

Câu 1. (1,5 điểm)

a) Thời gian chơi thể thao mỗi ngày (đơn vị: giờ) trong 30 ngày của bạn An được An ghi lại trong bảng sau:

2,1	0,8	3	3,2	1,5	1,4	2,2	3,5	2,5	0,6
1,5	2,2	0,5	3,5	1,8	2,5	1,6	1,8	1	2,4
2	3,4	2,5	1,2	2,2	1,5	2	2,4	3	2,8

Hãy chia bảng số liệu thành 4 nhóm $[0;1)$, $[1;2)$, $[2;3)$, $[3;4)$ rồi lập bảng tần số ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm với 4 nhóm trên.

b) Trong hộp chứa 15 viên bi (các viên bi có cùng kích thước và khối lượng) được đánh số từ 1 đến 15 (không có hai viên bi nào được đánh cùng một số). Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất của biến cố A: “Bình lấy được viên bi có số chia hết cho 3”.

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Tính: $P = (2\sqrt{18} - \sqrt{72} + \sqrt{8}) \cdot \sqrt{2}$.

b) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{3}{\sqrt{x} - 2} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$.

c) Biết đồ thị của hàm số $y = f(x) = ax^2$ cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có hoành độ bằng 1. Xác định hệ số a của hàm số $y = f(x) = ax^2$.

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Trung bình bạn Dũng tiêu thụ hết 15 calo cho mỗi phút bơi và 10 calo cho mỗi phút chạy bộ. Hôm nay, bạn Dũng dành 1,5 giờ cho hai hoạt động trên và 1200 calo được tiêu thụ. Hỏi hôm nay, bạn Dũng dành bao nhiêu thời gian cho mỗi hoạt động trên?

b) Phòng họp của trường THCS A có 50 ghế ngồi được xếp thành từng dãy, số ghế trong mỗi dãy bằng nhau. Để chuẩn bị cho buổi hội thảo nâng cao chất lượng thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT của ngành, nhà trường đã bố trí thêm 1 dãy ghế và mỗi dãy xếp thêm 2 ghế thì vừa đủ chỗ ngồi cho 72 người tham dự. Hỏi lúc đầu phòng họp của trường THCS A được xếp thành bao nhiêu dãy ghế?

c) Cho phương trình $x^2 - 5x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 \neq 0; x_2 \neq \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$).

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức:

$$A = \left(\frac{x_1 + 1}{2} - \frac{1}{x_2} \right) \cdot \left(\frac{x_2 - 1}{4x_2 - 2} + \frac{1}{x_1} \right).$$

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AK, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn.

b) Gọi I là giao điểm của AH và EF. Chứng minh: $AI \cdot HK = FI \cdot EK$.

c) Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại T, đường thẳng AT cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D. Gọi M là giao điểm của hai đường phân giác của góc BAC và góc BDC. Chứng minh: M thuộc BC.

Câu 5 (1,5 điểm).

a) Hàm Trường Vinh trên cao tốc Nghi Sơn – Diễn Châu nối hai tỉnh Thanh Hóa - Nghệ An gồm hai ống hầm, được thiết kế và thi công mỗi ống hầm là một bán trụ (nửa hình trụ) có mặt đường trong mỗi ống hầm rộng 12,5m (đường kính đáy hình trụ), chiều dài mỗi ống hầm là 450m (chiều cao hình trụ). Ước tính chi phí làm mỗi ống hầm khoảng 30,5 triệu đồng/m² mặt vòm trong của ống hầm. Em hãy tính xem kinh phí để làm mỗi ống hầm Trường Vinh hết khoảng bao nhiêu tỉ đồng? (làm tròn đến hàng chục tỉ). Lấy $\pi \approx 3,14$.



Ảnh chụp một ống hầm của hầm Trường Vinh.

