ỦY BAN NHÂN DÂN
XÃ BÁ THƯỚC

KỲ THI CHỌN HSG CÁC MÔN VĂN HÓA LỚP 9
Năm học: 2025 - 2026
Môn thi: Toán
Thời gian làm bài: 150 phút
Đề thi có 02 trang, 09 câu

Câu 1 *(2,0 điểm)* Cho biểu thức:

$$A=\left(\frac{10x+4}{5\sqrt{5x^3}-8}-\frac{\sqrt{5x}}{5x+2\sqrt{5x}+4}\right).\left(\frac{1+5\sqrt{5x^3}}{1+\sqrt{5x}}-\sqrt{5x}\right).\left(\frac{6\sqrt{5x}-3}{\sqrt{5x}-1}-6\right)$$

với $x\geq 0; x\neq \frac{1}{5}; x\neq \frac{4}{5}$. Tìm các số tự nhiên x lớn hơn 10 để $P>\frac{7}{2}$

Câu 2 *(2,0 điểm)* Cho các số thực x,y,z thoả mãn điều kiện: $x+y+z=3$; $xyz=-2$; $x^2+y^2+z^2=5$. Tính giá trị biểu thức $S=\frac{x}{x^2-x-1}+\frac{y}{y^2-y-1}+\frac{z}{z^2-z-1}$.

Câu 3 *(2,0 điểm)* Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2y^2+3x+3y-3=0 \\ x^2y-4xy-3y^2+2y-x+1=0 \end{cases}$

Câu 4 (2,0 điểm) Một hộp chứa 12 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp, tính xác suất để 2 viên bi được lấy vừ khác màu vừa khác số.

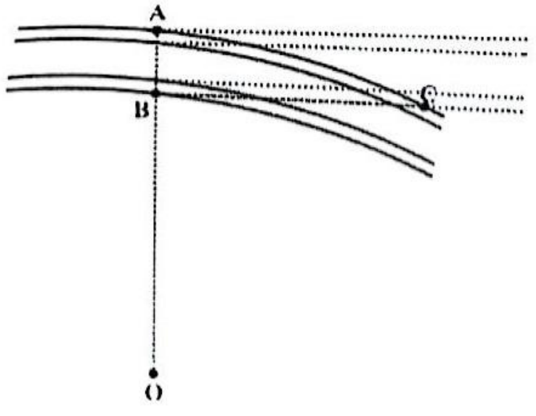
Câu 5 (2,0 điểm) Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình:

$$(x+y)^2+y+3x=z^2+1$$

Câu 6 (2,0 điểm) Cho $a,b\in \mathbb{Z}$ và $a\neq b$ thỏa $ab(a+b)$ chia hết cho a^2+ab+b^2.

Chứng minh rằng: $|a-b|>\sqrt[3]{ab}$

Câu 7. (1,5 điểm). Để giúp xe lửa chuyển từ một đường ray từ hướng này sang một đường ray theo hướng khác, người ta làm xen giữa một đoạn đường ray hình vòng cung (hình bên). Biết chiều rộng của đường ray là $AB\approx 1{,}1\text{m}$, đoạn $BC\approx 28{,}4\text{m}$. Hãy tính bán kính OA = R của đoạn đường ray hình vòng cung?



Câu 8. *(5,0 điểm)* Cho đường tròn (O; r) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AP, AQ với đường tròn (P, Q là các tiếp điểm). Trên cung nhỏ PQ lấy điểm N, tiếp tuyến tại N của đường tròn cắt AP, AQ lần lượt tại I, K. Vẽ đường kính ND, tiếp tuyến tại D của đường tròn cắt tia AP, AQ lần lượt tại B, C.

1. Chứng minh rằng: $\frac{NI}{NK} = \frac{DC}{BD}$

2. Gọi F là giao điểm của AN và BC. Chứng minh rằng: BD = CF.

3. Gọi h_a, h_b, h_c lần lượt là độ dài các đường cao ứng với các cạnh BC, AC, AB của tam giác ABC. Giả sử $h_a^2 + h_b^2 + h_c^2 = 27r^2$, hãy xác định dạng của tam giác ABC.

Câu 9. *(1,5 điểm)* Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $(x+z)(y+z) = 4z^2$.

Chứng minh rằng: $\frac{32x^3}{(y+3z)^3} + \frac{32y^3}{(x+3z)^3} - \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z} \geq 1 - \sqrt{2}$.

……………………………………………………….*Hết*……………………………………………………….