

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

(Đề thi gồm có 02 trang)

Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. (3,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau đây:

a) $\frac{3x}{x-1} = 2.$

b) $x^2 + 5x + 6 = 0.$

c) $\begin{cases} x + 3y = 8 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases}.$

Câu 2. (1,5 điểm)

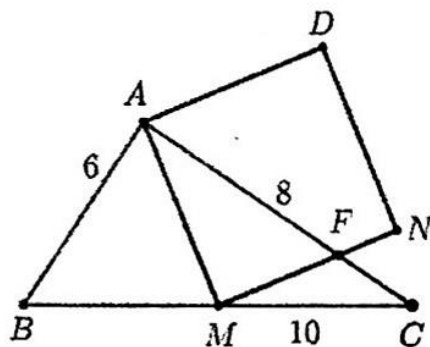
Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là Parabol (P).

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số.

b) Tìm điểm A trên đồ thị (P) có hoành độ và tung độ đều dương sao cho AA'B'B là hình vuông với A' là điểm đối xứng của điểm A qua Oy, hai điểm B và B' là hình chiếu của A và A' lên trục hoành.

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 10$, $AB = 6$ và $AC = 8$; M là trung điểm của BC và AMND là hình vuông sao cho cạnh MN cắt cạnh AC tại điểm F.



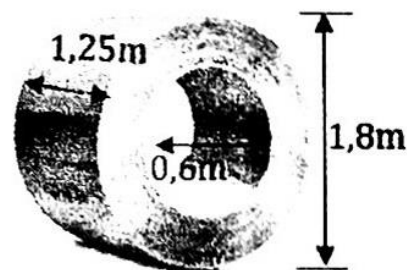
a) Xác định tâm và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

b) Chứng minh tứ giác ABCN nội tiếp được đường tròn.

c) Tính diện tích tứ giác AFND.

Câu 4. (1,0 điểm)

Một khối thép cuộn dạng hình trụ có các số đo như hình vẽ (đường kính trong 0,6m đường kính ngoài 1,8m, khổ ngang 1,25m). Tính gần đúng khối lượng của cuộn thép biết 1m^3 thép có khối lượng 7850 kg.



Câu 5. (1,5 điểm)

Trái chúc là một loại trái cây đặc sản của An Giang, hình dáng bên ngoài giống như quả chanh nhưng có vỏ sần sùi, tinh dầu nhiều và hương thơm mạnh mẽ, được sử dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực từ ẩm thực, dược phẩm đến mỹ phẩm.



Số liệu 20 mẫu thu thập số trái chúc trên mỗi một kilogam như sau:

10	8	5	8	10	9	7	5	7	9
11	8	6	7	7	8	10	9	9	9

a) Lập bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu trên, số liệu được chia thành 4 nhóm gồm: $[4; 6)$; $[6; 8)$; $[8; 10)$; $[10; 12)$.

b) Vẽ biểu đồ tần số ghép nhóm dạng cột mô tả số lượng trái chúc cho mỗi một kilogam.

Câu 6. (1,0 điểm)

Con xúc xắc 4 mặt là một loại xúc xắc đặc biệt có dạng một tứ diện đều, mỗi mặt của xúc xắc được ghi các số sao cho bốn đỉnh của xúc xắc ứng với bốn số 1, 2, 3, 4. Khi gieo ngẫu nhiên con xúc xắc, số hướng lên trên đại diện cho kết quả mỗi lần gieo (hình vẽ bên).



Gieo ngẫu nhiên một lần hai con xúc xắc 4 mặt cân đối đồng chất khác màu. Ký hiệu (a, b) là kết quả xảy ra của phép gieo, với a là số xuất hiện của con xúc xắc 4 mặt thứ nhất và b là số xuất hiện của con xúc xắc 4 mặt thứ hai.

a) Viết không gian mẫu của phép gieo trên.

b) Tính xác suất của biến cố A: “Tổng hai số xuất hiện của hai xúc xắc lớn hơn 5”.

-----HẾT-----



HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (3 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau đây

a) $\frac{3x}{x-1} = 2$

b) $x^2 + 5x + 6 = 0$

c) $\begin{cases} x + 3y = 8 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases}$

Lời giải

a) $\frac{3x}{x-1} = 2$

$$3x = 2(x-1)$$

$$3x = 2x - 2$$

$$x = -2$$

Thử lại với $x = -2$ ta được $\frac{3x}{x-1} = \frac{3(-2)}{-2-1} = 2$.

