

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM (3 điểm). Từ câu 1 đến câu 12, trong mỗi câu, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tổng hai nghiệm của phương trình $x^2 - 5x - 1 = 0$ bằng

- A. -5 . B. 5 . C. 1 . D. -1 .

Câu 2. Nghiệm của bất phương trình $2x - 6 \leq 3x + 4$ là

- A. $x \geq -10$. B. $x \leq -10$. C. $x \geq 10$. D. $x \leq 10$.

Câu 3. Cho a là số dương khác 1, khi đó $a^{15} \cdot a^3$ bằng

- A. a^{12} . B. a^5 . C. a^{18} . D. a^{45} .

Câu 4. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2$?

- A. $M(2;1)$. B. $N(1;2)$. C. $P(4;1)$. D. $Q(1;4)$.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $y = 12x + 4$?

- A. $y = -12x + 4$. B. $y = 4x + 12$. C. $y = 12x + 3$. D. $y = -12x - 4$.

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Biết $AC = 8$ cm và $\widehat{B} = 60^\circ$. Độ dài đường cao AH là

- A. $4\sqrt{3}$ cm. B. 4 cm. C. $8\sqrt{3}$ cm. D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm.

Câu 7. Cho khối nón có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $6a^3$. C. $2a^3$. D. $3a^3$.

Câu 8. Khi đo chiều cao (đơn vị: cm) của 40 học sinh lớp 7A tại một trường THCS người ta thu được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Chiều cao (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	5	12	15	8

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[155;160)$ là

- A. $12,5\%$. B. 20% . C. $37,5\%$. D. 30% .

Câu 9. Mẫu số liệu ghép nhóm về lượng rau (đơn vị: tấn) thu được trong một năm của các đội sản xuất ở một hợp tác xã như bảng sau:

Lượng rau (tấn)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	Cộng
Tần số	2	4	3	5	4	2	$N = 20$

Mẫu số liệu trên được chia thành bao nhiêu nhóm?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 10. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , gọi M là trung điểm của AC . Giá trị của $\tan \widehat{MBC}$ là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

Câu 11. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ 1 đến 20. Xác suất để chọn được số nguyên tố là

- A. $\frac{7}{20}$. B. $\frac{9}{20}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 12. Cho đường tròn tâm O có bán kính bằng 5. Điểm I nằm trong đường tròn sao cho $OI = 3$. Có bao nhiêu dây cung của đường tròn tâm O đi qua I có độ dài là số nguyên?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

PHẦN 2. TỰ LUẬN (7 điểm).

Câu 13 (1 điểm). Cho biểu thức $M = \left(\frac{3}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{1+\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 1$.

- a) Rút gọn biểu thức M .
 b) Tìm tất cả các giá trị của x sao cho $M > 2$.

Câu 14 (2,5 điểm).

a) Tìm m để phương trình $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 = 3x_2 + 1$.

b) Trong một câu lạc bộ văn nghệ chỉ có $\frac{1}{7}$ số thành viên là các bạn nam. Sau khi có thêm 13 bạn được bổ sung vào câu lạc bộ thì số bạn nam trong câu lạc bộ tăng lên, tuy nhiên tỉ số giữa số thành viên nam và số thành viên nữ lại giảm đi. Hỏi số lượng các bạn nữ được bổ sung mới vào câu lạc bộ là bao nhiêu?

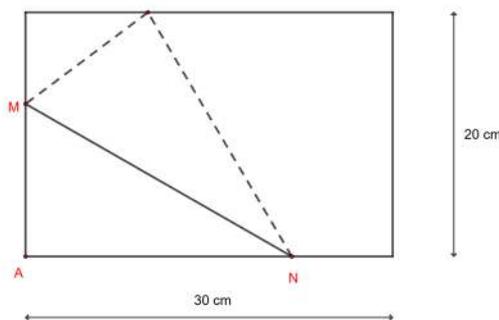
c) Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $x^2y + y^2z + z^2x = 1$ và $xy^2 + yz^2 + zx^2 = 2$.

Tính giá trị của biểu thức $P = (x^2 + xy + y^2)(y^2 + yz + z^2)(z^2 + zx + x^2)$.

