

Câu 1 (5,0 điểm) Cho biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{1-\frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}}}$  với  $x > 2$

a) Rút gọn A.

b) Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để A có giá trị nguyên.

Câu 2 (5,0 điểm)

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình:  $x^2 + 2y^2 + 2xy + 3y - 4 = 0$ .

b) Cho các số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $x + y + z = 4$ .

Chứng minh rằng  $\frac{1}{xy} + \frac{1}{xz} \geq 1$ . Dấu "=" xảy ra khi nào?

Câu 3 (4,0 điểm)

a) Tại một buổi giao lưu có 100 người bao gồm 15 giáo viên và 85 học sinh. Trong số 15 giáo viên, mỗi người quen với ít nhất 70 người khác. Trong số 85 học sinh, mỗi người quen với không quá 10 người khác. Họ được phân vào 21 phòng. Chứng minh rằng có một phòng nào đó không chứa một cặp nào quen nhau.

b) Một người gửi tiết kiệm 200 triệu đồng vào tài khoản tại một ngân hàng A. Có hai sự lựa chọn: Người gửi có thể nhận được lãi suất 7%/năm hoặc nhận tiền thưởng ngay 3 triệu đồng với lãi suất 6%/năm. Lựa chọn nào tốt hơn sau 1 năm? Sau 2 năm? Giải thích.

Câu 4 (2,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi I là giao điểm các đường phân giác trong. Biết  $AB = 5$  cm,  $IC = 6$  cm. Tính BC.

Câu 5 (4,0 điểm) Từ điểm A ở bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (M, N là các tiếp điểm). Đường thẳng (d) đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt B, C (O không thuộc (d), B nằm giữa A và C). Gọi H là trung điểm của BC.

a) Chứng minh HA là tia phân giác của  $\widehat{MHN}$ .

b) Lấy điểm E trên MN sao cho BE song song với AM. Chứng minh  $HE \parallel CM$ .

-----HẾT-----