Vậy phương trình có nghiệm $x = -2$.

b) $x^2 + 5x + 6 = 0$

$$(x^2 + 2x) + (3x + 6) = 0$$

$$x(x+2) + 3(x+2) = 0$$

$$(x+2)(x+3) = 0$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm $S = \{-2; -3\}$.

c) $\begin{cases} x + 3y = 8 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases}$

$$\begin{cases} x + 3y = 8 \\ 3x = 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y = 8 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ 5 + 3y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ 5 + 3y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (5; 1)$.

Câu 2. (1,5 điểm)



Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là Parabol (P).

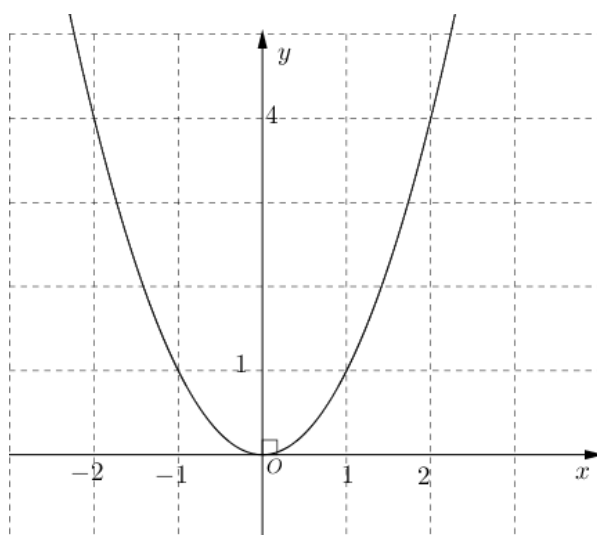
- a)** Vẽ đồ thị (P) của hàm số.
- b)** Tìm điểm A trên đồ thị (P) có hoành độ và tung độ đều dương sao cho $AA'B'B$ là hình vuông với A' là điểm đối xứng của điểm A qua Oy , hai điểm B và B' là hình chiếu của A và A' lên trục hoành.

Lời giải

a)

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị hàm số là đường cong Parabol đi qua các điểm $O(0;0); M(-2;4); N(-1;1); P(1;1); Q(2;4)$ và nhận Oy làm trục đối xứng.



b) Giả sử toạ độ điểm $A(x_A; y_A)$ có $x_A > 0; y_A > 0$.

Vì $A(x_A; y_A) \in (P)$ nên $A(x_A; x_A^2)$.

Vì A' đối xứng với A qua Oy nên $A'(-x_A; x_A^2)$.

Vì B và B' là hình chiếu của A và A' lên trục hoành nên $B(x_A; 0); B'(-x_A; 0)$

Độ dài đoạn thẳng AB là x_A^2 .

Độ dài đoạn thẳng BB' là $x_A + x_A = 2x_A$.

Vì $AA'B'B$ là hình vuông nên $AB = BB'$.

Tức là $x_A^2 = 2x_A$

$$x_A^2 - 2x_A = 0$$



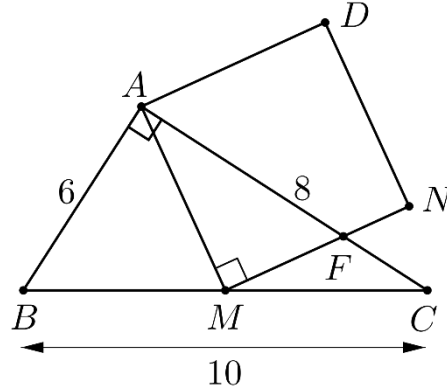
$$x_A(x_A - 2) = 0$$

Vì $x_A > 0$ nên $x_A = 2$. Khi đó $y_A = 2^2 = 4$.

Vậy tọa độ điểm A là $(2; 4)$.