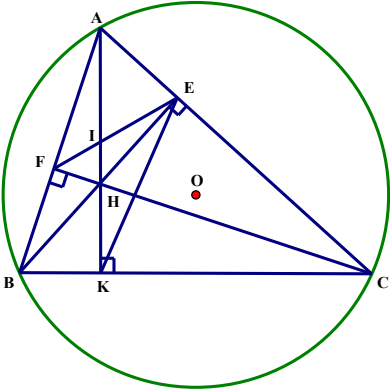
b) Một người thợ làm một cái bồn chứa dầu hình trụ có bán kính đáy r (m), chiều cao h (m) và thể tích bằng a (m³) (a là một số dương không đổi). Để giảm giá thành sản phẩm, người thợ phải tính toán tỉ số giữa r và h sao cho diện tích diện tích toàn phần của bồn chứa là nhỏ nhất. Em hãy cho biết tỉ số đó là bao nhiêu?

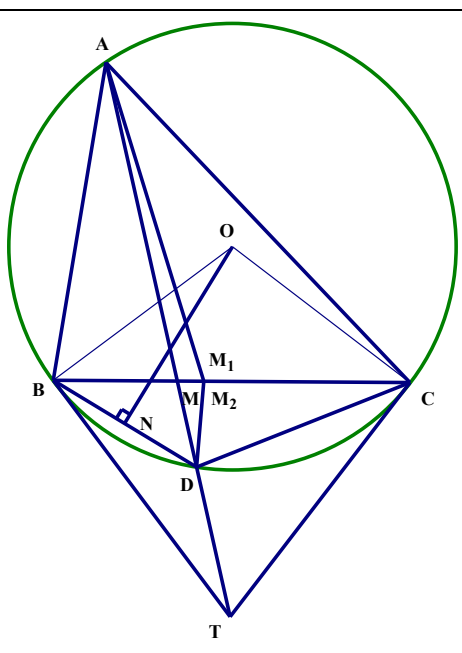
----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Đáp án	Biểu điểm																								
Câu 1. (1,5 điểm)	a) Thời gian chơi thể thao mỗi ngày (đơn vị: giờ) trong một tháng (30 ngày) của bạn An được ghi lại trong bảng sau:	0,75																								
	<table><tr><td>2,1</td><td>0,8</td><td>3</td><td>3,2</td><td>1,5</td><td>1,4</td><td>2,2</td><td>3</td></tr><tr><td>1,5</td><td>2,2</td><td>0,5</td><td>3,5</td><td>1,8</td><td>2,5</td><td>1,6</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>3,4</td><td>2,5</td><td>1,2</td><td>2,2</td><td>1,5</td><td>2</td><td>2</td></tr></table>		2,1	0,8	3	3,2	1,5	1,4	2,2	3	1,5	2,2	0,5	3,5	1,8	2,5	1,6	1	2	3,4	2,5	1,2	2,2	1,5	2	2
	2,1		0,8	3	3,2	1,5	1,4	2,2	3																	
	1,5	2,2	0,5	3,5	1,8	2,5	1,6	1																		
	2	3,4	2,5	1,2	2,2	1,5	2	2																		
Hãy chia bảng số liệu thành 4 nhóm [0;1), [1;2), [2;3), [3;4) rồi lập bảng tần số ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm với 4 nhóm trên.																										
Bảng tần số ghép nhóm và ghép nhóm tương đối của 4 nhóm trên.	0,5 0,25																									
<table><tr><td>Thời gian (X) (giờ)</td><td>[0;1)</td><td>[1;2)</td><td>[2;3)</td><td>[3;4)</td></tr><tr><td>Tần số</td><td>3</td><td>9</td><td>12</td><td>6</td></tr><tr><td>Tần số tương đối</td><td>10%</td><td>30%</td><td>40%</td><td>20%</td></tr></table>		Thời gian (X) (giờ)	[0;1)	[1;2)	[2;3)	[3;4)	Tần số	3	9	12	6	Tần số tương đối	10%	30%	40%	20%										
Thời gian (X) (giờ)		[0;1)	[1;2)	[2;3)	[3;4)																					
Tần số	3	9	12	6																						
Tần số tương đối	10%	30%	40%	20%																						
b) Trong hộp chứa 15 viên bi (các viên bi có cùng kích thước và khối lượng) được đánh số từ 1 đến 15 (không có hai viên bi nào được đánh cùng một số). Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất của biến cố A: “Bình lấy được viên bi có số chia hết cho 3”.	0,75																									
Câu 2 (2 điểm)	Các viên bi được đánh số chia hết cho 3 là: 3; 6; 9; 12; 15 Xác suất của biến cố A: “Bình lấy được viên bi có số chia hết cho 3” là: $P(A) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$	0,25 0,5																								
	a) Tính: $P = (2\sqrt{18} - \sqrt{72} + \sqrt{8}).\sqrt{2}.$	0,75																								
	$P = (2\sqrt{18} - \sqrt{72} + \sqrt{8}).\sqrt{2} = (6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 2\sqrt{2}).\sqrt{2}$ $= 2\sqrt{2}.\sqrt{2}$ $= 4$	0,25 0,25 0,25																								
	b) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{3}{\sqrt{x} - 2} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2}$ với $x \geq 0; x \neq 4.$	0,75																								
	b) Với $x \geq 0; x \neq 4$ ta có: $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{3}{\sqrt{x} - 2} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} = \frac{\sqrt{x} - 2 + 3(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} . \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1}$ $= \frac{4\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} . \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1}$ $= \frac{4}{\sqrt{x} + 2}$	0,25 0,25 0,25																								

