp (ABCD)$

Gọi M là trung điểm của BC , ta có $OM \perp BC$

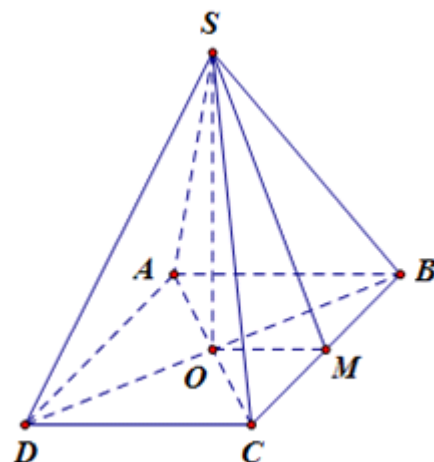
Do đó $BC \perp (SOM)$ mà $\begin{cases} (SOM) \cap (ABCD) = OM \\ (SOM) \cap (SBC) = SM \\ (ABCD) \cap (SBC) = BC \end{cases}$

Nên ta có được $((SBC), (ABCD)) = (SM, OM) = SMO = 60^\circ$

Xét tam giác SOM vuông tại O , có $\tan SMO = \frac{SO}{MO}$

$\Leftrightarrow MO = \frac{SO}{\tan 60^\circ} = \frac{h}{\sqrt{3}} \Rightarrow AB = 2 \cdot MO = \frac{2h}{\sqrt{3}}$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot AB \cdot BC = \frac{4h^3}{9}$. **Chọn D**



Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có $AB = 4$, $AC = 5$ và $SA \perp (ABCD)$ biết mặt phẳng (SCD) tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp đã cho là:

- A.** $12\sqrt{3}$ **B.** $4\sqrt{3}$ **C.** $6\sqrt{3}$ **D.** $20\sqrt{3}$

HD: tam giác ABC vuông tại B , có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 3$

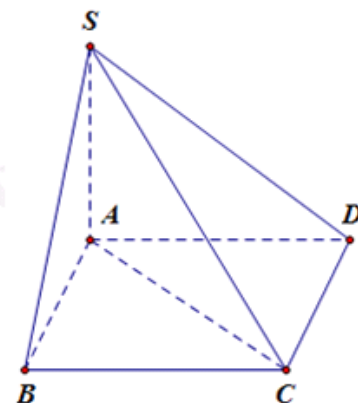
Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CD$ mà $CD \perp AD$ nên $CD \perp (SAD)$

$\begin{cases} (SCD) \cap (SAD) = SD \\ (ABCD) \cap (SAD) = AD \text{ nên } ((SCD), (ABCD)) = (SD, AD) = SDA \\ (SCD) \cap (ABCD) = CD \end{cases}$

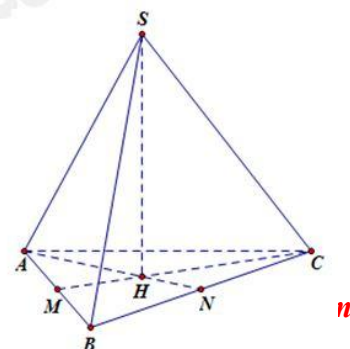
Xét ΔSAD vuông tại A , có

$\tan SDA = \frac{SA}{AD} \Leftrightarrow SA = \tan 60^\circ \cdot AD = 3\sqrt{3}$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{3} \cdot 3 \cdot 4 = 12\sqrt{3}$. **Chọn A**



Câu 27. Ta có $(SC, (ABC)) = SCH = 60^\circ$.



Ta có $CM = \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2} \Rightarrow CH = \frac{2}{3}AM = a \Rightarrow SH = CH \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

Ta có $S_{ABC} = \frac{(a\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3} \cdot \frac{3a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$

\Rightarrow **Chọn A**

Câu 28. Ta có $d(A, (SBC)) = 3d(H, (SBC))$

$\Rightarrow d(H, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{18}$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp HN \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHN) \Rightarrow BC \perp HK$

Mà $HK \perp SN \Rightarrow HK \perp (SBC) \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{18}$

Ta có $AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HN = \frac{1}{3}AN = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. Lại có

$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HN^2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{6}}{24}$.

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{24} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{96} \Rightarrow \frac{12V}{a^3} = \frac{\sqrt{2}}{8}$.

\Rightarrow **Chọn D**

Câu 29. Gọi N là trung điểm của BC.

Ta có $\begin{cases} BC \perp HN \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHN) \Rightarrow BC \perp SN$

$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = \angle SNB = 45^\circ$

Ta có $AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HN = \frac{1}{3}AN = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

$\Rightarrow SH = AN \cdot \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{24}$

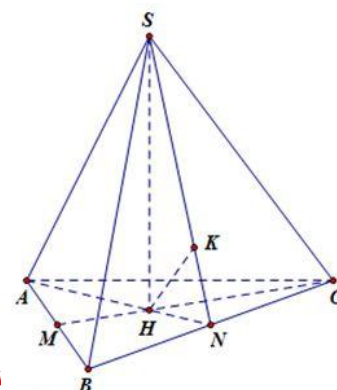
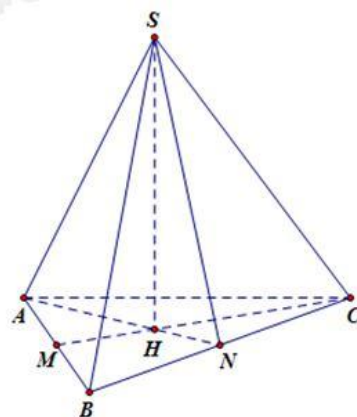
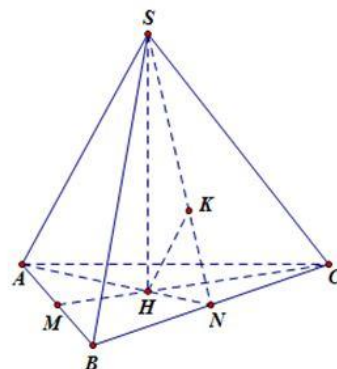
\Rightarrow **Chọn C**

Câu 30. Gọi N là trung điểm của BC, kẻ $HK \perp SN$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp HN \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHN) \Rightarrow BC \perp HK$

Mà $HK \perp SN \Rightarrow HK \perp (SBC) \Rightarrow (SH, (SBC)) = (SH, SK)$

$= \angle HSK = 30^\circ$.



Ta có $\tan HSK = \frac{HN}{SH} \Rightarrow HN = \frac{h}{\sqrt{3}} \Rightarrow AN = h\sqrt{3}$

$\Rightarrow S_{ABC} = h^2\sqrt{3} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}h.h^2\sqrt{3} = \frac{h^3\sqrt{3}}{3}$

Chọn A

Câu 31. Gọi M là trung điểm của AB

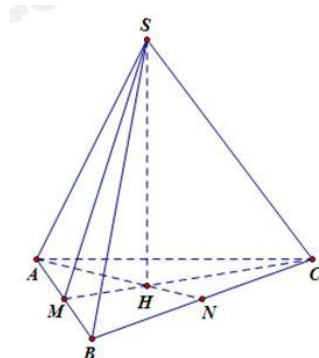
Ta có $\begin{cases} AB \perp HM \\ AB \perp SH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHM) \Rightarrow AB \perp SM$

$\Rightarrow ((SAB), (ABC)) = SMH = 45^\circ$

Ta có $CM = \frac{3a}{2} \Rightarrow HM = \frac{a}{2} \Rightarrow SH = HM = \frac{a}{2}$

Lại có $S_{ABC} = \frac{(a\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$



Chọn B

Câu 32. Gọi M là trung điểm của CD

Ta có $\begin{cases} CD \perp OM \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM) \Rightarrow CD \perp SM$

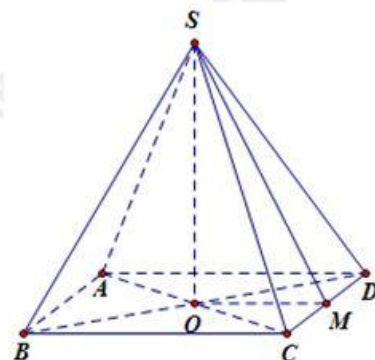
Do $CSD = 60^\circ \Rightarrow SCD$ là tam giác đều \Rightarrow

$SC = SD = CD = x \Rightarrow SM = \frac{x\sqrt{3}}{2}$ và $OM = \frac{x}{2}$

Ta có $SO^2 + OM^2 = SM^2 \Leftrightarrow h^2 + \frac{x^2}{4} = \frac{3x^2}{4}$

$\Leftrightarrow h^2 = \frac{x^2}{2} \Leftrightarrow x = h\sqrt{2}$

$\Rightarrow S_{ABCD} = 2h^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}h.2h^2 = \frac{2h^3}{3} \Rightarrow \frac{3V \sin 30^\circ}{h^3} = 1$



Chọn D

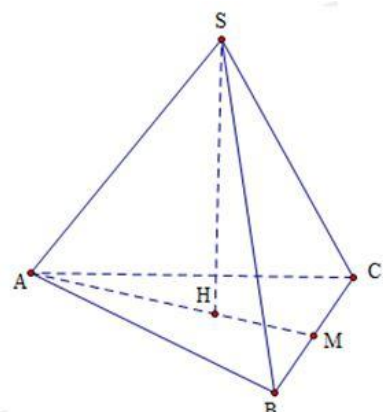
Câu 33. Gọi M là trung điểm của CD, kẻ $OH \perp SM$

Ta có $\begin{cases} CD \perp OM \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM) \Rightarrow CD \perp SM$

$\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = SMO = 45^\circ$

Do $SD \perp (SOM) \Rightarrow CD \perp OH$ mà $OH \perp SM$

$\Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow OH = d(O, (SCD)) = a$



$$\Rightarrow SO = OM = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABCD} = (2a\sqrt{2})^2 = 8a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{2}.8a^2 = \frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$$

Chọn C

Câu 34. Gọi H là trọng tâm tam giác đều $ABC \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Gọi M là trung điểm của BC ta có: $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Mặt khác $V = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.SH.\frac{a^3\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{36} \Rightarrow SH = \frac{a}{3}$

Khi đó $\tan SAH = \frac{SH}{AH} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SAH = 30^\circ \Rightarrow (SA; (ABC)) = 30^\circ$

Chọn B

Câu 35. Gọi G là trọng tâm tam giác đều ABC và M là trung điểm của AB

Khi đó $SG \perp (ABC)$; Do $\begin{cases} AB \perp SG \\ AB \perp CM \end{cases} \Rightarrow AB \perp HM$

Lại có $CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}; SG = \sqrt{SC^2 - CG^2}$

$$= \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} \Rightarrow SG = \frac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}}$$

Suy ra $HM = \frac{SG.CM}{SC} = \frac{a\sqrt{11}}{4} \Rightarrow CH = \sqrt{CM^2 - HM^2} = \frac{a}{4}$

Khi đó $SH = \frac{7a}{4} \Rightarrow V = \frac{1}{3}SH.S_{HBC} = \frac{7a^3\sqrt{11}}{96}$

Chọn A

Cách 2: $\cos ASC = \frac{SA^2 + SC^2 - AC^2}{2.SA.SC} = \frac{7}{8} \Rightarrow SH = SA \cos S = \frac{7a}{4}$

Khi đó $\frac{V_{S.HAB}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SH}{SC} = \frac{7}{8}$

Câu 36. Gọi G là trọng tâm tam giác đều ABC và M là trung điểm của AB

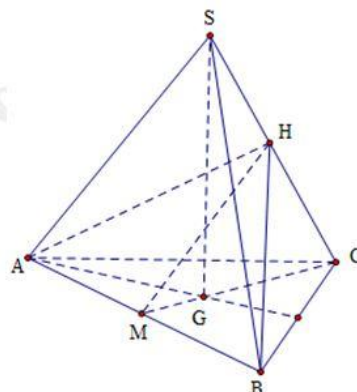
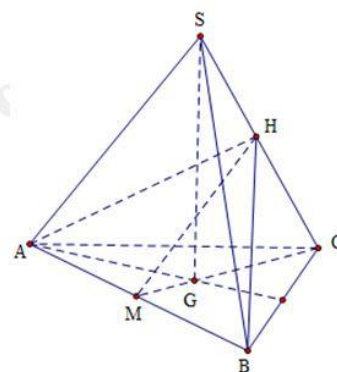
Khi đó $SG \perp (ABC)$; Do $\begin{cases} AB \perp SG \\ AB \perp CM \end{cases} \Rightarrow AB \perp HM$

Lại có: $CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}; SG = \sqrt{SC^2 - CG^2}$

$$= \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} \Rightarrow SG = \frac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}}$$

Suy ra $HM = \frac{SG.CM}{SC} = \frac{a\sqrt{11}}{4} \Rightarrow CH = \sqrt{CM^2 - HM^2} = \frac{a}{4}$

điểm



Khi đó $SH = \frac{7a}{4} \Rightarrow V = \frac{1}{3}SH.S_{HBC} = \frac{7a^3\sqrt{11}}{96}$

Chọn A

Cách 2:

$$\cos ASC = \frac{SA^2 + SC^2 - AC^2}{2.SA.SC} = \frac{7}{84} \Rightarrow SH = SA \cos S = \frac{7a}{4}$$

Khi đó $\frac{V_{S.HAB}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SH}{SC} = \frac{7}{8}$

Câu 37. Gọi H là trọng tâm tam giác đều

$$ABC \Rightarrow SH \perp (ABC).$$

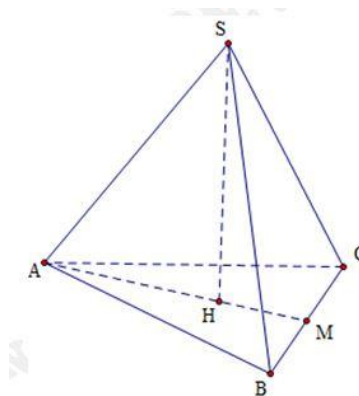
Gọi M là trung điểm của BC.

Ta có: $AH = SA \cos 60^\circ = \frac{a}{2} \Rightarrow AM = \frac{3a}{4}$;

$$SH = SA \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Đặt $AB = x \Rightarrow AM = \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{4} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Do đó $S_{ABC} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{16} \Rightarrow V = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{3a^3}{32}$



Chọn B

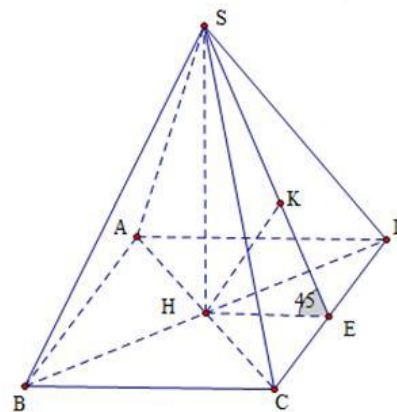
Câu 38. Gọi H là tâm của đáy khi đó $SH \perp (ABCD)$.

Dựng $HE \perp CD; HK \perp SE$. Khi đó

$$CD \perp (SHE) \Rightarrow SEH = 45^\circ$$

$$d(H; (SCD)) = HK = a \Rightarrow HE = a\sqrt{2} \Rightarrow SH = HE = a\sqrt{2}$$

Mặt khác $AD = 2HE = 2a\sqrt{2} \Rightarrow V = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$



Chọn C

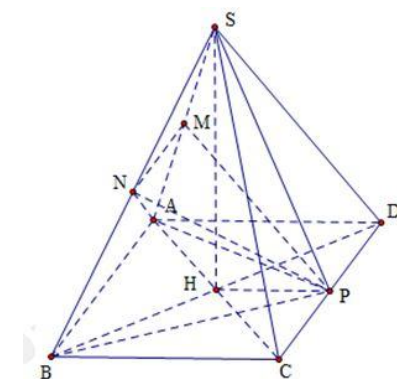
Câu 39. Gọi H là tâm của đáy khi đó $SH \perp (ABCD)$

Dựng $HP \perp CD \Rightarrow CD \perp (SPH) \Rightarrow SPH = 45^\circ$

Khi đó $HP = \frac{a}{2} \Rightarrow SH = HP \tan 45^\circ = \frac{a}{2}$

Do vậy $S_{ABP} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow V_{S.ABP} = \frac{a^3}{12}$

Mặt khác $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABP}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SP} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{a^3}{48}$



Do vậy $V_{A.MNP} = V_{S.MNP} = \frac{a^3}{48}$ (do $d(S;(MNP)) = d(A;(MNP))$)

Chọn D

Câu 40. Gọi H là tâm của đáy khi đó $SH \perp (ABCD)$

Lại có $SH = HA \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$$

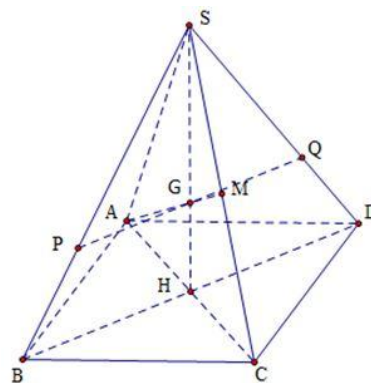
Mặt khác gọi $G = SH \cap AM \Rightarrow G$ là trọng tâm tam giác SAC

Do đó $\frac{SG}{SH} = \frac{2}{3}$. Qua G dựng đường thẳng song song với BD

SB, SD lần lượt tại P và Q.

Khi đó $\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SP}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ từ đó suy ra $\frac{V_{S.APMQ}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{3}$

Do vậy $V_{S.APMQ} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{18} \Rightarrow \frac{18V}{a^3} = \sqrt{6}$

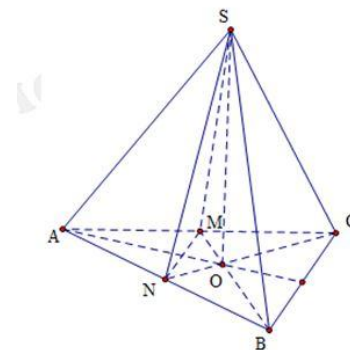


cắt

Chọn B

Câu 41. Ta có $AM = \frac{AB}{2} = \sqrt{6} \Rightarrow S_{AMN} = \frac{(\sqrt{6})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

Do vậy $V_{S.AMN} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{AMN} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



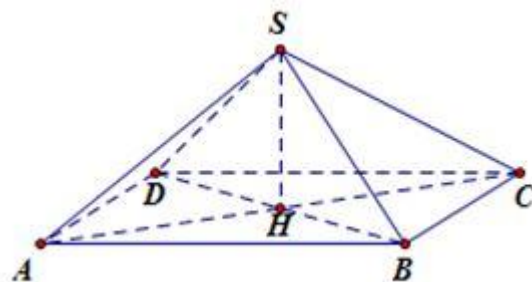
Chọn D

Câu 42. Gọi H là tâm hình vuông ABCD

$\Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$HA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{SH \cdot S_{ABCD}}{3} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$

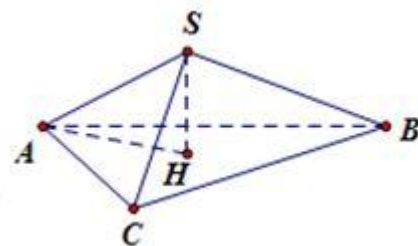


Chọn D

Câu 43. Gọi H là tâm của tam giác ABC

$\Rightarrow SH \perp (ABC); \quad HA = a \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{SH \cdot S_{ABC}}{3} = \frac{3a^3}{4}$



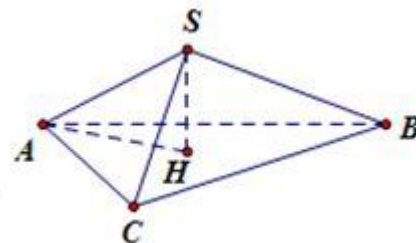
Chọn D

Câu 44. Gọi H là tâm của tam giác ABC $\Rightarrow SH \perp (ABC)$

$$AH = SH \cdot \cos SAH = \frac{a}{2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(\frac{3AH}{2} \right) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{SH \cdot S_{ABC}}{3} = \frac{3a^3}{32}$$



Chọn C

Câu 45. Gọi H là tâm của tam giác ABC, M là trung điểm

Dễ dàng xác định $((SAB), (ABC)) = SMH = 45^\circ$

Đặt $SH = x \Rightarrow HM = x; SM = x\sqrt{2} \Rightarrow CM = 3HM = 3x$

$$\Rightarrow AB = \frac{3CM}{\sqrt{3}} = 2x\sqrt{3} \Rightarrow AM = x\sqrt{3}$$

$$SA^2 = SM^2 + AM^2 \Leftrightarrow a^2 = 2x^2 + 3x^2 = 5x^2 \Leftrightarrow x = \frac{a}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{SH \cdot S_{ABC}}{3} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{5\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}a^3}{25}$$

Chọn C

Câu 46. Gọi H là tâm của hình vuông ABCD. M là điểm AB.

Tam giác SAB đều nên $SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, HM = \frac{a}{2}$

$$\Rightarrow SH = \sqrt{SM^2 - HM^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$$

Chọn B

Câu 47. Hình chóp đều là S.ABCD. Gọi H là tâm của hình vuông ABCD. M là trung điểm AB, K là hình chiếu của SM.

Xác định nhanh: $((SAB), (ABCD)) = SMH = 45^\circ$ và

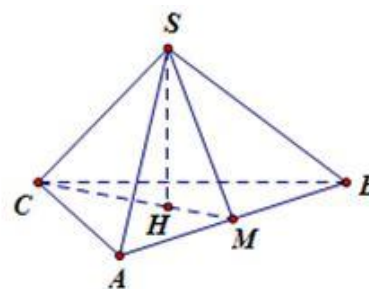
$$d(H, (SAB)) = HK = a$$

Như vậy tam giác SMH vuông cân tại H nên: $SH = MH = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = 2a\sqrt{2}$

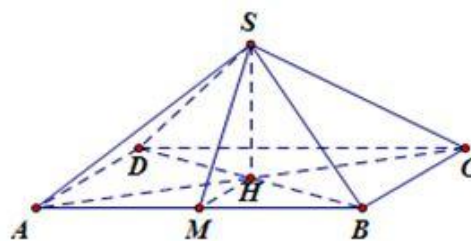
$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{SH \cdot S_{ABCD}}{3} = \frac{8a^3 \sqrt{2}}{3}$$

Chọn D

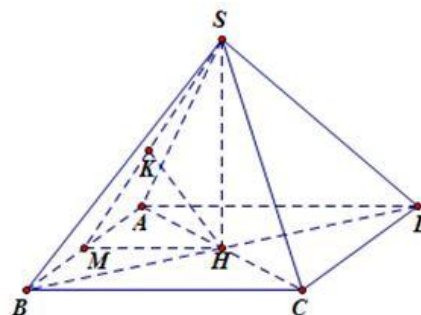
AB.



trung



hình
H lên



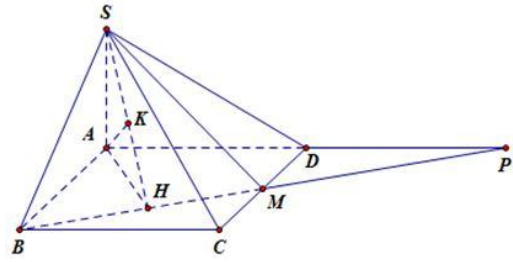
Câu 48. Gọi P là giao điểm của BM và AD. H là
chiếu của A lên BM, K là hình chiếu của A lên SH.

hình

$$\text{Vì } SA \perp BM \perp AH \Rightarrow BM \perp (SAH)$$

$$\Rightarrow BM \perp AK. \text{ Mà } AK \perp SH \Rightarrow AK \perp (SBM)$$

$$\Rightarrow d(A, (SBM)) = AK.$$



$$\text{Vì } AP = 2DP \text{ nên: } d(D, (SBM)) = \frac{d(A, (SBM))}{2} = \frac{AK}{2} = \frac{2a}{\sqrt{33}} \Rightarrow AK = \frac{4a}{\sqrt{33}}$$

$$\text{Tính: } AH = AB \sin ABH = AB \cdot \frac{AP}{BP} = AB \cdot \frac{2 \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + 4 \cdot AD^2}} = \frac{4a}{\sqrt{17}}$$

$$\text{Sử dụng } \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{HA^2} = \frac{1}{AK^2} \Rightarrow SA = a$$

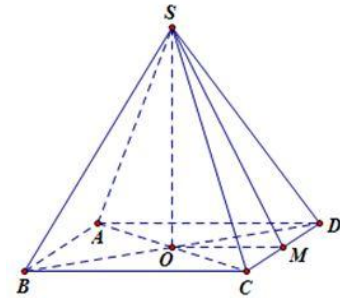
Chọn A

Câu 49. Gọi M là trung điểm của CD, O là giao điểm AC và BD

$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp OM \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM) \Rightarrow CD \perp SM$$

$$\text{Ta có } SM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} \Rightarrow \frac{12V}{a^3} = \sqrt{2}$$

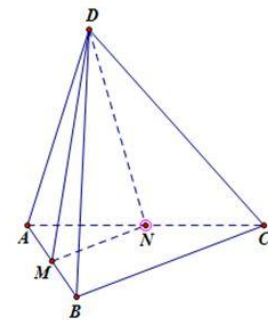


Chọn C

$$\text{Câu 50. Ta có } V_{AMND} = \frac{1}{3} d(D, (ABC)) S_{AMN}$$

$$\text{Lại có } V_{ABCD} = \frac{1}{3} d(D, (ABC)) S_{ABC}$$

$$\text{Mà } S_{AMN} = \frac{1}{4} S_{ABC} \Rightarrow \frac{V_{AMND}}{V_{ABCD}} = \frac{1}{4}$$



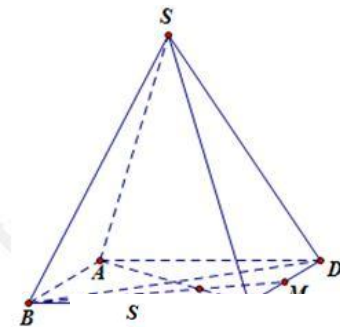
Chọn A

$$\text{Câu 51. Ta có } V_{S.ICM} = \frac{1}{3} d(S, (ABCD)) \cdot S_{ICM}$$

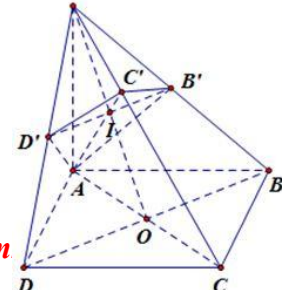
$$\text{Lại có } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} d(S, (ABCD)) \cdot S_{ABCD}$$

$$\text{Ta có } S_{BCM} = \frac{1}{4} S_{ABCD} \text{ mà } S_{ICM} = \frac{1}{4} S_{BCM}$$

$$\Rightarrow S_{ICM} = \frac{1}{12} S_{ABCD} \Rightarrow \frac{V_{S.ICM}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{12}$$



Chọn D



Câu 52. Gọi O là tâm của hình bình hành ABCD. SO cắt B'D' tại I. Nối AI cắt SC tại C' nên A, B', C', D' đồng phẳng.

$$\text{Đặt } V_{S.ABCD} = V \Rightarrow V_{S.ACD} = V_{S.ABC} = \frac{V}{2}$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.AC'D'}}{V_{S.ACD}} = \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} \text{ và } \frac{V_{S.AC'B'}}{V_{S.ACB}} = \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SB'}{SB}.$$

$$\text{Do đó } \frac{V_{S.AC'B'}}{V_{S.ACB}} + \frac{V_{S.AC'D'}}{V_{S.ACD}} = \frac{SC'}{SC} \Leftrightarrow \frac{V_{S.AB'C'D'}}{V} = \frac{1}{2} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{S.AB'C'D'}}{V} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow V_{S.AB'C'D'} = \frac{V}{6} \Rightarrow V_{AB'C'D'.ABCD} = V - \frac{V}{6} = \frac{5V}{6}$$

Hay tỷ số thể tích của hai khối chóp được chia ra bởi (AB'D') là:

$$\frac{V_{S.AB'C'D'}}{V_{AB'C'D'.ABCD}} = \frac{V}{6} : \frac{5V}{6} = \frac{1}{5}$$

Chọn C

Câu 53. Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAD

$$\text{Suy ra MN song song với AD và } MN = \frac{1}{2}AD \Rightarrow \begin{cases} MN \parallel BC \\ MN = BC \end{cases}$$

Do đó BCNM là hình bình hành mặt khác $CB \perp BM$

Nên BCNM là hình chữ nhật nên

$$S_{BCNM} = 2S_{\triangle BCM} \Rightarrow V_{S.BCNM} = 2V_{S.BCM}$$

$$V_{S.BCM} = \frac{1}{3}BC \cdot S_{\triangle SBM} = \frac{1}{6}BC \cdot S_{\triangle SAB} = \frac{1}{6}a \cdot 2a \cdot a = \frac{a^3}{3}$$

Chọn A

Câu 54. Áp dụng công thức tính tỉ số thể tích, ta có:

$$\frac{V_{A.B'CD'}}{V_{A.BCD}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AC}{AC} \cdot \frac{AD'}{AD} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow V_{A.B'CD'} = \frac{V}{4}$$

$$\text{Mà } V_{A.BCD} = V_{A.B'CD'} + V_{C.BDD'B'} \Rightarrow V_{C.BDD'B'} = V - \frac{V}{4} = \frac{3V}{4}$$

Chọn D

Câu 55. Gọi H là tâm của hình vuông ABCD.

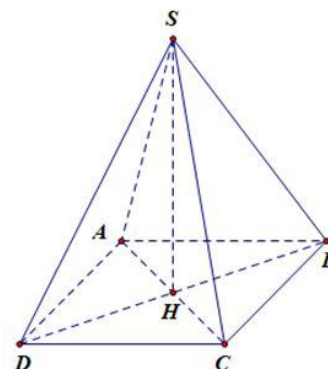
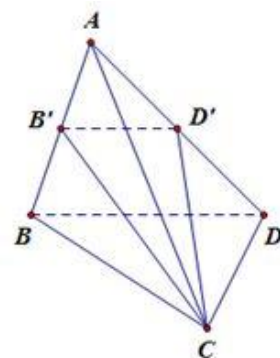
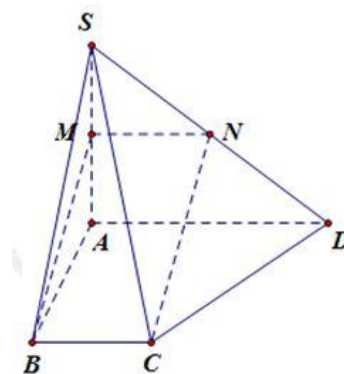
Vì $SA = SB = SC = SD$ nên $SH \perp (ABCD)$

Đặt $AB = x$, khi đó $x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$. Gọi M là trung điểm của

Xét tam giác SAB cân tại S, có

$$S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} \cdot SM \cdot AB = \sqrt{2} \Leftrightarrow SM = \sqrt{2}$$

Xét tam giác SHM vuông tại H, có $SH = \sqrt{SM^2 - MH^2} = 1$



AB.

Vậy thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{4}{3}$

Chọn A

Câu 56. Gọi O là tâm của đáy ABCD, M là trung điểm của

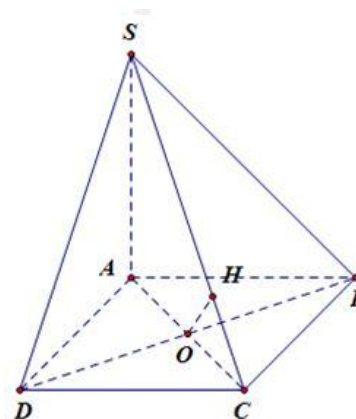
BC.

Từ O kẻ OH vuông góc với SC, ta có $SC \perp (BDH)$

Ta có $\frac{V_{S.AHD}}{V_{S.ACD}} = \frac{SH}{SC}, \frac{V_{S.AHB}}{V_{S.ACB}} = \frac{SH}{SC}$ mà

$V_{S.ACD} = V_{S.ACB} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{V}{2}$

Nên $\frac{V_{S.AHD} + V_{S.AHB}}{\frac{V}{2}} = \frac{2SH}{SC} \Leftrightarrow \frac{V_{S.ABHD}}{V} = \frac{SH}{SC}$



Có $BC \perp (SAM)$ nên $((SBC); (ABCD)) = SMA = 60^\circ \Rightarrow SA = \frac{3a}{2}$

Mặt khác $\Delta CAS \sim \Delta CHO \Rightarrow \frac{CH}{CA} = \frac{CO}{SA} \Rightarrow CH = \frac{a}{\sqrt{13}}$

Suy ra $\frac{SH}{SC} = \frac{SC - HC}{SC} = 1 - \frac{HC}{SC} = \frac{11}{13} \Rightarrow V_{S.ABHD} = \frac{11}{13} V$

Do đó $V_{H.BCD} = V - V_{S.ABHD} = V - \frac{11}{13} V = \frac{2}{13} V$

Chọn D

Câu 57. Gọi Q là trung điểm của AD. Và MN cắt SD tại P.

Suy ra P là trọng tâm của tam giác SMC nên $\frac{SP}{SD} = \frac{2}{3}$

Gọi h là độ dài đường cao của tứ diện, do đó

$d(P; (ABCD)) = \frac{h}{3}, d(N; (ABCD)) = \frac{h}{2}$.

Ta có $V_{N.BCM} = \frac{1}{3} \cdot d(N; (ABCD)) \cdot S_{\Delta BCM} = \frac{a^2 h}{6}$ và

$V_{P.MQD} = \frac{1}{3} \cdot d(P; (ABCD)) \cdot S_{\Delta MQD} = \frac{a^2 h}{36}$. Nên

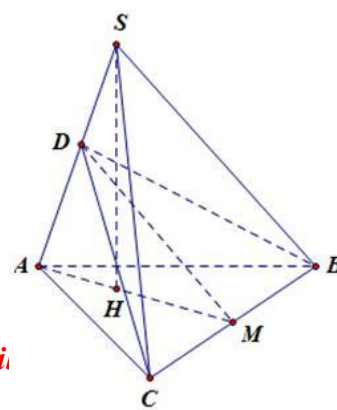
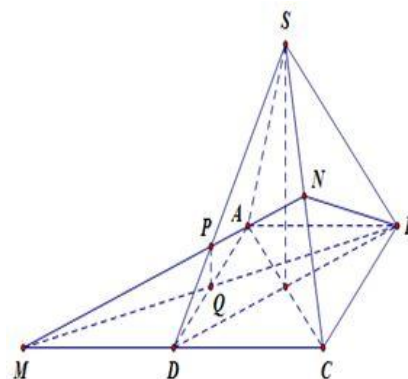
$V_{NBC.PQD} = \frac{a^2 h}{6} - \frac{a^2 h}{36} = \frac{5a^2 h}{36} \Rightarrow V_{SABNPQ} = \frac{a^2 h}{3} - \frac{5a^2 h}{36} = \frac{7a^2 h}{36}$

Vậy tỉ số thể tích giữa hai phần của hình chóp tạo bởi mặt phẳng

(BMN) là $\frac{V_{NBC.PQD}}{V_{SABNPQ}} = \frac{5}{7}$

Chọn A

Câu 58. Gọi M là trung điểm của BC, H là tâm của đáy ABC.



