

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: Ngày tháng năm 2025

Đề gồm có 02 trang, 15 câu

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm mỗi câu đúng được 0,25 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

Câu 1: Phương trình $(x+1)(x-2)=0$ có nghiệm là:

- A. $x \in \{1; -2\}$ B. $x \in \{-1; 2\}$ C. $x \in \{-1; -2\}$ D. $x \in \{1; 2\}$

Câu 2: Điều kiện xác định của biểu thức $Z = \sqrt[3]{3-x} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ là:

- A. $1 \leq x \leq 3$ B. $1 < x \leq 3$ C. $x > 1$ D. $x \geq 1$

Câu 3: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = 3x^2$?

- A. (1;3) B. (3;12) C. (2;-4). D. (-1;-3)

Câu 4: Nghiệm của bất phương trình $x + 2 > 0$ là:

- A. $x < -2$ B. $x > 2$ C. $x < 2$ D. $x > -2$

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông tại C có $AC = 1\text{cm}$, $BC = 2\text{cm}$. Tính tỉ số lượng giác $\sin B$, $\cos B$

- A. $\sin B = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $\cos B = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}$; $\cos B = \frac{2\sqrt{5}}{5}$
C. $\sin B = \frac{1}{2}$; $\cos B = \frac{2}{\sqrt{5}}$ D. $\sin B = \frac{2\sqrt{5}}{5}$; $\cos B = \frac{\sqrt{5}}{5}$

Câu 6: Diện tích hình quạt tròn có bán kính 6 cm và số đo cung bằng 36° là

- A. $\frac{6}{5}\pi \text{ cm}^2$. B. $\frac{36}{5}\pi \text{ cm}^2$. C. $\frac{18}{5}\pi \text{ cm}^2$. D. $\frac{12}{5}\pi \text{ cm}^2$.

Câu 7: Tại một trường THCS, thư viện của trường đã thống kê số lượt mượn các loại sách trong 1 tuần như sau:

Loại sách	Sách giáo khoa	Sách tham khảo	Truyện tranh	Truyện ngắn	Tiểu thuyết
Số lượt	35	80	30	35	20

Khi đó, tỉ lệ mượn sách tham khảo là:

- A. 40% B. 17,5% C. 15% D. 10%

Câu 8: Gieo đồng thời 2 con xúc sắc cân đối, đồng chất. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 8 là:

- A. $\frac{4}{36}$ B. $\frac{5}{36}$ C. $\frac{6}{36}$ D. $\frac{7}{36}$

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 9: (1,5 điểm)

a) (0,75 điểm) Giải phương trình $x^2 - x - 6 = 0$

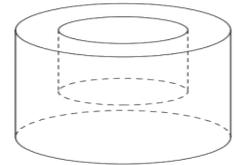
b) (0,75 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x - 2y = -1 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

Câu 10: (1,0 điểm) Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} \left(\frac{x+4}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}-2} \right) - 1$, với $x \geq 0, x \neq 4$

Câu 11: (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ (m là tham số). Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1^2 x_2 + mx_2 - x_2 = 4$.

Câu 12: (1,0 điểm) Một ca nô đi xuôi dòng từ bến A đến bến B cách nhau 40 km sau đó lại đi ngược trên khúc sông ấy để quay về A. Thời gian đi xuôi dòng ít hơn thời gian đi ngược dòng là 20 phút, vận tốc dòng nước là 3 km/h và vận tốc riêng của ca nô không đổi. Tính vận tốc riêng của ca nô?

Câu 13. (1,0 điểm). Một chi tiết máy hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng 15cm. Người ta khoan rỗng ở giữa chi tiết máy đó một lỗ cũng có dạng hình trụ có bán kính đáy và độ sâu bằng 5cm (như hình vẽ). Tính thể tích của phần chi tiết máy còn lại?



(Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai của đơn vị tính)

Câu 14. (2 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB cố định, C là một điểm di chuyển trên nửa đường tròn ($C \neq A; C \neq B$). Các tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) tại A, C cắt nhau tại M . Đường thẳng MB cắt AC tại F và cắt nửa đường tròn (O) tại E (E khác B). Kẻ $CK \perp AB$ tại K , CK và MB cắt nhau tại I .

a) Chứng minh $AEIK$ nội tiếp.

b) Chứng minh $\triangle MAO \sim \triangle CKB$ và tính tỉ số $\frac{FI}{AB}$ khi tổng diện tích của hai tam giác IAC và

IBC lớn nhất.