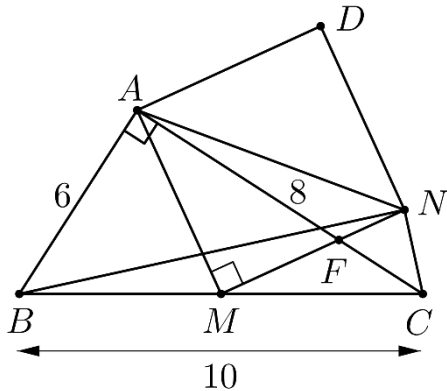
Câu 3. (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 10$, $AB = 6$ và $AC = 8$; M là trung điểm của BC và $AMND$ là hình vuông sao cho cạnh MN cắt cạnh AC tại điểm F .



- Xác định tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- Chứng minh tứ giác $ABCN$ nội tiếp được đường tròn.
- Tính diện tích tứ giác $AFND$.

Lời giải



- Vì tam giác ABC vuông tại A nên tam giác ABC nội tiếp đường tròn đường kính BC .

Mà M là trung điểm của BC nên M tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính $R = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5$.

- $AMND$ là hình vuông nên $MA = MN$.

Mà $MA = MB = MC$ nên $MN = MA = MB = MC$, do đó A, B, C, N cùng thuộc (M) .

Vậy tứ giác $ABCN$ nội tiếp được đường tròn.

- Tam giác ABC vuông tại A nên $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

Mà $\widehat{MAC} = \widehat{MCA}$ (do tam giác MAC cân tại M) nên



$$\tan \widehat{MAF} = \frac{MF}{MA} = \tan \widehat{ACB} \Rightarrow \frac{MF}{5} = \frac{3}{4} \Rightarrow MF = \frac{15}{4}.$$

$$\text{Ta có } S_{AMF} = \frac{1}{2} AM \cdot MF = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{15}{4} = \frac{75}{8}$$

$$S_{AMND} = AM^2 = 5^2 = 25.$$

$$S_{AFND} = S_{AMND} - S_{AMF} = 25 - \frac{75}{8} = \frac{125}{8}.$$

Vậy diện tích tứ giác $AFND$ là $\frac{125}{8}$.

Câu 4. (1,0 điểm)

Một khối thép cuộn dạng hình trụ có các số đo như hình vẽ (đường kính trong 0,6 m đường kính ngoài 1,8 m, khổ ngang 1,25 m). Tính gần đúng khối lượng của cuộn thép biết 1 m³ thép có khối lượng 7850 kg.

Lời giải

$$\text{Bán kính hình trụ lớn là: } R = \frac{1,8}{2} = 0,9 \text{ (m).}$$

$$\text{Thể tích hình trụ lớn là: } V_1 = \pi R^2 h = \pi \cdot 0,9^2 \cdot 1,25 = \frac{81\pi}{80} \text{ (m}^3\text{).}$$

$$\text{Bán kính hình trụ bé là: } r = \frac{0,6}{2} = 0,3 \text{ (m).}$$

$$\text{Thể tích hình trụ bé là: } V_2 = \pi r^2 h = \pi \cdot 0,3^2 \cdot 1,25 = \frac{9\pi}{80} \text{ (m}^3\text{).}$$

$$\text{Thể tích cuộn thép là: } V = V_1 - V_2 = \frac{81\pi}{80} - \frac{9\pi}{80} = \frac{9\pi}{10} \text{ (m}^3\text{).}$$

$$\text{Khối lượng của cuộn thép là: } \frac{9\pi}{10} \cdot 7850 = 7065\pi \approx 22195,35 \text{ (kg).}$$

Câu 5. (1,5 điểm)

Trái chóc là một loại trái cây đặc sản của An Giang, hình dáng bên ngoài giống như quả chanh nhưng có vỏ sần sùi, tinh dầu nhiều và hương thơm mạnh mẽ, được sử dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực từ ẩm thực, dược phẩm đến mỹ phẩm.

Số liệu 20 mẫu thu thập số trái chóc trên mỗi một kilogam như sau:

10	8	5	8	10	9	7	5	7	9
11	8	6	7	7	8	10	9	9	9

a) Lập bảng tần số ghép nhóm cho mẫu số liệu trên, số liệu được chia thành 4 nhóm gồm: [4;6); [6;8); [8;10); [10;12).

b) Vẽ biểu đồ tần số ghép nhóm dạng cột mô tả số lượng trái chóc cho mỗi một kilogam.