Ta có $SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp BC$ và $SM \perp BC$ nên $BC \perp (SAM)$.

Từ M kẻ MD vuông góc với SA tại D nên $SA \perp (DBC) \equiv (P)$

Lại có $(SA; (ABC)) = (SA; AH) = \angle SAH = 60^\circ$

$$\text{Do đó } \cos \angle SAH = \frac{AH}{SA} \Leftrightarrow SA = \frac{AH}{\cos 60^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

Xét tam giác SAB cân tại A, có đường cao BD, gọi K là trung điểm của AB suy ra

$$SK \cdot AB = BD \cdot SA \Leftrightarrow BD = \frac{a\sqrt{13}}{4}. \text{ Khi đó } SD = \sqrt{SB^2 - BD^2} = \sqrt{\left(\frac{2a}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{13}}{4}\right)^2} = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{S.BDC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SD}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{5}{8}$$

Chọn B

Câu 159. Áp dụng công thức thể tích, ta có $\frac{V_{S.B'CD'}}{V_{S.BCD}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AD'}{AD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow V_{S.AB'D'} = \frac{V}{4}$

Chọn B

Câu 60. Áp dụng công thức thể tích, ta có $\frac{V_{S.B'CD'}}{V_{S.BCD}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AD'}{AD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow V_{C.AB'D'} = \frac{V}{4}$ và

$$V_{C.BB'D'B} = \frac{3V}{4}. \text{ Suy ra } \frac{V_{C.AB'D'}}{V_{S.BB'D'B}} = \frac{V}{4} : \frac{3V}{4} = \frac{1}{3}$$

Chọn D

Câu 61. Áp dụng công thức tỷ số thể tích, ta có $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{a} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{1}{2c} = \frac{1}{abc}$

$$\Rightarrow \frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNP}} = abc$$

Chọn C.

Câu 62. Kẻ AM cắt BC tại N.

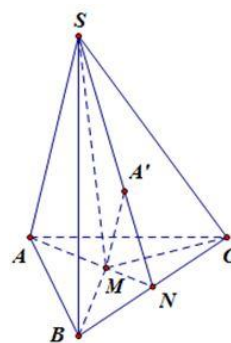
Từ M kẻ MA' song song với SA, với $A' \in SN$

$$\text{Xét } \triangle NMA' \sim \triangle NAS \Rightarrow \frac{MA'}{SA} = \frac{MN}{NA}$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} V_{M.BCS} = V_{S.MBC} = \frac{1}{3} d(S; (ABC)) \cdot S_{\triangle MBC} \\ V_{S.ABC} = \frac{1}{3} d(S; (ABC)) \cdot S_{\triangle ABC} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_{M.BCS}}{V_{S.ABC}} = \frac{S_{\triangle MBC}}{S_{\triangle ABC}}$$

$$\text{Mà } \frac{S_{\triangle MBC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{d(M; BC)}{d(A; BC)} = \frac{MN}{AN} = \frac{MA'}{SA} \Rightarrow \frac{V_{M.BCS}}{V_{S.ABC}} = \frac{MA'}{SA}$$

Chọn C



Câu 63. Kẻ $MN \parallel CD$, với $N \in SD$ nên $\frac{SM}{SC} = \frac{SN}{SD} = x$

Ta có $V_{S.ACB} = V_{S.ACD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{1}{2} V$

Và $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = x^2, \frac{V_{S.AMB}}{V_{S.ACB}} = \frac{SM}{SC} = x$

Do $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} + \frac{V_{S.AMB}}{V_{S.ACB}} = x^2 + x \Leftrightarrow \frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{x^2 + x}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{x^2 + x}{2} = \frac{11}{200} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 > 0 \\ 100x^2 + 100x - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0,1$

Chọn D

Câu 64. M là trung điểm của SB nên

$d(S; (ABCD)) = 2s(M; (ABCD))$

Do đó $d(M; (ABCD)) = \frac{SA}{2} = a \Rightarrow V_{C.MNP} = V_{M.PCN} = \frac{a}{3} S_{\Delta PCN}$

Mà $S_{\Delta PCN} = \frac{1}{2} CN \cdot CP = \frac{1}{8} CB \cdot CD = \frac{a^2}{8}$

Vậy thể tích khối chóp S.MNP là $V_{C.MNP} = \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2}{8} = \frac{a^3}{24}$

Chọn D

Câu 65. Vì M, P, N lần lượt là trung điểm của SB, SC, BC.

Nên $d(M; (ABC)) = d(P; (ABC)) = \frac{1}{2} d(S; (ABC)) = \frac{1}{2} \cdot 2a = a$

Và $S_{\Delta ABN} = S_{\Delta ANC} = \frac{1}{2} S_{\Delta ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{8} \Rightarrow V_{M.ABN} = V_{P.ANC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{24}$

Mà $\frac{V_{S.AMP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMP} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$

Do đó $V_{A.MNP} = V_{S.ABC} - V_{M.ABN} - V_{P.ANC} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6} - \frac{a^3 \sqrt{3}}{8} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$

Chọn A

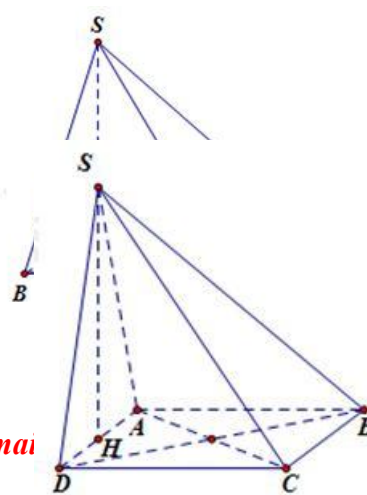
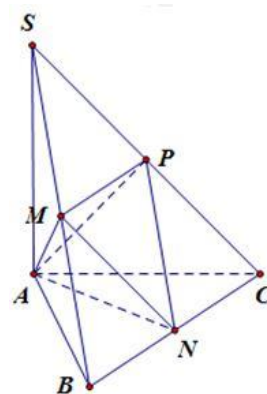
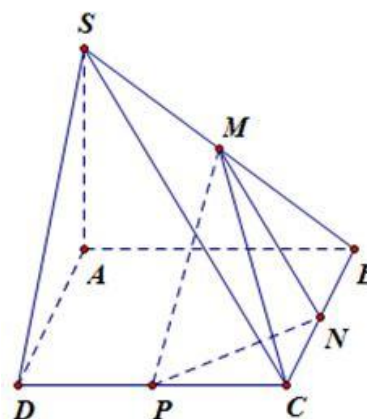
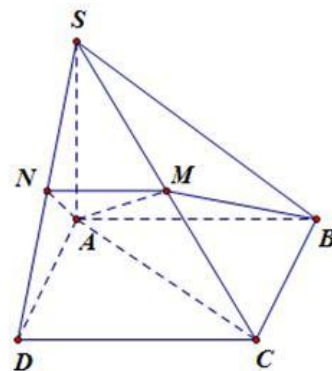
Câu 66 Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases}$ và

$(SAB) \cap (SAD) \Rightarrow SA \perp (ABCD)$

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a$

Ta có $S_{ABCD} = a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}$

Chọn D



Câu 67. Ta có $AD = 2a \Rightarrow HA = HD = a \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = 2a$

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = AD \cdot AB = 2a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} 2a \cdot 2a^2 = \frac{4a^3}{3}$$

Chọn C

Câu 68. Do ΔSAB đều nên $SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S_{ABCD} = AB^2 = 4a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} &= \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot 4a^2 \\ &= \frac{4a^3\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

Chọn B

Câu 69. Do ΔABC vuông tại B

$$\Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 3a\sqrt{3}$$

$$\text{Ta có } HB = \frac{1}{3} AB = a \Rightarrow CH = \sqrt{HB^2 + BC^2} = 2a\sqrt{7}$$

Ta có $(SC, (ABC)) = SCH = 60^\circ$

$$\Rightarrow SH = 2a\sqrt{7} \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{21}$$

$$\text{Mà } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} 3a \cdot 3a\sqrt{3} = \frac{9a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} 2a\sqrt{21} \cdot \frac{9a^2\sqrt{3}}{2} = 9a^3\sqrt{7}$$

Chọn B

Câu 70. Ta có $(SA, (ABC)) = SAH = 45^\circ$

$$\text{Ta có } CI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{AI^2 + HI^2} = \frac{a\sqrt{7}}{4}$$

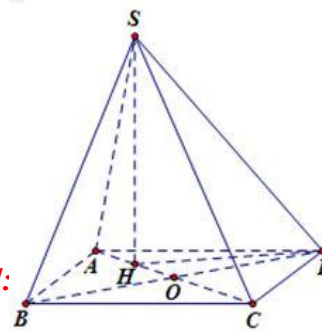
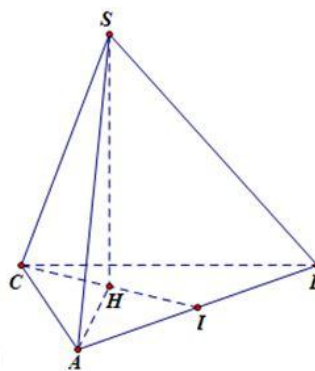
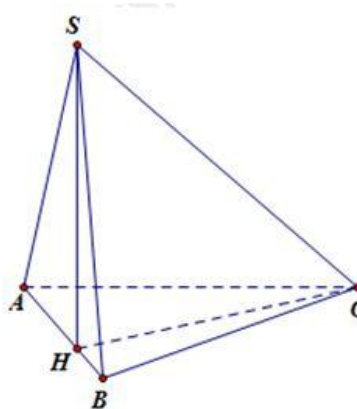
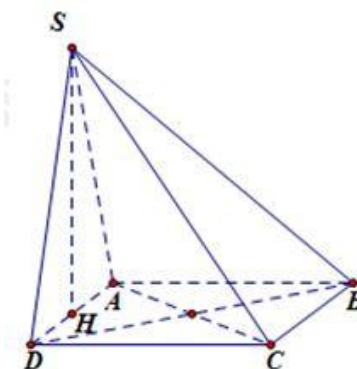
$$\Rightarrow SH = AH \cdot \tan SAH = \frac{a\sqrt{7}}{4}$$

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{21}}{48}$$

Chọn D

Câu 71. Ta có $(SD, (ABCD)) = SDH = 45^\circ$



Lại có $DH = \sqrt{\frac{AD^2 + DO^2}{2} - \frac{AO^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow SH = DH \cdot \tan SDH = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. Ta có $S_{ABCD} = AB^2 = 2a^2$

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot 2a^2 = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$

Chọn D

Câu 72. Gọi M là trung điểm của BC

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$

$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = SMA = 60^\circ$

Ta có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SA = AM \cdot \tan SMA = \frac{3a}{2}$

Lại có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$= \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Chọn B

Câu 73. Kẻ $AH \perp BC$

Ta có $\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow ((SBC), (ABC))$

$= SHA = 45^\circ$

Ta có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 2a\sqrt{2}$

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{9}{8a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{2}}{3} \Rightarrow SA = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} a \cdot 2a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{2}}{3} \cdot a^2\sqrt{2} = \frac{4a^3}{9}$

Chọn C

Câu 74. Ta có : $\begin{cases} AB \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SBA)$

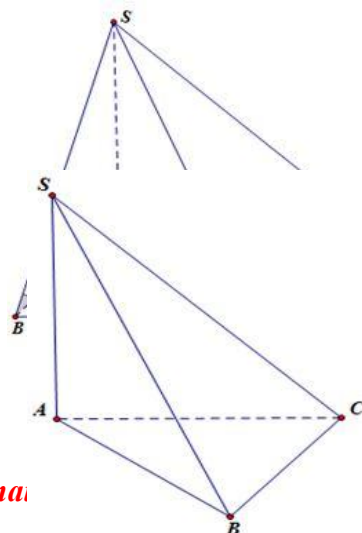
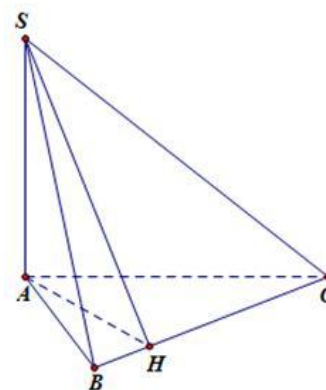
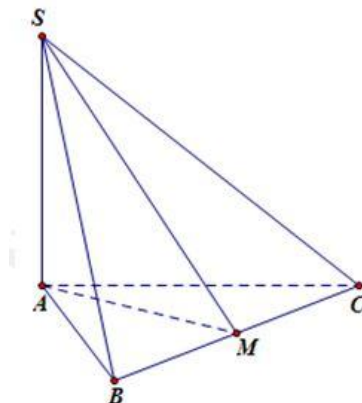
Do vậy $((SBC); (ABC)) = SBA = 30^\circ$

Mặt khác $BC = \sqrt{AC^2 - AC^2} = 2a\sqrt{3}$

Lại có $SA = AB \tan 30^\circ = \frac{2a}{\sqrt{3}}$

Do vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot 2a \cdot 2a\sqrt{3} = \frac{8a^3}{3}$

Chọn D



Câu 75. Ta có tam giác ABC vuông tại B nên $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$

Mặt khác $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a$

$$\text{Do vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} 2a \cdot \frac{a^2 \sqrt{2}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$$

Chọn A

Câu 76. Ta có tam giác ABC vuông tại B nên

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$$

Mặt khác $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{5}$

$$\text{Do vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{5} \cdot \frac{a^2 \sqrt{2}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{10}}{6}$$

Chọn A

Câu 77. Do $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \\ SA = (SAB) \cap (SAC) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC)$

Mặt khác $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{2}; S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

$$\text{Do vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$$

Chọn B

Câu 78. Ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$

Mặt khác $SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = \sqrt{SD^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$

$$\text{Do vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{6}}{3}$$

Chọn D

Câu 79. Gọi O là tâm của hình đáy ABCD khi đó

$$SO \perp (ABCD)$$

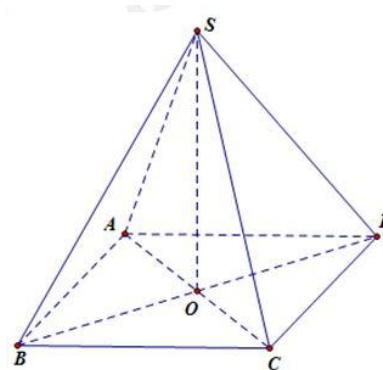
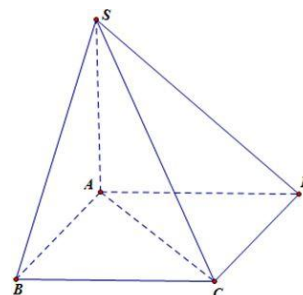
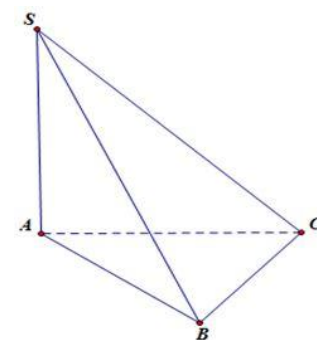
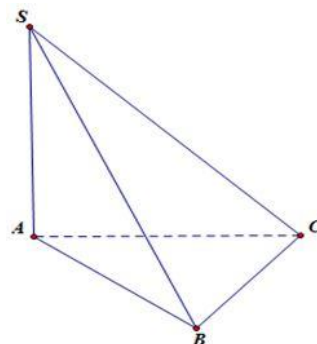
Ta có: $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{6} \Rightarrow OC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Mặt khác mặt bên của khối chóp là tam giác đều nên

$$SC = CD = SD = a\sqrt{3} \Rightarrow SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{Do vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{2}$$

Chọn D



Câu 80. Gọi G là trọng tâm tam giác đều ABC khi đó

$$SG \perp (ABC)$$

Gọi M là trung điểm của BC khi đó $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Suy ra $GA = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Mặt khác mặt bên của chóp là tam

đều nên $SA = AB = SB = a \Rightarrow SG = \sqrt{SA^2 - GA^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

$$\text{Do đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SG.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

Chọn B

Câu 81. Ta có tam giác ABC vuông tại B nên

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$$

Mặt khác $(SB; (ABC)) = 30^\circ \Rightarrow SBA = 30^\circ$

$$\text{Do đó } SA = AB \tan 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$$

Chọn C

$$\text{Câu 82. Từ } \begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC)$$

$$\Rightarrow (SB; (ABC)) = SBA \Rightarrow SBA = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{SA}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SA = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

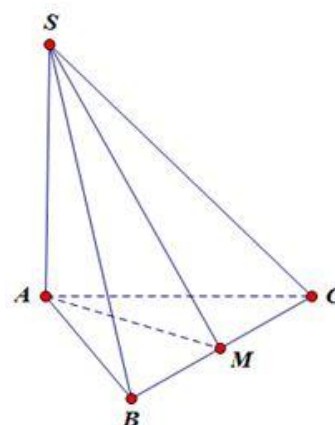
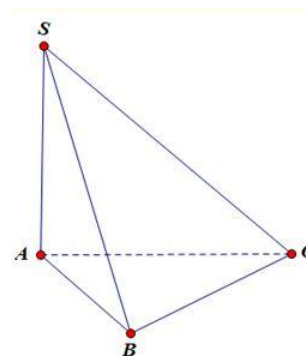
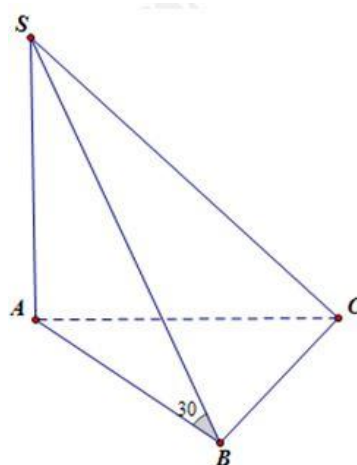
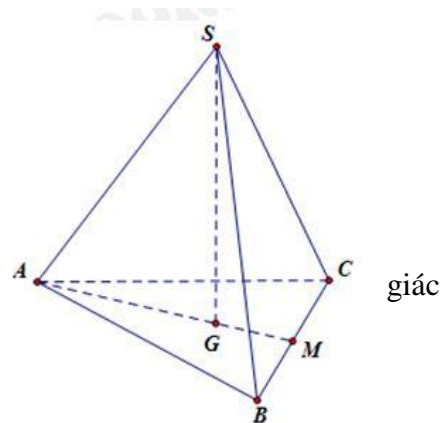
$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2}a.a.\sin 60^\circ = \frac{a^3}{12}$$

Chọn D

$$\text{Câu 83. Từ } \begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC)$$

$$\Rightarrow (SM; (ABC)) = SMA \Rightarrow SMA = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{SA}{AM} = \sqrt{3} \Rightarrow SA = AM\sqrt{3} = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$$



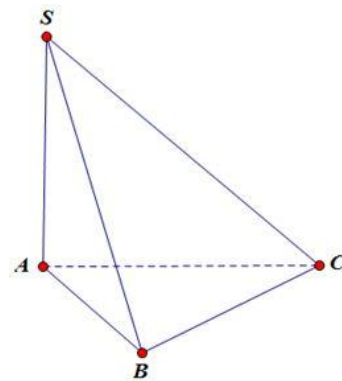
$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{1}{2} a.a \sin 60^\circ = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$$

Chọn C

Câu 84. Từ $SA \perp (ABC) \Rightarrow (SC; (ABC)) = SCA \Rightarrow SCA = 45^\circ$

$$\Rightarrow SA = AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA.S_{ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} AB.AC = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot a.a\sqrt{3} = \frac{a^3}{2}$$



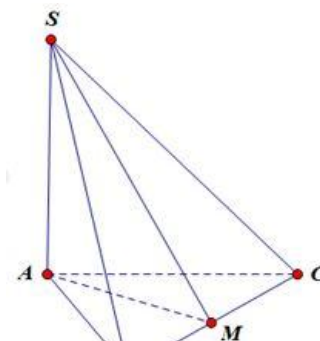
Chọn A

Câu 85. Từ $SA \perp (ABC) \Rightarrow (SM; (ABC)) = SMA \Rightarrow SMA = 60^\circ$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{SA}{AM} = \sqrt{3} \Rightarrow SA = AM\sqrt{3} = \frac{1}{2} BC\sqrt{3} = a\sqrt{3}$$

$$\text{Cạnh } AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA.S_{ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} AB.AC = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot a.a\sqrt{3} = \frac{a^3}{2}$$



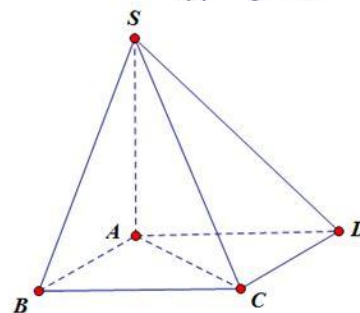
Chọn A

Câu 86. Cạnh $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$

Từ $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SC; (ABCD)) = SCA \Rightarrow SCA = 45^\circ$

$$\Rightarrow SA = AC = 2a$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3} 2a.a.a\sqrt{3} = \frac{2a^3 \sqrt{3}}{3}$$



Chọn A

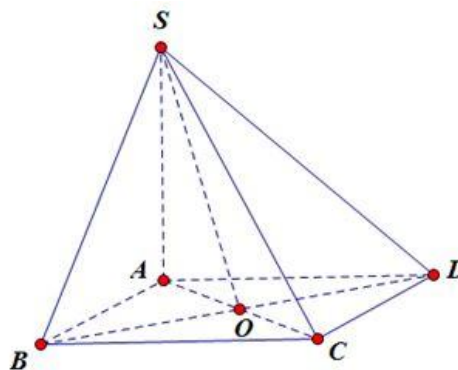
Câu 87. Cạnh $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$

Từ

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SO; (ABCD)) = SOA \Rightarrow SOA = 60^\circ$

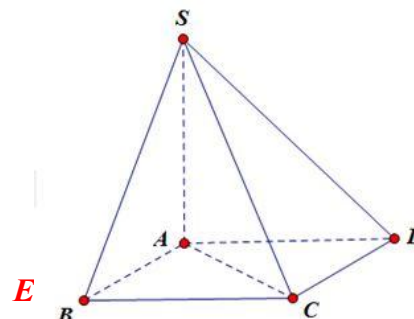
$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{SA}{OA} = \sqrt{3} \Rightarrow SA = OA\sqrt{3} = \frac{AC}{2} \sqrt{3} = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot a.a\sqrt{3} = a^3$$



Chọn C

Câu 88. Từ $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAD) \perp (ADC) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$



$$\Rightarrow (SC; (ABCD)) = SCA \Rightarrow SCA = 45^\circ \Rightarrow SC = AC = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$

Chọn B

Câu 89. Từ $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAD) \perp (ADC) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$

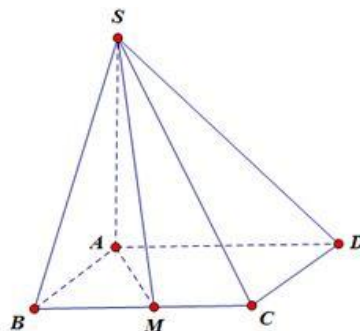
$$\Rightarrow (SM; (ABCD)) = SMA$$

$$\Rightarrow SMA = 60^\circ \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{SA}{AM} = \sqrt{3} \Rightarrow SA = AM\sqrt{3}$$

Cạnh

$$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$$



Chọn A

Câu 90. Ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD}$

Và HC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng (ABCD)

Do đó $(SC; (ABCD)) = (SC; HC) = SCH = 60^\circ$

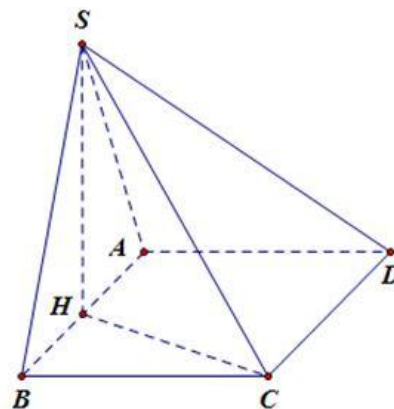
Xét ΔSCH vuông, có

$$\tan SCH = \frac{SH}{HC} \Rightarrow SH = \tan 60^\circ \cdot HC = \sqrt{3} \cdot HC$$

Mà $HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}$ nên

$$SH = a\sqrt{15}$$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{15}}{3}$



Chọn B

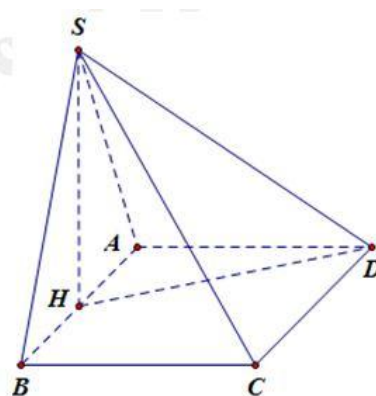
Câu 91. Ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD}$

Và HD là hình chiếu của SD trên mặt phẳng (ABCD)

Do đó $(SD; (ABCD)) = (SD; HD) = SDH = 45^\circ$

Xét ΔSDH vuông cân tại H, có $SH = HD$ mà

$$HD = \frac{AD}{2} = a$$



Nên $SH = a$. Vậy thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} a \cdot 2a \cdot a = \frac{2a^3}{3}$ (đvtt)

Chọn C

Câu 92. Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC}$

Từ A kẻ AH vuông góc với BD,

$H \in BD \Rightarrow BD \perp (SAH)$

Có $\begin{cases} (SAH) \cap (SBD) = SH \\ (SAH) \cap (ABCD) = AH \end{cases} \Rightarrow ((SBD), (ABCD))$

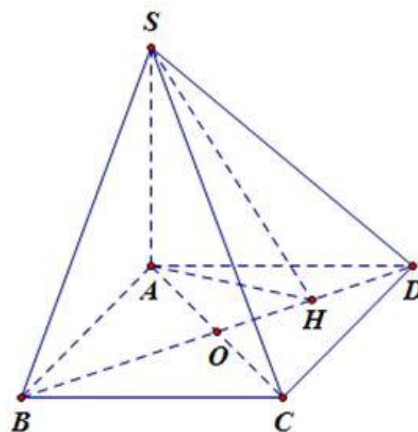
$= SHA = 30^\circ$

Mà $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{16a^2 - 4a^2} = 2\sqrt{3}a$

Nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{12a^2} = \frac{1}{3a^2} \Rightarrow AH = a\sqrt{3}$

Do đó $\tan SHA = \frac{SH}{AH} \Rightarrow SH = \tan 30^\circ \cdot AH = a$

Vậy thể tích $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} a \cdot \frac{1}{2} 2a \cdot 2a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt)



Chọn C

Câu 93. Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABCD}$

Từ A kẻ AH vuông góc với BD, $H \in BD \Rightarrow BD \perp (SAH)$

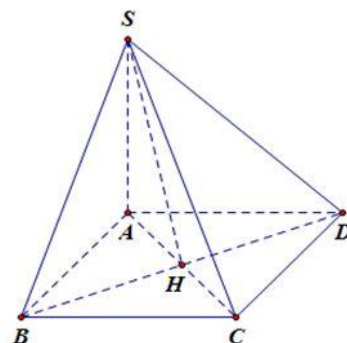
Có $\begin{cases} (SAH) \cap (SBD) = SH \\ (SAH) \cap (ABCD) = AH \end{cases} \Rightarrow ((SBD), (ABCD))$

$= SHA = 30^\circ$

Mà H là trung điểm của AC suy ra $AH = \frac{AC}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$

Do đó $\tan SHA = \frac{SH}{AH} \Rightarrow SH = \tan 30^\circ \cdot AH = \frac{a}{\sqrt{6}}$

Vậy thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{6}} a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$ (đvtt)

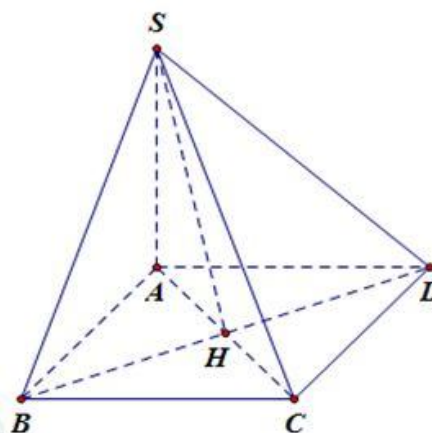


Chọn C

Câu 94. Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABCD}$

Gọi H là tâm của hình thoi ABCD nên $AH \perp BD$

Mà $SA \perp BD \subset (ABCD) \Rightarrow BD \perp (SAH)$



Có $\begin{cases} (SAH) \cap (SBD) = SH \\ (SAH) \cap (ABCD) = AH \end{cases} \Rightarrow ((SBD), (ABCD)) = SHA = 60^\circ$

Mặt khác $AH = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SH = \tan 60^\circ \cdot AH = \frac{3a}{2}$

Vậy thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{1}{2} a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$ (đvtt)

Chọn A

Câu 95. Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABCD}$

Gọi H là trung điểm của CD, tam giác ACD đều nên

$AH \perp CD$

Mà $SA \perp CD \subset (ABCD) \Rightarrow CD \perp (SAH)$

Có

$\begin{cases} (SAH) \cap (SBD) = SH \\ (SAH) \cap (ABCD) = AH \end{cases} \Rightarrow ((SBD), (ABCD)) = SHA = 30^\circ$

Mặt khác $AH = a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2} \Rightarrow SH = \tan 30^\circ \cdot AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Vậy thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{3a^3}{8}$ (đvtt)

Chọn C

Câu 96. Gọi O là tâm của hình thoi ABCD, do đó

$SO \perp (ABCD)$

Gọi H là hình chiếu của O trên BC, $H \in BC \Rightarrow OH \perp BC$

Do đó $BC \perp (SOH)$ và

$\begin{cases} (SOH) \cap (SBD) = SH \\ (SOH) \cap (ABCD) = OH \end{cases} \Rightarrow ((SBD), (ABCD))$

$= (SO; HO) = SHO = 30^\circ$

Mà $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{25}{144a^2} \Rightarrow OH = \frac{12a}{5} \Rightarrow SH = \frac{12a}{5\sqrt{3}}$

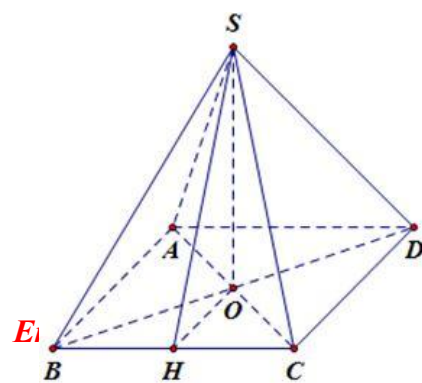
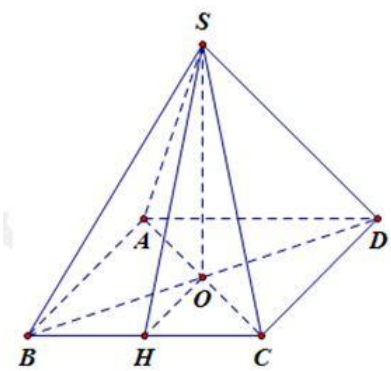
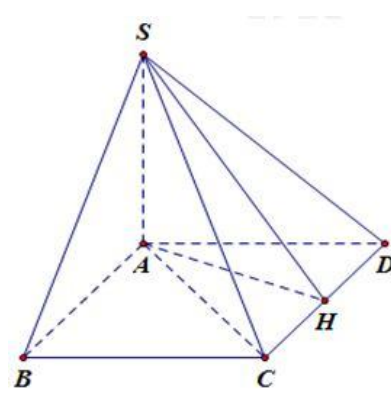
Vậy thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{12a}{5\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6a \cdot 8a = \frac{32a^3\sqrt{3}}{5}$ (đvtt)

Chọn A

Câu 97. Gọi O là tâm của hình vuông ABCD, do đó

$SO \perp (ABCD)$

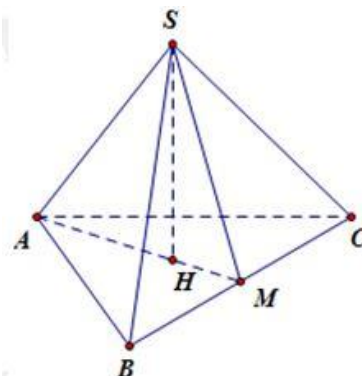
Gọi H là hình chiếu của O trên BC, $H \in BC \Rightarrow OH \perp BC$



Do đó $BC \perp (SOH)$ và $\begin{cases} (SOH) \cap (SBC) = SH \\ (SOH) \cap (ABCD) = OH \end{cases} \Rightarrow ((SBC); (ABCD)) = (SO; HO) = SHO = 45^\circ$

Mà H là trung điểm của BC nên $OH = \frac{BC}{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = a\sqrt{2}$

Vậy thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot (2a\sqrt{2})^2 = \frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$ (đvtt)



Chọn D

Câu 98. +) Gọi H là tâm của tam giác đều

$ABC \Rightarrow SH \perp (ABC)$. Lấy M là trung điểm BC. Ta có

$SH \perp BC \perp AM \Rightarrow (SAM) \perp BC = (SBC) \cap (ABC)$ và

(SAM) cắt hai mặt phẳng này tại 2 giao tuyến SM và AM

$\Rightarrow ((SBC); (ABC)) = SMH = 60^\circ$

+) $AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow HM = \frac{AM}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SH = HM\sqrt{3} = a$

$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{SH \cdot S_{ABC}}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Chọn A

Câu 99. +) Gọi K là trung điểm CD. Vì

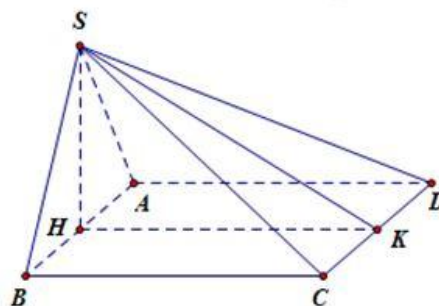
$SH \perp CD \perp HK \Rightarrow CD \perp (SHK)$.