Câu 15 (2,5 điểm). Cho tam giác nhọn, không cân ABC nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$). Các đường cao AD, BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H .

- a) Chứng minh bốn điểm A, B, D, E cùng nằm trên một đường tròn.
 b) Gọi I là giao điểm của đường thẳng AD với đường tròn (O) (I khác A); M là giao điểm của đường thẳng AO với BC và N là trung điểm của AM . Chứng minh tam giác BHI cân và đường thẳng DN đi qua trung điểm của OH .
 c) Trên đường thẳng OB lấy điểm T sao cho $FT // AH$. Chứng minh rằng $IT \perp OB$.

Câu 16 (1 điểm). Một tờ giấy có kích thước 30 cm \times 20 cm được gấp theo đoạn thẳng MN sao cho góc A của tờ giấy chạm vào mép trên của tờ giấy (M và N là hai điểm thuộc hai cạnh chung đỉnh A của hình chữ nhật như hình vẽ sau). Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng MN .



.....HẾT.....

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM (3 điểm). Từ câu 1 đến câu 12, trong mỗi câu, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nghiệm của bất phương trình $2x - 6 \leq 3x + 4$ là

- A. $x \geq -10$. B. $x \geq 10$. C. $x \leq -10$. D. $x \leq 10$.

Câu 2. Tổng hai nghiệm của phương trình $x^2 - 5x - 1 = 0$ bằng

- A. -5 . B. -1 . C. 1 . D. 5 .

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $y = 12x + 4$?

- A. $y = -12x + 4$. B. $y = 4x + 12$. C. $y = -12x - 4$. D. $y = 12x + 3$.

Câu 4. Cho a là số dương khác 1, khi đó $a^{15} \cdot a^3$ bằng

- A. a^{18} . B. a^5 . C. a^{12} . D. a^{45} .

Câu 5. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2$?

- A. $M(2;1)$. B. $N(1;2)$. C. $P(4;1)$. D. $Q(1;4)$.

Câu 6. Khi đo chiều cao (đơn vị: cm) của 40 học sinh lớp 7A tại một trường THCS người ta thu được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Chiều cao (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	5	12	15	8

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [155;160) là

- A. 12,5%. B. 20%. C. 37,5%. D. 30%.

Câu 7. Cho khối nón có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $2a^3$. C. $6a^3$. D. $3a^3$.

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Biết $AC = 8$ cm và $\widehat{B} = 60^\circ$. Độ dài đường cao AH là

- A. $4\sqrt{3}$ cm. B. $8\sqrt{3}$ cm. C. 4 cm. D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm.

Câu 9. Mẫu số liệu ghép nhóm về lượng rau (đơn vị: tấn) thu được trong một năm của các đội sản xuất ở một hợp tác xã như bảng sau:

Lượng rau (tấn)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	Cộng
Tần số	2	4	3	5	4	2	$N = 20$

Mẫu số liệu trên được chia thành bao nhiêu nhóm?

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 7.

Câu 10. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ 1 đến 20. Xác suất để chọn được số nguyên tố là

- A. $\frac{7}{20}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{9}{20}$.

Câu 11. Cho đường tròn tâm O có bán kính bằng 5. Điểm I nằm trong đường tròn sao cho $OI = 3$. Có bao nhiêu dây cung của đường tròn tâm O đi qua I có độ dài là số nguyên?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 12. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , gọi M là trung điểm của AC . Giá trị của $\tan \widehat{MBC}$ là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{4}{13}$.

PHẦN 2. TỰ LUẬN (7 điểm).

Câu 13 (1 điểm). Cho biểu thức $M = \left(\frac{3}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{1+\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 1$.

- a) Rút gọn biểu thức M .
b) Tìm tất cả các giá trị của x sao cho $M > 2$.

Câu 14 (2,5 điểm).

a) Tìm m để phương trình $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 = 3x_2 + 1$.

b) Trong một câu lạc bộ văn nghệ chỉ có $\frac{1}{7}$ số thành viên là các bạn nam. Sau khi có thêm 13 bạn được bổ sung vào câu lạc bộ thì số bạn nam trong câu lạc bộ tăng lên, tuy nhiên tỉ số giữa số thành viên nam và số thành viên nữ lại giảm đi. Hỏi số lượng các bạn nữ được bổ sung mới vào câu lạc bộ là bao nhiêu?