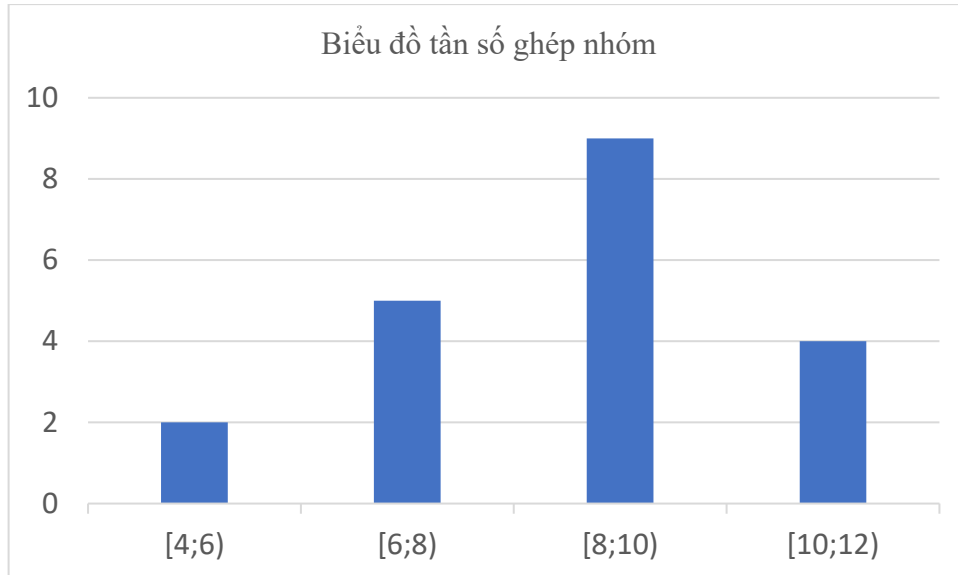
Lời giải



a) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu là

Số trái chức	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$
Tần số ghép nhóm	2	5	9	4

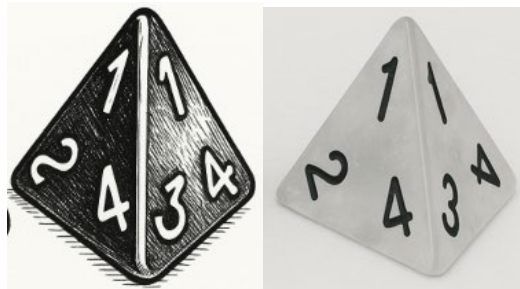
b) Vẽ biểu đồ tần số ghép nhóm dạng cột mô tả số lượng trái chức cho mỗi một kilogam



Câu 6. (1,0 điểm)

Con xúc xắc 4 mặt là một loại xúc xắc đặc biệt có dạng một tứ diện đều, mỗi mặt của xúc xắc được ghi các số sao cho bốn đỉnh của xúc xắc ứng với bốn số 1, 2, 3, 4. Khi gieo ngẫu nhiên con xúc xắc, số hướng lên trên đại diện cho kết quả mỗi lần gieo (hình vẽ bên).

Gieo ngẫu nhiên một lần hai con xúc xắc 4 mặt cân đối đồng chất khác màu. Ký hiệu (a, b) là kết quả xảy ra của phép gieo, với a là số xuất hiện của con xúc xắc 4 mặt thứ nhất và b là số xuất hiện của con xúc xắc 4 mặt thứ hai.



a) Viết không gian mẫu của phép gieo trên.

b) Tính xác suất của biến cố A : "Tổng hai số xuất hiện của hai xúc xắc lớn hơn 5".

Lời giải

Không gian mẫu của phép gieo là:

$(1,1); (1,2); (1,3); (1,4); (2,1); (2,2); (2,3); (2,4); (3,1); (3,2); (3,3); (3,4); (4,1); (4,2); (4,3); (4,4)$.

Vậy không gian mẫu có tất cả 16 kết quả



Các kết quả thuận lợi cho biến cố A : "Tổng hai số xuất hiện của hai xúc xắc lớn hơn 5" gồm

$(2,4);(4,2);(3,4);(4,3);(3,3);(4,4)$ nên có tất cả 6 kết quả.

Vậy xác suất của biến cố A là $P = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

---Hết---