(SHK) vuông góc với giao tuyến CD của (SCD) và $(ABCD)$, đồng thời cắt 2 mặt phẳng này tại các giao

SK và HK $\Rightarrow ((SCD); (ABCD)) = SKH = 60^\circ$

+) $HK = AD = 6a \Rightarrow SH = HK\sqrt{3} = 6a\sqrt{3}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{SH \cdot S_{ABCD}}{3} = \frac{SH \cdot AB \cdot AD}{3} = 96a^3\sqrt{3}$



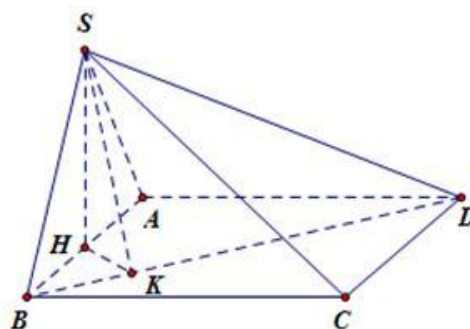
tuyến

Chọn D

Câu 100. +) Gọi K là hình chiếu vuông góc của H cạnh BD. Vì

$SH \perp BD \perp HK \Rightarrow (SHK) \perp BD = (SBD) \cap (ABCD)$, và (SHK) cắt 2 mặt phẳng này tại các giao

tuyến SK và HK $\Rightarrow ((SBD); (ABCD)) = SKH = 60^\circ$



lên

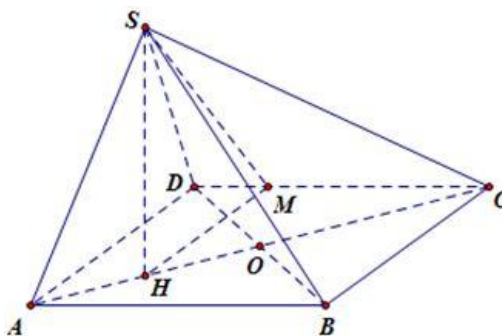
$$+) BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = 10a; \frac{HK}{AD} = \frac{BH}{BD} \Rightarrow HK = \frac{12a}{5}$$

$$\Rightarrow SH = HK\sqrt{3} = \frac{12a\sqrt{3}}{5} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{SH \cdot S_{ABCD}}{3} = \frac{SH \cdot AB \cdot AD}{3} = \frac{192a^3\sqrt{3}}{5}$$

Chọn B

Câu 101. +) Gọi M là hình chiếu vuông góc của H

CD. Vì



lên

$$HM \perp CD \perp SH \Rightarrow (SHM) \perp CD = (SCD) \cap (ABCD)$$

Và (SHM) cắt hai mặt phẳng này tại các giao tuyến SM và HM nên suy ra

$$((SCD), (ABCD)) = SMH = 60^\circ$$

$$+) \frac{HM}{AD} = \frac{CH}{CA} = \frac{3}{4} \Rightarrow HM = \frac{3a}{2} \Rightarrow SH = HM\sqrt{3} = \frac{3a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{SH \cdot S_{ABCD}}{3} = \frac{SH \cdot AB^2}{3} = 2a^3\sqrt{3}$$

Chọn D

Câu 102. +) Gọi H là hình chiếu của S lên (ABCD).

giác SAD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông

đáy nên H là trung điểm AD. Gọi K là giao điểm

BM.

$$+) \triangle CHD = \triangle BMC (c.g.c) \Rightarrow CHD = BMC. \text{ Lại}$$

$$CHD + DCH = 90^\circ \Rightarrow BMC + DCH = 90^\circ$$

$$\Rightarrow CH \perp BM. \text{ Nên } SH \perp BM \perp HC \Rightarrow BM \perp (SHK). \text{ Mặt phẳng } (SHK) \text{ vuông góc với } BM \text{ là giao}$$

tuyến của (SBM) và (ABCD), đồng thời cắt 2 mặt phẳng này tại các giao tuyến SK và HK, suy ra

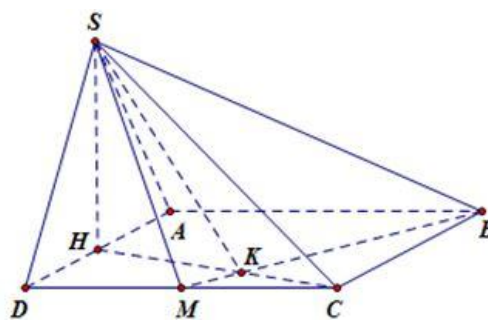
$$((SBM), (ABCD)) = SKH = 60^\circ.$$

$$+) CH = \sqrt{CD^2 + HD^2} = a\sqrt{5}; \frac{CK}{CD} = \frac{CM}{CH} \Rightarrow CK = \frac{2a}{\sqrt{5}} \Rightarrow HK = CH - CK = \frac{3a}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow SH = HK\sqrt{3} = \frac{3a\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{SH \cdot S_{ABCD}}{3} = \frac{4a^3\sqrt{15}}{5}$$

Chọn B

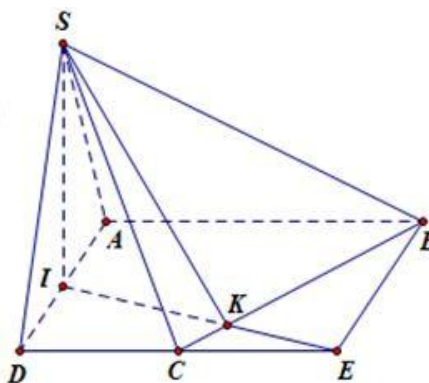


Vì tam

góc

HC và

có:



Câu 103. +) $\begin{cases} (SBI) \cap (SCI) = SI \\ (SBI) \perp (ABCD) \perp (SCI) \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD)$

Lấy E là điểm đối xứng với D qua C, suy ra tứ giác ABED là hình vuông. Gọi K là giao điểm của IE và BC.

+) $\Delta EID = \Delta BCE$ (c.g.c) $\Rightarrow EID = BCE$. Lại có: $EID + DEI = 90^\circ \Rightarrow BCE + DEI = 90^\circ \Rightarrow EI \perp BC$

Nên $SI \perp BC \perp IE \Rightarrow BC \perp (SIK)$.

Mặt phẳng (SIK) vuông góc với BC là giao tuyến của (SBC) và (ABCD), đồng thời cắt 2 mặt phẳng này tại các giao tuyến SK và IK, suy ra $((SBC), (ABCD)) = SKI = 60^\circ$

+) $IE = \sqrt{ED^2 + ID^2} = a\sqrt{5}$; $\frac{EK}{ED} = \frac{EC}{EI} \Rightarrow EK = \frac{2a}{\sqrt{5}} \Rightarrow IK = IE - KE = \frac{3a}{\sqrt{5}} \Rightarrow SI = IK\sqrt{3} = \frac{3a\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{SI \cdot S_{ABCD}}{3} = \frac{SI(AB + CD) \cdot AD}{6} = \frac{3a^3\sqrt{15}}{5}$

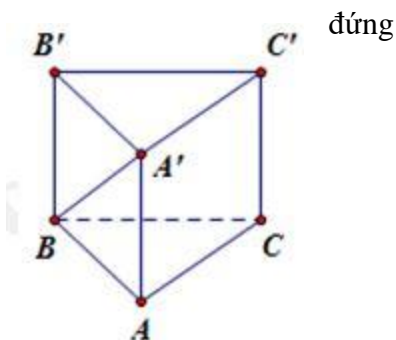
Chọn C

Câu 104. +) $AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a$. Khối $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ

nên A là hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = 2a\sqrt{2}$

+) $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{AA' \cdot AB \cdot AC}{2} = a^3\sqrt{2}$



đúng

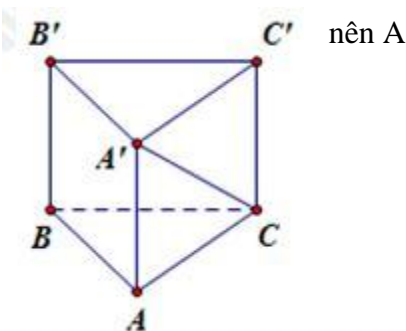
Chọn B

Câu 105. $AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a$. Khối $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng

là hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow (A'C, (ABC)) = A'CA = 60^\circ$

$\Rightarrow AA' = AC\sqrt{3} = a\sqrt{3} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$



nên A

Chọn C

Câu 106. Do $AD = 2a \Rightarrow HA = HD = a$

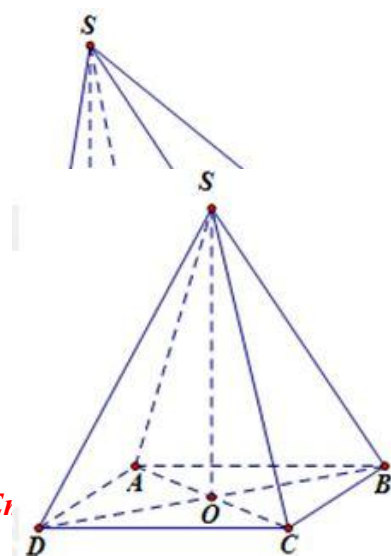
Ta có $HC = \sqrt{HD^2 + CD^2} = a\sqrt{2}$

Ta có $(SC, (ABCD)) = SCH = 60^\circ$

$\Rightarrow SH = HC \cdot \tan SCH = a\sqrt{6}$

Ta có $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 2a^2$

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{6} \cdot 2a^2 = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$



E1

Chọn B

Câu 107. Ta có $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = a\sqrt{6} \Rightarrow OA = OC = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$

Ta có $S_{ABCD} = AB^2 = 3a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{10}}{2} \cdot 3a^2 = \frac{a^3\sqrt{10}}{2}$

Chọn A

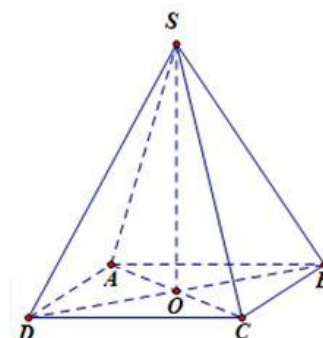
Câu 108. Ta có $(SA, (ABCD)) = SAO = 60^\circ$

Ta có $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = a\sqrt{6} \Rightarrow OA = OC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

$\Rightarrow SO = OA \cdot \tan SAO = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$

Ta có $S_{ABCD} = AB^2 = 3a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{2} \cdot 3a^2$

$= \frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$



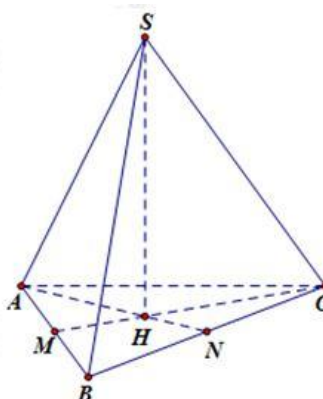
Chọn A

Câu 109. Ta có $CM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow CH = \frac{2}{3}CM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow SH = \sqrt{SC^2 - CH^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}$

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{33}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{11}}{2}$



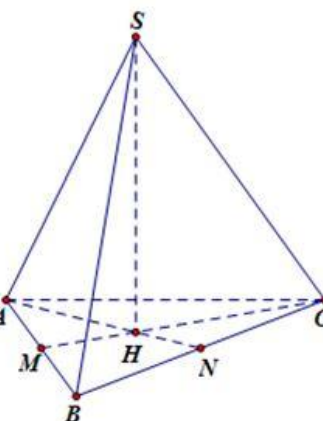
Chọn A

Câu 110. Ta có $(SC, (ABC)) = SCH = 45^\circ$

Ta có $CM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow CH = \frac{2}{3}CM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow SH = CH \cdot \tan SCH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{12}$



Chọn C

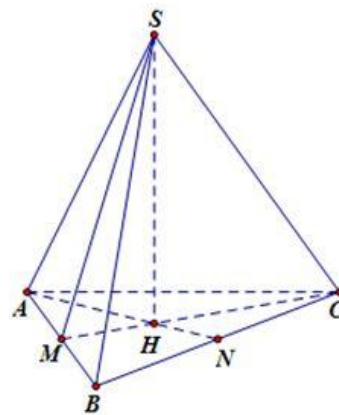
Câu 111. Do ΔSAB vuông cân tại $S \Rightarrow SM = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có $CM = \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2} \Rightarrow HM = \frac{1}{3}CM = \frac{a}{2}$

$\Rightarrow SH = \sqrt{SM^2 - HM^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Ta có $S_{ABC} = \frac{(a\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{8}$



Chọn C

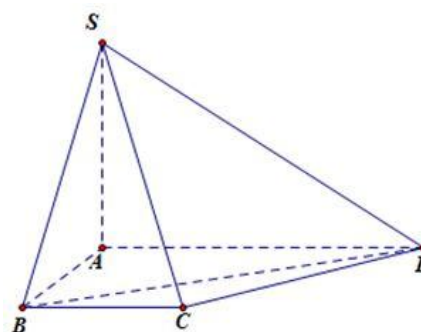
Câu 112. Ta có $AB = \sqrt{BD^2 - AD^2} = a$

Ta có $(SB, (ABCD)) = SBA = 30^\circ$

$\Rightarrow SA = AB \cdot \tan SBA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Ta có $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AB(AD + BC) = \frac{1}{2}a(a + 2a) = \frac{3a^2}{2}$

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$



Chọn A

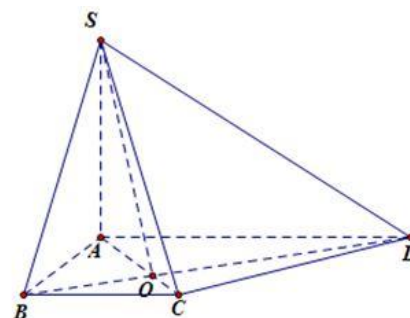
Câu 113. Ta có $AB = \sqrt{BD^2 - AD^2} = a$

Ta có $(SO, (ABCD)) = SOA = 45^\circ$

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{2}{3}AC = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$

$\Rightarrow SA = AO \cdot \tan SOA = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$

Ta có $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AB(AD + BC) = \frac{1}{2}a(a + 2a) = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$



Chọn C

CHỦ ĐỀ 2: KHOẢNG CÁCH

VẤN ĐỀ 1: KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT MẶT PHẪNG

Câu 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, góc $ABC = 60^\circ$. Mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Trên cạnh SC lấy điểm M sao cho $MC = 2MS$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SAB) bằng:

- A. $\frac{a}{3}$
- B. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$
- C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$
- D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

Câu 2: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành với $BC = a\sqrt{2}$, $\angle ABC = 60^\circ$. Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB) bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $a\sqrt{2}$ D. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$

Câu 3: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, góc $\angle ABC = 60^\circ$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Trên cạnh BC và CD lần lượt lấy hai điểm M và N sao cho $MB = MC$ và $NC = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AC và MN. Khoảng cách từ điểm P đến mặt phẳng (SAB) bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{5a\sqrt{3}}{12}$ C. $\frac{5a\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{3a\sqrt{3}}{10}$

Câu 4: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm của cạnh AC. Biết $SB = a\sqrt{2}$. Tính theo a khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SAB)

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ C. $\frac{3a\sqrt{21}}{7}$ D. $\frac{7a\sqrt{21}}{3}$

Câu 5: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật, diện tích tứ giác ABCD bằng $6a^2\sqrt{6}$. Cạnh $SA = a\sqrt{\frac{10}{3}}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 30° .

Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) gần nhất với giá trị nào sau đây:

- A. $\frac{13a}{10}$ B. $\frac{7a}{5}$ C. $\frac{3a}{2}$ D. $\frac{8a}{5}$

Câu 6: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D, $AD = 2AB = 2BC$, $CD = 2a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm M của cạnh CD. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAM) bằng:

- A. $\frac{3a\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{3a\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{3a\sqrt{10}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{10}}{3}$

Câu 7: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D, $AD = 2AB = 2BC$, $CD = 2a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm M của cạnh CD. Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAD đến mặt phẳng (SBM) bằng:

- A. $\frac{4a\sqrt{10}}{15}$ B. $\frac{3a\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{3a\sqrt{10}}{15}$

Câu 8: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành có diện tích bằng $2a^2$, $AB = a\sqrt{2}$, $BC = 2a$. Gọi M là trung điểm của CD. Hai mặt phẳng (SBD) và (SAM) cùng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAM) bằng

A. $\frac{4a\sqrt{10}}{15}$

B. $\frac{3a\sqrt{10}}{5}$

C. $\frac{2a\sqrt{10}}{5}$

D. $\frac{3a\sqrt{10}}{15}$

Câu 9: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh $2a$, $ADC = 120^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trọng tâm của tam giác ABC. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAG) bằng

A. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$

C. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$

Câu 10: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của AC. Hình chiếu của S trên mặt đáy là điểm H thuộc đoạn BM sao cho $HM = 2HB$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SHC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{7}}{14}$

B. $\frac{a\sqrt{7}}{14}$

C. $\frac{3a\sqrt{7}}{14}$

D. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$

Câu 11: Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác cân có $AC = BC = 3a$. Đường thẳng A'C tạo với đáy một góc 60° . Trên cạnh A'C lấy điểm M sao cho $A'M = 2MC$. Biết rằng $A'B = a\sqrt{31}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABB'A') là:

A. $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$

B. $\frac{4a\sqrt{2}}{3}$

C. $3a\sqrt{2}$

D. $2a\sqrt{2}$

Câu 12: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD với $AB = a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt đáy trùng với trọng tâm tam giác ABD. Biết $SC = 2a\sqrt{2}$ và tạo với đáy một góc 45° . Khoảng cách từ trung điểm của SD đến mặt phẳng (SAC) là:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{2a}{3}$

D. $\frac{4\sqrt{2}a}{3}$

Câu 13: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD có $AD = a\sqrt{3}$. Tam giác SAB là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của AD. Biết rằng $SD = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SHM) là:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 14: Cho khối chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A có $AC = a$. Tam giác SAB vuông tại S và hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt đáy là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HB = 2SA$. Biết $SH = 2a\sqrt{2}$, khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SHC) là:

A. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$

B. $\frac{a}{\sqrt{5}}$

C. $\frac{4a}{\sqrt{5}}$

D. $\frac{3a}{\sqrt{5}}$

Câu 15: Cho hình lăng trụ ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình chữ nhật với $AD = a\sqrt{3}$. Tam giác A'AC vuông cân tại A' và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết rằng $A'A = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ D' đến mặt phẳng (A'ACC') là:

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 16: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình vuông, tam giác A'AC vuông cân tại A, $A'C = a$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD') theo a?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 17: Cho hình chóp S.ABC có $SA = 3a$ và $SA \perp (ABC)$. Giả sử $AB = BC = 2a$, góc $ABC = 120^\circ$. Tìm khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) ?

A. $\frac{a}{2}$ B. a C. $\frac{3a}{2}$ D. 2a

Câu 18: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại B, $BA = 3a, BC = 4a$, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và góc $SBC = 30^\circ$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) theo a ?

A. $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{5a\sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{6a}{7}$ D. $\frac{6a}{\sqrt{7}}$

Câu 19: Cho lăng trụ ABCD.A'B'C'D' có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a, AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABCD) trùng với trung điểm của AC và BD. Tính khoảng cách từ B' đến mặt phẳng (A'BD) theo a ?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$

Câu 20: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm của cạnh AC. Biết $SB = a\sqrt{2}$. Tính theo a khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$ B. $\frac{2a\sqrt{3}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Câu 21: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a, \Delta SAB$ là tam giác vuông cân nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ trung điểm H của AB đến mặt phẳng (SBD) là ?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ B. a C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$

Câu 22: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi cạnh bằng a, góc $BAD = 60^\circ$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S xuống mặt đáy (ABCD) và $H \in AC$ sao cho $AH = \frac{1}{3} AC$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu nếu biết $(SA; (ABCD)) = 60^\circ$.

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{3a}{4}$ C. a D. $\frac{3a}{2}$

Câu 23: Cho hình chóp S.ABC có $SA = 3a$ và $SA \perp (ABC)$. Biết $AB = BC = 2a, \angle ABC = 120^\circ$. Tính khoảng cách từ A đến (SBC) ?

- A. $2a$ B. $\frac{a}{2}$ C. a D. $\frac{3a}{2}$

Câu 24: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông có đường chéo bằng $a\sqrt{2}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách h từ A đến mặt phẳng (SCD) là:

- A. $h = \frac{a\sqrt{21}}{3}$ B. $h = \frac{a\sqrt{21}}{14}$ C. $h = \frac{a\sqrt{21}}{21}$ D. $h = \frac{a\sqrt{21}}{7}$

Câu 25: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC = a\sqrt{3}, \angle ABC = 30^\circ$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{35}}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{35}}$ C. $\frac{3a}{\sqrt{5}}$ D. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{35}}$

Câu 26: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC = a\sqrt{3}, \angle ABC = 30^\circ$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAC đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{3a}{\sqrt{5}}$ B. $\frac{a}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$ D. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$

Câu 27: Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có $ABC.A'B'C'$ có $AC = a, \angle BAC = 120^\circ$, góc $\angle ABC = 30^\circ$, mặt bên BCB'C' có diện tích bằng $2a^2$. Gọi M là trung điểm của BC. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (C'AM) bằng

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2a}{5}$ C. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$ D. $\frac{2a\sqrt{3}}{5}$

Câu 28: Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C' có $AB = a\sqrt{3}, \angle ABC = 30^\circ, \angle ACB = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt đáy là trung điểm của BC. Thể tích khối chóp A'AC bằng $\frac{a^3}{6}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (A'AB) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{2a}{\sqrt{7}}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$

Câu 29: Cho hình chóp đều S.ABC có $AB = a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính $\frac{4d}{a}$, biết d là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

A. 3a

B. 5a

C. 7a

D. 9a

Câu 30: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $SA = AB = a$ và $AD = x.a$. Gọi E là trung điểm cạnh SC. Tìm x, biết khoảng cách từ điểm E đến mặt phẳng (SBD) là

$$d = \frac{a}{3}$$

A. $x = 1$

B. $x = 2$

C. $x = 3$

D. $x = 4$

Câu 31: Cho hình chóp S.ABCD, ABCD là hình vuông cạnh $AB = a$. Mặt phẳng chứa tam giác đều SAB vuông góc với mặt phẳng đáy (ABCD). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) là:

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$

B. $\frac{a\sqrt{14}}{7}$

C. $\frac{a}{\sqrt{7}}$

D. $\frac{2a}{\sqrt{7}}$

Câu 32: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính theo a khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{a\sqrt{5}}{6}$

D. $\frac{a\sqrt{7}}{8}$

Câu 33: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $SA = AB = a$ và

$AD = 2a$. Gọi F là trung điểm cạnh CD. Tính $\frac{33d}{a}$, biết d là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBF)

A. $2a\sqrt{33}$

B. $4a\sqrt{33}$

C. $2a\sqrt{11}$

D. $4a\sqrt{11}$

Câu 34: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AD = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là điểm H ($H \in AB$) thỏa mãn $HA = 2HB$. Biết $SA = x.a$ và $SH = a$. Tìm x biết

khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SHD) là $d = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$

A. $x = \sqrt{5}$

B. $x = 5$

C. $x = \sqrt{3}$

D. $x = 3$

Câu 35: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm của cạnh AC. Biết $SB = a\sqrt{2}$. Tính theo a khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$

B. $\frac{2a\sqrt{3}}{5}$

C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Câu 36: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính theo a khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{a\sqrt{5}}{6}$

D. $\frac{a\sqrt{7}}{8}$

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

Câu 37: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $SA = AB = a$ và $AD = 2a$. Gọi F là trung điểm cạnh CD. Tính $\frac{33d}{a}$, biết d là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBF)

- A. $2a\sqrt{33}$ B. $4a\sqrt{33}$ C. $2a\sqrt{11}$ D. $4a\sqrt{11}$

Câu 38: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AD = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là điểm H ($H \in AB$) thỏa mãn $HA = 2HB$. Biết $SA = x.a$ và $SH = a$. Tìm x biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SHD) là $d = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$

- A. $x = \sqrt{5}$ B. $x = 5$ C. $x = \sqrt{3}$ D. $x = 3$

Câu 39: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm của cạnh AC. Biết $SB = a\sqrt{2}$. Tính theo a khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SBC).

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$ B. $\frac{2a\sqrt{3}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Câu 40: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $SA = AB = a$ và $AD = 2a$. Gọi E là trung điểm cạnh SC. Tính theo a khoảng cách từ điểm E đến mặt phẳng (SBD)

- A. $\frac{a}{2}$ B. $\frac{a}{3}$ C. $\frac{a}{4}$ D. $\frac{a}{5}$

Câu 41: Cho hình hộp đứng ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình vuông, tam giác A'AC là tam giác vuông cân, $A'C = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD') là:

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{a}{\sqrt{6}}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

Câu 42: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của SB. Tỷ số $\frac{SA}{a}$ khi khoảng cách từ điểm M đến mặt

phẳng (SCD) bằng $\frac{a}{\sqrt{5}}$ là:

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

Câu 43: Cho hình chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$ và $SA = 4cm, AB = 3cm, AC = 4cm$ và $BC = 5cm$. Khoảng cách từ điểm A đến mp (SBC) bằng (đơn vị cm) :

- A. $d(A; (SBC)) = \frac{2}{17}$ B. $d(A; (SBC)) = \frac{\sqrt{72}}{17}$

C. $d(A;(SBC)) = \frac{6\sqrt{34}}{17}$

D. $d(A;(SBC)) = \frac{3}{\sqrt{17}}$

Câu 44: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh 4cm. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt đáy là trung điểm H của AB. Biết rằng $SH = \sqrt{2} \text{ cm}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) là:

A. 1 cm

B. 2 cm

C. 3 cm

D. 4 cm

Câu 45: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt đáy là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $HC = 2HA$. Gọi M là trung điểm của SC và N là điểm thuộc cạnh SB sao cho $SB = 3SN$. Khẳng định nào sau đây là **sai**:

A. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{4}{3}$ lần khoảng cách từ N đến mặt phẳng (ABC).

B. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAB) bằng một nửa khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB)

C. Khoảng cách từ N đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{1}{3}$ khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC)

D. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{3}{2}$ khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SAB)

Câu 46: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật có $AB = 9, AD = 12$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt đáy trùng với trọng tâm H của tam giác ABC. Biết $SH = 6$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) là:

A. $\frac{36}{5}$

B. $\frac{24}{5}$

C. $\frac{12}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

Câu 47: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD. Tam giác SAD cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{SM} + 2\overrightarrow{CM} = \vec{0}$. Tỷ số khoảng cách D đến mặt phẳng (SAB) và từ M đến mặt phẳng (SAB) là:

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 2

Câu 48: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi. Tam giác SAB cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy, biết tam giác ABC đều cạnh 20 cm và mặt phẳng (SCD) tạo với đáy một góc 60° . Khoảng cách từ A đến (SCD) là:

A. 20 cm

B. 10 cm

C. 15 cm

D. 30 cm

Câu 49: Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C', hình chiếu vuông góc của A' xuống mặt đáy (ABC) trùng với trung điểm H của AB. Gọi h là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (A'BC). Gọi M là trung điểm của A'C' và N thuộc cạnh CC' sao cho $NC' = 2NC$. Tính khoảng cách từ M và N đến mặt phẳng (A'BC)

A. $\frac{3}{2}h^2$

B. $\frac{h^2}{6}$

C. $\frac{2h^2}{3}$

D. $\frac{h}{6}$

Câu 50: Cho hình lăng trụ ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình chữ nhật ABCD có $AB = 3; AD = 4$. Tam giác A'BD cân tại A' và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy và $AA' = 5$. Gọi M là trung điểm của A'D'. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (A'AC) là:

- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{6}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

Câu 51: Cho hình chóp đều S.ABCD có SAC là tam giác đều. Gọi d_A là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) và d_B là khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC). Tỷ lệ $\frac{d_A}{d_B}$ bằng:

- A. 2 B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{2\sqrt{21}}{7}$

Câu 52: Cho hình chóp S.ABC có tam giác ABC vuông tại A, $AB = AC = a$, I là trung điểm của SC, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, mặt phẳng (SAB) tạo với đáy 1 góc bằng 60° . Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB).

- A. $\frac{3a}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{39}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Câu 53: Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác đều cạnh 2a. Mặt phẳng (A'BC) tạo với mặt đáy (ABC) một góc 60° . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (B'AC) là:

- A. $\frac{3a}{2}$ B. $\frac{2a}{3}$ C. $\frac{9a}{4}$ D. $\frac{a}{2}$

Câu 54: Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác cân tại A, $AB = AC = 2a, CAB = 120^\circ$. Góc giữa (A'BC) và (ABC) là 45° . Khoảng cách từ B' đến mặt phẳng (ABC) là:

- A. $a\sqrt{2}$ B. $2a\sqrt{2}$ C. a D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

Câu 55: Cho lăng trụ tứ giác đều ABCD.A'B'C'D' với cạnh đáy $2\sqrt{3} dm$. Biết rằng mặt phẳng (BDC') hợp với đáy một góc 30° . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BDC') là:

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2} dm$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2} dm$ C. $\frac{2}{3} dm$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3} dm$

Câu 56: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = 2a, AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB. Cạnh bên SC hợp với đáy 1 góc 60° . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là:

- A. $\frac{4\sqrt{29}a}{29}$ B. $\frac{\sqrt{87}a}{29}$ C. $\frac{4\sqrt{87}a}{29}$ D. $\frac{4a}{29}$

Câu 57: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BC = a, ACB = 60^\circ$, $SA \perp (ABC)$ và M là điểm nằm trên cạnh AC sao cho $MC = 2MA$. Biết (SBC) tạo với đáy góc 30° . Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBC) là:

- A. $\frac{3a}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{2a}{9}$

Câu 58: Cho hình chóp tam giác đều S.ABC, cạnh đáy bằng 2a, cạnh bên bằng 3a. Gọi O là tâm đáy, M, N là trung điểm của AB, BC. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SMN) là:

A. $\frac{a\sqrt{279}}{69}$ B. $\frac{a\sqrt{279}}{23}$ C. $\frac{a\sqrt{23}}{279}$ D. $a\sqrt{\frac{23}{279}}$

Câu 59: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi G là trọng tâm ΔSAC . Từ G kẻ đường thẳng song song với SB cắt OB tại I. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SBC) là:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

Câu 60: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm của AB, E là trung điểm của BC. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SED) là:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{3a\sqrt{2}}{8}$

Đáp án

1-B	2-A	3-C	4-B	5-B	6-B	7-A	8-C	9-B	10-D
11-B	12-A	13-B	14-C	15-D	16-B	17-C	18-D	19-B	20-C
21-A	22-B	23-D	24-D	25-C	26-B	27-C	28-B	29-A	30-B
31-A	32-B	33-B	34-A	35-C	36-B	37-B	38-A	39-C	30-B
41-C	42-B	43-C	44-B	45-A	46-A	47-B	48-C	9-B	50-B
51-D	52-D	53-A	54-C	55-A	56-C	57-B	58-D	59-C	60-D

Hướng dẫn giải

Câu 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, góc $ABC = 60^\circ$. Mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Trên cạnh SC lấy điểm M sao cho $MC = 2MS$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SAB) bằng:

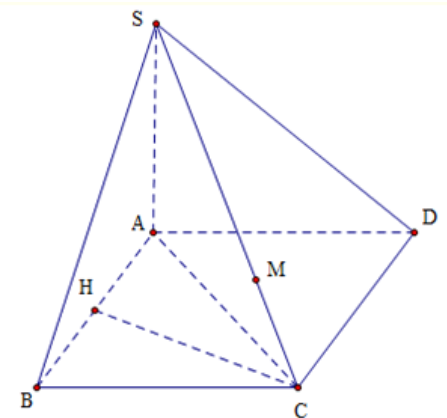
- A. $\frac{a}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

HD: Ta có: $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$

Dựng $CH \perp AB \Rightarrow CH \perp (SAB)$

$$\text{Do } \frac{d(C; (SAB))}{d(M; (SAB))} = \frac{CS}{MS} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow d(M; (SAB)) = \frac{2}{3} d(C; (SAB)) = \frac{2}{3} CH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$



Chọn B

Câu 2: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành với $BC = a\sqrt{2}$, $ABC = 60^\circ$. Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB) bằng:

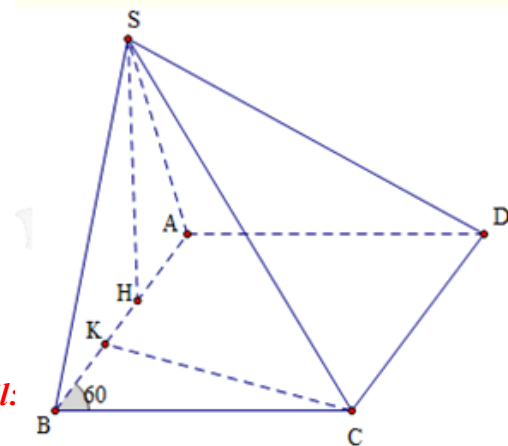
- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $a\sqrt{2}$ D. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$

HD: Dựng $SH \perp AB$

Do $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Dựng $CK \perp AB$, có $CK \perp SH \Rightarrow CK \perp (SAB)$

Do $CD \parallel AB \Rightarrow d(D; (SAB)) = d(C; (SAB)) = CK$



$$= BC \sin 60^\circ = a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}. \text{ Chọn A}$$

Câu 3: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, góc $ABC = 60^\circ$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Trên cạnh BC và CD lần lượt lấy hai điểm M và N sao cho $MB = MC$ và $NC = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AC và MN. Khoảng cách từ điểm P đến mặt phẳng (SAB) bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{8}$ B. $\frac{5a\sqrt{3}}{12}$ C. $\frac{5a\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{3a\sqrt{3}}{10}$

HD: Dựng $CH \perp AB \Rightarrow CH \perp (SAB)$

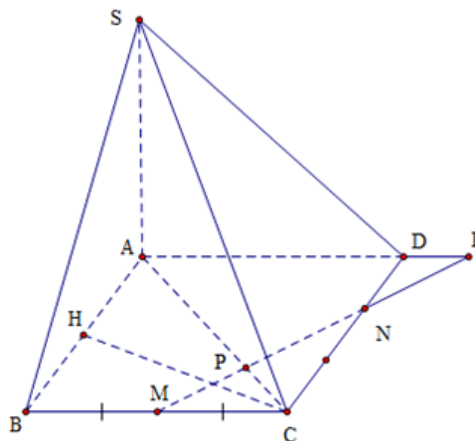
Giả sử MN cắt AD tại F. theo định lý Talet ta có:

$$\frac{DF}{MC} = \frac{ND}{NC} = \frac{1}{2} \Rightarrow DF = \frac{MC}{2} = \frac{a}{4}$$

Khi đó $\frac{PA}{PC} = \frac{AF}{MC} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{CA}{PA} = \frac{7}{5}$

Do đó $d(P; (SAB)) = \frac{5}{7}d(C; (SAB)) = \frac{5}{7}CH$

$$= \frac{5}{7} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{5a\sqrt{3}}{14}. \text{ Chọn C}$$



Câu 4: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm của cạnh AC. Biết $SB = a\sqrt{2}$. Tính theo a khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SAB)

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ C. $\frac{3a\sqrt{21}}{7}$ D. $\frac{7a\sqrt{21}}{3}$

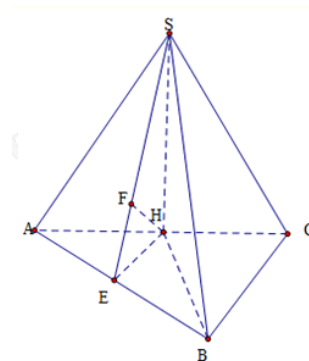
HD: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a \rightarrow BH = \frac{AC}{2} = a$

Do vậy $SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = a$. Dựng $HE \perp AB; HF \perp SE$

Ta có

$$HE = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d(H; (SAB)) = \frac{SH \cdot HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

Chọn B.



Câu 5: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật, diện tích tứ giác ABCD bằng $6a^2\sqrt{6}$. Cạnh $SA = a\sqrt{\frac{10}{3}}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 30° .

Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) gần nhất với giá trị nào sau đây:

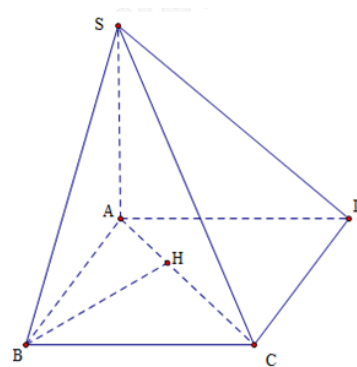
- A. $\frac{13a}{10}$ B. $\frac{7a}{5}$ C. $\frac{3a}{2}$ D. $\frac{8a}{5}$

HD: Dựng $BH \perp AC$, lại có $BH \perp SA \Rightarrow BH \perp (SAC)$

Có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SA; (ABC)) = SCA$

Ta có: $AC \tan 30^\circ = SA = a\sqrt{\frac{110}{3}} \Rightarrow AC = a\sqrt{110}$

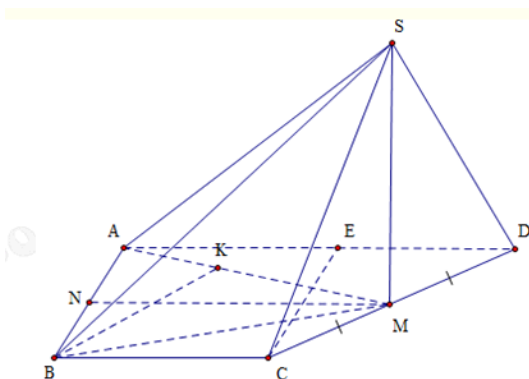
Do vậy $BH = \frac{2S_{ABC}}{AC} = \frac{6a^2\sqrt{6}}{\sqrt{110}} \approx 1,4a = \frac{7}{5}a$. **Chọn B**



Câu 6: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D, $AD = 2AB = 2BC$, $CD = 2a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm M của cạnh CD. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAM) bằng:

- A. $\frac{3a\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{3a\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{3a\sqrt{10}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{10}}{3}$

HD:



Gọi E là trung điểm của AD ta có $CD = 2a\sqrt{2} \Rightarrow CE = ED = 2a$

Do vậy $AD = 4a; BD = 2a$. Gọi N là trung điểm của AB suy ra

$$MN = 3a, S_{MAB} = \frac{1}{2} NM \cdot AB = 3a^2$$

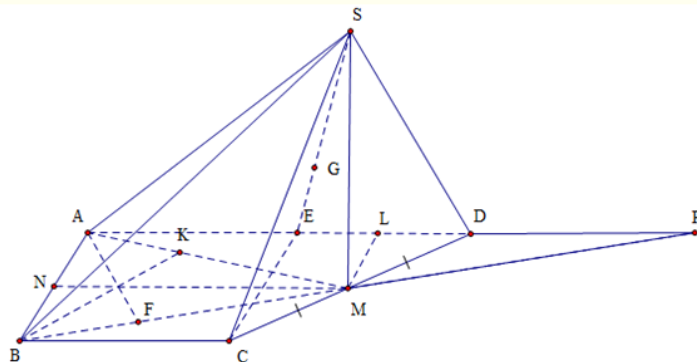
$$MA = \sqrt{AN^2 + NM^2} = a\sqrt{10}. \text{ Dựng } BK \perp AM \Rightarrow d(B; (SAM)) = BK = \frac{2S_{ABM}}{AM} = \frac{3a\sqrt{10}}{5}$$

Chọn B.

Câu 7: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D, $AD = 2AB = 2BC$, $CD = 2a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm M của cạnh CD. Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAD đến mặt phẳng (SBM) bằng:

- A. $\frac{4a\sqrt{10}}{15}$ B. $\frac{3a\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{3a\sqrt{10}}{15}$

HD:



Gọi E là trung điểm của AD ta có $CE = AB = ED$. Có $CD = 2a\sqrt{2} \Rightarrow CE = ED = 2a$

Do vậy $AD = 4a; BD = 2a$. Gọi N là trung điểm của AB suy ra

$$MN = 3a, S_{MAB} = \frac{1}{2} NM \cdot AB = 3a^2. \quad MA = \sqrt{AN^2 + NM^2} = a\sqrt{10} = MB$$

Gọi L là trung điểm của DE ta có $LA = 3a$ là L là trung điểm của AP.

$$\text{Khi đó } LP = 3a \Rightarrow EP = 4a; AP = 6a. \quad \frac{d(A; (SBM))}{d(E; (SBM))} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}, d(E; (SBM)) = \frac{3}{2} d(G; (SBM))$$

$$\text{Do đó } d(G; (SBM)) = \frac{4}{9} d(A; (SMB)) = \frac{4}{9} AF = \frac{4}{9} \cdot \frac{3a\sqrt{10}}{5} = \frac{4a\sqrt{10}}{15}. \quad \text{Chọn A.}$$

Câu 8: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành có diện tích bằng $2a^2$, $AB = a\sqrt{2}, BC = 2a$. Gọi M là trung điểm của CD. Hai mặt phẳng (SBD) và (SAM) cùng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAM) bằng

- A. $\frac{4a\sqrt{10}}{15}$ B. $\frac{3a\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{2a\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{3a\sqrt{10}}{15}$

HD: Gọi $H = AM \cap BD$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SBD) \perp (ABC) \\ (SAM) \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC)$$

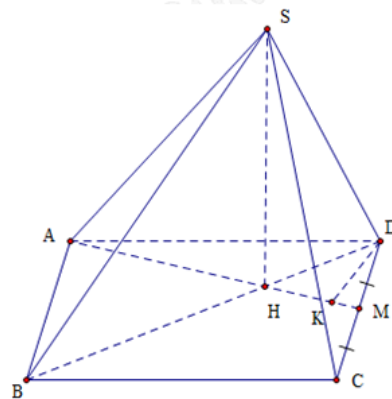
$$\text{Lại có } \frac{HB}{HD} = \frac{AB}{DM} = 2 \Rightarrow d(D; (SAM)) = \frac{1}{2} d(B; (SAM))$$

$$S_{ADM} = \frac{1}{2} S_{ADC} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{a^2}{2}$$

$$\text{Ta có } S_{ADM} = \frac{1}{2} AD \cdot DM \cdot \sin D \Rightarrow \sin D = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow D = 45^\circ$$

$$\text{Do vậy } AM = \sqrt{AD^2 + DM^2 - 2AD \cdot DM \cdot \cos 45^\circ} = \frac{\sqrt{10}}{2} a$$

$$\text{Do vậy } DK = \frac{2 \cdot S_{ADM}}{AM} = \frac{2a}{\sqrt{10}} = \frac{a\sqrt{10}}{5}. \quad \text{Chọn C}$$



CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

Câu 9: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh $2a$, $\angle ADC = 120^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trọng tâm của tam giác ABC. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAG) bằng

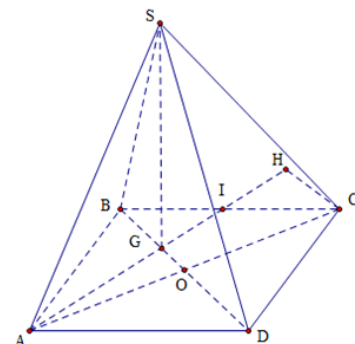
- A. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ C. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$

HD: Dựng $CH \perp AG \Rightarrow CH \perp (SAG)$

Ta có: $\sin \angle GAO = \frac{CH}{CA} = \frac{OG}{AG}$. Dễ thấy tam giác ABC đều

Trong đó $CA = 2OA = 2 \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3}; OG = \frac{2a}{6} = \frac{a}{3}$

Do vậy $CH = \frac{OG}{\sqrt{OG^2 + OA^2}} \cdot CA = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. **Chọn B**



Câu 10: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của AC. Hình chiếu của S trên mặt đáy là điểm H thuộc đoạn BM sao cho $HM = 2HB$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCH) bằng

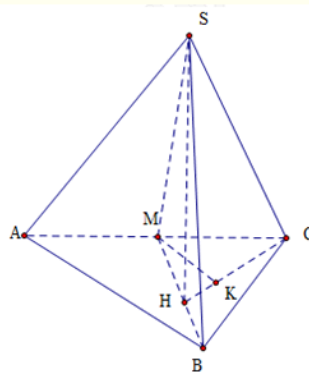
- A. $\frac{2a\sqrt{7}}{14}$ B. $\frac{a\sqrt{7}}{14}$ C. $\frac{3a\sqrt{7}}{14}$ D. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$

HD: $d(A; (SCH)) = 2d(M; (SCH))$. Dựng $MK \perp CH$

Khi đó $d(A; (SCH)) = 2MK$

Mặt khác $BM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow MH = \frac{2}{3}BM = \frac{a\sqrt{3}}{3}; MC = \frac{a}{2}$

Suy ra $MK = \frac{MH \cdot HC}{\sqrt{MH^2 + MC^2}} = \frac{a}{\sqrt{7}}$ do đó $d = 2MK = \frac{2a\sqrt{7}}{7}$.



Chọn D

Câu 11: Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác cân có $AC = BC = 3a$. Đường thẳng A'C tạo với đáy một góc 60° . Trên cạnh A'C lấy điểm M sao cho $A'M = 2MC$. Biết rằng $A'B = a\sqrt{31}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABB'A') là:

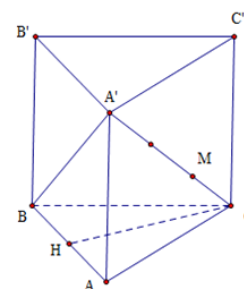
- A. $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{4a\sqrt{2}}{3}$ C. $3a\sqrt{2}$ D. $2a\sqrt{2}$

HD: Ta có $A'A = AC \tan 60^\circ = 3a\sqrt{3}$

Suy ra $AB = \sqrt{A'B^2 - AA'^2} = 2a$

Do vậy $CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = 2a\sqrt{2}$

$d(M; (ABB'A')) = \frac{2}{3}d(C; (ABB'A')) = \frac{2}{3}CH = \frac{4a\sqrt{2}}{3}$. **Chọn B**



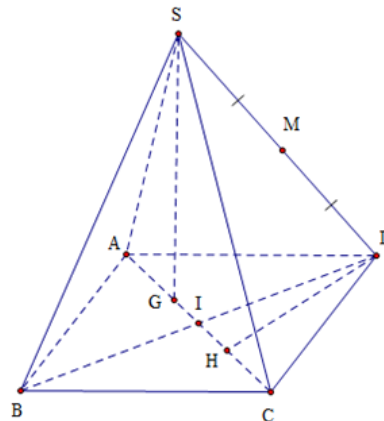
Câu 12: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD với $AB = a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt đáy trùng với trọng tâm tam giác ABD. Biết $SC = 2a\sqrt{2}$ và tạo với đáy một góc 45° . Khoảng cách từ trung điểm của SD đến mặt phẳng (SAC) là:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2a}{3}$ D. $\frac{4\sqrt{2}a}{3}$

HD: Ta có $SC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow GC = 2a \Rightarrow AC = 3a$

Khi đó $CD = 2a\sqrt{2}$ suy ra $DH = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$

Do vậy $d(M; (SAC)) = \frac{1}{2}DH = \frac{a\sqrt{2}}{3}$

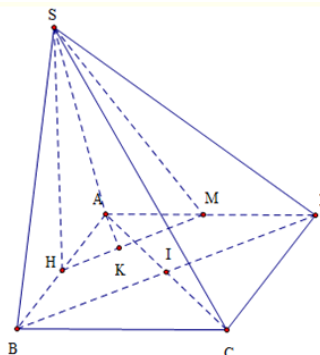


Câu 13: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD có $AD = a\sqrt{3}$. Tam giác SAB là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của AD. Biết rằng $SD = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SHM) là:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

HD: Ta có: $SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = a = AB$

Khi đó $AK = \frac{AH \cdot AM}{\sqrt{AH^2 + AM^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$



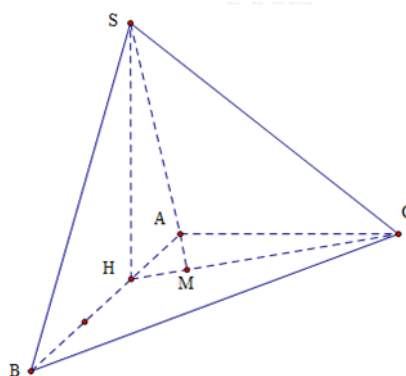
Câu 14: Cho khối chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A có $AC = a$. Tam giác SAB vuông tại S và hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt đáy là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HB = 2SA$. Biết $SH = 2a\sqrt{2}$, khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SHC) là:

- A. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ B. $\frac{a}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{4a}{\sqrt{5}}$ D. $\frac{3a}{\sqrt{5}}$

HD: Ta có $SH^2 = HA \cdot HB = 2HA^2$

Suy ra $8a^2 = 2HA^2 \Rightarrow HA = 2a$

Do vậy $AM = \frac{2a}{\sqrt{5}} \Rightarrow d_c = 2AM = \frac{4a}{\sqrt{5}}$



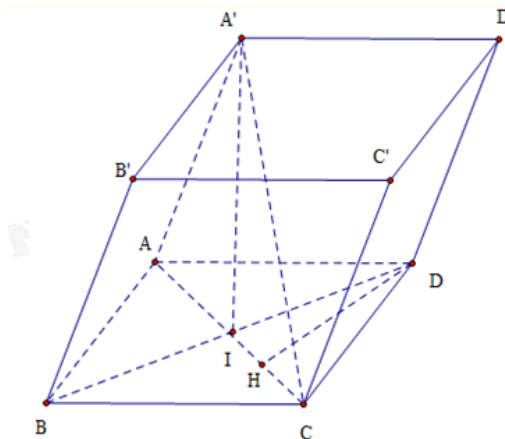
Câu 15: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AD = a\sqrt{3}$. Tam giác $A'AC$ vuông cân tại A' và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết rằng $A'A = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ D' đến mặt phẳng $(A'ACC')$ là:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

HD:

Ta

có

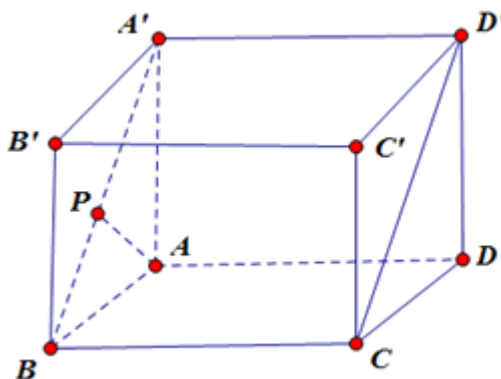


$$AC = A'A\sqrt{2} = 2a \Rightarrow CD = a \Rightarrow d(D'; (A'AC)) = DH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ (do } DD' // AA')$$

Câu 16: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, tam giác $A'AC$ vuông cân tại A , $A'C = a$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD') theo a ?

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

HD:



+) kẻ $AP \perp A'B \Rightarrow d(A; (BCD')) = d(A; (A'BC)) = AP$

+) $\Delta A'AC$ vuông cân tại $A \Rightarrow A'A = AC = \frac{A'C}{\sqrt{2}} = \frac{2a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$

Tứ giác $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a \Rightarrow \frac{1}{AP^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2}$

$$\Rightarrow AP = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow d(A; (BCD')) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Câu 17: Cho hình chóp S.ABC có $SA = 3a$ và $SA \perp (ABC)$. Giả sử $AB = BC = 2a$, góc $ABC = 120^\circ$. Tìm khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) ?

A. $\frac{a}{2}$

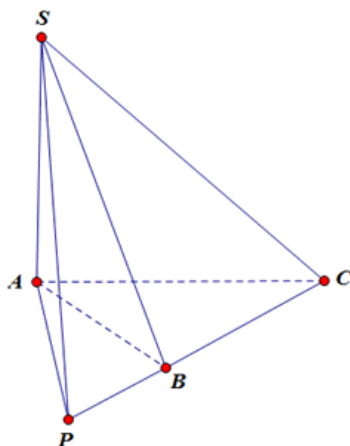
B. a

C. $\frac{3a}{2}$

D. 2a

HD:

+) Trên mặt phẳng đáy, qua A kẻ AC, đường thẳng này cắt BC tại P.



một đường thẳng vuông góc với P.

$$d(A; (SBC)) = d(A; (SPC)) = h,$$

Đặt

$$S.APC \Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AP^2}$$

+) $\triangle ABP$ đều

$$\Rightarrow \begin{cases} AP = AB = 2a \\ \tan 60^\circ = \frac{AC}{AP} = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AP = 2a \\ AC = 2a\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{12a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{4}{9a^2} \Rightarrow h = \frac{3a}{2}$$

Câu 18: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại B, $BA = 3a, BC = 4a$, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và góc $SBC = 30^\circ$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) theo a ?

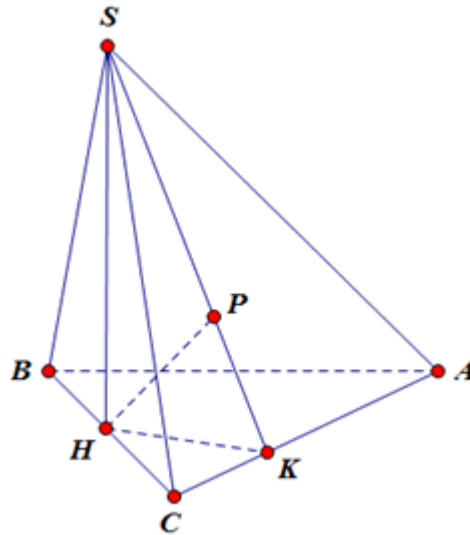
A. $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{5a\sqrt{6}}{4}$

C. $\frac{6a}{7}$

D. $\frac{6a}{\sqrt{7}}$

HD:



+) Kẻ $SH \perp BC (H \in BC) \Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{BH}{SB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow BH = \frac{SB\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 3a \Rightarrow \frac{d(B; (SAC))}{d(H; (SHC))} = \frac{BC}{HC} = \frac{4a}{4a-3a} = 4$

+) Kẻ $HK \perp AC, HP \perp SK \Rightarrow d(H; (SAC)) = HP \Rightarrow d(B; (SAC)) = 4HP$

+) $\Delta CKH \sim \Delta CBA \Rightarrow \frac{HK}{AB} = \frac{CH}{CA} \Rightarrow HK = \frac{AB \cdot CH}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \frac{3a \cdot a}{\sqrt{9a^2 + 16a^2}} = \frac{3a}{5}$

Ta có $\sin 30^\circ = \frac{SH}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow SH = \frac{SB}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{HP^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{\frac{9a^2}{25}} = \frac{28}{9a^2}$

$\Rightarrow HP = \frac{3a}{\sqrt{28}} \Rightarrow d(B; (SAC)) = 4HP = \frac{12a}{\sqrt{28}} = \frac{6a}{\sqrt{7}}$

Câu 19: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của AC và BD . Tính khoảng cách từ B' đến mặt phẳng $(A'BD)$ theo a ?

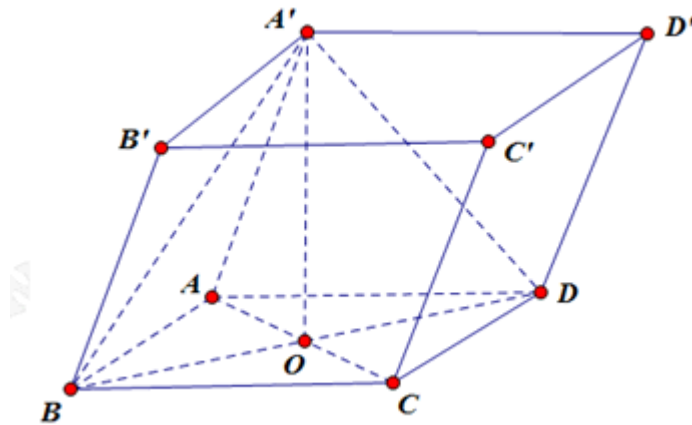
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$

HD:



+) Gọi $O = AC \cap BC \Rightarrow A'O \perp (ABCD)$

$$+) V_{B'.A'BD} = V_{D.A'AB} = V_{A'.ABD} \Rightarrow \frac{1}{3} d(B'; (A'BD)) \cdot S_{A'BD} = \frac{1}{3} A'O \cdot S_{ABD}$$

$$\Rightarrow d(B'; (A'BD)) = \frac{A'O \cdot S_{ABD}}{S_{A'BD}} = \frac{A'O \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD}{\frac{1}{2} A'O \cdot BD} = \frac{AB \cdot AD}{BD} = \frac{aa\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Câu 20: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm của cạnh AC. Biết $SB = a\sqrt{2}$. Tính theo a khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SBC).

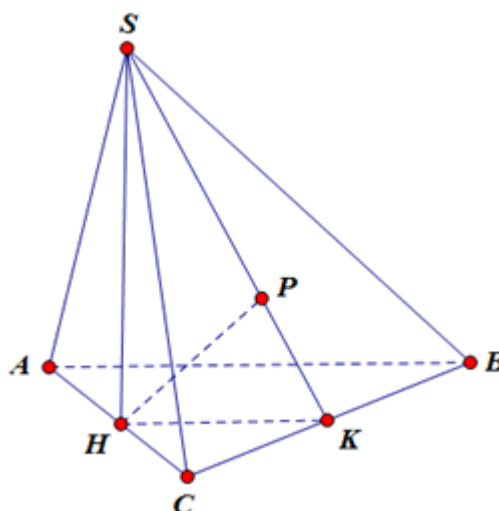
A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$

B. $\frac{2a\sqrt{3}}{5}$

C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

HD:



+) Kẻ $HK \perp BC, HP \perp SK \Rightarrow d(H; (SBC)) = HP$

$$\text{Từ } \begin{cases} HK \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow HK \parallel AB \Rightarrow \frac{HK}{AB} = \frac{CH}{CA} = \frac{1}{2} \Rightarrow HK = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$$

+) ΔABC vuông tại B có H là trung điểm của cạnh AC

$$\Rightarrow HB = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 3a^2} = a \Rightarrow HS = \sqrt{SB^2 - HB^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a$$

$$\Rightarrow \frac{1}{HP^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{a^2} \Rightarrow HP = \frac{a\sqrt{5}}{5} \Rightarrow d(H; (SBC)) = \frac{a\sqrt{5}}{5}$$

Câu 21: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$, ΔSAB là tam giác vuông cân nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ trung điểm H của AB đến mặt phẳng (SBD) là ?

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

B. a

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a\sqrt{10}}{2}$

HD: vì ΔSAB là tam giác vuông cân tại S nên $SH \perp (ABCD)$

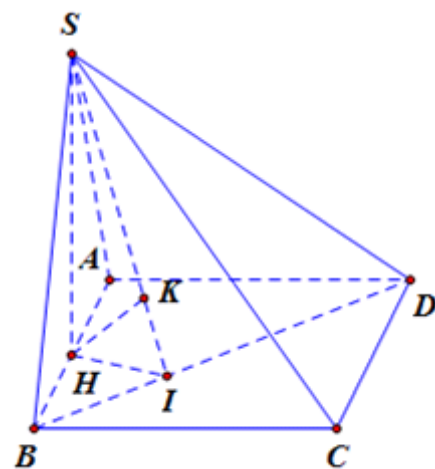
Từ H kẻ $HI \perp BD$, từ H kẻ $HK \perp SI$ với $I \in BD, K \in SI$

Ta có $\begin{cases} SH \perp BD \\ HI \perp BD \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHI) \Rightarrow BD \perp HK \Rightarrow HK \perp (SBD)$

Do đó $d(H, (SBD)) = HK$. Mặt khác $\frac{1}{HI^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{HK^2}$

Mà $HI = \frac{1}{2}d(A, BD) = \frac{a}{\sqrt{2}}$ và $SH = \frac{AB}{2} = a$

Nên $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow HK = \frac{a}{\sqrt{3}}$. **Chọn A.**



Câu 22: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi cạnh bằng a, góc $BAD = 60^\circ$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S xuống mặt đáy (ABCD) và $H \in AC$ sao cho $AH = \frac{1}{3}AC$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu nếu biết $(SA; (ABCD)) = 60^\circ$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{3a}{4}$

C. a

D. $\frac{3a}{2}$

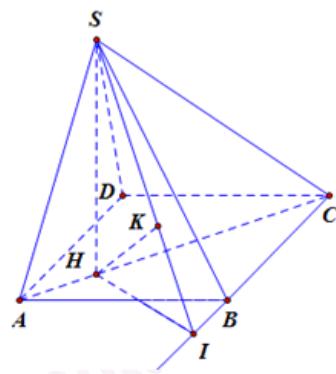
HD: Ta có AH là hình chiếu của SA lên mặt phẳng (ABCD)

Do đó $(SA, (ABCD)) = (SA, AH) = \angle SAH = 60^\circ$

Từ H kẻ $HI \perp BC$, kẻ $HK \perp SI$ với $I \in BC, K \in SI$

Ta có $\begin{cases} SH \perp BC \\ HI \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHI) \Rightarrow BC \perp HK \Rightarrow HK \perp (SBC)$

Do đó $d(A, (SBC)) = HK$. Mặt khác $\frac{1}{HI^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{HK^2}$



Mà $SH = \tan 60^\circ \cdot AH = \frac{AC}{\sqrt{3}} = a$ và $HI = \frac{2}{3} \cdot d(A, BC) = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}}$

Khi đó $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{3}{a^2} = \frac{4}{a^2} \Leftrightarrow HK = \frac{a}{2}$

Vậy $d(A; (SBC)) = \frac{3}{2} \cdot HK = \frac{3}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{3a}{4}$. **Chọn B**

Câu 23: Cho hình chóp S.ABC có $SA = 3a$ và $SA \perp (ABC)$. Biết $AB = BC = 2a, \angle ABC = 120^\circ$. Tính khoảng cách từ A đến (SBC) ?

- A. $2a$ B. $\frac{a}{2}$ C. a D. $\frac{3a}{2}$

HD: Từ A kẻ $AH \perp BC$, kẻ $AK \perp SH$ với $K \in BC, K \in SH$

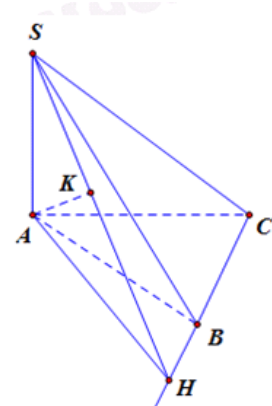
Ta có $\begin{cases} SA \perp BC \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp AK \Rightarrow AK \perp (SBC)$

Do đó $d(A; (SBC)) = AK$ thỏa mãn $\frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2}$

Mà $SA = 3a$ và $AH = \sin 60^\circ \cdot AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2a = a\sqrt{3}$

Nên $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{9a^2} \Rightarrow AK = \frac{3a}{2} \Rightarrow d(A; (SBC)) = \frac{3a}{2}$

Chọn D.



Câu 24: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông có đường chéo bằng $a\sqrt{2}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách h từ A đến mặt phẳng (SCD) là:

- A. $h = \frac{a\sqrt{21}}{3}$ B. $h = \frac{a\sqrt{21}}{14}$ C. $h = \frac{a\sqrt{21}}{21}$ D. $h = \frac{a\sqrt{21}}{7}$

HD:

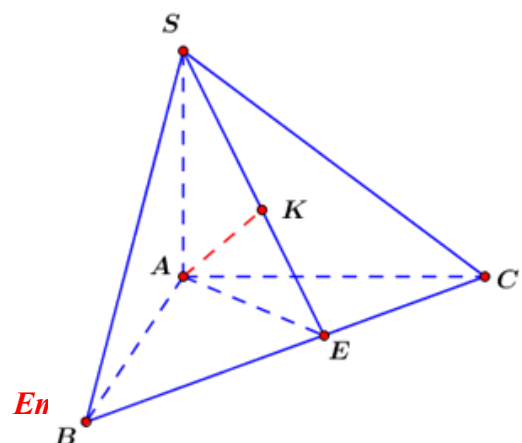
Chọn D.

Câu 25: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC = a\sqrt{3}, \angle ABC = 30^\circ$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{35}}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{35}}$ C. $\frac{3a}{\sqrt{5}}$

HD: Kẻ $AE \perp BC, AK \perp SE (E \in BC, K \in SE)$

Chứng minh $AK \perp (SBC) \Rightarrow AK = d(A; (SBC))$



Xét tam giác SAE vuông tại A ta có: $AK = \frac{SA \cdot AE}{\sqrt{SA^2 + AE^2}}$

Tính SA, AE:

Xét hai tam giác vuông ABC và SAC: $AB = SA = 3a$

Xét tam giác vuông ABC: $AE = \frac{3a}{2}$

$\Rightarrow d(A; (SBC)) = HK = \frac{3a}{\sqrt{5}}$. **Chọn C.**

Câu 26: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC = a\sqrt{3}, \angle ABC = 30^\circ$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAC đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{3a}{\sqrt{5}}$ B. $\frac{a}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$ D. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$

HD: Kẻ $AE \perp BC, AK \perp SE (E \in BC, K \in SE)$

Chứng minh $AK \perp (SBC) \Rightarrow AK = d(A; (SBC))$

Xét tam giác SAE vuông tại A ta có: $AK = \frac{SA \cdot AE}{\sqrt{SA^2 + AE^2}}$

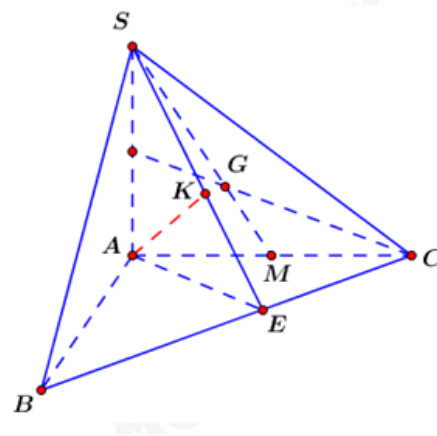
Tính SA, AE:

Xét hai tam giác vuông ABC và SAC: $AB = SA = 3a$

Xét tam giác vuông ABC: $AE = \frac{3a}{2}$

$\Rightarrow d(A; (SBC)) = HK = \frac{3a}{\sqrt{5}}$.

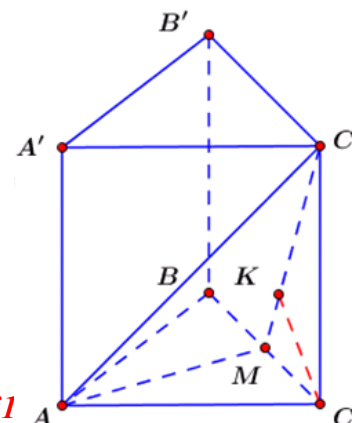
$\Rightarrow d(G; (SBC)) = \frac{1}{3}d(A; (SBC)) = \frac{a}{\sqrt{5}}$. **Chọn B**



Câu 27: Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có $\angle BAC = 120^\circ$, góc $\angle ABC = 30^\circ$, mặt bên BCB'C' có diện tích bằng $2a^2$. Gọi M là trung điểm của BC. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (C'AM) bằng

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2a}{5}$ C. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$ D. $\frac{2a\sqrt{3}}{5}$

HD: Ta có $AB = AC = a, BC = a\sqrt{3}, CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



$$d(C, (AMC')) = CK = \frac{CM \cdot CC'}{\sqrt{CM^2 + CC'^2}}$$

Lại có: $S_{BCC'B'} = BC \cdot CC' = 2a^2 \Rightarrow CC' = 2a \Rightarrow CK = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$. **Chọn C**

Câu 28: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB = a\sqrt{3}, \angle ABC = 30^\circ, \angle ACB = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt đáy là trung điểm của BC . Thể tích khối chóp $A'AC$ bằng $\frac{a^3}{6}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(A'AB)$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{2a}{\sqrt{7}}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$

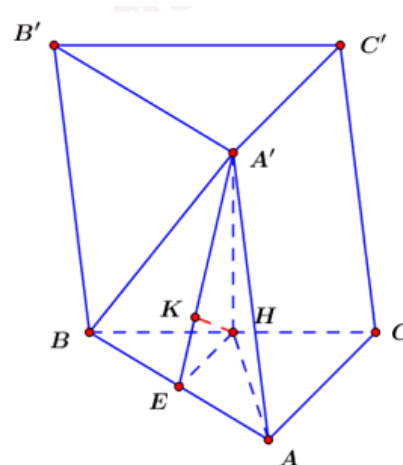
HD: Gọi E là trung điểm của AB .

Ta có $AC = AB \cdot \tan 30^\circ = a \Rightarrow HE = \frac{a}{2}$

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{6} \rightarrow A'H = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Kẻ $HK \perp A'E \Rightarrow HK = d(H, (A'AB)) = \frac{a}{\sqrt{7}}$

$$\Rightarrow d(C, (A'AB)) = 2d(H, (A'AB)) = \frac{2a}{\sqrt{7}}. \text{ **Chọn B**}$$



Câu 29: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB = a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính $\frac{4d}{a}$, biết d là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $3a$ B. $5a$ C. $7a$ D. $9a$

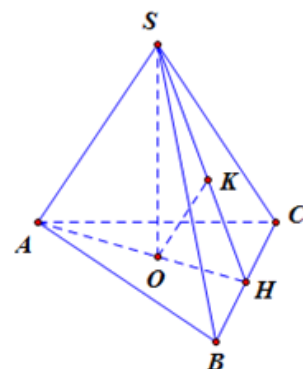
HD: Gọi O là tâm của tam giác ABC và H là trung điểm của BC .

$$\text{Có } \begin{cases} SO \perp BC \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow ((SBC); (ABC)) = (SH; AH) = SHA$$

Kẻ $OK \perp SH$ suy ra $OK \perp (SBC) \Rightarrow d(O; (SBC)) = OK$

Xét $\triangle OKH$ vuông tại K , có $OK = \sin 60^\circ \cdot OH = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot OH = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot AH = \frac{a}{4}$

Do đó $d(A, (SBC)) = 3d(H, (SBC)) = \frac{3a}{4} = d \Leftrightarrow \frac{4d}{a} = 3$



CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

Câu 30: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $SA = AB = a$ và $AD = x.a$. Gọi E là trung điểm cạnh SC. Tìm x, biết khoảng cách từ điểm E đến mặt phẳng (SBD) là

$$d = \frac{a}{3}$$

- A. $x = 1$ B. $x = 2$ C. $x = 3$ D. $x = 4$

HD: Ta có $d(E, (SBD)) = \frac{1}{2}d(A, (SBC)) = \frac{a}{3} \Leftrightarrow d(A, (SBD)) = \frac{2a}{3}$

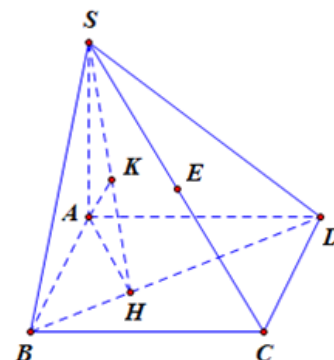
Gọi H là hình chiếu của A lên BD. Và K là hình chiếu của A lên SH. Ta được

$$AK \perp (SBD) \Rightarrow AK = d(A, (SBD)) = \frac{2a}{3}$$

$$\text{Mà } AH \cdot BD = AB \cdot AD \Leftrightarrow AH = \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + BD^2}} = \frac{x \cdot a^2}{\sqrt{a^2 + x^2 a^2}}$$

$$\text{Do đó } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} \Leftrightarrow \frac{9}{4a^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{a^2 + x^2 a^2}{x^2 a^4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{4} = \frac{1+x^2}{x^2} \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2 \text{ vì } x > 0. \text{ Chọn B.}$$



Câu 31: Cho hình chóp S.ABCD, ABCD là hình vuông cạnh $AB = a$. Mặt phẳng chứa tam giác đều SAB vuông góc với mặt phẳng đáy (ABCD). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) là:

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ B. $\frac{a\sqrt{14}}{7}$ C. $\frac{a}{\sqrt{7}}$ D. $\frac{2a}{\sqrt{7}}$

HD: Chọn A

Câu 32: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính theo a khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC).