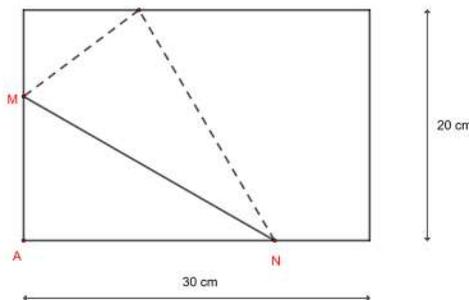
c) Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $x^2y + y^2z + z^2x = 1$ và $xy^2 + yz^2 + zx^2 = 2$.

Tính giá trị của biểu thức $P = (x^2 + xy + y^2)(y^2 + yz + z^2)(z^2 + zx + x^2)$.

Câu 15 (2,5 điểm). Cho tam giác nhọn, không cân ABC nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$). Các đường cao AD, BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H .

- a) Chứng minh bốn điểm A, B, D, E cùng nằm trên một đường tròn.
b) Gọi I là giao điểm của đường thẳng AD với đường tròn (O) (I khác A); M là giao điểm của đường thẳng AO với BC và N là trung điểm của AM . Chứng minh tam giác BHI cân và đường thẳng DN đi qua trung điểm của OH .
c) Trên đường thẳng OB lấy điểm T sao cho $FT // AH$. Chứng minh rằng $IT \perp OB$.

Câu 16 (1 điểm). Một tờ giấy có kích thước 30 cm \times 20 cm được gấp theo đoạn thẳng MN sao cho góc A của tờ giấy chạm vào mép trên của tờ giấy (M và N là hai điểm thuộc hai cạnh chung đỉnh A của hình chữ nhật như hình vẽ sau). Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng MN .



.....**HẾT**.....

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM (3 điểm). Từ câu 1 đến câu 12, trong mỗi câu, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho khối nón có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $2a^3$. C. $6a^3$. D. $3a^3$.

Câu 2. Khi đo chiều cao (đơn vị: cm) của 40 học sinh lớp 7A tại một trường THCS người ta thu được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Chiều cao (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	5	12	15	8

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [155;160) là

- A. 12,5%. B. 20%. C. 30%. D. 37,5%.

Câu 3. Tổng hai nghiệm của phương trình $x^2 - 5x - 1 = 0$ bằng

- A. 1. B. 5. C. -5. D. -1.

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $2x - 6 \leq 3x + 4$ là

- A. $x \geq -10$. B. $x \leq -10$. C. $x \geq 10$. D. $x \leq 10$.

Câu 5. Mẫu số liệu ghép nhóm về lượng rau (đơn vị: tấn) thu được trong một năm của các đội sản xuất ở một hợp tác xã như bảng sau:

Lượng rau (tấn)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	Cộng
Tần số	2	4	3	5	4	2	$N = 20$

Mẫu số liệu trên được chia thành bao nhiêu nhóm?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 6. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2$?

- A. $Q(1;4)$. B. $M(2;1)$. C. $P(4;1)$. D. $N(1;2)$.

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $y = 12x + 4$?

- A. $y = 4x + 12$. B. $y = -12x + 4$. C. $y = -12x - 4$. D. $y = 12x + 3$.

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Biết $AC = 8$ cm và $\widehat{B} = 60^\circ$. Độ dài đường cao AH là

- A. $8\sqrt{3}$ cm. B. 4 cm. C. $4\sqrt{3}$ cm. D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm.

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , gọi M là trung điểm của AC . Giá trị của $\tan \widehat{MBC}$ là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{4}{13}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

Câu 10. Cho a là số dương khác 1, khi đó $a^{15} \cdot a^3$ bằng

- A. a^5 . B. a^{45} . C. a^{18} . D. a^{12} .