	c) Biết đồ thị của hàm số $y = f(x) = ax^2$ cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có hoành độ bằng 1. Xác định hệ số a của hàm số $y = f(x) = ax^2$.	0,5
	Đồ thị của hàm số $y = f(x) = ax^2$ cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có hoành độ bằng 1 nên ta có $x = 1, y = 2.1 - 1 = 1$. Thay vào hàm số $f(x)$ ta được $1 = a.1^2$ suy ra $a = 1$. Vậy $a = 1$	0,25 0,25
Câu 3 (2 điểm)	a) Trung bình bạn Dũng tiêu thụ hết 15 calo cho mỗi phút bơi và 10 calo cho mỗi phút chạy bộ. Hôm nay, bạn Dũng dành 1,5 giờ cho hai hoạt động trên và 1200 calo được tiêu thụ. Hỏi hôm nay, bạn Dũng dành bao nhiêu thời gian cho mỗi hoạt động trên?	0,75
	Đổi 1,5 giờ = 90 phút Gọi thời gian bạn Dũng chạy bộ và bơi ngày hôm nay lần lượt là x (phút) và y (phút), $x, y > 0$. Số calo bạn Dũng tiêu thụ cho chạy bộ là: $10x$ (calo) Số calo bạn Dũng tiêu thụ cho bơi là: $15y$ (calo)	0,25
	Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 90 \\ 10x + 15y = 1200 \end{cases}$	0,25
	Giải hệ phương trình tìm được $x = 30$ (thỏa mãn), $y = 60$ (thỏa mãn)	
	Vậy bạn Dũng đã dành 30 phút ($\frac{1}{2}$ giờ) cho hoạt động chạy bộ và 60 phút (1 giờ) cho hoạt động bơi.	0,25
	b) Phòng họp của trường THCS A có 50 ghế ngồi được xếp thành từng dãy, số ghế trong mỗi dãy bằng nhau. Để chuẩn bị cho buổi hội thảo nâng cao chất lượng thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT của ngành, nhà trường đã bố trí thêm 1 dãy ghế và mỗi dãy xếp thêm 2 ghế thì vừa đủ chỗ ngồi cho 72 người tham dự hội thảo. Hỏi lúc đầu phòng họp của nhà trường được xếp thành bao nhiêu dãy ghế?	0,75
	Gọi số dãy ghế ban đầu của phòng họp trường A là: x (dãy), $x \in \mathbb{N}^*$ Số ghế trong mỗi dãy ban đầu là: $\frac{50}{x}$ (ghế) Số dãy ghế sau khi nhà trường xếp thêm là: $x + 1$ (dãy) Số ghế trong mỗi dãy sau khi nhà trường xếp thêm là: $\frac{72}{x + 1}$ (ghế)	0,25
	Ta có phương trình: $\frac{72}{x + 1} - \frac{50}{x} = 2$ Giải phương trình tìm được $x = 5$ (Thỏa mãn) Vậy số dãy ghế ban đầu của phòng họp trường A là: 5 dãy.	0,25
	c) Cho phương trình $x^2 - 5x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 \neq 0$; $x_2 \neq 0; \frac{1}{2}$). Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức	0,5