- A. $\frac{a}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a\sqrt{5}}{6}$ D. $\frac{a\sqrt{7}}{8}$

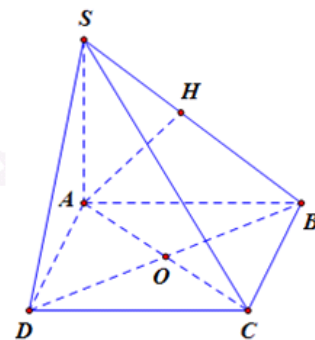
HD: Ta có $d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC))$

Gọi H là hình chiếu của A lên SB.

$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow AH \perp (SBC)$$

$$\text{Mà } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Do đó } d(O, (SBC)) = \frac{1}{2}d(A, (SBC)) = \frac{1}{2}AH = \frac{a\sqrt{3}}{4}. \text{ Chọn B}$$



Câu 33: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $SA = AB = a$ và $AD = 2a$. Gọi F là trung điểm cạnh CD. Tính $\frac{33d}{a}$, biết d là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBF)

- A. $2a\sqrt{33}$ B. $4a\sqrt{33}$ C. $2a\sqrt{11}$ D. $4a\sqrt{11}$

HD: Gọi H là hình chiếu của A lên BF. Và K là hình chiếu của A lên SH.

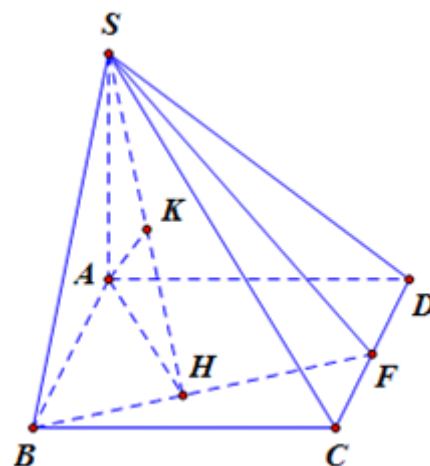
$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \perp BF \\ AH \perp BF \end{cases} \Rightarrow BF \perp (SAH) \Rightarrow BF \perp AK \Rightarrow AK \perp (SBF)$$

$$\text{Do đó } d = d(A, (SBF)) = AK. \text{ Mà } BF = \sqrt{BC^2 + CF^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$$

$$\text{Nên } AH \cdot BF = AD \cdot AB \Leftrightarrow AH = \frac{AB \cdot AD}{BF} = \frac{2a^2}{\frac{a\sqrt{17}}{2}} = \frac{4a}{\sqrt{17}}$$

$$\text{Khi đó } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{17}{16a^2} = \frac{33}{16a^2} \Leftrightarrow AK = \frac{4a}{\sqrt{33}}$$

$$\text{Vậy } \frac{33d}{a} = \frac{33 \cdot \frac{4a}{\sqrt{33}}}{a} = 4\sqrt{33}. \text{ Chọn B}$$



Câu 34: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AD = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là điểm H ($H \in AB$) thỏa mãn $HA = 2HB$. Biết $SA = x \cdot a$ và $SH = a$. Tìm x biết

khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SHD) là $d = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$

- A. $x = \sqrt{5}$ B. $x = 5$ C. $x = \sqrt{3}$ D. $x = 3$

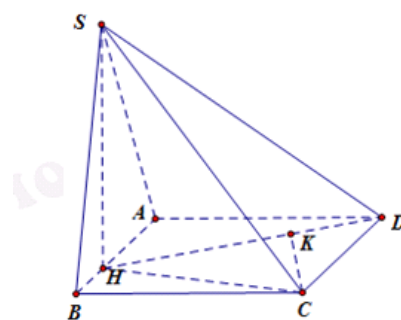
$$\text{HD: Kẽ } CK \perp DH \Rightarrow CK = d(C, (SHD)) \Rightarrow CK = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Giả sử } AB = 3b. \text{ Ta có } S_{CHD} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2} CK \cdot DH$$

$$\Rightarrow 2a \cdot 3b = \frac{3a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{4a^2 + 4b^2} \Leftrightarrow 2ab = a\sqrt{2a^2 + 2b^2}$$

$$\Leftrightarrow 4a^2b^2 = a^2(2a^2 + 2b^2) \Leftrightarrow a^4 = a^2b^2 \Leftrightarrow a = b \Rightarrow AB = 3a$$

$$\Rightarrow AH = 2a \Rightarrow SA = \sqrt{SH^2 + AH^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow x = \sqrt{5}. \text{ Chọn A}$$



Câu 35: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm của cạnh AC. Biết $SB = a\sqrt{2}$. Tính theo a khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$

B. $\frac{2a\sqrt{3}}{5}$

C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

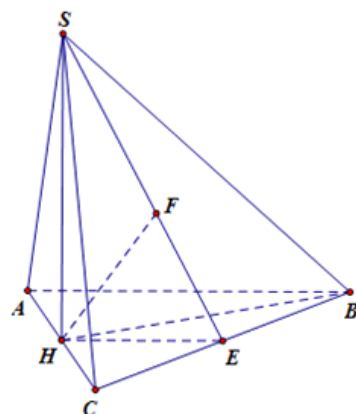
HD: Kẻ $HE \perp BC, HF \perp SE \Rightarrow HF = d(H, (SBC))$

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a \Rightarrow BH = \frac{1}{2} AC = a$

Ta có $SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = a$

Xét ΔSHE ta có $\frac{1}{HF^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{5}{a^2}$

$\Rightarrow HF = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. **Chọn C**



Câu 36: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD), SA = a\sqrt{3}$. Tính theo a khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{a\sqrt{5}}{6}$

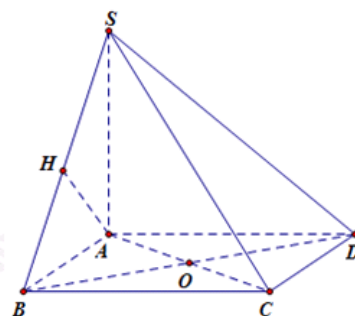
D. $\frac{a\sqrt{7}}{8}$

HD: Ta có $d(O, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC))$

Kẻ $AH \perp SB \Rightarrow AH = d(A, (SBC))$

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{4}{3a^2}$

$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d(O, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. **Chọn B**



Câu 37: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD), SA = AB = a$ và $AD = 2a$. Gọi F là trung điểm cạnh CD. Tính $\frac{33d}{a}$, biết d là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBF)

A. $2a\sqrt{33}$

B. $4a\sqrt{33}$

C. $2a\sqrt{11}$

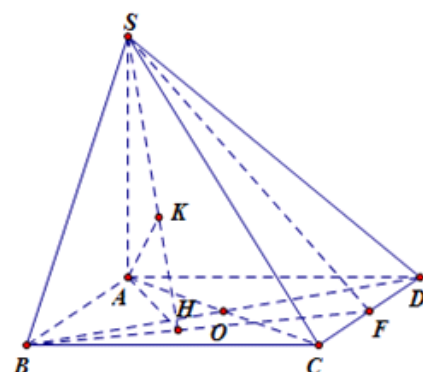
D. $4a\sqrt{11}$

HD: Kẻ $AH \perp BF, AK \perp SH \Rightarrow AK = d(A, (SBF))$

Ta có $S_{ABF} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2} AH \cdot BF$

$\Rightarrow AB \cdot BC = AH \cdot BF \Rightarrow 2a \cdot a = AH \cdot \sqrt{4a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} \Rightarrow AH = \frac{4a\sqrt{17}}{17}$

Ta có $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{33}{16a^2}$



$$\Rightarrow AK = \frac{4a}{\sqrt{33}} \Rightarrow d = \frac{4a}{\sqrt{33}} \Rightarrow \frac{33d}{a} = 4\sqrt{33}. \text{ Chọn B}$$

Câu 38: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AD = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là điểm H ($H \in AB$) thỏa mãn $HA = 2HB$. Biết $SA = x.a$ và $SH = a$. Tìm x biết

khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SHD) là $d = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$

- A. $x = \sqrt{5}$ B. $x = 5$ C. $x = \sqrt{3}$ D. $x = 3$

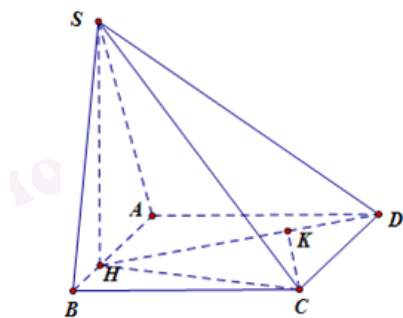
HD: Kẻ $CK \perp DH \Rightarrow CK = d(C, (SHD)) \Rightarrow CK = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$

Giả sử $AB = 3b$. Ta có $S_{CHD} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{2}CK \cdot DH$

$$\Rightarrow 2a \cdot 3b = \frac{3a\sqrt{2}}{2} \sqrt{4a^2 + 4b^2} \Leftrightarrow 2ab = a\sqrt{2a^2 + 2b^2}$$

$$\Leftrightarrow 4a^2b^2 = a^2(2a^2 + 2b^2) \Leftrightarrow a^4 = a^2b^2 \Leftrightarrow a = b \Rightarrow AB = 3a$$

$$\Rightarrow AH = 2a \Rightarrow SA = \sqrt{SH^2 + AH^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow x = \sqrt{5}. \text{ Chọn A}$$



Câu 39: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm của cạnh AC. Biết $SB = a\sqrt{2}$. Tính theo a khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SBC).

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$ B. $\frac{2a\sqrt{3}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

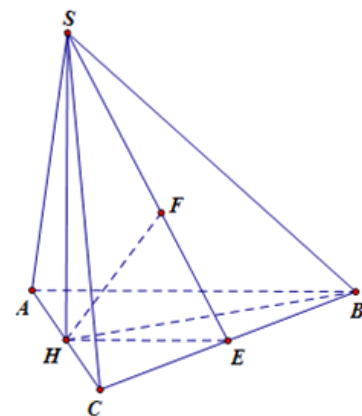
HD: Kẻ $HE \perp BC, HF \perp SE \Rightarrow HF = d(H, (SBC))$

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a \Rightarrow BH = \frac{1}{2}AC = a$

Ta có $SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = a$

Xét $\triangle SHE$ ta có $\frac{1}{HF^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{5}{a^2}$

$$\Rightarrow HF = \frac{a\sqrt{5}}{5}. \text{ Chọn C}$$



Câu 40: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $SA = AB = a$ và $AD = 2a$ Gọi E là trung điểm cạnh SC. Tính theo a khoảng cách từ điểm E đến mặt phẳng (SBD)

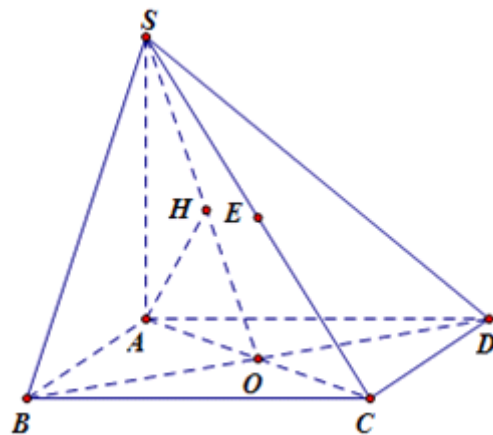
- A. $\frac{a}{2}$ B. $\frac{a}{3}$ C. $\frac{a}{4}$ D. $\frac{a}{5}$

HD: ta có $d(E, (SBD)) = \frac{1}{2}d(C, (SBD)) = \frac{1}{2}d(A, (SBD))$

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AO^2} = \frac{9}{5a^2}$

$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{5}}{3} \Rightarrow d(E, (SBD)) = \frac{a\sqrt{5}}{6}$. **Chọn B**



Câu 41: Cho hình hộp đứng ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình vuông, tam giác A'AC là tam giác vuông cân, A'C = a. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD') là:

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{a}{\sqrt{6}}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

HD: $d(A, (BCD')) = d(D, (BCD'))$

Hình hộp đứng ABCD.A'B'C'D' $\Rightarrow D'D \perp (BCD)$

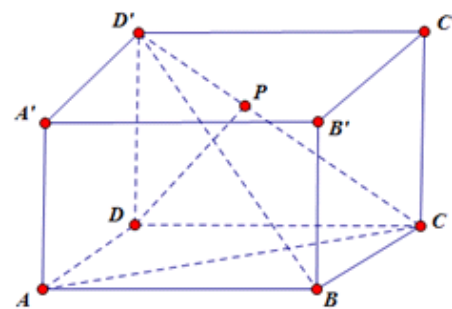
Kẻ $AP \perp CD' (P \in CD') \Rightarrow d(D, (BCD')) = DP$

$\Rightarrow d(D, (BCD')) = DP \Rightarrow d(A, (BCD')) = DP$

+) hình hộp đứng ABCD.A'B'C'D' $\Rightarrow A'A \perp AC$
 $\Rightarrow \Delta A'AC$ vuông cân thì chỉ có thể vuông cân tại A.

$$\Rightarrow A'A = AC = \frac{A'C}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} D'D = A'A = \frac{a}{\sqrt{2}} \\ DC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{a}{2} \end{cases}$$

+) $\frac{1}{DP^2} = \frac{1}{D'D^2} + \frac{1}{DC^2} = \frac{2}{a^2} + \frac{4}{a^2} \Rightarrow DP = \frac{a}{\sqrt{6}} \Rightarrow d(A, (BCD')) = \frac{a}{\sqrt{6}}$. **Chọn C**



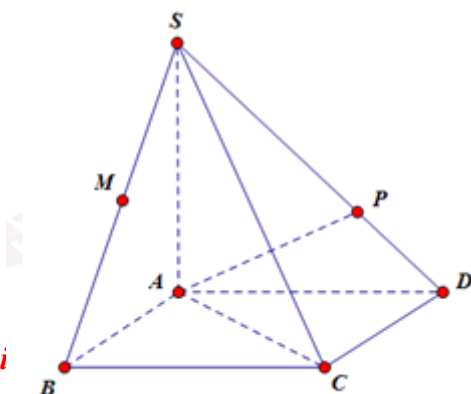
Câu 42: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của SB. Tỷ số $\frac{SA}{a}$ khi khoảng cách từ điểm M đến mặt

phẳng (SCD) bằng $\frac{a}{\sqrt{5}}$ là:

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

HD: +) $d(M, (SCD)) = \frac{1}{2}d(B, (SCD)) = \frac{1}{2}d(A, (SCD))$

+) Kẻ $AP \perp SD (P \in SD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AP$



$$\Rightarrow \frac{1}{2}AP = d(M; (SCD)) = \frac{a}{\sqrt{5}} \Rightarrow AP = \frac{2a}{\sqrt{5}}$$

$$+) \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{AP^2} - \frac{1}{AD^2} = \frac{5}{4a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{4a^2} \Rightarrow \frac{SA}{a} = 2. \text{ Chọn B}$$

Câu 43: Cho hình chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$ và $SA = 4\text{cm}, AB = 3\text{cm}, AC = 4\text{cm}$ và $BC = 5\text{cm}$.

Khoảng cách từ điểm A đến mp (SBC) bằng (đơn vị cm) :

A. $d(A; (SBC)) = \frac{2}{17}$

B. $d(A; (SBC)) = \frac{\sqrt{72}}{17}$

C. $d(A; (SBC)) = \frac{6\sqrt{34}}{17}$

D. $d(A; (SBC)) = \frac{3}{\sqrt{17}}$

HD: +) Ta có $AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 = BC^2$

$\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

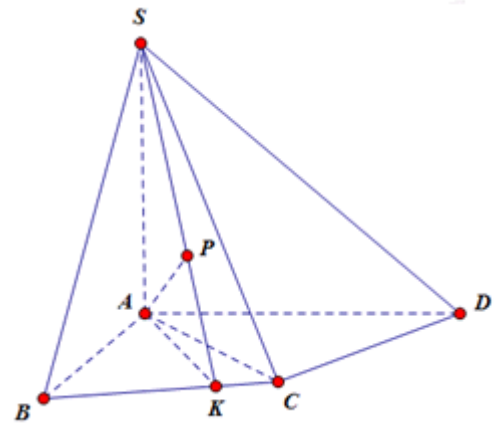
+) Kẻ $AK \perp BC (K \in BC), AP \perp SK (P \in SK)$

$$\Rightarrow d(A; (SBC)) = AP$$

$$+) \frac{1}{AP^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$= \frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} = \frac{17}{72} \Rightarrow AP = \frac{6\sqrt{34}}{17}$$

$$\Rightarrow d(A; (SBC)) = \frac{6\sqrt{34}}{17}. \text{ Chọn C}$$



Câu 44: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh 4cm. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt đáy là trung điểm H của AB. Biết rằng $SH = \sqrt{2}\text{cm}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) là:

A. 1 cm

B. 2 cm

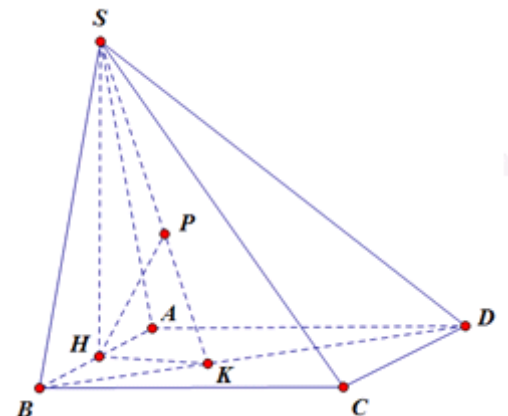
C. 3 cm

D. 4 cm

HD: + $d(A; (SBD)) = 2d(H; (SBD))$

+) Kẻ $HK \perp BD (K \in BD), HP \perp SK (P \in SK)$

$$\Rightarrow d(H; (SBD)) = HP \Rightarrow d(A; (SBD)) = 2HP$$



+) ΔHBK vuông cân tại K $\Rightarrow HK = \frac{BH}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

+) $\frac{1}{HP^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow HP = 1$

$\Rightarrow d(A; (SBD)) = 2$. **Chọn B**

Câu 45: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt đáy là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $HC = 2HA$. Gọi M là trung điểm của SC và N là điểm thuộc cạnh SB sao cho $SB = 3SN$. Khẳng định nào sau đây là **sai**:

A. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{4}{3}$ lần khoảng cách từ N đến mặt phẳng (ABC).

B. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAB) bằng một nửa khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB)

C. Khoảng cách từ N đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{1}{3}$ khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC)

D. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{3}{2}$ khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SAB)

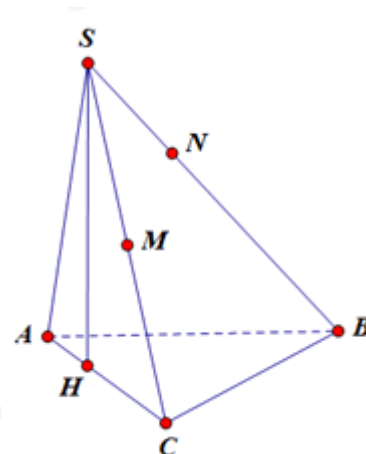
HD: $\frac{d(M; (ABC))}{d(S; (ABC))} = \frac{MC}{SC} = \frac{1}{2}; \frac{d(N; (ABC))}{d(S; (ABC))} = \frac{NB}{SB} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow \frac{d(M; (ABC))}{d(N; (ABC))} = \frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \Rightarrow A$ sai

+) $\frac{d(M; (SAB))}{d(C; (SAB))} = \frac{MS}{CS} = \frac{1}{2} \Rightarrow B$ đúng

+) $\frac{d(N; (SAC))}{d(B; (SAC))} = \frac{NS}{BS} = \frac{1}{3} \Rightarrow C$ đúng

+) $\begin{cases} d(M; (SAB)) = \frac{1}{2} d(C; (SAB)) \\ d(C; (SAB)) = \frac{CA}{HA} = 3 \end{cases} \Rightarrow D$ đúng



Câu 46: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật có $AB = 9, AD = 12$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt đáy trùng với trọng tâm H của tam giác ABC. Biết $SH = 6$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) là:

A. $\frac{36}{5}$

B. $\frac{24}{5}$

C. $\frac{12}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

HD: +) $d(A; (SCD)) = d(B; (SCD))$

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

+) Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow B, H, O, D$ thẳng hàng

$$\Rightarrow BH = \frac{2}{3}BO = \frac{1}{3}BD \Rightarrow \frac{d(B; (SAC))}{d(H; (SAC))} = \frac{BD}{HD} = \frac{3}{2}$$

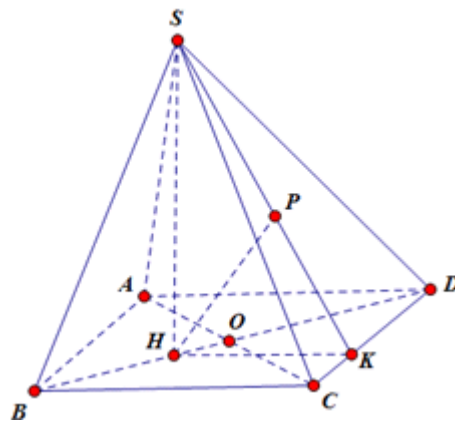
$$\Rightarrow d(A; (SCD)) = d(B; (SCD)) = \frac{3}{2}d(H; (SAC))$$

+) Kẻ $HK \perp CD (K \in CD), HP \perp SK (P \in SK)$

$$\Rightarrow d(H; (SCD)) = HP \Rightarrow d(A; (SCD)) = \frac{3}{2}HP$$

$$+) HK \perp CD, BC \perp CD \Rightarrow HK \parallel BC \Rightarrow \frac{HK}{BC} = \frac{DB}{DB} = \frac{2}{3} \Rightarrow HK = \frac{2}{3}BC = \frac{2}{3} \cdot 12 = 8$$

$$+) \frac{1}{HP^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} = \frac{25}{576} \Rightarrow HP = \frac{24}{5} \Rightarrow d(A; (SCD)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{24}{5} = \frac{36}{5}. \text{ Chọn A.}$$



Câu 47: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD. Tam giác SAD cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là điểm thỏa mãn $\vec{SM} + 2\vec{CM} = \vec{0}$. Tỷ số khoảng cách D đến mặt phẳng (SAB) và từ M đến mặt phẳng (SAB) là:

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

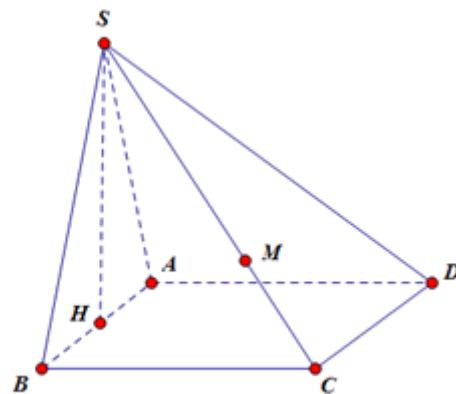
D. 2

HD: +) Từ $\vec{SM} + 2\vec{CM} = \vec{0} \Rightarrow M$ thuộc đoạn thẳng SC và $SM = 2MC$

$$+) \frac{d(M; (SAB))}{d(C; (SAB))} = \frac{MS}{CS} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow d(M; (SAB)) = \frac{2}{3}d(C; (SAB)) = \frac{2}{3}d(D; (SAB))$$

$$\Rightarrow \frac{d(D; (SAB))}{d(M; (SAB))} = \frac{3}{2}. \text{ Chọn B.}$$



Câu 48: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi. Tam giác SAB cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy, biết tam giác ABC đều cạnh 20 cm và mặt phẳng (SCD) tạo với đáy một góc 60° . Khoảng cách từ A đến (SCD) là:

A. 20 cm

B. 10 cm

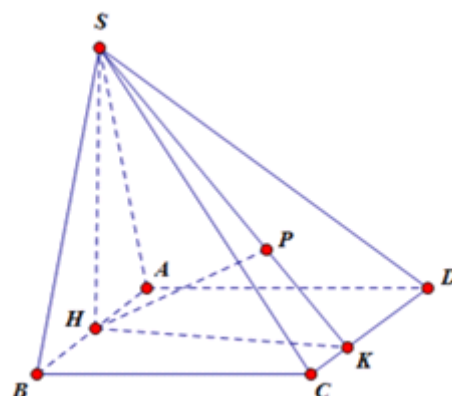
C. 15 cm

D. 30 cm

HD: +) _ Kẻ $HK \perp CD (K \in CD), HP \perp SK (P \in SK)$

$$\Rightarrow \begin{cases} d(A; (SCD)) = d(H; (SCD)) = HP \\ ((SCD); (ABCD)) = SKH = 60^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow d(A; (SCD)) = HP = HK \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}HK$$



$$+) \begin{cases} S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20 \cdot \sin 60^\circ = 200\sqrt{3} \\ S_{abcd} = \frac{1}{2} HK \cdot (AB + CD) = \frac{1}{2} HK \cdot (20 + 20) \end{cases}$$

$$\Rightarrow 20HK = 200\sqrt{3} \Rightarrow HK = 10\sqrt{3} \Rightarrow d(A; (SCD)) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 10\sqrt{3} = 15 \text{ cm} . \text{ Chọn C}$$

Câu 49: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, hình chiếu vuông góc của A' xuống mặt đáy (ABC) trùng với trung điểm H của AB . Gọi h là khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$. Gọi M là trung điểm của $A'C'$ và N thuộc cạnh CC' sao cho $NC' = 2NC$. Tính khoảng cách từ M và N đến mặt phẳng $(A'BC)$

- A. $\frac{3}{2}h^2$ B. $\frac{h^2}{6}$ C. $\frac{2h^2}{3}$ D. $\frac{h}{6}$

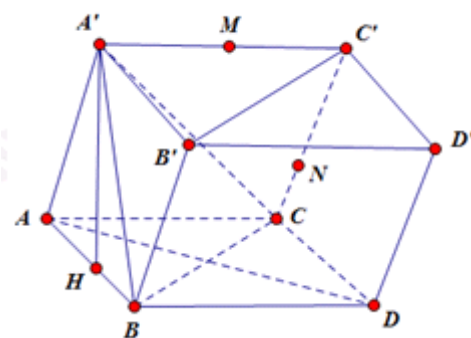
HD: +) Dựng hình lăng trụ $BCD.B'C'D'$; như hình vẽ

$$+) d_1 = d(M; (A'BC)) = \frac{1}{2} d(C; (A'BC))$$

$$d_2 = d(N; (A'BC)) = \frac{1}{3} d(C; (A'BC))$$

$$+) C'D' // A'B \Rightarrow d(C'; (A'BC)) = d(D; (A'BC))$$

$$= d(A; (A'BC)) = h \Rightarrow d_1 d_2 = \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{3} = \frac{h^2}{6} . \text{ Chọn B}$$



Câu 50: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3; AD = 4$. Tam giác $A'BD$ cân tại A' và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy và $AA' = 5$. Gọi M là trung điểm của $A'D'$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'AC)$ là:

- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{6}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

HD: Gọi $H = AC \cap BD \Rightarrow A'H \perp (ABCD)$

$$+) d(M; (A'AC)) = \frac{1}{2} d(D'; (A'AC))$$

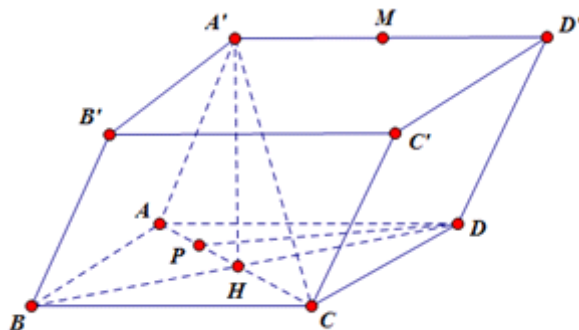
$$= \frac{1}{2} d(D; (A'AC))$$

$$+) \text{ kẻ } DP \perp AC (P \in AC) \Rightarrow \begin{cases} DP \perp AC \\ DP \perp A'H \end{cases}$$

$$\Rightarrow DP \perp (A'AC) \Rightarrow d(D; (A'AC)) = DP$$

$$+) \frac{1}{DP^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{25}{144} \Rightarrow DP = \frac{12}{5} \Rightarrow d(D; (A'AC)) = \frac{12}{5}$$

$$\Rightarrow d(M; (A'AC)) = \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{5} = \frac{6}{5} . \text{ Chọn B}$$



CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

Câu 51: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có SAC là tam giác đều. Gọi d_A là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) và d_B là khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) . Tỷ lệ $\frac{d_A}{d_B}$ bằng:

- A. 2 B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{2\sqrt{21}}{7}$

HD: +) Hình chóp đều $S.ABCD \Rightarrow ABCD$ là hình vuông

Đặt $AB = BC = CD = DA = x > 0 \Rightarrow AC = BD = x\sqrt{2}$

+) Gọi $H = AC \cap BD \Rightarrow \begin{cases} BH \perp AC \\ BH \perp SH \end{cases}$

$\Rightarrow BH \perp (SAC) \Rightarrow d_B = BH = \frac{BD}{2} = \frac{x\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{\sqrt{2}}$

+) $d_A = 2d(H; (SCD))$

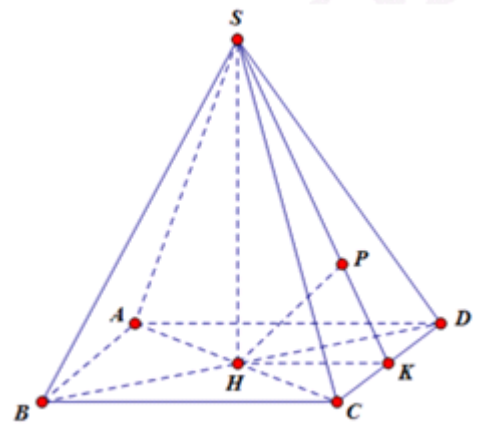
Kẻ $HK \perp CD, HP \perp SK (P \in SK)$

$\Rightarrow d(H; (SCD)) = HP \Rightarrow d_A = 2HP$

ΔSAC đều $\Rightarrow SH = \frac{\sqrt{3}}{2} AC = \frac{\sqrt{3}}{2} x\sqrt{2} = \frac{x\sqrt{6}}{2}$

Ta có $HK = \frac{1}{2} BC = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{1}{HP^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{4}{6x^2} + \frac{4}{x^2} = \frac{14}{3x^2} \Rightarrow HP = x\sqrt{\frac{3}{14}}$

$\Rightarrow d_A = 2x\sqrt{\frac{3}{14}} \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = 2x\sqrt{\frac{3}{14}} : \frac{x}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{2\sqrt{21}}{7}$. **Chọn D**



Câu 52: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = a$, I là trung điểm của SC , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , mặt phẳng (SAB) tạo với đáy 1 góc bằng 60° . Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) .