Câu 11. Cho đường tròn tâm O có bán kính bằng 5. Điểm I nằm trong đường tròn sao cho $OI = 3$. Có bao nhiêu dây cung của đường tròn tâm O đi qua I có độ dài là số nguyên?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 12. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ 1 đến 20. Xác suất để chọn được số nguyên tố là

- A. $\frac{7}{20}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{9}{20}$. D. $\frac{2}{5}$.

PHẦN 2. TỰ LUẬN (7 điểm).

Câu 13 (1 điểm). Cho biểu thức $M = \left(\frac{3}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{1+\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 1$.

- a) Rút gọn biểu thức M .
 b) Tìm tất cả các giá trị của x sao cho $M > 2$.

Câu 14 (2,5 điểm).

a) Tìm m để phương trình $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 = 3x_2 + 1$.

b) Trong một câu lạc bộ văn nghệ chỉ có $\frac{1}{7}$ số thành viên là các bạn nam. Sau khi có thêm 13 bạn được bổ sung vào câu lạc bộ thì số bạn nam trong câu lạc bộ tăng lên, tuy nhiên tỉ số giữa số thành viên nam và số thành viên nữ lại giảm đi. Hỏi số lượng các bạn nữ được bổ sung mới vào câu lạc bộ là bao nhiêu?

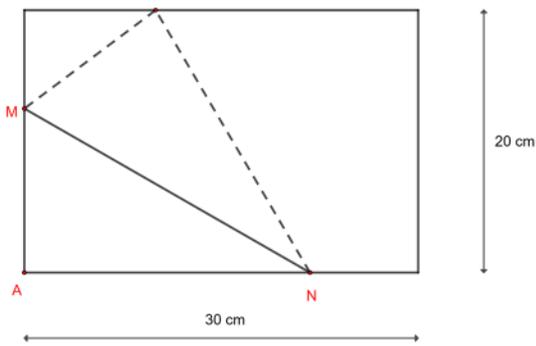
c) Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $x^2y + y^2z + z^2x = 1$ và $xy^2 + yz^2 + zx^2 = 2$.

Tính giá trị của biểu thức $P = (x^2 + xy + y^2)(y^2 + yz + z^2)(z^2 + zx + x^2)$.

Câu 15 (2,5 điểm). Cho tam giác nhọn, không cân ABC nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$). Các đường cao AD, BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H .

- a) Chứng minh bốn điểm A, B, D, E cùng nằm trên một đường tròn.
 b) Gọi I là giao điểm của đường thẳng AD với đường tròn (O) (I khác A); M là giao điểm của đường thẳng AO với BC và N là trung điểm của AM . Chứng minh tam giác BHI cân và đường thẳng DN đi qua trung điểm của OH .
 c) Trên đường thẳng OB lấy điểm T sao cho $FT // AH$. Chứng minh rằng $IT \perp OB$.

Câu 16 (1 điểm). Một tờ giấy có kích thước 30 cm \times 20 cm được gấp theo đoạn thẳng MN sao cho góc A của tờ giấy chạm vào mép trên của tờ giấy (M và N là hai điểm thuộc hai cạnh chung đỉnh A của hình chữ nhật như hình vẽ sau). Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng MN .



.....**HẾT**.....

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM (3 điểm). Từ câu 1 đến câu 12, trong mỗi câu, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2$?

- A. $M(2;1)$. B. $P(4;1)$. C. $N(1;2)$. D. $Q(1;4)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $y = 12x + 4$?

- A. $y = 12x + 3$. B. $y = 4x + 12$. C. $y = -12x + 4$. D. $y = -12x - 4$.

Câu 3. Cho khối nón có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $6a^3$. C. $3a^3$. D. $2a^3$.

Câu 4. Khi đo chiều cao (đơn vị: cm) của 40 học sinh lớp 7A tại một trường THCS người ta thu được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Chiều cao (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	5	12	15	8

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [155;160) là

- A. 12,5%. B. 30%. C. 37,5%. D. 20%.

Câu 5. Mẫu số liệu ghép nhóm về lượng rau (đơn vị: tấn) thu được trong một năm của các đội sản xuất ở một hợp tác xã như bảng sau:

Lượng rau (tấn)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	Cộng
Tần số	2	4	3	5	4	2	$N = 20$

Mẫu số liệu trên được chia thành bao nhiêu nhóm?