	$A = \left(\frac{x_1 + 1}{2} - \frac{1}{x_2} \right) \cdot \left(\frac{x_2 - 1}{4x_2 - 2} + \frac{1}{x_1} \right).$	
	c) Do phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 nên theo định lí Viète ta có $x_1 + x_2 = 5; x_1 x_2 = 2$. Vì x_2 là nghiệm của phương trình nên ta có: $x_2^2 = 5x_2 - 2$ Suy ra $4x_2 - 2 = x_2^2 - x_2$, thay vào biểu thức A ta được:	0,25
	$A = \left(\frac{x_1 + 1}{2} - \frac{1}{x_2} \right) \cdot \left(\frac{x_2 - 1}{4x_2 - 2} + \frac{1}{x_1} \right) = \left(\frac{x_1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{x_2} \right) \cdot \left(\frac{x_2 - 1}{x_2^2 - x_2} + \frac{1}{x_1} \right)$ $= \left(\frac{x_1}{x_1 x_2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{x_2} \right) \cdot \left(\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} \right) = \left(\frac{1}{x_2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{x_2} \right) \cdot \left(\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{4}$	0,25
Câu 4 (3điểm)	Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AK, BE, CF cắt nhau tại H. a) Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp. b) Gọi I là giao điểm của AH và EF. Chứng minh: $AI \cdot HK = FI \cdot EK$ c) Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại T, đường thẳng AT cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D. Gọi M là giao điểm của hai đường phân giác của góc BAC và góc BDC. Chứng minh: M thuộc BC.	3,0
	Vẽ hình đúng đến câu b 	0,5
	a) Ta có $\widehat{BEC} = 90^\circ$ (GT) do đó $\triangle BEC$ vuông tại E suy ra $\triangle BEC$ nội tiếp đường tròn đường kính BC (1) Chứng minh tương tự ta có $\triangle BFC$ nội tiếp đường tròn đường kính BC (2) Từ (1) và (2) suy ra tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn đường kính BC.	0,25 0,25 0,5
	b) Tứ giác BFEC nội tiếp suy ra $\widehat{FEB} = \widehat{FCB}$ hay $\widehat{IEH} = \widehat{HCK}$ (3) C/m tứ giác CKHE nội tiếp suy ra $\widehat{HEK} = \widehat{HCK}$ (4)	0,25