- A. $\frac{3a}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{39}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

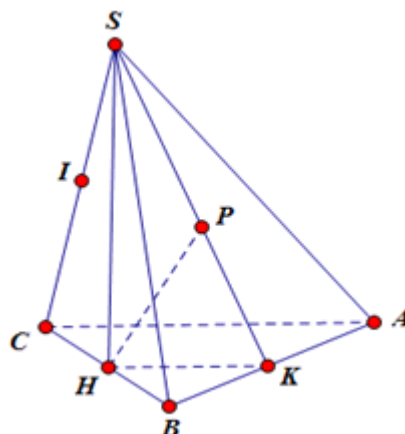
HD: +) $d(I; (SAB)) = \frac{1}{2} d(C; (SAB)) = d(H; (SAB))$

Kẻ $HK \perp AB (K \in AB), HP \perp SK (P \in SK)$

$\Rightarrow d(H; (SAB)) = HP \Rightarrow d(I; (SAB)) = HP$

+) $\left((SAB); (ABC) \right) = SKH = 60^\circ$

$\Rightarrow HP = HK \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} HK$



$$+) \begin{cases} HK \perp AB \\ CA \perp AB \end{cases} \Rightarrow HK \parallel CA \Rightarrow \frac{HK}{CA} = \frac{BH}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow HK = \frac{1}{2}CA = \frac{a}{2} \Rightarrow HP = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow d(I; (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}. \text{ Chọn D}$$

Câu 53: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với mặt đáy (ABC) một góc 60° . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(B'AC)$ là:

- A. $\frac{3a}{2}$ B. $\frac{2a}{3}$ C. $\frac{9a}{4}$ D. $\frac{a}{2}$

HD: +) Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C' \Rightarrow A'A \perp (ABC)$

Kẻ $AE \perp BC (E \in BC)$

$$\Rightarrow ((A'BC); (ABC)) = A'EA = 60^\circ$$

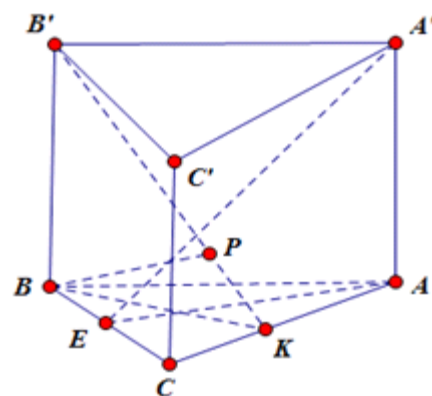
$$\Rightarrow A'A = AE \tan 60^\circ = AE\sqrt{3} = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = 3a$$

+ $BK \perp AC (K \in AC), BP \perp B'K (P \in B'K)$

$$\Rightarrow d(B; (B'AC)) = BP$$

$$+) BK = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{BP^2} = \frac{1}{B'B^2} + \frac{1}{BK^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{9a^2}$$

$$\Rightarrow BP = \frac{3a}{2} \Rightarrow d(B; (B'AC)) = \frac{3a}{2}. \text{ Chọn A.}$$



Câu 54: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = 2a, CAB = 120^\circ$. Góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 45° . Khoảng cách từ B' đến mặt phẳng (ABC) là:

- A. $a\sqrt{2}$ B. $2a\sqrt{2}$ C. a D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

HD: Ta có: $d(B', (ABC)) = BB' = AA'$

Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow AH \perp BC$

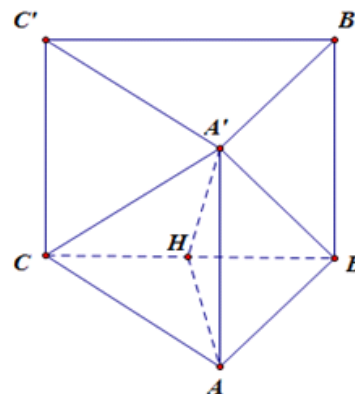
$$\text{Do đó } \begin{cases} AH \perp BC \\ AA' \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'H)$$

Suy ra $((A'BC), (ABC)) = A'HA = 45^\circ$

Do đó tam giác $A'AH$ vuông cân tại A

$$\text{Mà } \cos CAH = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = a$$

Nên ta được $AH = AA' = a \Rightarrow d(B', (ABC)) = a. \text{ Chọn C}$



Câu 55: Cho lăng trụ tứ giác đều ABCD.A'B'C'D' với cạnh đáy $2\sqrt{3} dm$. Biết rằng mặt phẳng (BDC') hợp với đáy một góc 30° . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BDC') là:

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2} dm$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2} dm$ C. $\frac{2}{3} dm$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3} dm$

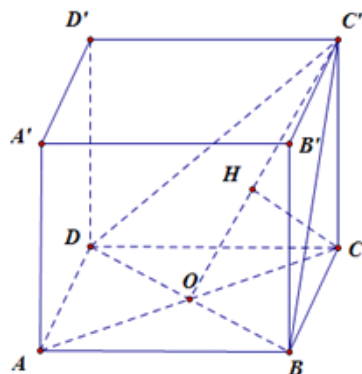
HD: Gọi O là tâm ABCD $\Rightarrow OC \perp BD \rightarrow BD \perp (OCC')$

Suy ra $((BDC'), (ABCD)) = COC' = 30^\circ$

Kẻ $CH \perp OC' \Rightarrow d(A, (BDC')) = d(C, (BDC')) = CH$

Do đó $\sin HOC = \frac{CH}{OC} \Rightarrow CH = \sin 30^\circ \cdot \sqrt{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

Vậy $d(A, (BDC')) = \frac{\sqrt{6}}{2} dm$



Câu 56: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = 2a, AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB. Cạnh bên SC hợp với đáy 1 góc 60° . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là:

- A. $\frac{4\sqrt{29}a}{29}$ B. $\frac{\sqrt{87}a}{29}$ C. $\frac{4\sqrt{87}a}{29}$ D. $\frac{4a}{29}$

HD: Kẻ $HO \perp BC, HK \perp SO \Rightarrow d(H, (SBC)) = HK$

Ta có ΔOBH đồng dạng với ΔABC

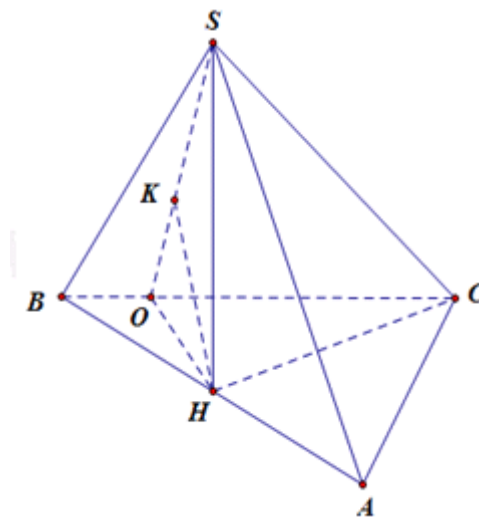
$$\Rightarrow OH = \frac{AC \cdot BH}{BC} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

Mà $(SC, (ABC)) = SCH = 60^\circ \Rightarrow SH = \tan SCH \cdot CH$

$$\Rightarrow CH = \sqrt{HA^2 + AC^2} = 2a \Rightarrow SH = 2a\sqrt{3}$$

$$\text{Có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HO^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{29}{12a^2} \Rightarrow HK = \frac{2\sqrt{87}}{29} a$$

Mà $d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC)) = \frac{4\sqrt{87}a}{29}$. **Chọn C**



Câu 57: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BC = a, ACB = 60^\circ$, $SA \perp (ABC)$ và M là điểm nằm trên cạnh AC sao cho $MC = 2MA$. Biết (SBC) tạo với đáy góc 30° . Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBC) là:

- A. $\frac{3a}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{2a}{9}$

HD: Kẻ $AH \perp SB \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$

Ta có $\frac{MC}{AC} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow d(M, (SBC)) = \frac{2}{3} d(A, (SBC))$

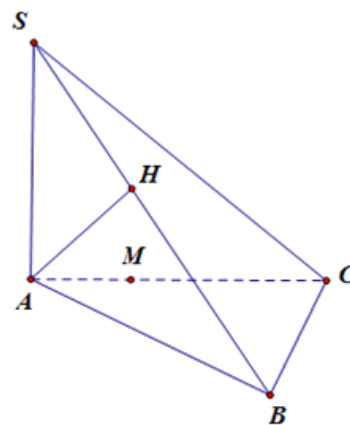
Ta có $BC \perp (SAB)$ và $\begin{cases} (SAB) \cap (ABC) = AB \\ (SAB) \cap (SBC) = SB \end{cases}$

Nên góc giữa (SBC) và (ABC) là $SBA = 30^\circ$

Do đó $SA = AB \cdot \tan SBA = a$ vì $AB = BC \cdot \tan ACB$

Nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow d(M, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. **Chọn B**



Câu 58: Cho hình chóp tam giác đều S.ABC, cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Gọi O là tâm đáy, M, N là trung điểm của AB, BC. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SMN) là:

- A. $\frac{a\sqrt{279}}{69}$ B. $\frac{a\sqrt{279}}{23}$ C. $\frac{a\sqrt{23}}{279}$ D. $a\sqrt{\frac{23}{279}}$

HD: Kẻ $OH \perp MN, OK \perp SH$ với $H \in MN, K \in SH$

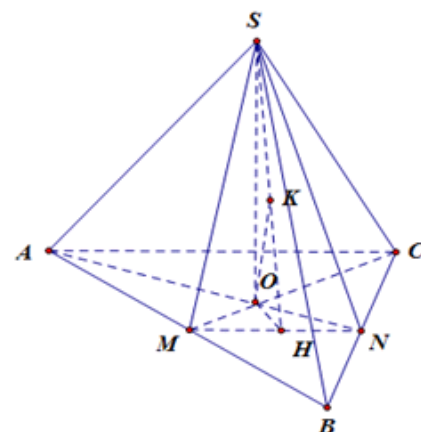
Suy ra $d(O, (SMN)) = OK$

Ta có $\triangle OMN$ cân tại O có $OH = \frac{MH}{\tan 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

$\triangle SMA$ vuông tại M $\Rightarrow SM = \sqrt{SA^2 - MA^2} = 2\sqrt{2}a$

$\triangle SMO$ vuông tại O $\Rightarrow SO = \sqrt{SM^2 - MO^2} = \frac{a\sqrt{69}}{3}$

Do đó $\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{279}{23a^2} \Rightarrow OK = a\sqrt{\frac{23}{279}}$. **Chọn D**



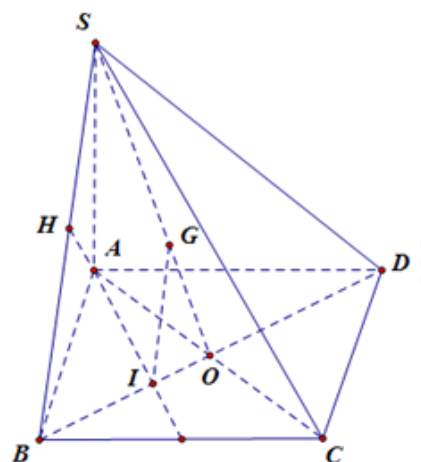
Câu 59: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, cạnh a , $SA \perp (ABCD), SA = a\sqrt{3}$. Gọi G là trọng tâm $\triangle SAC$. Từ G kẻ đường thẳng song song với SB cắt OB tại I. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SBC) là:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$

HD: Ta có GI song song SB nên $\frac{OG}{OS} = \frac{OI}{OB} = \frac{1}{3}$

Mà O là trung điểm AC nên I là trọng tâm $\triangle ABC$

Do đó $d(I, (SBC)) = \frac{1}{3} d(A, (SBC))$



Kẻ $AH \perp SB (H \in SB) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$

Xét ΔSAB vuông tại A, có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Suy ra $d(I, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. **Chọn C.**

Câu 60: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm của AB, E là trung điểm của BC. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SED) là:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{3a\sqrt{2}}{8}$

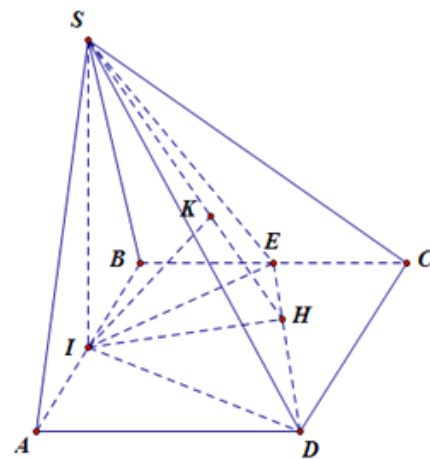
HD: Kẻ $IH \perp DE, IK \perp SH \Rightarrow d(I, (SED)) = IK$

Tam giác SAB đều cạnh a nên $SI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $S_{\Delta IDE} = S_{ABCD} - 2S_{\Delta AID} - S_{\Delta BIE} = \frac{3a^2}{8}$

Mà $S_{\Delta IDE} = \frac{1}{2} IH \cdot DE \Rightarrow IH = \frac{3\sqrt{5}a}{10}$

Do đó $\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IH^2} + \frac{1}{SI^2} = \frac{32a^2}{9} \Rightarrow IK = \frac{3\sqrt{2}a}{8}$. **Chọn D**



VẤN ĐỀ 2: KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Câu 1: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh 4 cm. Biết SA = 3 cm, khoảng cách giữa 2 đường thẳng SA và BC là:

- A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$ cm B. 1 cm C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ cm D. $\frac{4}{\sqrt{5}}$ cm

Câu 2: Cho khối chóp đều S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh 3 cm. Biết SA tạo với đáy một góc 60° . Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SA và BC là:

- A. 3 cm B. $\frac{9}{4}$ cm C. 2 cm D. $\frac{3}{2}$ cm

Câu 3: Cho khối chóp S.ABCD có $SA \perp (ABCD)$ có đáy ABCD là hình chữ nhật có AB = 3; AD = 4. Biết SC = 13. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SB và AD là:

- A. $\frac{4}{\sqrt{17}}$ B. $\frac{12}{\sqrt{17}}$ C. $\frac{2}{\sqrt{17}}$ D. $\frac{3}{\sqrt{17}}$

Câu 4: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh 2a. Biết hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy trùng với trung điểm của AB và $((SCD; ABCD)) = 60^\circ$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SD và BC là:

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

A. $\frac{4a\sqrt{39}}{13}$ B. $\frac{4a\sqrt{3}}{13}$ C. $\frac{2a\sqrt{3}}{13}$ D. $\frac{4a\sqrt{3}}{39}$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a$, tam giác SBC là tam giác vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng SB và AC .

A. $\frac{3a}{7}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$ C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ D. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $\frac{SB}{\sqrt{2}} = \frac{SC}{\sqrt{3}} = a$.

Cạnh $SA \perp (ABCD)$, khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng:

A. $\frac{a}{\sqrt{6}}$ B. $\frac{a}{3}$ C. $\frac{a}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của AB . Diện tích tam giác SAB bằng $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng:

A. $\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{35}}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{35}}$ C. $\frac{2a\sqrt{6}}{\sqrt{35}}$ D. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{35}}$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là ABC là tam giác đều cạnh a . Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{15}}{10}$ B. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{15}}{6}$ D. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$

Câu 9: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh $a\sqrt{3}$. Độ dài khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD là ?

A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$ và (SAD) nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB ? Biết SAD là tam giác đều.

A. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$ B. $\frac{2a\sqrt{14}}{7}$ C. $\frac{a\sqrt{14}}{7}$ D. $\frac{a\sqrt{14}}{3}$

Câu 11: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BAD = 60^\circ$, góc của đường chéo $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường $A'C$ và BB' là?

A. $\frac{a}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. a .

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc đáy, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AC là:

- A. $\frac{a}{5}$ B. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{a}{\sqrt{5}}$ D. a .

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B . Biết $AB = a, BC = a, AD = 3a, SA = a\sqrt{2}$. Khi $SA \perp (ABCD)$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, CD là:

- A. $\frac{a}{5}$ B. $\frac{a}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ D. $\frac{3a}{\sqrt{5}}$

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B . Biết $AB = a, BC = a, AD = 3a, SA = a\sqrt{2}$. Khi $SA \perp (ABCD)$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AD là:

- A. $\frac{a}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{2a}{3}$

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $\frac{SB}{\sqrt{2}} = \frac{SC}{\sqrt{3}} = a$. Cạnh $SA \perp (ABCD)$, khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng:

- A. $\frac{a}{\sqrt{6}}$ B. $\frac{a}{3}$ C. $\frac{a}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$

Câu 16: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh $a\sqrt{3}$. Độ dài khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD là?

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$ và (SAD) nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB ? Biết SAD là tam giác đều.

- A. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$ B. $\frac{2a\sqrt{14}}{7}$ C. $\frac{a\sqrt{14}}{7}$ D. $\frac{a\sqrt{14}}{3}$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B có $AB = a, BC = a, CD = a\sqrt{6}, SA = a\sqrt{2}$. Khi $SA \perp (ABCD)$ thì khoảng cách giữa AD và SC là?

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA = AC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SA và BC là:

- A. $a\sqrt{2}$ B. $2a\sqrt{2}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA = AC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SC và AB là:

A. $a\sqrt{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$

Câu 21: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B có $AB = a$, $BC = a$, $CD = a\sqrt{6}$, $SA = a\sqrt{2}$. Khi $SA \perp (ABCD)$ thì khoảng cách từ giữa AD và SC là ?

A. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

Câu 22: Cho hình chóp S.ABC có đáy tam giác đều ABC cạnh là a, cạnh bên $SA = a$, $SA \perp (ABC)$, I là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SI và AB là?

A. $\frac{a\sqrt{17}}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$ C. $\frac{a\sqrt{23}}{7}$ D. $\frac{a\sqrt{17}}{7}$

Câu 23: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc tạo bởi SC với (SAB) là 30° . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC và SD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau DE và CF là ?

A. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$ B. $\frac{3a\sqrt{17}}{11}$ C. $\frac{a\sqrt{13}}{13}$ D. $\frac{3a\sqrt{31}}{31}$

Câu 24: Hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại C. Có $CA = a$, $CB = b$, cạnh $SA = h$ vuông góc với đáy. Gọi D là trung điểm cạnh AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD là ?

A. $\frac{ah}{\sqrt{a^2 + h^2}}$ B. $\frac{bh}{\sqrt{b^2 + 4h^2}}$ C. $\frac{ah}{\sqrt{b^2 + 4h^2}}$ D. $\frac{ah}{\sqrt{b^2 + 2h^2}}$

Câu 25: Cho khối lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy là tam giác ABC cân tại A có $AB = AC = 2a$; $BC = 2a\sqrt{3}$. Tam giác A'BC vuông cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC). Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AA' và BC là:

A. $a\sqrt{3}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 26: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $AB = AC = SA = 2a$. Gọi I là trung điểm của BC. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SI, AC

A. $\frac{2a\sqrt{10}}{5}$ B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

Câu 27: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABCD) bằng 60° . Tính theo a khoảng cách giữa 2 đường thẳng SB, AD.

A. $a\sqrt{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

Câu 28: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành ABCD tâm O tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = a, SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng SD tạo với đáy một góc 45° . Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AD và SB là:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$

Câu 29: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm cạnh BC và $SM = \frac{3a}{2}$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SM và AD là :

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. a C. $\frac{a}{\sqrt{2}}$ D. $a\sqrt{2}$

Câu 30: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD có $AB = 3a, AD = 2a, SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của AD. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng CM và SA là

- A. $\frac{6a}{\sqrt{13}}$ B. $\frac{3a}{\sqrt{10}}$ C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ D. $\frac{6a}{\sqrt{10}}$

Câu 31: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B. Cạnh bên $SA \perp (ABCD), AD = 4a, AB = BC = 2a, SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng:

- A. $5a\sqrt{6}$ B. $\frac{a\sqrt{30}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{5}}{6}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{5}$

Đáp án

1-D	2-B	3-B	4-A	5-D	6-D	7-C	8-B	9-B	10-A
11-B	12-B	13-D	14-C	15-D	16-B	17-A	18-C	19-A	20-D
21-C	22-B	23-C	24-B	25-D	26-B	27-B	28-D	29-C	30-B
31-B									

Hướng dẫn giải

Câu 1: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 4 cm . Biết $SA = 3\text{ cm}$, khoảng cách giữa 2 đường thẳng SA và BC là:

- A. $\frac{1}{\sqrt{5}}\text{ cm}$ B. 1 cm C. $\frac{2}{\sqrt{5}}\text{ cm}$ D. $\frac{4}{\sqrt{5}}\text{ cm}$

HD: Ta có $OA = 2\sqrt{2}$ (O là tâm hình vuông). $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = 1\text{ cm}$

$$d(SA; BC) = d(BC; (SAD)) = 2d(O; (SAD)) = \frac{4}{\sqrt{5}}. \text{ Chọn D}$$

Câu 2: Cho khối chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh 3 cm . Biết SA tạo với đáy một góc 60° . Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SA và BC là:

- A. 3 cm B. $\frac{9}{4}\text{ cm}$ C. 2 cm D. $\frac{3}{2}\text{ cm}$

HD: Gọi O là trọng tâm tam giác ABC . Ta có: $OA = \frac{2}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$. Kẻ $Ax // BC$ suy ra $Ax // (SOA)$.

$$d(SA; BC) = d(BC; (SAX)) = \frac{3}{2}d(O; (SAX)) = \frac{3}{2} \cdot OA \sin 60^\circ = \frac{9}{4}. \text{ Chọn B}$$

Câu 3: Cho khối chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 3; AD = 4$. Biết $SC = 13$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SB và AD là:

- A. $\frac{4}{\sqrt{17}}$ B. $\frac{12}{\sqrt{17}}$ C. $\frac{2}{\sqrt{17}}$ D. $\frac{3}{\sqrt{17}}$

HD: Ta có: $AC = 5 \Rightarrow SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = 12$

$$d(SB; AD) = d(AD; (SBC)) = d(A; (SBC)) = \frac{12}{\sqrt{17}}. \text{ Chọn B}$$

Câu 4: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Biết hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy trùng với trung điểm của AB và $((SCD; ABCD)) = 60^\circ$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SD và BC là:

- A. $\frac{4a\sqrt{39}}{13}$ B. $\frac{4a\sqrt{3}}{13}$ C. $\frac{2a\sqrt{3}}{13}$ D. $\frac{4a\sqrt{3}}{39}$

HD: Dựng $HK \perp CD \Rightarrow SKH = 60^\circ, SH = HK \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$

$$d(SD; BC) = d(BC; (SAD)) = 2d(H; (SAD)) = \frac{4a\sqrt{39}}{13}. \text{ Chọn A}$$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a$, tam giác SBC là tam giác vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng SB và AC .

- A. $\frac{3a}{7}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$ C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ D. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$

HD: H là trung điểm BC . Ta có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a \Rightarrow SH = \frac{1}{2}BC = a$

Đựng $Bx // AC \Rightarrow d(AC; SB) = d(AC; SBx) = d(C; SBx) = 2d(H; SBx) = \frac{2a\sqrt{21}}{7}. \text{ Chọn D}$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $\frac{SB}{\sqrt{2}} = \frac{SC}{\sqrt{3}} = a$.

Cạnh $SA \perp (ABCD)$, khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng:

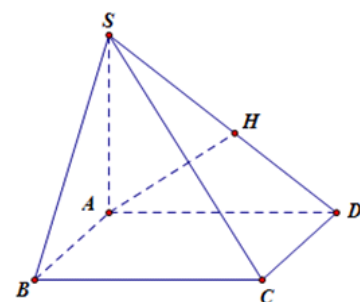
- A. $\frac{a}{\sqrt{6}}$ B. $\frac{a}{3}$ C. $\frac{a}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$

HD: Kẻ $AH \perp SD \Rightarrow AH = d(A, (SCD))$

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

$\Rightarrow BC = \sqrt{SC^2 - SB^2} = a$. Mà $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{2}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a}{\sqrt{2}} = d(A, (SCD)). \text{ Chọn D}$



Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của AB . Diện tích tam giác SAB bằng $\frac{a^2}{\sqrt{2}}$. Khoảng cách từ điểm B

đến mặt phẳng (SAC) bằng:

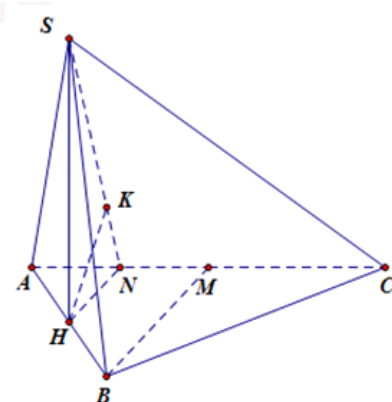
- A. $\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{35}}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{35}}$ C. $\frac{2a\sqrt{6}}{\sqrt{35}}$ D. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{35}}$

HD: Ta có $d(B, (SAC)) = 2d(H, (SAC))$

Kẻ $HK \perp SN \Rightarrow HK = d(H, (SAC)) \Rightarrow d(B, (SAC)) = 2HK$

Ta có $SH = \frac{2S_{SAB}}{AB} = a\sqrt{2}$

Và $HN = \frac{1}{2}BM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$



Ta có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HN^2} + \frac{1}{HS^2} = \frac{35}{6a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{35}}$

$\Rightarrow d(B, (SAC)) = 2HK = \frac{2a\sqrt{6}}{\sqrt{35}}$. **Chọn C**

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là ABC là tam giác đều cạnh a . Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{15}}{10}$ B. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$ C. $\frac{a\sqrt{15}}{6}$ D. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$

HD: Ta có $d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC))$

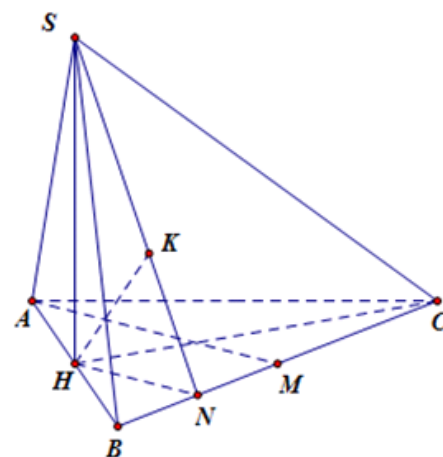
Kẻ $HK \perp SN \Rightarrow HK = d(H, (SBC)) \Rightarrow d(A, (SBC)) = 2HK$

Ta có $SH = CH \cdot \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Và $HN = \frac{1}{2}AM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Ta có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HN^2} = \frac{20}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{15}}{10}$

$\Rightarrow d(A, (SBC)) = 2HK = \frac{2a\sqrt{15}}{10}$. **Chọn B**



Câu 9: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh $a\sqrt{3}$. Độ dài khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD là ?

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

HD: Ta có $\begin{cases} AB \perp CM \\ AB \perp SH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CDM)$

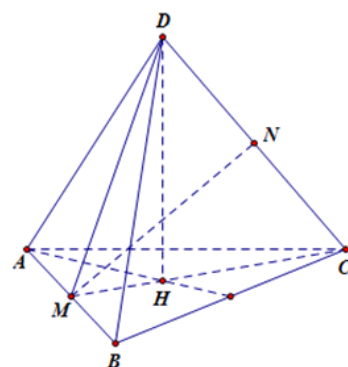
Kẻ $MN \perp CD \Rightarrow AB \perp MN$ do $AB \perp (CDM)$

$\Rightarrow MN$ là khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD

Ta có $CM = \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}$

Và $CN = \frac{1}{2}CD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow MN = \sqrt{CM^2 - NC^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow d(AB, CD) = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. **Chọn B**



Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$ và (SAD) nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB ? Biết SAD là tam giác đều.

A. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$

B. $\frac{2a\sqrt{14}}{7}$

C. $\frac{a\sqrt{14}}{7}$

D. $\frac{a\sqrt{14}}{3}$

HD: Do $AD // BC$

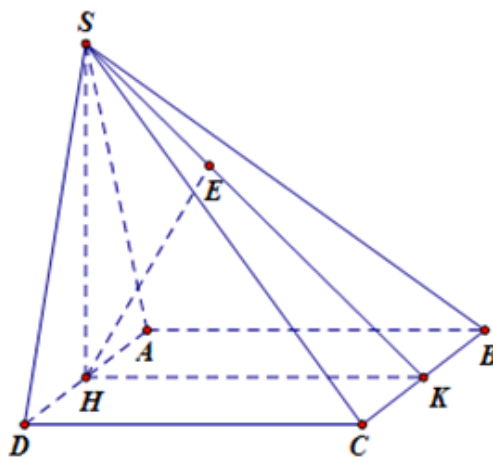
$$\Rightarrow d(AD, SB) = d(AD, (SBC)) = d(H, (SBC))$$

Kẻ $HE \perp SK \Rightarrow HE = d(H, (SBC)) = d(AD, SB)$

Ta có $SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

Ta có $\frac{1}{HE^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{7}{12a^2} \Rightarrow HE = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$

$\Rightarrow d(AD, SB) = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$. **Chọn A**



Câu 11: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BAD = 60^\circ$, góc của đường chéo $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường $A'C$ và BB' là?

A. $\frac{a}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

D. a .

HD: Có $A'C \subset (AA'C'C)$ mà BB' song song $(AA'C'C)$

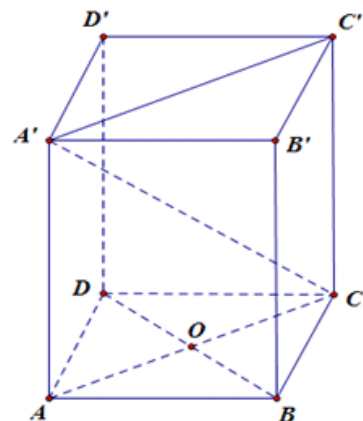
Nên $d(A'C, BB') = d(BB', (AA'C'C))$

Gọi O là tâm hình thoi ABCD

Ta có $\begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BO \perp (AA'C'C)$

Suy ra $d(O, (AA'C'C)) = BO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Do đó $d(A'C, BB') = d(O, (AA'C'C)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc đáy, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AC là:

A. $\frac{a}{5}$

B. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$

C. $\frac{a}{\sqrt{5}}$

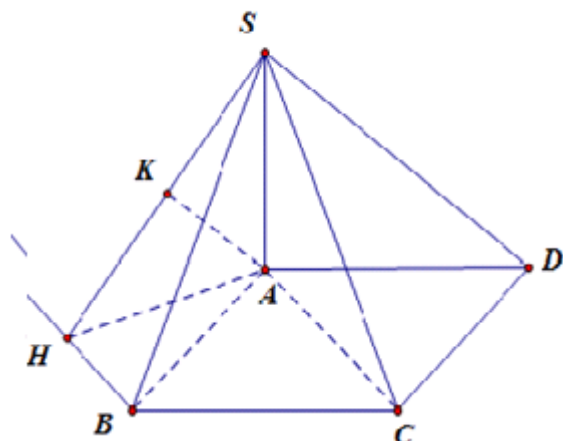
D. a

HD: Ta có $(SC, (ABCD)) = \angle SCA = 45^\circ$

Kẻ đường thẳng d qua B và song song với AC.

Kẻ $AH \perp d$ với $H \in d$. Kẻ $AK \perp SH$

Lại có $\begin{cases} SA \perp BH \\ AH \perp BH \end{cases} \Rightarrow BH \perp (SAH) \Rightarrow BH \perp AK$



Do đó $AK \perp (SHB) \Rightarrow d(SB, AC) = AK$

Tam giác SAH vuông tại A, có $AK \perp SH$

$$\text{Nên } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{5}{2a^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{10}}{5}$$

Vậy $d(SB, AC) = \frac{a\sqrt{10}}{5}$. **Chọn B**

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B . Biết $AB = a, BC = a, AD = 3a, SA = a\sqrt{2}$. Khi $SA \perp (ABCD)$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, CD là:

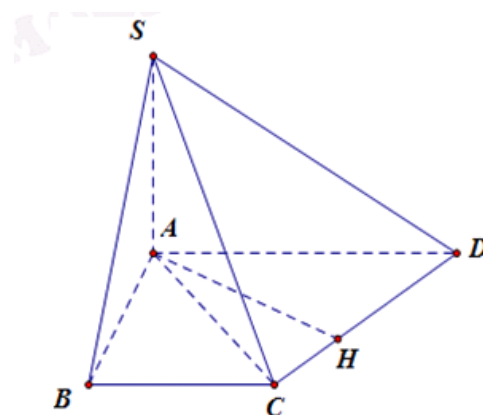
- A. $\frac{a}{5}$ B. $\frac{a}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$ D. $\frac{3a}{\sqrt{5}}$

HD: kẻ $AH \perp CD$ mà $SA \perp AH \Rightarrow AH = d(SA, CD)$

$$\text{Ta có } S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD = \frac{1}{2} AH \cdot CD$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AD}{CD} = \frac{a \cdot 3a}{a\sqrt{5}} = \frac{3a}{\sqrt{5}}$$

$\Rightarrow d(SA, CD) = \frac{3a}{\sqrt{5}}$. **Chọn D**



Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B . Biết $AB = a, BC = a, AD = 3a, SA = a\sqrt{2}$. Khi $SA \perp (ABCD)$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AD là:

- A. $\frac{a}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{2a}{3}$

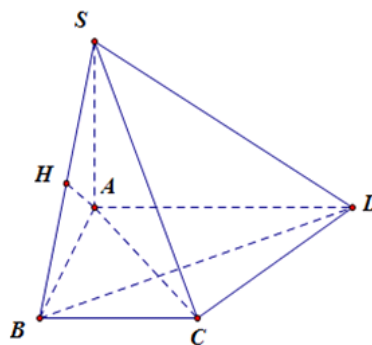
HD: Kẻ $AH \perp SB, H \in SB$. Ta có $SC \subset (SBC) \parallel AD$

$$\Rightarrow d(AD, SC) = d(AD; (SBC)) = d(A, (SBC))$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$$

Mà $AH \perp SB$ nên $AH \perp (SBC)$

$$\text{Do đó } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$
. **Chọn C**



Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $\frac{SB}{\sqrt{2}} = \frac{SC}{\sqrt{3}} = a$. Cạnh $SA \perp (ABCD)$, khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng:

- A. $\frac{a}{\sqrt{6}}$ B. $\frac{a}{3}$ C. $\frac{a}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$

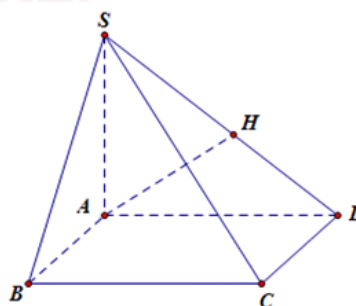
HD: Kẻ $AH \perp SD \Rightarrow AH = d(A, (SCD))$

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{SC^2 - SB^2} = a. \text{ Mà } SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{2}{a^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{a}{\sqrt{2}} = d(A, (SCD)). \text{ Chọn D}$$



Câu 16: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh $a\sqrt{3}$. Độ dài khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD là?

A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

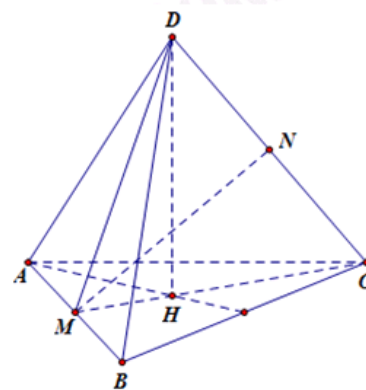
HD: Ta có $\begin{cases} AB \perp CM \\ AB \perp SH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CDM)$

Kẻ $MN \perp CD \Rightarrow AB \perp MN$ do $AB \perp (CDM)$

$\Rightarrow MN$ là khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD

$$\text{Ta có } CM = \frac{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2} \text{ và } CN = \frac{1}{2}CD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow MN = \sqrt{CM^2 - CN^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow d(AB, CD) = \frac{a\sqrt{6}}{2}. \text{ Chọn B}$$



Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$ và (SAD) nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB ? Biết SAD là tam giác đều.

A. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$

B. $\frac{2a\sqrt{14}}{7}$

C. $\frac{a\sqrt{14}}{7}$

D. $\frac{a\sqrt{14}}{3}$

HD: Do $AD \parallel BC$

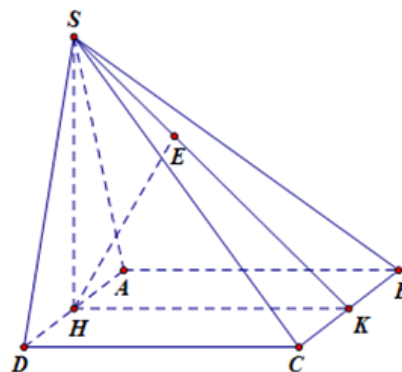
$$\Rightarrow d(AD, SB) = d(AD, (SBC)) = d(H, (SBC))$$

Kẻ $HE \perp SK \Rightarrow HE = d(H, (SBC)) = d(AD, SB)$

$$\text{Ta có } SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{HE^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{7}{12a^2} \Rightarrow HE = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$$

$$\Rightarrow d(AD, SB) = \frac{2a\sqrt{21}}{7}. \text{ Chọn A}$$



CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B có $AB = a, BC = a, CD = a\sqrt{6}, SA = a\sqrt{2}$. Khi $SA \perp (ABCD)$ thì khoảng cách giữa AD và SC là?

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

HD: Do $AD \parallel BC$

$$\Rightarrow d(AD, SC) = d(AD; (SBC)) = d(A, (SBC))$$

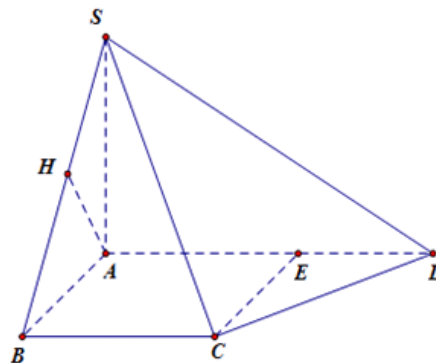
Kẻ $AH \perp SB$

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

$AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH = d(A, (SBC))$ ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\Rightarrow d(AD, SC) = \frac{a\sqrt{6}}{3}. \text{ Chọn C}$$



Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA = AC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SA và BC là:

- A. $a\sqrt{2}$ B. $2a\sqrt{2}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

HD: Ta có $\begin{cases} SA \perp AB \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB$ là đoạn vuông góc chung

Do đó $d(SA, BC) = AB$

Tam giác ABC vuông cân tại B

Nên $AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{2a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2} \Rightarrow d(SA, BC) = a\sqrt{2}$

Chọn A.