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 4.

Câu 6. Tổng hai nghiệm của phương trình $x^2 - 5x - 1 = 0$ bằng

- A. -5. B. 5. C. 1. D. -1.

Câu 7. Nghiệm của bất phương trình $2x - 6 \leq 3x + 4$ là

- A. $x \geq 10$. B. $x \leq -10$. C. $x \geq -10$. D. $x \leq 10$.

Câu 8. Cho a là số dương khác 1, khi đó $a^{15} \cdot a^3$ bằng

- A. a^5 . B. a^{12} . C. a^{18} . D. a^{45} .

Câu 9. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ 1 đến 20. Xác suất để chọn được số nguyên tố là

- A. $\frac{9}{20}$. B. $\frac{7}{20}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 10. Cho đường tròn tâm O có bán kính bằng 5. Điểm I nằm trong đường tròn sao cho $OI = 3$. Có bao nhiêu dây cung của đường tròn tâm O đi qua I có độ dài là số nguyên?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Biết $AC = 8$ cm và $\widehat{B} = 60^\circ$. Độ dài đường cao AH là

A. $8\sqrt{3}$ cm.

B. $4\sqrt{3}$ cm.

C. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm.

D. 4 cm.

Câu 12. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , gọi M là trung điểm của AC . Giá trị của $\tan \widehat{MBC}$ là

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{4}{13}$.

C. $\frac{3}{10}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

PHẦN 2. TỰ LUẬN (7 điểm).

Câu 13 (1 điểm). Cho biểu thức $M = \left(\frac{3}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{1+\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức M .

b) Tìm tất cả các giá trị của x sao cho $M > 2$.

Câu 14 (2,5 điểm).

a) Tìm m để phương trình $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 = 3x_2 + 1$.

b) Trong một câu lạc bộ văn nghệ chỉ có $\frac{1}{7}$ số thành viên là các bạn nam. Sau khi có thêm 13 bạn được bổ sung vào câu lạc bộ thì số bạn nam trong câu lạc bộ tăng lên, tuy nhiên tỉ số giữa số thành viên nam và số thành viên nữ lại giảm đi. Hỏi số lượng các bạn nữ được bổ sung mới vào câu lạc bộ là bao nhiêu?

c) Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $x^2y + y^2z + z^2x = 1$ và $xy^2 + yz^2 + zx^2 = 2$.

Tính giá trị của biểu thức $P = (x^2 + xy + y^2)(y^2 + yz + z^2)(z^2 + zx + x^2)$.

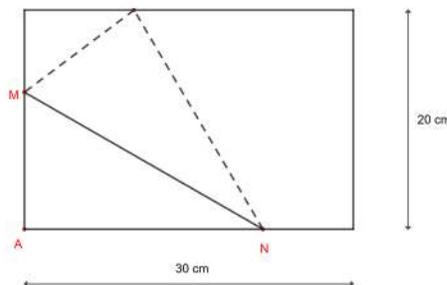
Câu 15 (2,5 điểm). Cho tam giác nhọn, không cân ABC nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$). Các đường cao AD, BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H .

a) Chứng minh bốn điểm A, B, D, E cùng nằm trên một đường tròn.

b) Gọi I là giao điểm của đường thẳng AD với đường tròn (O) (I khác A); M là giao điểm của đường thẳng AO với BC và N là trung điểm của AM . Chứng minh tam giác BHI cân và đường thẳng DN đi qua trung điểm của OH .

c) Trên đường thẳng OB lấy điểm T sao cho $FT // AH$. Chứng minh rằng $IT \perp OB$.

Câu 16 (1 điểm). Một tờ giấy có kích thước $30 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ được gấp theo đoạn thẳng MN sao cho góc A của tờ giấy chạm vào mép trên của tờ giấy (M và N là hai điểm thuộc hai cạnh chung đỉnh A của hình chữ nhật như hình vẽ sau). Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng MN .



.....HẾT.....

