SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **NINH THUẬN** **ĐỀ CHÍNH THỨC**	**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN** **NĂM HỌC 2025-2026** Môn thi chuyên: **Toán** Thời gian làm bài: **120 phút** *(không kể thời gian phát đề)*

Đề:

(Đề thi này gồm 01 trang)

Bài 1. *(1,5 điểm)* Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{x+2}{x+1}+\dfrac{1}{y-1}=1 \\ \dfrac{3}{x+1}-\dfrac{2y+3}{1-y}=4 \end{cases}$

Bài 2. *(2,5 điểm)* Cho phương trình bậc hai: $x^2-x+m-2=0$

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3m$

b) Khi $m=1$, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tính giá trị biểu thức

$$S=\frac{2023}{x_1^7+7}+\frac{2023}{x_2^7+7}.$$

Bài 3. *(1,5 điểm)* Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn: $2xy+2x+x+y=0$.

Bài 4. *(3,5 điểm)* Cho hình thang $ABCD$, vuông tại A và D, $AD=CD=\dfrac{1}{2}AB$. Gọi O_1, O_2 lần lượt là trung điểm của AB và CD và E, F là trung điểm các đoạn AO_1 và DO_2. Trên đoạn thẳng EF lấy các điểm M, N sao cho $\widehat{AMB}=\widehat{CND}=90^\circ$.

a) Chứng minh tứ giác $ABCM$ nội tiếp.

b) Gọi S là giao điểm của AD và BC. Chứng minh các đường thẳng BC, EF và O_1O_2 đồng quy tại S.

c) Chứng minh bốn điểm A, D, M, N cùng thuộc một đường tròn.

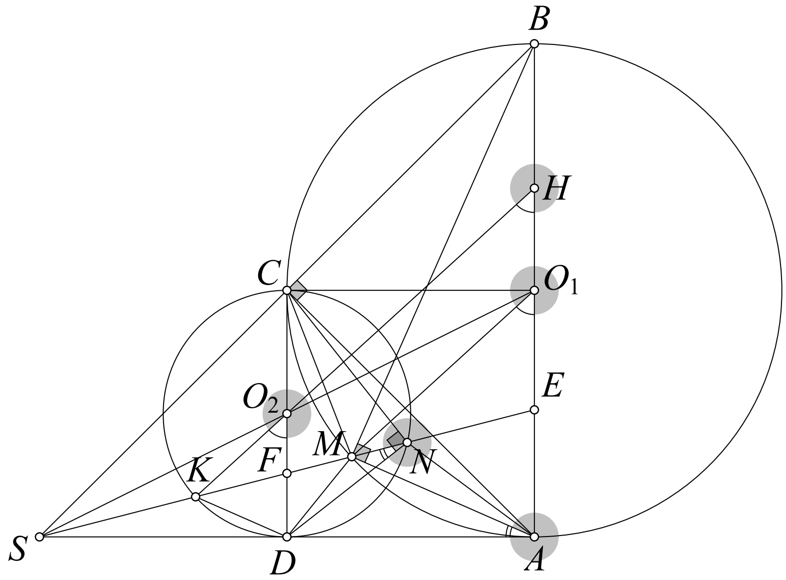
Bài 6. *(1,0 điểm)* Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a.b=1$. Chứng minh rằng:

$$(1+a)^2(1+b)^4>\frac{2024}{27}.$$

--------------- HẾT ---------------

<table>
<tr><th>CÂU</th><th>HƯỚNG DẪN GIẢI</th><th>ĐIỂM</th></tr>
<tr><td rowspan="5">1.</td><td>Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{x+2}{x+1}+\dfrac{1}{y-1}=1 \\ \dfrac{3}{x+1}-\dfrac{2y+3}{1-y}=4 \end{cases}$</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>Ta có: $\begin{cases} \dfrac{x+2}{x+1}+\dfrac{1}{y-1}=1 \\ \dfrac{3}{x+1}-\dfrac{2y+3}{1-y}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{y-1}=1 \\ \dfrac{3}{x+1}+2+\dfrac{5}{y-1}=4 \end{cases}$</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{y-1}=0 \\ \dfrac{3}{x+1}+\dfrac{5}{y-1}=2 \end{cases}$. Đặt $\begin{cases} a=\dfrac{1}{x+1} \\ b=\dfrac{1}{y-1} \end{cases}$. Ta được:</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ 3a+5b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a=2 \\ b=-a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases}$. Khi đó</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>$\begin{cases} \dfrac{1}{x+1}=-1 \\ \dfrac{1}{y-1}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=-1 \\ y-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases}$
Vậy hệ phương trình có nghiệm $\begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2.</td><td>Cho phương trình bậc hai: $x^2-x+m-2=0$
a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3m$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>+ Điều kiện để phương trình có hai nghiệm là:
$\Delta \ge 0 \Leftrightarrow 1-4\left(m-2\right)\ge 0 \Leftrightarrow m \le \dfrac{9}{4}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>+ Áp dụng định lý Vi-et ta có $\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ x_1.x_2=m-2 \end{cases}$
+ Khi đó $x_1^2+x_2^2=3m \Leftrightarrow \left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=3m$
$\Leftrightarrow 1-2\left(m-2\right)=3m \Leftrightarrow 5m=5 \Leftrightarrow m=1$ (thỏa mãn)</td><td>0,25</td></tr>
</table>

	b) Khi $m=1$, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tính giá trị biểu thức $S=\dfrac{2023}{x_1^7+7}+\dfrac{2023}{x_2^7+7}$	**1,0**
	+ Với $m=1$ phương trình trở thành $x^2-x-1=0$ + Theo định lý Vi-et ta có $\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ x_1x_2=-1 \end{cases}$	0,25
	+ $x_1^2+x_2^2=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=1^2-2.\left(-1\right)=3$. + $x_1^3+x_2^3=\left(x_1+x_2\right)^3-3x_1x_2\left(x_1+x_2\right)=1^3-3.\left(-1\right).1=4$. + $x_1^5+x_2^5=\left(x_1^3+x_2^3\right)\left(x_1^2+x_2^2\right)-x_1^2x_2^2\left(x_1+x_2\right)=11$ + $x_1^7+x_2^7=\left(x_1^5+x_2^5\right)\left(x_1^2+x_2^2\right)-x_1^2x_2^2\left(x_1^3+x_2^3\right)=29$	0,25
	Khi đó $S=\dfrac{2023}{x_1^7+7}+\dfrac{2023}{x_2^7+7}=\dfrac{2023\left(x_1^7+x_2^7\right)+14.2023}{x_1^7x_2^7+7\left(x_1^7+x_2^7\right)+49}$	0,25
	$=\dfrac{2023.29+14.2023}{-1+7.29+49}=\dfrac{86989}{251}$	0,25
3.	Tìm tất cả các cặp số nguyên $\left(x;y\right)$ thỏa mãn: $2xy+2x+x+y=0$.	**1,5**
	Ta có: $2xy+6x+y=0 \Leftrightarrow 4xy+6x+2y=0$	0,50
	$\Leftrightarrow 2x\left(2y+3\right)+\left(2y+3\right)=3$	0,25
	$\Leftrightarrow \left(2x+1\right)\left(2y+3\right)=3$	0,25
	Vì $x,y\in\mathbb{Z}$ nên $2x+1\in\mathbb{Z},\ 2y+3\in\mathbb{Z}$ Do đó ta có các trường hợp sau: TH1: $\begin{cases} 2x+1=1 \\ 2y+3=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$ TH2: $\begin{cases} 2x+1=3 \\ 2y+3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ TH3: $\begin{cases} 2x+1=-1 \\ 2y+3=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$ TH4: $\begin{cases} 2x+1=-3 \\ 2y+3=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$ Vậy có 4 cặp số nguyên thỏa mãn là: $\left(0;0\right),\left(2;-1\right),\left(-1;-3\right),\left(-2;-2\right)$	0,50