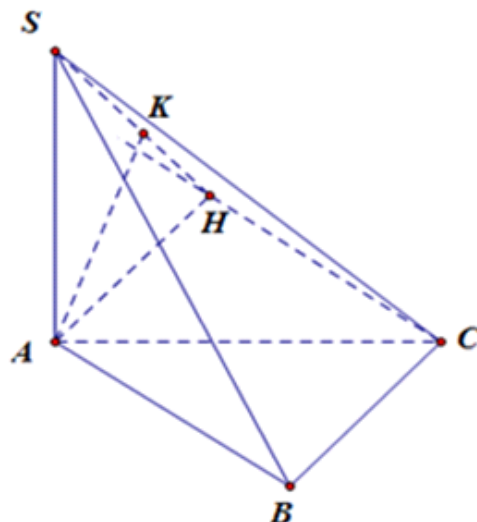
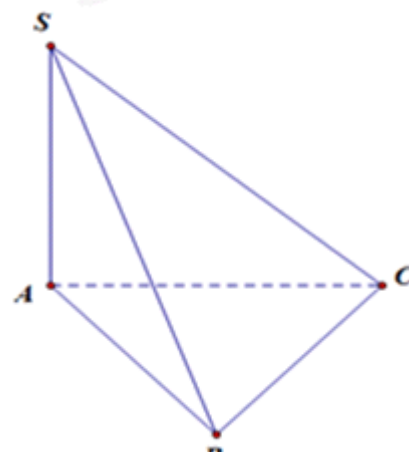
Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA = AC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SC và AB là:

- A. $a\sqrt{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a}{\sqrt{3}}$

HD: Từ C kẻ $Cx \parallel AB$. Kẻ $AH \perp Cx, H \in Cx$

Kẻ $AK \perp SH \Rightarrow AK \perp (SHC) \Rightarrow d(AB, SC) = AK$

Ta có $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{4a^2}$



Do đó $AK = \frac{2a}{\sqrt{3}} \Rightarrow d(AB, SC) = \frac{2a}{\sqrt{3}}$. **Chọn D**

Câu 21: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B có $AB = a$, $BC = a$, $CD = a\sqrt{6}$, $SA = a\sqrt{2}$. Khi $SA \perp (ABCD)$ thì khoảng cách từ giữa AD và SC là ?

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

HD: Do $AD // BC$

$$\Rightarrow d(AD, SC) = d(AD; (SBC)) = d(A, (SBC))$$

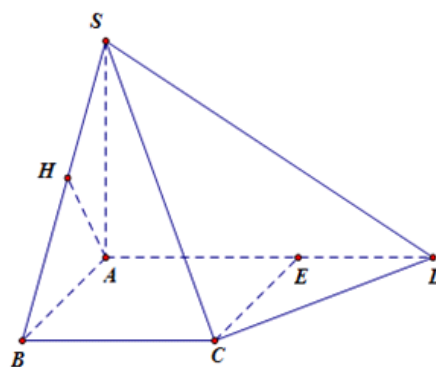
Kẻ $AH \perp SB$

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

Mà $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH = d(A, (SBC))$ ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\Rightarrow d(AD, SC) = \frac{a\sqrt{6}}{3}. \text{ **Chọn C**}$$



Câu 22: Cho hình chóp S.ABC có đáy tam giác đều ABC cạnh là a, cạnh bên $SA = a$, $SA \perp (ABC)$, I là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SI và AB là?

- A. $\frac{a\sqrt{17}}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$ C. $\frac{a\sqrt{23}}{7}$ D. $\frac{a\sqrt{17}}{7}$

HD: Kẻ $IJ // AB$

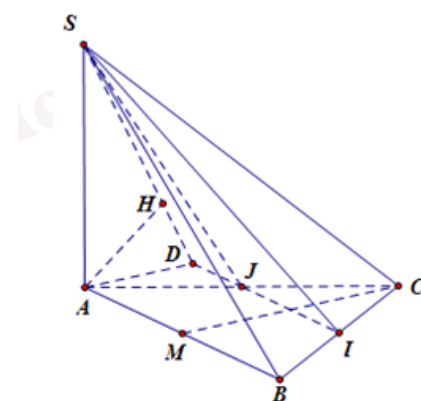
$$\Rightarrow d(SI, AB) = d(AB, (SIJ)) = d(A, (SIJ))$$

Kẻ $AH \perp SD \Rightarrow AH = d(A, (SIJ))$

Ta có $AD = \frac{1}{2}MC = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{19}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{57}}{19}$

$$\Rightarrow d(SI, AB) = \frac{a\sqrt{57}}{19}. \text{ **Chọn B**}$$



Câu 23: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc tạo bởi SC với (SAB) là 30° . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC và SD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau DE và CF là ?

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$ B. $\frac{3a\sqrt{17}}{11}$ C. $\frac{a\sqrt{13}}{13}$ D. $\frac{3a\sqrt{31}}{31}$

HD: Ta có $d(DE, CF) = d(DE, (FCK))$

$$= d(D, (FCK)) = \frac{1}{2} d(H, (FCK))$$

Kẻ $HI \perp CK, HJ \perp FI$

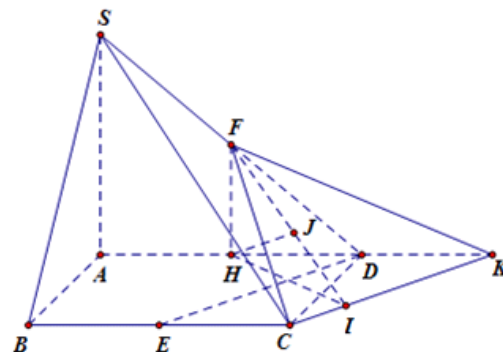
$$\Rightarrow HJ = d(H, (FCK)) = d(DE, CF) = \frac{1}{2} HJ$$

Ta có $HI = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Ta có $(SC, (SAB)) = BSC = 30^\circ \Rightarrow SB = a\sqrt{3}$

$$\Rightarrow SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow HF = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Ta có $\frac{1}{HJ^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{HF^2} = \frac{13}{4a^2} \Rightarrow HJ = \frac{2a\sqrt{13}}{13} \Rightarrow d(DE, CF) = \frac{a\sqrt{13}}{13}$. **Chọn C**



Câu 24: Hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại C. Có $CA = a, CB = b$, cạnh $SA = h$ vuông góc với đáy. Gọi D là trung điểm cạnh AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD là ?

- A. $\frac{ah}{\sqrt{a^2 + h^2}}$ B. $\frac{bh}{\sqrt{b^2 + 4h^2}}$ C. $\frac{ah}{\sqrt{b^2 + 4h^2}}$ D. $\frac{ah}{\sqrt{b^2 + 2h^2}}$

HD: Dựng hình bình hành $ACKD \Rightarrow d(AC; SD) = d(AC; (SDK)) = d(A; (SDK)) = d$

+) Kẻ $AP \perp DK \Rightarrow \frac{1}{d^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AP^2}$

+) Gọi $M = BC \cap DK \Rightarrow ACMP$ là hình chữ nhật $\Rightarrow AP = CM = \frac{b}{2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{d^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{4}{b^2} \Rightarrow d = \frac{bh}{\sqrt{b^2 + 4h^2}} \Rightarrow \text{Chọn B}$$

Câu 25: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC cân tại A có $AB = AC = 2a$; $BC = 2a\sqrt{3}$. Tam giác $A'BC$ vuông cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC). Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AA' và BC là:

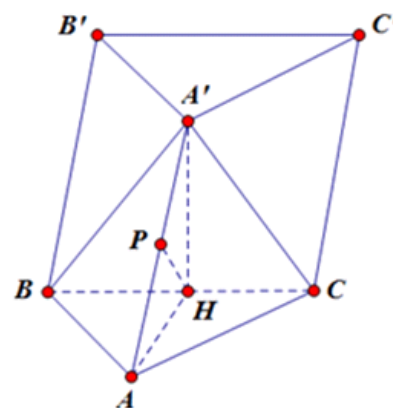
- A. $a\sqrt{3}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

HD: +) Gọi H là trung điểm của cạnh BC

$$\Rightarrow A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp HC \Rightarrow HC \perp HA'$$

+) ΔABC cân tại A $\Rightarrow AH \perp BC \Rightarrow \begin{cases} HC \perp HA \\ HC \perp HA' \end{cases}$

$$\Rightarrow HC \perp (A'AH) \Rightarrow BC \perp (A'AH)$$



+) Kẻ $HP \perp A'A (P \in A'A) \Rightarrow BC \perp HP$

\Rightarrow HP là đường vuông góc chung của A'A và BC

$\Rightarrow d(A'A; BC) = HP$

+) $\Delta A'BC$ vuông cân tại $A' \Rightarrow A'H = \frac{BC}{2} = a\sqrt{3}$

+) Cạnh $HA = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$

$\Rightarrow \frac{1}{HP^2} = \frac{1}{A'H^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow HP = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d(A'A; BC) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 26: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $AB = AC = SA = 2a$. Gọi I là trung điểm của BC. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SI, AC

A. $\frac{2a\sqrt{10}}{5}$

B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

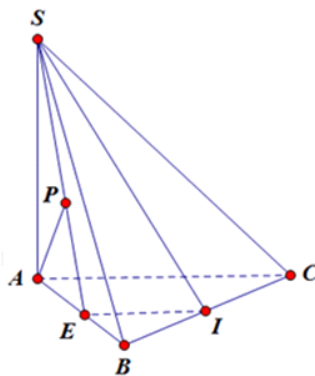
C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$

D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

HD: +) Gọi E là trung điểm của cạnh AB $\Rightarrow AC // IE \Rightarrow AC // (SEI)$

$\Rightarrow d(AC; SI) = d(AC; (SEI)) = d(A; (SEI))$

+) $\begin{cases} AC // IE \\ AC \perp AE \end{cases} \Rightarrow IE \perp AE$, kẻ $AP \perp SE (P \in SE) \Rightarrow d(A; (SEI)) = AP \Rightarrow d(AC; SI) = AP$



Ta có $\frac{1}{AP^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AP = \frac{2a\sqrt{5}}{5} \Rightarrow d(AC; SI) = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Câu 27: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABCD) bằng 60° . Tính theo a khoảng cách giữa 2 đường thẳng SB, AD.

A. $a\sqrt{3}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$

HD: +)
$$\begin{cases} (SAB) \cap (SAD) = SA \\ (SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (SB; (ABCD)) = SBA = 60^\circ$$

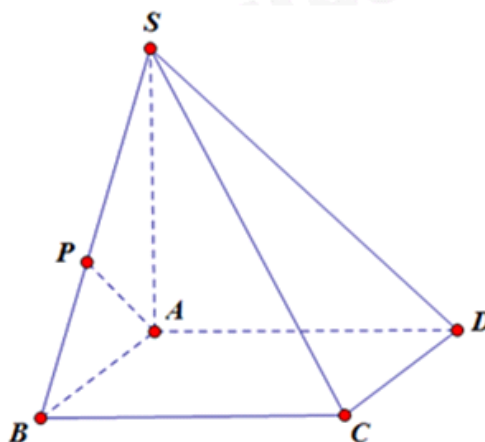
+) $AD // BC \Rightarrow AD // (SBC)$

$$\Rightarrow d(AD; SB) = d(AD; (SBC)) = d(A; (SBC))$$

+) Ta có $AB \perp BC$, kẻ $AP \perp SB (P \in SB)$

$$\Rightarrow d(A; (SBC)) = AP \Rightarrow d(AD; SB) = AP$$

+) $\sin ABP = \frac{AP}{AB} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AP = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d(AD; SB) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **Chọn B**



Câu 28: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành ABCD tâm O tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = a, SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng SD tạo với đáy một góc 45° . Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AD và SB là:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{a\sqrt{10}}{10}$

D. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$

HD: Lấy M là trung điểm BC, H là hình chiếu của A lên SM. Xác định $(AD; (ABCD)) = SDA = 45^\circ$

$SA \perp BC \perp AM \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AH$

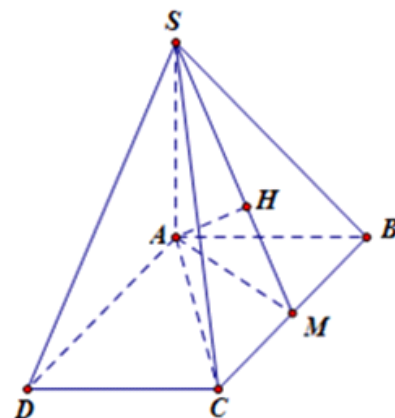
$AH \perp SM \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A; (SBC)) = AH$

Vì $AD // (SBC)$ chứa BC nên

$d(SB, AD) = d(AD; (ABC)) = d(A; (SBC)) = AH$

Tính: $SA = AD = a\sqrt{2}, AM = \frac{a}{\sqrt{2}}$

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow AH = a\sqrt{\frac{2}{5}}$. **Chọn D**



Câu 29: Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm cạnh BC và $SM = \frac{3a}{2}$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng SM và AD là :

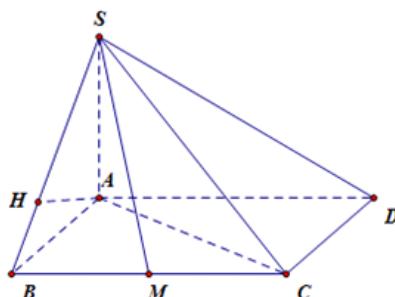
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

B. a

C. $\frac{a}{\sqrt{2}}$

HD: Lấy H là hình chiếu của A lên SB.

$AB \perp BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$



$$AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$$

Ta có: Vì $AD \parallel (SBC)$ chứa SM

$$\Rightarrow d(AD, SM) = d(AD, (SAB)) = d(A, (SAB)) = AH$$

$$\text{Tính: } AM = \sqrt{BA^2 + BM^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow SA = \sqrt{SM^2 - AM^2} = a$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{a}{\sqrt{2}}. \text{ Chọn C}$$

Câu 30: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD có $AB = 3a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của AD. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng CM và SA là

A. $\frac{6a}{\sqrt{13}}$

B. $\frac{3a}{\sqrt{10}}$

C.

$\frac{2a}{\sqrt{5}}$

D. $\frac{6a}{\sqrt{10}}$

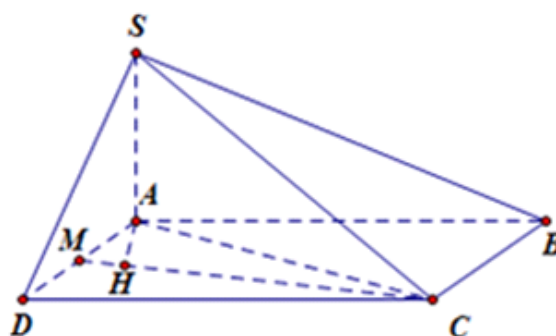
HD: Lấy H là hình chiếu của A lên MC

$$MC \perp AH \perp SA \Rightarrow d(SA, CM) = AH$$

$$\text{Tính } CM = \sqrt{DM^2 + DC^2} = a\sqrt{10}$$

$$AH \cdot MC = AM \cdot AC \cdot \sin MAC = AM \cdot AC \cdot \frac{CD}{AC}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{3a}{\sqrt{10}}. \text{ Chọn B}$$



Câu 31: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B. Cạnh bên $SA \perp (ABCD)$, $AD = 4a$, $AB = BC = 2a$, $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng:

A. $5a\sqrt{6}$

B. $\frac{a\sqrt{30}}{5}$

C. $\frac{a\sqrt{5}}{6}$

D. $\frac{a\sqrt{6}}{5}$

HD: Kẻ $BM \parallel CD \Rightarrow CD \parallel (SBM) \supset SB$

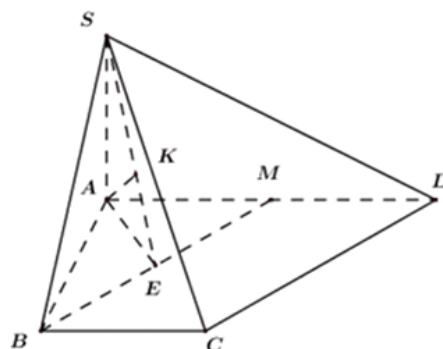
$$\Rightarrow d(CD, SB) = d(CD, (SBM)) = d(A, (SBM))$$

Kẻ $AE \perp BM$, $AK \perp SE$ ($E \in BM$, $K \in SE$)

$$\Rightarrow AK \perp (SBM) \Rightarrow AK = d(A, (SBM))$$

$$\text{Ta có } AE = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{30}}{5}. \text{ Chọn B}$$



CHỦ ĐỀ 3: MẶT TRỤ – HÌNH TRỤ – KHỐI TRỤ

Câu 1. Cho hình trụ (T) có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r . Ký hiệu S_{xq} là diện tích xung quanh của (T). Công thức nào sau đây là đúng?

- A. $S_{xq} = \pi rh$ B. $S_{xq} = 2\pi rl$ C. $S_{xq} = 2\pi r^2 h$ D. $S_{xq} = \pi rl$

Câu 2. Cho hình trụ (T) có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r . Ký hiệu S_{tp} là diện tích toàn phần của (T). Công thức nào sau đây là đúng?

- A. $S_{tp} = \pi rl$ B. $S_{tp} = \pi rl + 2\pi r$ C. $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2$ D. $S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2$

Câu 3. Cho hình trụ (T) có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r . Ký hiệu $V_{(T)}$ là thể tích khối trụ (T). Công thức nào sau đây là đúng?

- A. $V_{(T)} = \frac{1}{3}\pi rh$ B. $V_{(T)} = \pi r^2 h$ C. $V_{(N)} = \pi rl^2$ D. $V_{(N)} = 2\pi r^2 h$

Câu 4. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$, chiều cao $h = 7\text{cm}$. Diện tích xung quanh của hình trụ này là:

- A. $35\pi(\text{cm}^2)$ B. $70\pi(\text{cm}^2)$ C. $\frac{70}{3}\pi(\text{cm}^2)$ D. $\frac{35}{3}\pi(\text{cm}^2)$

Câu 5. Một hình trụ có bán kính đáy $r = a$, độ dài đường sinh $l = 2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ này là:

- A. $6\pi a^2$ B. $2\pi a^2$ C. $4\pi a^2$ D. $5\pi a^2$

Câu 6. Quay hình vuông ABCD cạnh a xung quanh một cạnh. Thể tích của khối trụ được tạo thành là:

- A. $\frac{1}{3}\pi a^3$ B. $2\pi a^3$ C. πa^3 D. $3\pi a^3$

Câu 7. Cho hình vuông ABCD cạnh 8cm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Quay hình vuông ABCD xung quanh MN. Diện tích xung quanh của hình trụ tạo thành là:

- A. $64\pi(\text{cm}^2)$ B. $32\pi(\text{cm}^2)$ C. $96\pi(\text{cm}^2)$ D. $126\pi(\text{cm}^2)$

Câu 8. Một hình trụ (T) có diện tích toàn phần là $120\pi(\text{cm}^2)$ và có bán kính đáy bằng 6cm. Chiều cao của (T) là:

- A. 6cm B. 5cm C. 4cm D. 3cm

Câu 9. Một khối trụ (T) có thể tích bằng $81\pi(\text{cm}^3)$ và có đường sinh gấp ba lần bán kính đáy. Độ dài đường sinh của (T) là:

- A. 12cm B. 3cm C. 6cm D. 9cm

Câu 10. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = a$ và góc $BDC = 30^\circ$. Quay hình chữ nhật này xung quanh cạnh AD. Diện tích xung quanh của hình trụ được tạo thành là:

- A. $\sqrt{3}\pi a^2$ B. $2\sqrt{3}\pi a^2$ C. $\frac{2}{\sqrt{3}}\pi a^2$ D. πa^2

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi (C) và (C') lần lượt là hai đường tròn ngoại tiếp hình vuông ABCD và $(A'B'C'D')$. Hình trụ có hai đáy là (C) và (C') có thể tích là:

- A. $\frac{1}{3}\pi a^3$ B. $2\pi a^3$ C. πa^3 D. $\frac{\pi a^3}{2}$

Câu 12. Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng 30cm^2 và chu vi bằng 26cm . Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần của (T) là:

- A. $\frac{69\pi}{2}(\text{cm}^2)$ B. $69\pi(\text{cm}^2)$ C. $23\pi(\text{cm}^2)$ D. $\frac{23\pi}{2}(\text{cm}^2)$

Câu 13. Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 2cm được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16cm^2 . Thể tích của (T) là:

- A. $32\pi(\text{cm}^3)$ B. $16\pi(\text{cm}^3)$ C. $64\pi(\text{cm}^3)$ D. $8\pi(\text{cm}^3)$

Câu 14. Một hình trụ có tỉ số giữa diện tích toàn phần và diện tích xung quanh bằng 4. Khẳng định nào sau đây là đúng :

- A. Đường sinh bằng bán kính đáy. B. Bán kính đáy bằng ba lần đường sinh
C. Đường sinh bằng ba lần bán kính đáy D. Đường sinh bằng bốn lần bán kính đáy

Câu 15. Trong không gian, cho hình chữ nhật ABCD có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

- A. $S_{tp} = 4\pi$ B. $S_{tp} = 2\pi$ C. $S_{tp} = 6\pi$ D. $S_{tp} = 10\pi$

Câu 16. Khi quay hình chữ nhật ABCD quanh đường thẳng AB thì hình chữ nhật ABCD tạo thành hình tròn xoay là:

- A. Hình trụ B. Khối trụ C. Mặt trụ D. Hai hình trụ

Câu 17. Khối nón có chiều cao $h=3\text{cm}$ và bán kính đáy $r=2\text{cm}$ thì có thể tích bằng:

- A. $4\pi(\text{cm}^3)$ B. $\frac{4}{3}\pi(\text{cm}^3)$ C. $16\pi(\text{cm}^2)$ D. $4\pi(\text{cm}^2)$

Câu 18. Khối trụ có chiều cao $h=3\text{cm}$ và bán kính đáy $r=2\text{cm}$ thì có thể tích bằng:

- A. $12\pi(\text{cm}^3)$ B. $4\pi(\text{cm}^3)$ C. $6\pi(\text{cm}^3)$ D. $12\pi(\text{cm}^2)$

Câu 19. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính bằng 7 và chiều cao bằng 9 là:

- A. 62π B. 63π C. 126π D. 128π

Câu 20. Hình trụ có bán kính bằng 5, khoảng cách giữa hai đáy bằng 7. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:

- A. 10π B. 85π C. 95π D. 120π

Câu 21. Một hình trụ có diện tích đáy bằng $4\pi(\text{m}^2)$. Khoảng cách giữa trục và đường sinh của mặt xung quanh hình trụ đó bằng:

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

A. 4m B. 3m C. 2m D. 1m

Câu 22. Bên trong một lon sữa hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và bằng 1 dm. Thể tích thực của lon sữa đó bằng:

A. $2\pi(dm^3)$ B. $\frac{\pi}{2}(dm^3)$ C. $\frac{\pi}{4}(dm^3)$ D. $\pi(dm^3)$

Câu 23. Một hình vuông cạnh a quay xung quanh một cạnh tạo thành một hình tròn xoay có diện tích toàn phần bằng:

A. $4a^2\pi$ B. $6a^2\pi$ C. $2a^2\pi$ D. $3a^2\pi$

Câu 24. Cho hình vuông ABCD có cạnh 2 cm, biết O và O' lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khi quay hình vuông ABCD quanh trục OO' thì khối trụ tròn xoay được tạo thành có thể tích bằng:

A. $2\pi(cm^3)$ B. $4\pi(cm^3)$ C. $6\pi(cm^3)$ D. $8\pi(cm^3)$

Câu 25. Một khối cầu bán kính R, một khối trụ có bán kính R, chiều cao 2R. Tỉ số thể tích giữa khối cầu và khối trụ bằng:

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a và một hình trụ có 2 đáy nội tiếp trong 2 hình vuông ABCD và $A'B'C'D'$. Tỉ số giữa diện tích xung quanh hình trụ và diện tích toàn phần của hình lập phương bằng:

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. π

Câu 27. Một hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao nội tiếp trong mặt cầu bán kính R. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. $2\pi R^2\sqrt{2}$ B. $\pi R^2\sqrt{2}$ C. $2\pi R^2$ D. πR^2

Câu 28. Cho lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Một hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai đáy của lăng trụ. Thể tích của khối trụ tròn xoay bằng:

A. πa^3 B. $\frac{\pi a^3}{9}$ C. $3\pi a^3$ D. $\frac{\pi a^3}{3}$

Câu 29. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là hình vuông. Thể tích khối trụ tương ứng bằng:

A. 2π B. π C. 3π D. 4π

Câu 30. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:

A. 12π B. 10π C. 8π D. 6π

Câu 31. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 4cm, thiết diện qua trục là hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. $16\pi cm^2$ B. $64\pi cm^2$ C. $32\pi cm^2$ D. $24\pi cm^2$

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

Câu 32. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 2cm , thiết diện qua trục là hình vuông. Thể tích của khối trụ tương ứng bằng:

- A. $12\pi(\text{cm}^2)$ B. $16\pi(\text{cm}^2)$ C. $20\pi(\text{cm}^2)$ D. $24\pi(\text{cm}^2)$

Câu 33. Hình trụ có bán kính đáy R , thiết diện qua trục là hình vuông. Thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều có hai đáy nội tiếp trong hai đường tròn đáy của hình trụ bằng:

- A. $2R^3$ B. $3R^3$ C. $4R^3$ D. $5R^3$

Câu 34. Trong một chiếc hộp hình trụ người ta bỏ vào đó ba quả banh tennis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả banh và chiều cao của hình trụ bằng 3 lần đường kính của quả banh.

Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả banh và S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. $\frac{1}{2}$

Câu 35. Khối trụ có chiều cao $2a\sqrt{3}$, bán kính đáy $a\sqrt{3}$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp khối trụ bằng:

- A. $8\pi a^3\sqrt{6}$ B. $6\pi a^3\sqrt{3}$ C. $\frac{4\pi a^3\sqrt{6}}{3}$ D. $4\pi a^3\sqrt{3}$

Câu 36. Một hình tứ diện đều ABCD cạnh a . Xét hình trụ có 1 đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và có chiều cao bằng chiều cao hình tứ diện. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng:

- A. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$

Câu 37. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , chiều cao $OO' = a\sqrt{3}$. Hai điểm A, B lần lượt nằm trên 2 đáy (O), (O') sao cho góc giữa OO' và AB bằng 30° . Khoảng cách giữa AB và OO' bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ D. $a\sqrt{3}$

Câu 38. Một hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Một hình vuông ABCD có AB, CD lần lượt là 2 dây cung của 2 đường tròn đáy và mặt phẳng (ABCD) không vuông góc với đáy. Diện tích hình vuông đó bằng:

- A. $\frac{5a^2}{2}$ B. $5a^2$ C. $\frac{5a^2\sqrt{2}}{2}$ D. $5a^2\sqrt{2}$

Câu 39. Hình trụ có bán kính đáy 3cm và khoảng cách giữa hai đáy bằng 10cm thì có diện tích toàn phần là:

- A. $78\pi(\text{cm}^2)$ B. $60\pi(\text{cm}^2)$ C. $18\pi(\text{cm}^2)$ D. $69\pi(\text{cm}^2)$

Câu 40. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a . Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông ABCD và A'B'C'D'. Diện tích S là:

- A. πa^2 B. $\pi a^2\sqrt{2}$ C. $\pi a^2\sqrt{3}$ D. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

01. B	02. D	03. B	04. B	05. A	06. C	07. A	08. C	09. D	10. C
11. D	12. A	13. A	14. B	15. A	16. A	17. A	18. D	19. C	20. D
21. C	22. C	23. A	24. A	25. B	26. C	27. C	28. D	29. A	30. D
31. B	32. B	33. C	34. A	35. A	36. C	37. B	38. A	39. A	40. B

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Với hình trụ ta có $h = l \Rightarrow S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi rl$. **Chọn D**

Câu 2. Ta có: $S_{tp} = S_{xq} + S_{2.d} = 2\pi rh + 2(\pi r^2) = 2\pi rl + 2\pi r^2$. **Chọn D**

Câu 3. Ta có: $V_{(r)} = S_d . h = \pi r^2 h$. **Chọn B**

Câu 4. Ta có: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi . 5 . 7 = 70\pi (cm^2)$. **Chọn B**

Câu 5. Ta có: $S_{tp} = S_{xq} + S_{2.d} = 2\pi rh + 2(\pi r^2) = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 4a^2\pi + 2a^2\pi = 6a^2\pi$. **Chọn A**

Câu 6. Khi quay hình vuông cạnh a quanh 1 cạnh ta được khối trụ có $r = h = a$

Ta có: $V_{(r)} = S_d . h = \pi r^2 h = \pi a^3$. **Chọn C**

Câu 7. Quay hình vuông ABCD xung quanh MN ta được hình trụ như hình vẽ.

Khi đó $r = \frac{AB}{2} = 4; h = AD = 8 \Rightarrow S_{xq} = C_d . h = 2\pi rh = 64\pi (cm^2)$

Chọn A

Câu 8. Ta có: $S_{tp} = S_{xq} + S_{2.d} = 2\pi rh + 2(\pi r^2) = 12\pi h + 72\pi = 120\pi \Rightarrow h = 4 (cm)$. **Chọn C**

Câu 9. Ta có: $V_{(r)} = S_d . h = \pi r^2 h = \pi r^2 l = \pi \left(\frac{l}{3}\right)^2 l = 81\pi \Leftrightarrow l^3 = 729 \Leftrightarrow l = 9$. **Chọn D**

Câu 10. Khi quay hình chữ nhật này xung quanh cạnh AD ta được hình trụ như hình vẽ. Ta có: $r = AB = a; h = BC = CD \tan 30^\circ$.

Suy ra $h = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow S_{xq} = 2\pi rh = \frac{2\pi a^2}{\sqrt{3}}$.

Chọn C

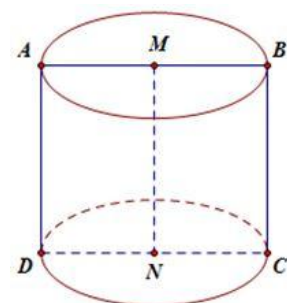
Câu 11. Ta có bán kính đáy hình trụ là $r = \frac{A'C'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Đường cao là $h = a$.

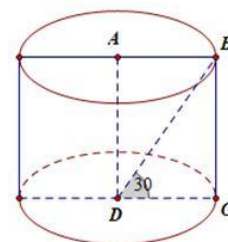
Khi đó $V = \pi r^2 h = \frac{\pi a^3}{2}$

Chọn D

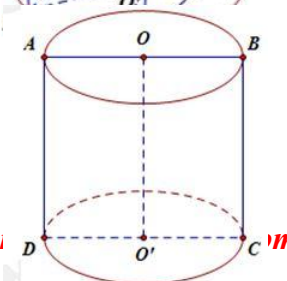
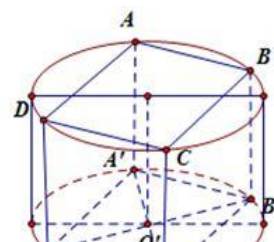
Câu 12. Giả sử thiết diện là hình chữ nhật ABCD như hình vẽ khi



như



hình trụ



đó

$$AD > CD. \text{ Ta có } \begin{cases} 2(AD + CD) = 26 \\ AD \cdot CD = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AD + CD = 13 \\ AD \cdot CD = 30 \end{cases}$$

Với $AD > CD$ giải hệ trên ta được $AD = 10 = h; CD = 3 = 2r \Rightarrow r = \frac{3}{2}$. Khi đó

$$S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi \frac{3}{2} \cdot 10 + 2\pi \frac{9}{4} = \frac{69\pi}{2} (cm^2)$$

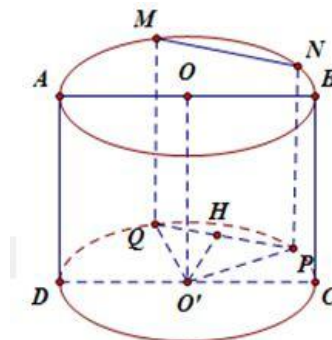
Chọn A

Câu 13. Giả sử thiết diện là hình vuông $MNPQ$ như hình vẽ

Với $O'H = 2$ và $S_{MNPQ} = PQ^2 = 16 \Leftrightarrow PQ = 4$

$$\text{ta có } O'Q = \sqrt{O'H^2 + \left(\frac{PQ}{2}\right)^2} = 2\sqrt{2}$$

mà $h = MQ = 4 \Rightarrow V_{(t)} = S_d \cdot h = \pi r^2 h = \pi \cdot 8 \cdot 4 = 32\pi (cm^3)$



Chọn A

Câu 14. Gọi bán kính đáy bằng r , độ dài đường sinh bằng l và h là độ dài đường cao của hình trụ.

Theo giả thiết, ta có $\frac{S_{tp}}{S_{xq}} = \frac{2\pi r^2 + 2\pi rh}{2\pi rh} = \frac{r+h}{h} = 4 \Leftrightarrow r = 3h = 3l$

Nếu bán kính đáy bằng ba lần độ dài đường sinh. **Chọn B**

Câu 15. Quay hình chữ nhật xung quanh trục MN , ta được hình trụ có bán kính đáy là AM và đường cao là MN . Với $AM = \frac{AD}{2} = 1, MN = AB = 1$ nên $S_{tp} = 2\pi r(r+h) = 2\pi \cdot 1 \cdot 2 = 4\pi$.

Chọn A

Câu 16. Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên khi quay quanh đường thẳng AB ta sẽ được một hình trụ.