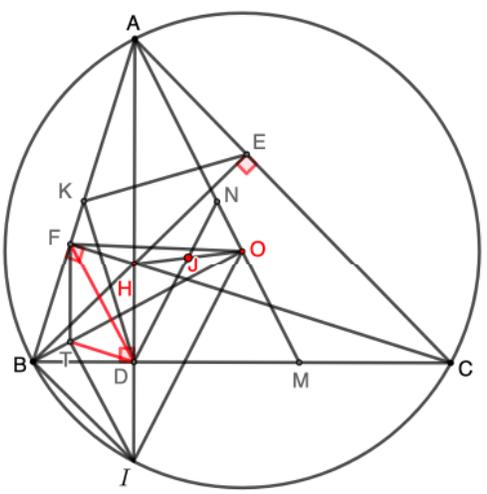
ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Mã 301	B	A	C	B	C	B	C	D	C	A	D	A
Mã 302	A	D	D	A	B	D	B	C	A	C	D	C
Mã 303	B	C	B	A	C	D	D	B	A	C	A	D
Mã 304	C	A	D	B	B	B	C	C	D	A	D	A

PHẦN 2. TỰ LUẬN

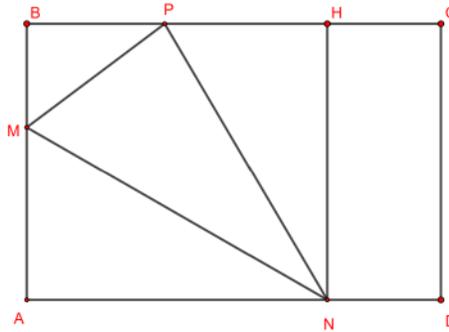
Câu	Nội dung	Điểm
13a	$M = \frac{3(1+\sqrt{x})+1-\sqrt{x}}{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} \cdot \frac{1+\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} = \frac{2(2+\sqrt{x})}{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} \cdot \frac{1+\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} = \frac{2}{1-\sqrt{x}}$	0.5
13b	$M - 2 = \frac{2}{1-\sqrt{x}} - 2 = \frac{2\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$	0.25
	Vì $x > 0$ nên $2\sqrt{x} > 0$. Do đó $M > 2$ khi $1 - \sqrt{x} > 0$ hay $x < 1$. Vậy các giá trị cần tìm của x là $0 < x < 1$.	0.25
14a	$\Delta = (2m-1)^2 - 4(m^2-1) = 5 - 4m$. Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$ hay $5 - 4m > 0$. Từ đó tìm được $m < \frac{5}{4}$.	0.25
	Theo định lí Viète $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ x_1 x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$	0.25
	Kết hợp $x_1 = 3x_2 + 1$ và $x_1 + x_2 = 2m - 1$ suy ra $x_1 = \frac{3m-1}{2}; x_2 = \frac{m-1}{2}$.	0.25
	Thay vào hệ thức $x_1 x_2 = m^2 - 1$ ta được $\frac{3m-1}{2} \cdot \frac{m-1}{2} = m^2 - 1$. Từ đó tìm được $m = 1; m = -5$. Đối chiếu với điều kiện suy ra $m = 1; m = -5$.	0.25
14b	Gọi số bạn nam là x ($x \in \mathbb{N}^*$). Vì số bạn nam chiếm $\frac{1}{7}$ tổng số thành viên nên tổng số thành viên của câu lạc bộ là $7x$ và số bạn nữ là $6x$. Gọi số bạn nữ được bổ sung mới vào câu lạc bộ là a ($a \in \mathbb{N}^*$). Khi đó số bạn nam mới được bổ sung vào câu lạc bộ là $13 - a$.	0.25
	Theo đề bài ta có $13 - a > 0$ hay $a < 13$ (1).	0.25