<table>
<tr><td></td><td>
</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td rowspan="5">4.a)</td><td>a) Chứng minh tứ giác $ABCM$ nội tiếp.</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>Ta có $\widehat{AMB} = 90^\circ$ nên M thuộc đường tròn đường kính AB $\quad (1)$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Dễ thấy tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông và $CD = DA = \frac{1}{2}AB$
nên $ADCO_1$ là hình vuông và $BCDO_1$ là hình bình hành.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Rightarrow AC \perp DO_1$ và $DO_1 \parallel BC$ nên $AC \perp BC$
Vậy C thuộc đường tròn đường kính AB $\quad (2)$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Từ (1) và (2) suy ra hai điểm M, C cùng thuộc đường tròn đường kính AB. Do đó tứ giác $ABCM$ nội tiếp.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="5">4.b)</td><td>b) Gọi S là giao điểm của AD và BC. Chứng minh các đường thẳng BC, EF và O_1O_2 đồng quy tại S.</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>Theo giả thiết ta có BC đi qua S $\quad (1)$
Ta có $D \in SA, C \in SB$ và $DC \parallel AB; DC = \frac{1}{2}AB$ nên DC là đường trung bình của ΔSAB. Suy ra D, C lần lượt là trung điểm SA, SB</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Xét ΔSBE ta có C là trung điểm SB và $CF \parallel BE$
$\Rightarrow CO_2$ là đường trung bình của ΔSBO_1
$\Rightarrow O_2$ là trung điểm của SO_1.
Vậy O_1O_2 đi qua S $\quad (2)$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Xét ΔSBO_1 ta có C là trung điểm SB và $CO_2 \parallel BO_1$
$\Rightarrow CF$ là đường trung bình của ΔSBE
$\Rightarrow F$ là trung điểm của SE.
Vậy EF đi qua S $\quad (3)$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Từ (1) và (2) suy ra BC, EF và O_1O_2 đồng quy tại S</td><td>0,25</td></tr>
</table>

4.c)	c) Chứng minh bốn điểm A, D, M, N cùng thuộc một đường tròn.	**1,0**
	Gọi K là giao điểm của EF với đường tròn đường kính CD H là giao điểm của KO_2 với AB Ta có $K \in SM$, O_2 là trung điểm SO_1 và $KO_2 = \frac{1}{2}O_1M$ nên KO_2 là đường trung bình của ΔSO_1M	0,25
	$\Rightarrow KO_2 \parallel MO_1$ $\widehat{KO_2D} = \widehat{KHA} = \widehat{MO_1A}$ (đồng vị)	0,25
	Mà $\widehat{KO_2D} = 2\widehat{KND}$ và $\widehat{MO_1A} = 2\widehat{MAD}$ $\Rightarrow \widehat{KND} = \widehat{MAD}$ hay $\widehat{MND} = \widehat{MAD}$	0,25
	Vậy tứ giác $ADMN$ nội tiếp hay bốn điểm A, D, M, N cùng thuộc một đường tròn.	0,25
5.	Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a.b = 1$. Chứng minh rằng: $$\left(1+a\right)^2\left(1+b\right)^4 > \frac{1024}{27}.$$	**1,0**
	$\left(1+a\right)^2 = \left(1+\frac{a}{2}+\frac{a}{2}\right)^2 \ge \left(3\sqrt[3]{1\frac{a}{2}\frac{a}{2}}\right)^2 = 9.\sqrt[3]{\frac{a^4}{16}}$	0,25
	$\left(1+b\right)^4 = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+b\right)^4 \ge \left(3\sqrt[3]{\frac{1}{2}\frac{1}{2}b}\right)^4 = 81.\sqrt[3]{\frac{b^4}{256}}$	0,25
	$\left(1+a\right)^2\left(1+b\right)^4 \ge 9.\sqrt[3]{\frac{a^4}{4^2}}.81.\sqrt[3]{\frac{b^4}{4^4}} = \frac{729}{16}\sqrt[3]{a^4b^4} = \frac{729}{16} > \frac{1024}{27}$	0,50