Câu 15. (0,5 điểm). Gia đình muốn cải tạo một ao nước nhỏ thành một hồ nước đẹp hơn. Hồ nước có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp hai lần chiều rộng và người ta tính được có thể tích bằng $\frac{62\,500}{3} \text{ m}^3$. Theo thị trường xây dựng, giá tiền xây dựng bình quân là 350 000 đồng/m² (bao gồm cả đáy và thành hồ). Hỏi chi phí thấp nhất mà gia đình đó phải trả để xây dựng hồ nước trên là bao nhiêu tiền.

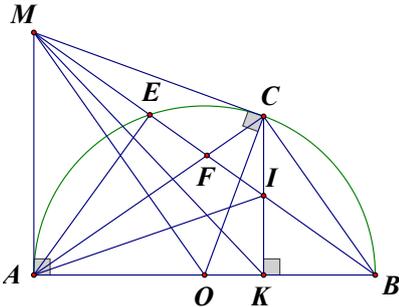
----- Hết -----

Phần I: Trắc nghiệm khách quan (2,0 điểm), mỗi ý đúng 0,25 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	B	C	A	D	B	C	A	B

Phần II: Tự luận (8 điểm)

Câu	Nội dung
9a	Giải phương trình $x^2 - x - 6 = 0$
	Giải được phương trình đã cho có 2 nghiệm $x = -2; x = 3$ Kết luận:
9b	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = -1 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$
	Nhân 2 vào hai vế của pt (2) rồi cộng với pt(1) được: $5x = 5 \Rightarrow x = 1$ Với $x = 1$ thay vào phương trình (2) $\Rightarrow y = 1$ Vậy hệ phương trình có nghiệm (1; 1)
10	Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} \left(\frac{x+4}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}-2} \right) - 1$, với $x \geq 0, x \neq 4$
	$A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} \left(\frac{x+4}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}-2} \right) - 1$
	$A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} \left(\frac{x+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right) - 1$
	$A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} \left(\frac{x+4-2\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right) - 1 = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - 1$
	$A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - 1 = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$. KL
11	Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ (m là tham số). Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1^2 x_2 + mx_2 - x_2 = 4$.
	Ta có: $\Delta' = m^2 - m + 1 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow$ Pt có hai nghiệm phân biệt với mọi m . Theo định lí Viète ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1 \end{cases}$ Theo bài ra ta có: $x_1^2 x_2 + mx_2 - x_2 = 4$ (3) Thay $x_1 \cdot x_2 = m - 1$ vào (3) ta được: $(m - 1)x_1 + mx_2 - x_2 = 4 \Rightarrow (m - 1)(x_1 + x_2) = 4 \Rightarrow 2m(m - 1) = 4$

	$m^2 - m - 2 = 0$ Suy ra: $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$ (thỏa mãn) Vậy $m = -1$ và $m = 2$ là các giá trị cần tìm.		
12	Một ca nô đi xuôi dòng từ bến A đến bến B cách nhau 40 km sau đó lại đi ngược trên khúc sông ấy để quay về A. Thời gian đi xuôi dòng ít hơn thời gian đi ngược dòng là 20 phút, vận tốc dòng nước là 3 km/h và vận tốc riêng của ca nô không đổi. Tính vận tốc riêng của ca nô?		
	Gọi vận tốc riêng của ca nô là x (km/h; $x > 3$) Thì vận tốc của ca nô khi xuôi dòng là: $x + 3$ (km/h) Vận tốc của ca nô khi ngược dòng là: $x - 3$ (km/h)		
	Thời gian ca nô đi xuôi dòng là: $\frac{40}{x+3}$ (h) Thời gian ca nô đi ngược dòng là: $\frac{40}{x-3}$ (h) Ta có phương trình: $\frac{40}{x-3} - \frac{40}{x+3} = \frac{1}{3}$		
	Giải phương trình ta được: $x = 27$ (thỏa mãn điều kiện xác định)		
	Vậy vận tốc riêng của ca nô là 27 km/h		
13	Một chi tiết máy hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng 15cm. Người ta khoan rỗng ở giữa chi tiết máy đó một lỗ cũng có dạng hình trụ có bán kính đáy và độ sâu bằng 5cm (như hình vẽ). Tính thể tích của phần chi tiết máy còn lại?		
	Thể tích của chi tiết máy hình trụ là: $V_1 = \pi R_1^2 h_1 = \pi \cdot 15^2 \cdot 15 = 3375\pi$. (cm ³). Thể tích phần bị khoan rỗng là: $V_2 = \pi R_2^2 h_2 = \pi \cdot 5^2 \cdot 5 = 125\pi$. (cm ³). Thể tích phần còn lại của chi tiết máy là: $V = V_1 - V_2 = 3375\pi - 125\pi = 3250\pi \approx 10210,18$ (cm ³).		
14	Cho (O) đường kính AB cố định, C là một điểm trên đường tròn (O) không trùng với A và B. Các của đường tròn (O) tại A, C cắt nhau tại M. Đường cắt AC tại F và cắt (O) tại E (E khác B). Kẻ tại K, CK và MB cắt nhau tại I.		di chuyển tiếp tuyến thẳng MB $CK \perp AB$
	a) Chứng minh AEIK nội tiếp b) Chứng minh rằng $\Delta MAO \sim \Delta CKB$ và tính tỉ số $\frac{FI}{AB}$ khi tổng diện tích của hai tam giác IAC và IBC lớn nhất.		
	a/ Vì E thuộc nửa đường tròn tâm O đường kính AB $\Rightarrow \widehat{AEB} = 90^\circ$ hay $\widehat{AEI} = 90^\circ \Rightarrow E$ thuộc đường tròn đường kính AI (1) Vì $CK \perp AB \Rightarrow \widehat{CKA} = 90^\circ$ hay $\widehat{IKA} = 90^\circ \Rightarrow K$ thuộc đường tròn đường kính AI (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow A, E, I, K$ cùng thuộc một đường tròn hay tứ giác AEIK nội tiếp (Đpcm)		