	<p>Vì tỉ số giữa số thành viên nam và số thành viên nữ lại giảm đi nên $\frac{x+13-a}{6x+a} < \frac{1}{6}$.</p> <p>Từ đó dẫn tới $a > \frac{78}{7}$ (2).</p>	0.25
	<p>Từ (1) và (2) ta tìm được $a = 12$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy có 12 bạn nữ mới được bổ sung vào câu lạc bộ.</p>	0.25
14c	<p>Chú ý. Với a, b, c là ba số thực tùy ý, ta có:</p> $(a-b)(b-c)(c-a) = (ab^2 + bc^2 + ca^2) - (a^2b + b^2c + c^2a), \quad (1)$ $a^3 + b^3 + c^3 = (a+b+c)^3 - 3(a+b)(b+c)(c+a). \quad (2)$ <p>Áp dụng (1) cho $a = x, b = y, c = z$, với lưu ý tới giả thiết của bài ra, ta được:</p> $(x-y)(y-z)(z-x) = 2 - 1 = 1.$ <p>Do đó</p> $\begin{aligned} P &= (x^2 + xy + y^2)(y^2 + yz + z^2)(z^2 + zx + x^2) \\ &= (x-y)(y-z)(z-x)(x^2 + xy + y^2)(y^2 + yz + z^2)(z^2 + zx + x^2) \\ &= (x^3 - y^3)(y^3 - z^3)(z^3 - x^3). \end{aligned}$ <p>Từ đó, áp dụng (1) cho $a = x^3, b = y^3, c = z^3$, ta được:</p> $P = (x^3y^6 + y^3z^6 + z^3x^6) - (x^6y^3 + y^6z^3 + z^6x^3). \quad (3)$	0.25
	<p>Lần lượt, áp dụng (2) cho $a = xy^2, b = yz^2, c = zx^2$, và cho $a = x^2y, b = y^2z, c = z^2x$, ta được:</p> $x^3y^6 + y^3z^6 + z^3x^6 = (xy^2 + yz^2 + zx^2)^3 - 3xyz(xy + z^2)(yz + x^2)(zx + y^2), \quad (4)$ $x^6y^3 + y^6z^3 + z^6x^3 = (x^2y + y^2z + z^2x)^3 - 3xyz(x^2 + yz)(y^2 + zx)(z^2 + xy). \quad (5)$ <p>Từ (3), (4) và (5), với lưu ý tới giả thiết của bài ra, ta có:</p> $P = 2^3 - 1^3 = 7.$	0.25
15a		

	<p>Gọi K là trung điểm của AB.</p> <p>Xét tam giác ABE vuông tại E nên $EK = KB = KA = \frac{AB}{2}$ (1).</p> <p>Xét tam giác ABD vuông tại D nên $DK = KB = KA = \frac{AB}{2}$ (2).</p> <p>Từ (1), (2) suy ra $KE = KD = KB = KA = \frac{AB}{2}$.</p> <p>Do đó 4 điểm A, B, D, E cùng thuộc đường tròn $\left(K; \frac{AB}{2}\right)$.</p>	0.5
15b	<p>Cách 1. Vì tứ giác $ABDE$ nội tiếp nên $\widehat{EBD} = \widehat{EAD}$ hay $\widehat{EBC} = \widehat{CAI}$.</p> <p>Xét đường tròn (O) có $\widehat{CAI} = \widehat{CBI}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung \widehat{CI}).</p> <p>Từ đó suy ra $\widehat{EBC} = \widehat{CBI}$.</p> <p>Vì $\triangle BHD = \triangle BID$ (g.c.g) nên $BH = BI$.</p> <p>Vậy tam giác BHI cân tại B.</p> <p>Cách 2.</p> <p>Ta có: $\widehat{BHD} = \widehat{BCE}$ (vì $\triangle BHD \sim \triangle BCE$).</p> <p>$\widehat{BCE} = \widehat{BCA} = \widehat{BIA}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AB).</p> <p>Suy ra $\widehat{BHD} = \widehat{BIA}$. Vậy tam giác BHI cân tại B.</p>	0.5
	<p>Tam giác ADM vuông tại D có N là trung điểm của AM nên $NA = NM = ND$.</p> <p>Từ đó ta có $\widehat{NDA} = \widehat{NAD} = \widehat{OAI} = \widehat{OIA}$ suy ra $DN \parallel OI$.</p> <p>Gọi J là giao điểm của OH và DN.</p> <p>Xét $\triangle HOI$ có $DJ \parallel OI$ (vì $DN \parallel OI$) và D là trung điểm của HI nên suy ra J là trung điểm của OH. Vậy DN đi qua trung điểm của OH.</p>	0.5
15c	<p>Cách 1. Ta có $\widehat{ABO} = 90^\circ - \frac{\widehat{AOB}}{2} = 90^\circ - \widehat{ACB} = 90^\circ - \widehat{BHD} = \widehat{HBD}$ hay $\widehat{FBT} = \widehat{HBC}$.</p> <p>Kết hợp với $\widehat{BFT} = \widehat{BAD} = \widehat{HCB}$ ta suy ra $\triangle BFT \sim \triangle BCH$ (g.g).</p> <p>Vì $\triangle BFT \sim \triangle BCH$ nên $\frac{BT}{BF} = \frac{BH}{BC} = \frac{BI}{BC}$.</p>	0.5
	<p>Ta có $\widehat{FBC} = \widehat{FBH} + \widehat{HBC} = \widehat{TBC} + \widehat{IBC} = \widehat{TBI}$.</p> <p>Do đó $\triangle BTI \sim \triangle BFC$ (c.g.c) suy ra $\widehat{BTI} = \widehat{BFC} = 90^\circ$ hay $\widehat{OTI} = 90^\circ$.</p> <p>Vậy $IT \perp OB$.</p>	0.5
	<p>Cách 2. Ta có $\widehat{ABO} = 90^\circ - \frac{\widehat{AOB}}{2} = 90^\circ - \widehat{ACB} = 90^\circ - \widehat{BHD} = 90^\circ - \widehat{BFD}$ hay</p> <p>$\widehat{ABO} + \widehat{BFD} = 90^\circ$ suy ra OB vuông góc với DF.</p> <p>Tam giác BFD có $FT \perp BD$; $BT \perp FD$ nên T là trực tâm của tam giác BFD và dẫn đến $DT \perp FB$.</p>	0.5
	<p>Vì $DT \parallel HF$; $FT \parallel HD$ nên tứ giác $HFTD$ là hình bình hành. Từ đó ta có $FT = HD$ mà $HD = DI$ suy ra $FT = DI$.</p>	0.5