	Từ (3 và (4) suy ra $\widehat{IEH} = \widehat{HEK}$ suy ra EH là phân giác của $\widehat{IEK}$ Suy ra $\frac{HI}{EI} = \frac{HK}{EK}$ (tính chất đường phân giác trong tam giác) (5) Chứng minh được $\triangle AFI \simeq \triangle EHI$ (g.g) nên ta có: $\frac{HI}{EI} = \frac{FI}{AI}$ (6) Từ (5) và (6) $\frac{HK}{EK} = \frac{FI}{AI} \Rightarrow AI.HK = FI.EK$	0,25 0,25 0,25
	c) Kẻ $ON \perp BD$ ta có: $\widehat{BON} = \frac{1}{2} \widehat{BOD} = \widehat{BAT}.$ Lại có $\widehat{DBT} = \widehat{BON}$ (cùng phụ với $\widehat{OBN}$). Suy ra $\widehat{DBT} = \widehat{BAT}$. Suy ra $\triangle BAT \simeq \triangle DBT$ (g-g). Suy ra $\frac{AB}{BD} = \frac{AT}{BT} = \frac{BT}{TD}$. Suy ra $\left(\frac{AB}{BD}\right)^2 = \frac{AT}{BT} \cdot \frac{BT}{TD} = \frac{AT}{TD}$. Chứng minh tương tự ta có: $\left(\frac{AC}{CD}\right)^2 = \frac{AT}{TD}.$ Do đó $\left(\frac{AB}{BD}\right)^2 = \left(\frac{AC}{CD}\right)^2$. Suy ra $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CD}$. Suy ra $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ (7) Gọi M_1, M_2 lần lượt là giao điểm của BC với các tia phân giác góc BAC và góc BDC. Xét $\triangle ABC$ có tia phân giác AM_1, theo tính chất đường phân giác ta có: $\frac{M_1B}{M_1C} = \frac{AB}{AC}$. (8) C/m tương tự ta có: $\frac{M_2B}{M_2C} = \frac{DB}{DC}$. (9) Từ (7) (8) và (9) suy ra $\frac{M_1B}{M_1C} = \frac{M_2B}{M_2C}$. Suy ra $M_1 \equiv M_2 \equiv M$. Vậy M thuộc BC.	 0,25 0,25
Câu 5 (1,5 điểm)	a) Hàm Trường Vinh trên cao tốc Nghi Sơn – Diễn Châu nối hai tỉnh Thanh Hóa - Nghệ An gồm hai ống hầm, được thiết kế và thi công mỗi ống hầm là một bán trụ (nửa hình trụ) có mặt đường trong mỗi ống hầm rộng 12,5m (đường kính đáy hình trụ), chiều dài mỗi ống hầm là 450m (chiều cao hình trụ). Ước tính chi phí làm mỗi ống hầm khoảng 30,5 triệu đồng/m² mặt vòm trong của ống hầm.	1,0

	Em hãy tính xem kinh phí để làm mỗi ống hầm Trường Vinh hết khoảng bao nhiêu tỉ đồng? (làm tròn đến hàng chục tỉ). Lấy $\pi \approx 3,14$.	
	Diện tích mặt vòm trong của ống hầm là: $S = \frac{1}{2} \cdot \pi d \cdot h \approx \frac{1}{2} \cdot 3,14 \cdot 12,5 \cdot 450 \approx 8\,831 (\text{m}^2)$ Kinh phí xây dựng hầm ước tính là: $S \cdot 30\,500\,000 \approx 8\,831 \cdot 30\,500\,000 \approx 270\,000\,000\,000$ Vậy kinh phí để xây dựng một ống hầm Trường Vinh khoảng 270 tỷ đồng.	0,75 0,25
	b) Một người thợ làm một cái bồn chứa dầu hình trụ có bán kính đáy $r(\text{m})$, chiều cao $h(\text{m})$ và thể tích bằng $a(\text{m}^3)$ (a là một số dương không đổi). Để giảm giá thành sản phẩm, người thợ phải tính toán tỉ số giữa r và h sao cho diện tích diện tích toàn phần của bồn chứa là nhỏ nhất. Em hãy cho biết tỉ số đó là bao nhiêu?	0,5
	Diện tích toàn phần của bồn chứa dầu là: $S = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2$ Thể tích bồn chứa dầu là: $V = \pi r^2 \cdot h = a$ suy ra $h = \frac{a}{\pi r^2}$ Suy ra $S = 2\pi r \cdot \frac{a}{\pi r^2} + 2\pi r^2 = \frac{2a}{r} + 2\pi r^2$ Áp dụng bất đẳng thức $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$ cho ba số dương $\frac{a}{r}; \frac{a}{r}; 2\pi r^2$ ta có: $S \geq 3\sqrt[3]{\frac{a}{r} \cdot \frac{a}{r} \cdot 2\pi r^2} = 3\sqrt[3]{2\pi a^2}$ Dấu “=” xảy ra khi $\frac{a}{r} = 2\pi r^2$ Suy ra $\frac{\pi r^2 \cdot h}{r} = 2\pi r^2$ suy ra $\frac{h}{r} = 2$ suy ra $\frac{r}{h} = \frac{1}{2}$. Vậy tỉ số $\frac{r}{h} = \frac{1}{2}$.	0,25 0,25

HS làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

Xem thêm: **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 MÔN TOÁN**
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-tuyen-sinh-lop-10-mon-toan>