Chọn A

Câu 17. Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 4\pi$. **Chọn A**

Câu 18. Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 12\pi$. **Chọn D**

Câu 19. Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 7 \cdot 9 = 126\pi$. **Chọn C**

Câu 20. Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = 2\pi r(r+h) = 2\pi \cdot 5 \cdot (5+7) = 120\pi$. **Chọn D**

Câu 21. Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = 2\pi r(r+h) = 2\pi \cdot 5 \cdot (5+7) = 120\pi$. **Chọn D**

Câu 22. Thể tích thực của lon sữa hình trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 1 = \frac{\pi}{4}$. **Chọn C**

Câu 23. Diện tích toàn phần hình trụ là $S_{tp} = 2\pi r(r+h) = 2\pi a \cdot 2a = 4\pi a^2$. **Chọn A**

Câu 24. Thể tích của hình trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = 2\pi$. **Chọn A**

Câu 25. Thể tích của hình trụ là $V_{ht} = \pi r^2 h = \pi \cdot R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3$

Thể tích của khối cầu là $V_{mc} = \frac{4}{3}\pi R^3$. Suy ra $\frac{V_{mc}}{V_{ht}} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{2\pi R^3} = \frac{2}{3}$. **Chọn B**

Câu 26. Diện tích toàn phần của hình lập phương cạnh a bằng $V_{tp} = 6a^2$

Diện tích xung quanh hình trụ là $V_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \pi a^2$. Suy ra $\frac{V_{xq}}{V_{tp}} = \frac{\pi}{6}$. **Chọn C**

Câu 27. Gọi r là bán kính đáy của hình trụ, theo giả thiết, ta có $h = 2r$

Gọi ABCD là thiết diện qua trục của hình trụ, O là tâm của hình chữ nhật ABCD

Ta có bán kính mặt cầu $R = \frac{AC}{2} = AO = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r^2} \Leftrightarrow r\sqrt{2} = R \Leftrightarrow r = \frac{R}{\sqrt{2}} \Rightarrow h = R\sqrt{2}$

Diện tích xung quanh hình trụ là $V_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot \frac{R}{\sqrt{2}} \cdot R\sqrt{2} = 2\pi R^2$. **Chọn C**

Câu 28. Gọi R, h là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ. Ta có $h = a$ (cùng đường cao với lăng trụ)

là $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ vì R cũng là bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy lăng trụ $\Rightarrow V = \pi R^2 h = \frac{\pi a^3}{3}$. **Chọn D**

Câu 29. Thiết diện qua trục là hình vuông nên $h = 2R$

Ta có: $S_{xq} = 4\pi - 2\pi Rh = \pi h^2 \Rightarrow \begin{cases} h = 2 \\ R = 1 \end{cases} \Rightarrow V = \pi R^2 h = 2\pi$. **Chọn A**

Câu 30. Thiết diện qua trục là hình vuông nên $h = 2R$

Ta có: $S_{xq} = 4\pi = 2\pi Rh = \pi h^2 \Rightarrow \begin{cases} h = 2 \\ R = 1 \end{cases} \Rightarrow S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 6\pi$. **Chọn D**

Câu 31. Thiết diện qua trục là hình vuông nên $h = 2R = 8 \Rightarrow S_{xq} = 2\pi Rh = 64\pi$. **Chọn B**

Câu 32. Thiết diện qua trục là hình vuông nên $h = 2R = 4 \Rightarrow V = \pi R^2 h = 16\pi$. **Chọn B**

Câu 33. Thiết diện qua trục là hình vuông nên $h = 2R$. Lăng trụ có cùng chiều cao với hình trụ, và có đáy là hình vuông với bán kính đường tròn ngoại tiếp là $R \Rightarrow$ Diện tích đáy lăng trụ:

$S = (R\sqrt{2})^2 = 2R^2 \Rightarrow$ Thể tích lăng trụ: $V = Sh = 4R^3$. **Chọn C**

Câu 34. Gọi R là bán kính 1 quả banh \Rightarrow Tổng diện tích 3 quả banh: $S_1 = 3 \times 4\pi R^2 = 12\pi R^2$

Chiếc hộp có bán kính đáy cũng bằng R và chiều cao bằng $h = 6R$

\Rightarrow Diện tích xung quanh hình trụ $S_2 = 2\pi Rh = 12\pi R^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = 1$. **Chọn A**

Câu 35. Tâm khối cầu ngoại tiếp khối trụ là trung điểm của đoạn nối tâm 2 mặt đáy khối trụ

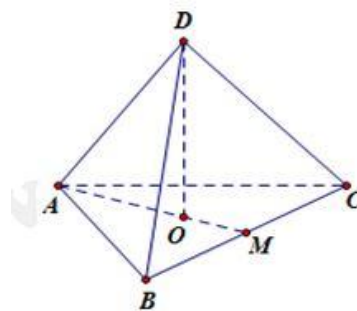
$\Rightarrow R_0 = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + R^2} = a\sqrt{6} \Rightarrow V = \frac{4\pi R_0^3}{3} = 8\pi a^3 \sqrt{6}$. **Chọn A**

Câu 36. Gọi O là tâm của tam giác ABC và M là trung điểm BC

$$\text{Chiều cao tứ diện } h = DO = \sqrt{DA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Bán kính đường tròn nội tiếp đáy ABC: } R = \frac{AM}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\Rightarrow S_{xq} = 2\pi Rh = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}. \text{ Chọn C}$$



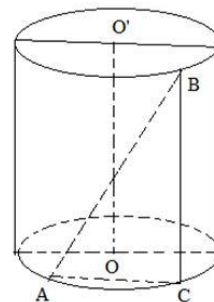
Câu 37. Trên (O) lấy điểm C sao cho $BC \parallel OO'$. Khi đó:

$$\angle ABC = 30^\circ \Rightarrow AC = a$$

Gọi H là hình chiếu của O lên AC. Suy ra

$$d(OO', AB) = d(OO', AC) = OH$$

Tam giác OAC là tam giác đều nên $OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **Chọn B**



Câu 38. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và O, O' là tâm của 2 đáy hình trụ chứa AB, CD. Ta có:

$$AB = 2AM = 2\sqrt{OA^2 - OM^2} = 2\sqrt{a^2 - OM^2} \text{ và } MN = 2\sqrt{\left(\frac{OO'}{2}\right)^2 + OM^2} = \sqrt{a^2 + 4OM^2}$$

Vì tứ giác ABCD là hình vuông nên $AB = MN$ hay $2\sqrt{a^2 - OM^2} = \sqrt{a^2 + 4OM^2} \Leftrightarrow OM = \frac{a\sqrt{6}}{4}$

$$\Rightarrow AB = \frac{a\sqrt{10}}{2} \Rightarrow \text{Diện tích hình vuông: } AB^2 = \frac{5a^2}{2}. \text{ Chọn A}$$

Câu 39. $R = 3$ và $h = 10 \Rightarrow S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 78\pi$. **Chọn A**

Câu 40. Chiều cao hình trụ là chiều cao (hay cạnh) của hình lập phương: $h = a$

Bán kính đáy hình trụ là bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông ABCD cạnh $a \Rightarrow R = \frac{a}{\sqrt{2}}$

$$\Rightarrow S_{xq} = 2\pi Rh = \pi a^2 \sqrt{2}. \text{ Chọn B}$$

CHỦ ĐỀ 4: MẶT CẦU – HÌNH CẦU – KHỐI CẦU

Câu 1. Một khối cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình lập phương. Tỉ số thể tích giữa khối cầu và khối lập phương đó bằng:

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

Câu 2. Mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh a thì có diện tích bằng:

- A. a^3 B. $\frac{4\pi a^3}{3}$ C. $3\pi a^2$ D. $12\pi a^2 \sqrt{3}$

Câu 3. Cho hình lập phương cạnh a nội tiếp trong một mặt cầu. Bán kính đường tròn lớn của mặt cầu đó bằng:

A. $a\sqrt{3}$

B. $a\sqrt{2}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 4. Cho mặt cầu (S) có tâm A đường kính 10cm và mặt phẳng (P) cách tâm một khoảng 4cm.

Kết luận nào sau đây sai ?

A. (P) cắt (S)

B. (P) cắt (S) theo một đường tròn bán kính 3cm

C. (P) tiếp xúc với (S)

D. (P) và (S) có vô số điểm chung

Câu 5. Tỉ số thể tích giữa khối lập phương và khối cầu ngoại tiếp khối lập phương đó là:

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$

B. $\frac{3\pi}{2\sqrt{3}}$

C. $\frac{3}{\pi\sqrt{2}}$

D. $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$

Câu 6. Một hình hộp chữ nhật có 3 kích thước 20cm, $20\sqrt{3}$ cm, 30cm. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp đó bằng:

A. $\frac{32\pi}{3} dm^3$

B. $\frac{62,5\pi}{3} dm^3$

C. $\frac{625000\pi}{3} dm^3$

D. $\frac{3200\pi}{3} cm^3$

Câu 7. Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $BB' = 2\sqrt{3}cm$, $C'B' = 3cm$, diện tích mặt đáy bằng $6cm^2$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp trên bằng:

A. $\frac{500\pi}{3} (cm^3)$

B. $\frac{125\pi}{6} (cm^3)$

C. $100\pi (cm^3)$

D. $\frac{100\pi}{3} (cm^3)$

Câu 8. Cho mặt cầu (S) tâm O bán kính R và điểm A nằm trên (S). Mặt phẳng (P) qua A tạo với OA một góc 60° và cắt (S) theo một đường tròn có diện tích bằng:

A. $\frac{3\pi R^2}{4}$

B. $\frac{\pi R^2}{2}$

C. $\frac{3\pi R^2}{2}$

D. $\frac{\pi R^2}{4}$

Câu 9. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cạnh $SA = AB = 10cm$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng:

A. $12\pi dm$

B. $1200\pi dm$

C. $1200\pi dm^2$

D. $12\pi dm^2$

Câu 10. Cho hình chóp S.ABC $SA \perp (ABC)$, $AB = 3cm$, góc giữa SB và đáy bằng 60° . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp bằng:

A. $36\pi cm^3$

B. $4\pi\sqrt{3}cm^3$

C. $36\pi cm^2$

D. $4\pi\sqrt{3}cm^2$

Câu 11. Hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AA' = AC = a\sqrt{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ bằng:

A. $8\pi a^2$

B. $4\pi a^2$

C. $12\pi a^2$

D. $10\pi a^2$

Câu 12. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = AC = 2a\sqrt{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng:

A. $\frac{16\pi a^2}{3}$

B. $\frac{32\pi a^2}{3}$

C. $16\pi a^2$

D. $8\pi a^2$

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

Câu 13. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD, ABB'A', ADD'A'$ lần lượt bằng $20cm^2, 28cm^2, 35cm^2$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp bằng:

- A. $\frac{3\sqrt{10}}{2}cm$ B. $6\sqrt{10}cm$ C. $3\sqrt{10}cm$ D. $30cm$

Câu 14. Cho hình chóp S.ABC có tam giác ABC đều cạnh $a = 3cm$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2a$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp bằng:

- A. $32\pi\sqrt{3}cm^3$ B. $16\pi\sqrt{3}cm^3$ C. $\frac{8a^3\pi}{3\sqrt{3}}cm^3$ D. $\frac{4\pi a^3}{3}cm^3$

Câu 15. Cho hình chóp S.ABC có tam giác ABC vuông tại A, cạnh $BC = 3m, SA = 3\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABC)$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp bằng:

- A. $18\pi m^3$ B. $36\pi m^3$ C. $16\pi m^3$ D. $12\pi\sqrt{3}m^3$

Câu 16. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên $AA' = \frac{2a}{3}$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'C'$ bằng:

- A. $\frac{4\pi a^3}{81}$ B. $\frac{4\pi a^3}{27}$ C. $\frac{4\pi a^3}{9}$ D. $\frac{16\pi a^3}{27}$

Câu 17. Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ nội tiếp trong mặt cầu bán kính $R = 3cm$. Tam giác ABC cân và có diện tích bằng $2cm^2$. Diện tích toàn phần của hình hộp đó bằng:

- A. $8cm^2$ B. $24cm^2$ C. $8\sqrt{26}cm^2$ D. $8(1 + \sqrt{26})cm^2$

Câu 18. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có tất cả các cạnh đều bằng a . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp nói trên bằng:

- A. $R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ B. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}$ D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 19. Một mặt cầu có đường kính bằng $2a$ thì có diện tích bằng:

- A. $8\pi a^2$ B. $\frac{4\pi a^2}{3}$ C. $4\pi a^2$ D. $16\pi a^2$

Câu 20. Một đường thẳng cắt mặt cầu tâm O tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB vuông cân tại O và $AB = a\sqrt{2}$. Thể tích khối cầu là:

- A. $V = 4\pi a^3$ B. $V = \pi a^3$ C. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$ D. $V = \frac{2}{3}\pi a^3$

Câu 21. Cho mặt cầu (S) có tâm I bán kính $R = 5$ và mặt phẳng (P) cắt (S) theo một đường tròn (C) có bán kính $r = 3$. Kết luận nào sau đây là sai ?

- A. Tâm của (C) là hình chiếu vuông góc của I trên (P)
B. (C) là giao tuyến của (S) và (P)
C. Khoảng cách từ I đến (P) bằng 4
D. (C) là đường tròn giao tuyến lớn nhất của (P) và (S)

CHUYÊN ĐỀ THỂ TÍCH VÀ KHOẢNG CÁCH LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2016 - 2017

Câu 22. Cho tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$.

Diện tích của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp S.ABC bằng:

- A. $S = 14\pi a^2$ B. $S = 8\pi a^2$ C. $S = 12\pi a^2$ D. $S = 10\pi a^2$

Câu 23. Thể tích V của một mặt cầu có bán kính R được xác định bởi công thức nào sau đây:

- A. $V = \pi R^3$ B. $V = 4\pi R^3$ C. $V = \frac{\pi R^3}{3}$ D. $V = \frac{4\pi R^3}{3}$

Câu 24. Cho tứ diện ABCD có $DA = 5a$ và vuông góc với (ABC), ΔABC vuông tại B và $AB = 3a, BC = 4a$. Bán kính của mặt cầu nói trên bằng:

- A. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$ B. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$ C. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$ D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$

Câu 25. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC vuông tại A, $SA \perp (ABC)$, $SA = a; AB = b; AC = c$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC là:

- A. $R = 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ B. $R = \frac{2(a^2 + b^2 + c^2)}{3}$
C. $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ D. $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Câu 26. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt đáy. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD bằng:

- A. $R = \frac{1}{2}AC$ B. $R = \frac{1}{2}SB$ C. $R = \frac{1}{2}SC$ D. $R = \frac{1}{2}SA$

Câu 27. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai ?

A. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tâm O tại điểm H thì OH là khoảng cách ngắn nhất từ O đến một điểm bất kỳ nằm trong mặt phẳng (P)

B. Chỉ có duy nhất hai mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng cho trước và tiếp xúc với mặt cầu (S).

C. Mặt phẳng cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C) , tâm của đường tròn (C) là hình chiếu của tâm mặt cầu (S) xuống mặt phẳng (P)

D. Tại điểm H nằm trên mặt cầu chỉ có 1 tiếp tuyến duy nhất.

Câu 28. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai ?

A. Bất kì một hình tứ diện nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp

B. Bất kì một hình hộp chữ nhật nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp

C. Bất kì một hình hộp nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp

D. Bất kì một hình chóp đều nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp

Câu 29. Một mặt cầu có bán kính $R\sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu bằng:

- A. $8\pi R^2$ B. $12\pi R^2$ C. $4\pi R^2$ D. $12\sqrt{3}\pi R^2$

Câu 30. Mặt cầu có bán kính r thì có diện tích là:

- A. $4\pi r$ B. $4\pi r^2$ C. $\frac{4}{3}\pi r^2$ D. $\frac{4}{3}\pi r^3$

Câu 31. Khối cầu có bán kính r thì có thể tích là:

- A. $4\pi r^3$ B. $4\pi r^2$ C. $\frac{4}{3}\pi r^2$ D. $\frac{4}{3}\pi r^3$

Câu 32. Khối cầu có bán kính 3cm thì có thể tích là:

- A. $9\pi (cm^3)$ B. $36\pi (cm^3)$ C. $27\pi (cm^3)$ D. $12\pi (cm^3)$

Câu 33. Mặt cầu có bán kính 4cm thì có diện tích là:

- A. $64\pi (cm^2)$ B. $16\pi (cm^2)$ C. $\frac{64}{3}\pi (cm^2)$ D. $\frac{256}{3}\pi (cm^2)$

Câu 34. Mặt cầu (S) có diện tích bằng $100\pi (cm^2)$ thì có bán kính là:

- A. 3 (cm) B. 4 (cm) C. 5 (cm) D. $\sqrt{5}$ (cm)

Câu 35. Khối cầu (S) có thể tích bằng $288\pi (cm^3)$ thì có bán kính là:

- A. $6\sqrt{2} (cm)$ B. 6(cm) C. $6\sqrt{6} (cm)$ D. $\sqrt{6} (cm)$

Câu 36. Khối cầu (S) có diện tích bằng $16\pi a^2, (a > 0)$ thì có thể tích là:

- A. $\frac{32}{3}\pi a^3 (cm^3)$ B. $32\pi a^3 (cm^3)$ C. $16\pi a^3 (cm^3)$ D. $\frac{16}{3}\pi a^3 (cm^3)$

Câu 37. Khối cầu (S_1) có thể tích bằng $36\pi (cm^3)$ và có bán kính gấp 3 lần bán kính khối cầu (S_2).

Thể tích của khối cầu (S_2) là:

- A. $4\pi (cm^3)$ B. $\frac{4}{3}\pi (cm^3)$ C. $297\pi (cm^3)$ D. $324\pi (cm^3)$

Câu 38. Cắt mặt cầu (S) bằng một mặt phẳng đi qua tâm được thiết diện là một hình tròn có chu vi bằng 4π . Diện tích và thể tích của (S) lần lượt là:

- A. 16π và $\frac{32}{3}\pi$ B. 16π và 32π C. 8π và $\frac{32}{3}\pi$ D. 8π và 32π

Câu 39. Cắt mặt cầu (S) bằng một mặt phẳng cách tâm một khoảng 4cm được thiết diện là một hình tròn có bán kính bằng 3cm. Bán kính của mặt cầu (S) là:

- A. 5cm B. 7cm C. 12cm D. 10cm

Câu 40. Cắt mặt cầu (S) có bán kính 10 cm bằng một mặt phẳng cách tâm một khoảng 6 cm được thiết diện là hình tròn (C). Diện tích của (C) là:

- A. $16\pi (cm^2)$ B. $32\pi (cm^2)$ C. $64\pi (cm^2)$ D. $128\pi (cm^2)$

Câu 41. Cắt mặt cầu (S) bằng một mặt phẳng cách tâm một khoảng 4cm được thiết diện là hình tròn có diện tích $9\pi (cm^2)$. Thể tích của (S) là:

- A. $\frac{250}{3}\pi (cm^3)$ B. $\frac{1372}{3}\pi (cm^3)$ C. $2304\pi (cm^3)$ D. $\frac{500}{3}\pi (cm^3)$

Câu 42. Mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh $2a$ có thể tích là:

- A. $3\pi a^3 (cm^3)$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi a^3 (cm^3)$ C. $3\pi a^3 (cm^3)$ D. $4\sqrt{3}\pi a^3 (cm^3)$

Câu 43. Mặt cầu nội tiếp hình lập phương cạnh a có thể tích là:

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$ B. $\frac{\pi a^3}{6}$ C. $\frac{4\pi a^3}{3}$ D. $\frac{4\pi a^3}{9}$

Câu 44. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$ thì có bán kính là:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B. $a\sqrt{2}$ C. a D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

01. B	02. C	03. C	04. C	05. A	06. B	07. B	08. D	09. D	10. A
11. B	12. C	13. A	14. A	15. B	16. A	17. D	18. B	19. C	20. C
21. D	22. A	23. D	24. A	25. D	26. C	27. D	28. C	29. B	30. B
31. C	32. B	33. A	34. C	35. B	36. A	37. B	38. A	39. A	40. C
41. D	42. D	43. B	44. B						

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Giả sử cạnh của hình lập phương trình a , khi đó bán kính khối cầu là $\frac{a}{2}$

Thể tích của khối cầu là $V_1 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{6}$

Thể tích hình lập phương trình $V_2 = a^3$. Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{6}$. **Chọn B**

Câu 2. Ta có $R = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S = 4\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi a^2$. **Chọn C**

Câu 3. Ta có bán kính đường tròn lớn là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **Chọn C**

Câu 4. Bán kính đường tròn là 5cm, mà $d(I, (P)) = 4cm$. **Chọn C**

Câu 5. Giả sử cạnh của hình lập phương trình a , khi đó bán kính khối cầu là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Thể tích khối lập phương là $V_1 = a^3$

Thể tích khối cầu ngoại tiếp khối lập phương là $V_2 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$. Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$. **Chọn A**

Câu 6. Đường kính khối cầu ngoại tiếp là $\sqrt{20^2 + (20\sqrt{3})^2 + 30^2} = 50cm \Rightarrow$ bán kính $R = 25cm = 2,5dm$

Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi(2,5)^3 = \frac{62,5\pi}{3} dm^3$. **Chọn B**

Câu 7. Ta có $A'B' = \frac{6}{3} = 2cm \Rightarrow$ đường kính khối cầu ngoại tiếp là $\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 3^2 + 2^2} = 5cm \Rightarrow R = 2,5cm$

Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp là $V = \frac{4}{3}\pi(2,5)^3 = \frac{125\pi}{6} cm^3$. **Chọn B**

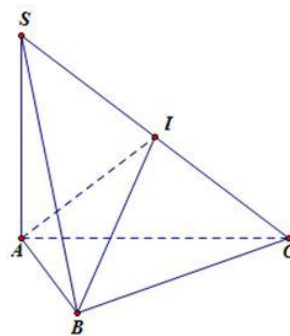
Câu 8. Bán kính đường tròn là $r = R \cdot \cos 60^\circ = \frac{R}{2} \Rightarrow S = \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{\pi R^2}{4}$. **Chọn D**

Câu 9. Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

Gọi I là trung điểm của SC $\Rightarrow IS = IC = IA = IB$ (do $SAC = SBC = 90^\circ$)

Ta có: $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{10^2 + (10\sqrt{2})^2} = 10\sqrt{3} \Rightarrow IA = 5\sqrt{3}$

$\Rightarrow S_{mc} = 4\pi(5\sqrt{3})^2 = 1200\pi cm^2 = 12\pi dm^2$. **Chọn D**

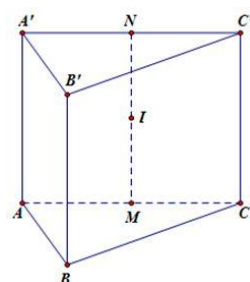


Câu 10. Chọn A

Câu 11. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, A'C', I là trung điểm của MN $\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

Ta có $IM = IN = \frac{a\sqrt{2}}{2}, AB = BC = a$

$\Rightarrow R = IA' = \sqrt{IN^2 + NA^2} = a \Rightarrow S_{mc} = 4\pi a^2$. **Chọn B**



Câu 12. Gọi I là trung điểm của SC $\Rightarrow IA = IB = IC = ID = IS$

Ta có $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 4a \Rightarrow IA = 2a$

$\Rightarrow S_{mc} = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$.

Chọn C

Câu 13. Giả sử $AB = a, AD = b, AA' = c$ ta có $ab = 20, ac = 28, bc = 35 \Rightarrow c = 7, b = 5, a = 4$. Đường kính mặt cầu ngoại tiếp là

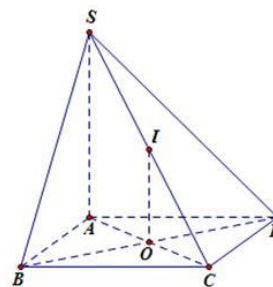
$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 3\sqrt{10} (cm) \Rightarrow R = \frac{3\sqrt{10}}{2} (cm)$. **Chọn A**

Câu 14. Gọi G là trọng tâm của ΔABC

Qua G kẻ $Gx // SA \Rightarrow Gx \perp (ABC)$

Gọi M là trung điểm của SA, qua M kẻ đường thẳng song song với SA cắt

Gx tại I $\Rightarrow IA = IB = IC = IS$



Ta có tứ giác MIGA là hình chữ nhật $\Rightarrow IM = AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}cm$

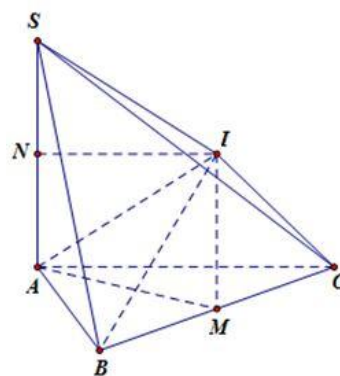
$\Rightarrow AI = \sqrt{MA^2 + MI^2} = 2\sqrt{3}cm \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi(2\sqrt{3})^3 = 32\pi\sqrt{3}cm^3$. **Chọn A**

Câu 15. Gọi M là trung điểm của BC, qua M kẻ đường thẳng $Mx // SA \Rightarrow Mx \perp (ABC)$

Gọi N là trung điểm của SA, qua N kẻ đường thẳng vuông góc cắt Mx tại I $\Rightarrow IA = IB = IC = IS$

Do tứ giác AMIN là hình chữ nhật $\Rightarrow NI = AM = \frac{3}{2}cm$

$\Rightarrow IA = \sqrt{AN^2 + NI^2} = 3cm \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 36\pi cm^3$. **Chọn B**



với SA

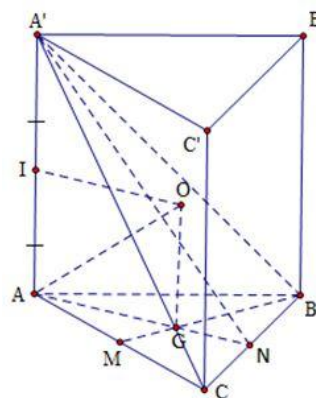
Câu 16. Để thấy mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đều cũng chính là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ACB'C'

+) Gọi G là trọng tâm tam giác đều ABC, trục đường trong ngoại ΔABC cắt mặt phẳng trung trực của AA' tại O suy ra O là tâm cầu ngoại tiếp khối lăng trụ

Ta có: $AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}; OG = IA = \frac{a}{3}$

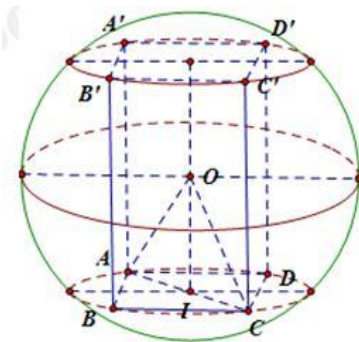
+) $R = \sqrt{GA^2 + OG^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{9}} = \frac{2a}{3}$

Do đó $V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{32\pi a^3}{81}$. **Chọn A**



là mặt

tiếp
mặt



Câu 17. Tam giác ABC vuông tại B suy ra nó vuông cân tại B
Khi đó gọi I là tâm của hình vuông ABCD

Ta có $S_{ABC} = \frac{AB^2}{2} = 2 \Rightarrow AB = 2$. Do vậy

$IC = \frac{AC}{2} = \sqrt{2} \Rightarrow OI = \sqrt{R^2 - IC^2} = \sqrt{9 - 2} = \sqrt{7}$

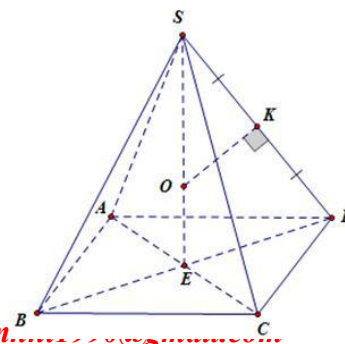
Do đó chiều cao của khối hộp là $h = 2OI = 2\sqrt{7}$

$S_{tp} = S_d + S_{xq} = 8 + 8 \cdot 2\sqrt{7} = 8(1 + \sqrt{28})$. **Chọn D**

Câu 18. Dựng hình như hình vẽ ta có O là tâm mặt cầu ngoại tiếp của

hình chóp. Ta có: $BD = a\sqrt{2} \Rightarrow ED = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Khi đó $\Delta SKO \sim \Delta SED \Rightarrow \frac{SO}{SD} = \frac{SK}{SE} \Rightarrow \frac{SO}{SD} = \frac{SD}{2SE}$



Do đó $SO = R = \frac{SD^2}{2SE} = \frac{a^2}{2\sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$. **Chọn B**

Câu 19. Ta có: $d = 2a \Rightarrow R = \frac{d}{2} = a \Rightarrow S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2$ (với d là đường kính của mặt cầu).

Chọn C

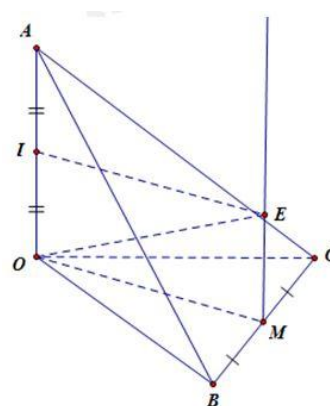
Câu 20. Dễ thấy $OA = OB = R \Rightarrow R^2 + R^2 = AB^2 = 2a^2 \Rightarrow R = a \Rightarrow V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi a^3}{3}$.

Chọn C.

Câu 21. Ta có: $R^2 = r^2 + d^2$ (trong đó $d = d(I; (P))$) suy ra $d = \sqrt{R^2 - r^2} = 4$. **D** sai vì đường giao tuyến lớn nhất của (P) và (S) phải đi qua tâm I. **Chọn D**

Câu 22. Gọi M là trung điểm của BC. Khi đó M là tâm đường ngoại tiếp tam giác OBC.

Từ M dựng đường thẳng d song song với OA. Trong mặt phẳng $(OA; d)$ dựng đường thẳng trung trực của OA cắt d tại E. Khi đó tâm mặt cầu ngoại tiếp của khối chóp.



tròn

E là

Ta có: $OM = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{OB^2 + OC^2}}{2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}$

$EM = OI = \frac{OA}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow R = \sqrt{EM^2 + OM^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$

Do vậy $S = 4\pi R^2 = 14\pi a^2$. **Chọn A**

Câu 23. Công thức thể tích khối cầu là $V = \frac{4\pi R^3}{3}$. **Chọn D**

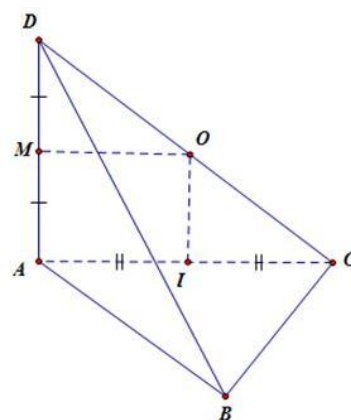
Câu 24. Gọi I là trung điểm của AC. Khi đó I là tâm đường ngoại tiếp tam giác ABC vuông tại B.

Đường thẳng qua I vuông góc với mp(ABC) cắt CD tại O. Khi

thấy $OA = OC = OD = \frac{1}{2}CD$

Khi đó $R = \frac{CD}{2} = \frac{\sqrt{DA^2 + AC^2}}{2}$

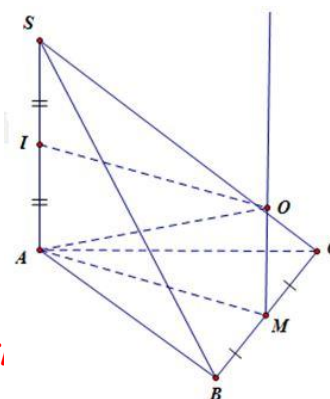
$= \frac{\sqrt{DA^2 + AB^2 + BC^2}}{2} = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$. **Chọn A**



trong

đó để

Câu 25. Gọi M là trung điểm của BC. Khi đó M là tâm đường ngoại tiếp tam giác ABC. Từ M dựng đường thẳng d song song SA. Trong mặt phẳng $(SA; d)$ dựng đường thẳng trung trực SA tại O. Khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp của khối chóp.



tròn

với

cắt d

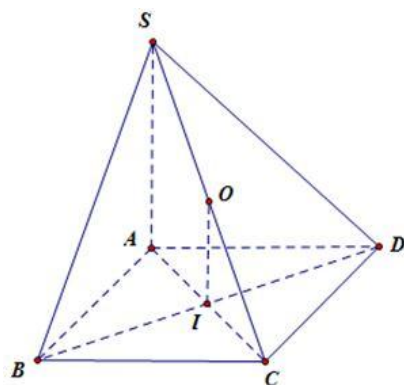
Ta có: $MA = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AC^2} = \frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{2}$

Lại có: $OM = IA = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2}$. Do vậy $OA = \sqrt{OM^2 + MA^2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$. **Chọn D**

Câu 26. Gọi I là tâm hình chữ nhật ABCD. Từ I dựng thẳng song song với SA cắt SC tại O.

Khi đó $OA = OB = OC = OD$. Mặt khác O là trung điểm cạnh huyền SC trong tam giác vuông SAC nên $SO = OC = OA \Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp của hình

do vậy $R = \frac{SC}{2}$. **Chọn C**



đường

của

chóp

vô số

Câu 27. D sai vì tại một điểm H bất kì nằm trên mặt cầu có tiếp tuyến đi qua điểm đó. **Chọn D**

Câu 28. Đáp án C sai vì chỉ có hình hộp chữ nhật mới có mặt cầu ngoại tiếp. Hình hộp xiên hoặc hình hộp có đáy là hình bình hành thì không có mặt cầu ngoại tiếp. **Chọn C**

Câu 29. Ta có $S = 4\pi(R\sqrt{3})^2 = 12\pi$. **Chọn B**

Câu 30. Công thức diện tích mặt cầu bán kính r là $S = 4\pi r^2$. **Chọn B**

Câu 31. Công thức thể tích khối cầu là $V = \frac{4\pi r^3}{3}$. **Chọn D**

Câu 32. Ta có: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi$. **Chọn B.**

Câu 33. Ta có: $S = 4\pi R^2 = 64\pi$. **Chọn A.**

Câu 34. Ta có: $S = 4\pi R^2 = 100\pi \Rightarrow R = 5$. **Chọn C.**

Câu 35. Ta có: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 288\pi \Rightarrow R = 6$. **Chọn A**

Câu 36. Ta có: $S = 4\pi R^2 = 16\pi a^2 \Rightarrow R = 2a \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi a^3}{3}$. **Chọn A.**

Câu 37. Ta có: $V_{(S_1)} = \frac{4\pi R^3}{3}$ và $V_{(S_2)} = \frac{4\pi\left(\frac{R}{3}\right)^3}{3} = \frac{1}{27} \cdot \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{V_{(S_1)}}{27} = \frac{4\pi}{3}$. **Chọn B**

Câu 38. Ta có: $C = 2\pi r = 4\pi \Rightarrow r = 2$ (với r là bán kính đường tròn thiết diện)

Do thiết diện qua tâm nên $R = r = 2 \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32}{3}\pi; S = 4\pi R^2 = 16\pi$. **Chọn A**

Câu 39. Ta có: $R^2 = r^2 + d^2 \Rightarrow R^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow R = 5$. **Chọn A**

Câu 40. Ta có: $R^2 = r^2 + d^2 \Rightarrow 10^2 = r^2 + 6^2 \Rightarrow r = 8$ (với r là bán kính đường tròn (C))

Khi đó $S_{(C)} = \pi R^2 = 64\pi$. **Chọn C**

Câu 41. Gọi r là bán kính hình tròn là thiết diện của mặt phẳng và mặt cầu (S)

Ta có: $9\pi = \pi r^2 \Rightarrow r = 3$. Mặt khác $R^2 = r^2 + d^2 \Rightarrow R = 5 \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{500}{3}\pi$. **Chọn D**

Câu 42. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh $2a$ là $R = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

Do đó $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 4\sqrt{3}\pi a^3$. **Chọn D**

Câu 43. Bán kính đường tròn nội tiếp hình lập phương là $r_m = \frac{a}{2} \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{\pi a^3}{6}$. **Chọn B**

Câu 44. Dựng hình như hình vẽ ta có: $\Delta SKO \sim \Delta SED$ (g - g)

Do vậy $\frac{SK}{SE} = \frac{SO}{SD} \Leftrightarrow \frac{SD}{2SE} = \frac{SO}{SD} \Rightarrow R = SO = \frac{SD^2}{2SE}$

Mặt khác $SD = AB = 2a \Rightarrow SE = \sqrt{SD^2 - ED^2} = \sqrt{2}$

Do vậy $R = a\sqrt{2}$. **Chọn B**