b/ Chứng minh được: $\Delta MAO \sim \Delta CKB$

suy ra: $\frac{CK}{BK} = \frac{MA}{AO}$, lại có $IK // MA$, suy ra: $\frac{IK}{BK} = \frac{MA}{AB} = \frac{MA}{2AO} = \frac{CK}{2BK}$

suy ra: $IK = \frac{CK}{2}$ hay I là trung điểm của CK

$\Rightarrow S_{\Delta AIC} + S_{\Delta BCI} = \frac{1}{2} S_{\Delta ABC} = \frac{1}{4} CK \cdot AB$ lớn nhất khi C là điểm chính giữa của cung AB hay K trùng tâm O .

Khi đó $AOCM$ là hình vuông, suy ra $\frac{FI}{FM} = \frac{1}{2}$, suy ra $FI = \frac{1}{6} BM$, suy ra $BM = \frac{AB\sqrt{5}}{2}$, suy ra

$$\frac{FI}{AB} = \frac{\sqrt{5}}{12}$$

Gia đình muốn cải tạo một ao nước nhỏ thành một hồ nước đẹp hơn. Hồ nước có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp hai lần chiều rộng và người ta tính được có thể tích bằng $\frac{62\ 500}{3} \text{ m}^3$. Theo thị trường xây dựng, giá tiền xây dựng bình quân là 350 000 đồng/m² (bao gồm cả đáy và thành hồ). Hỏi chi phí thấp nhất mà gia đình đó phải trả để xây dựng hồ nước trên là bao nhiêu tiền

15

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật đáy hồ là x (m) (điều kiện $x > 0$)

Suy ra chiều dài của hình chữ nhật là $2x$ (m).

Gọi y là chiều sâu của hồ (điều kiện $y > 0$)

Thể tích của hồ là $V = 2x \cdot x \cdot y = 2x^2 y$ (m³).

Theo bài ra ta có phương trình $2x^2 y = \frac{62\ 500}{3}$, suy ra $y = \frac{31\ 250}{3x^2}$

Diện tích xây dựng của hồ nước là

$$S = 2x \cdot x + 2 \cdot (2x + x) \cdot y = 2x^2 + 6xy = 2x^2 + 6 \cdot x \cdot \frac{31\ 250}{3x^2} = 2x^2 + \frac{62\ 500}{x}$$

Áp dụng bất đẳng thức $AM - GM$, với hai số dương a, b ta có $a + b \geq 2\sqrt{ab}$. dấu bằng xảy ra khi $a = b$.

Ta có

$$S = 2x^2 + \frac{62\ 500}{x} = (2x^2 + 1250) + \frac{62\ 500}{x} - 1250 \geq 2\sqrt{2x^2 \cdot 1250} + \frac{62\ 500}{x} - 1250 = 100x + \frac{62\ 500}{x} - 1250$$

$$S \geq 100x + \frac{62\ 500}{x} - 1250 \geq 2\sqrt{100x \cdot \frac{62\ 500}{x}} - 1250 = 3750$$

Khi đó $S_{\min} = 3750$. Dấu = xảy ra khi $\begin{cases} 2x^2 = 1250 \\ 100x = \frac{62\ 500}{x} \end{cases} \Rightarrow x = 25$

Vậy chi phí thấp nhất mà gia đình đó phải trả để xây dựng hồ nước là

$$3750 \cdot 350\ 000 = 1\ 312\ 500\ 000 \text{ đồng.}$$

(Lưu ý: Nếu HS làm cách khác đáp án nhưng đúng thì vẫn cho điểm tối đa)