Vì $FT \parallel DI$ và $FT = DI$ nên tứ giác $FTID$ là hình bình hành và dẫn đến $IT \parallel DF$. Kết hợp với $DF \perp OB$ ta có $IT \perp OB$.

16



Gọi H là hình chiếu của N trên BC . Đặt $AM = x$. Từ đó có $MP = x$; $MB = 20 - x$ và $BP = \sqrt{MP^2 - MB^2} = \sqrt{x^2 - (20 - x)^2} = \sqrt{40x - 400}$, ($10 < x < 20$).

Vì $\triangle BMP \sim \triangle HPN$ ($g.g$) nên $\frac{BP}{HN} = \frac{BM}{HP}$ hay $HP = \frac{HN \cdot BM}{BP} = \frac{20(20 - x)}{\sqrt{40x - 400}}$.

và $AN = BH = BP + HP = \sqrt{40x - 400} + \frac{20(20 - x)}{\sqrt{40x - 400}} = \frac{20x}{\sqrt{40x - 400}}$.

Từ đó suy ra $MN = \sqrt{MA^2 + AN^2} = \sqrt{x^2 + \frac{400x^2}{40x - 400}} = \sqrt{\frac{x^3}{x - 10}}$.

Đặt $y = x - 10$ ($0 < y < 10$). Khi đó

$$\begin{aligned} \frac{x^3}{x - 10} &= \frac{(y + 10)^3}{y} = \frac{y^3 + 30y^2 + 300y + 1000}{y} = y^2 + 30y + \frac{1000}{y} + 300 \\ &= (y^2 - 10y + 25) + 40\left(y - 10 + \frac{25}{y}\right) + 675 = (y - 5)^2 + 40\left(\sqrt{y} - \frac{5}{\sqrt{y}}\right)^2 + 675. \end{aligned}$$

Do đó $MN \geq \sqrt{675}$.

Dấu bằng xảy ra khi $y = 5$ và $x = 15$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy giá trị nhỏ nhất của đoạn MN bằng $\sqrt{675}$ cm.

0.5

0.5