Họ và tên thí sinh: ………………………………………………………….  Chữ ký giám thị 1

Số báo danh: ……………………………………………………………  ………………………………..

**SỞ GDĐT BẠC LIÊU**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

(*Đề thi có 02 trang*)

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**

**NĂM HỌC 2025 – 2026**

- **Môn thi: TOÁN (Chuyên)**
- **Ngày thi: 23/05/2025**
- **Thời gian: 150 phút** (*Không kể thời gian giao đề*)

**ĐỀ**

**Câu 1. (2,0 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{8+2\sqrt{15}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}-\sqrt{5}$.

b) Cho $x$, $y$, $z$ dương thỏa $xyz=1$.

Tính giá trị của biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+1}+\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1}+\dfrac{\sqrt{z}}{\sqrt{xz}+\sqrt{z}+1}$.

**Câu 2. (2,0 điểm)**

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+(x-1)(y+1)=2y^2-1 \\ x^2+y^2-10=0 \end{cases}$.

b) Cho $a$, $b$, $c$ dương thỏa $abc(a+b+c)=1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S=\dfrac{a^6}{a^4+3b^4}+\dfrac{b^6}{b^4+3c^4}+\dfrac{c^6}{c^4+3a^4}$.

**Câu 3. (2,0 điểm)**

Cho tam giác $ABC$ nhọn, các đường cao $BE$, $CF$ cắt nhau tại $H$, $AH$ cắt $BC$ tại $D$. Gọi $M$ là trung điểm của $HC$, $N$ là trung điểm của $AC$, $AM$ cắt $HN$ tại $G$. Đường thẳng qua $M$ vuông góc với $HC$ và đường thẳng qua $N$ vuông góc với $AC$ cắt nhau tại $K$.

a) Chứng minh tứ giác $AFDC$ nội tiếp.

b) Tính giá trị của biểu thức $T=\dfrac{GA^2+2GB^2+3GH^2}{GM^2+2GK^2+3GN^2}+\dfrac{3}{4}\dfrac{GA.GB.GH}{GM.GK.GN}$.

c) Giả sử tam giác $ABC$ nội tiếp đường tròn $(O;R)$, $AO$ cắt $BC$ tại $P$, $BO$ cắt $AC$ tại $Q$, $CO$ cắt $AB$ tại $T$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=AP+BQ+CT$ theo $R$.

**Câu 4. (2,0 điểm)**

Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình $x(x-y-1)+y(y-1)=3$.

**Câu 5. (2,0 điểm)**

a) Một hộp đựng $15$ chiếc thẻ có kích thước như nhau, trong đó có $6$ thẻ màu xanh đánh số từ $1$ đến $6$; $5$ thẻ màu đỏ đánh số từ $1$ đến $5$; $4$ thẻ màu vàng đánh số từ $1$ đến $4$. Chọn ngẫu nhiên hai thẻ từ hộp. Hỏi có bao nhiêu cách để chọn được hai thẻ vừa khác màu vừa khác số.

b) Một công ty phân bón cần sản xuất ra một loại phân bón chứa $30\%$ potassium. Họ có hai loại nguyên liệu: Loại $A$ chứa $24\%$ potassium và loại $B$ chứa $40\%$ potassium. Tính khối lượng của mỗi loại nguyên liệu cần sử dụng để được hỗn hợp $500$ kg chứa $30\%$ potassium.

------- **HẾT** -------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
**TỈNH BẠC LIÊU**

ĐỀ CHÍNH THỨC
*(Đề thi có 02 trang)*

**KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**
NĂM HỌC 2025-2026
**Môn thi: TOÁN CHUYÊN**
Thời gian: 150 phút (*không kể thời gian giao đề*)
Ngày thi: 23/5/2025

**Câu 1**. (*2,0 điểm*)

a) Rút gọn biểu thức: $A=\sqrt{8+2\sqrt{15}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}-\sqrt{5}$

b) Cho x, y, z dương thoả mãn $xyz=1$. Tính giá trị của biểu thức

$$P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+1}+\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1}+\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{zx}+\sqrt{z}+1}$$

**Câu 2**. (*2,0 điểm*)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+(x-1)(y+1)=2y^2-1 \\ x^2+y^2-10=0 \end{cases}$

b) Cho các số dương a, b, c thoả mãn $abc(a+b+c)=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S=\frac{a^6}{a^4+3b^4}+\frac{b^6}{b^4+3c^4}+\frac{c^6}{c^4+3a^4}$$

**Câu 3**. (*2,0 điểm*) Cho tam giác $ABC$ nhọn, có các đường cao $BE, CF$ cắt nhau tại H; $AH$ cắt $BC$ tại D. Gọi M là trung điểm của $HC$, N là trung điểm của $AC$, $AM$ cắt $HN$ tại G. Đường thẳng qua M vuông góc với $HC$ và đường thẳng qua N vuông góc với $AC$ cắt nhau tại K.

a) Chứng minh tứ giác $AFDC$ nội tiếp;

b) Tính giá trị của biểu thức $\gamma=\dfrac{GA^2+2GB^2+3GH^2}{GM^2+2GK^2+3GN^2}+\dfrac{3}{4}.\dfrac{GA.GB.GH}{GM.GK.GN}$;

c) Giả sử tam giác $ABC$ nội tiếp đường tròn $(O;R)$, $AO$ cắt $BC$ tại P, $BO$ cắt $AC$ tại Q, $CO$ cắt $AB$ tại T. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\wp=AP+BQ+CT$

**Câu 4**. (*2,0 điểm*)

Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình: $x(x-y-1)+y(y-1)=3$

**Câu 5**. (*2,0 điểm*)

a) Một hộp đựng 15 chiếc thẻ có kích thước như nhau, trong đó có 6 thẻ màu xanh đánh số từ 1 đến 6; 5 thẻ màu đỏ đánh số từ 1 đến 5; 4 thẻ màu vàng đánh số từ 1 đến 4. Chọn ngẫu nhiên hai thẻ từ hộp. Hỏi có bao nhiêu cách để chọn được hai thẻ vừa khác màu vừa khác số.

b) Một công ty phân bón cần sản xuất ra một loại phân bón chứa $30\%$ potassium. Họ có hai loại nguyên liệu: loại A chứa $24\%$ potassium và loại B chứa $40\%$ potassium. Tính khối lượng của mỗi loại nguyên liệu cần sử dụng để được hỗn hợp 500 kg chứa $30\%$ potassium.

------ **HẾT** ------

*Họ tên thí sinh: ……………………………………* *Chữ kí giám thị: ……………….*
*Số báo danh: ………………………………………*

# HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI CHUYÊN TOÁN TỈNH BẠC LIÊU

**Câu 1**. (*2,0 điểm*)

a) Rút gọn biểu thức: $A=\sqrt{8+2\sqrt{15}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}-\sqrt{5}$

b) Cho x, y, z dương thoả mãn $xyz=1$. Tính giá trị của biểu thức

$$P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+1}+\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1}+\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{zx}+\sqrt{z}+1}$$

**Giải**

| CÂU | Ý | NỘI DUNG ĐÁP ÁN |
|---|---|---|
| **1** (*2,0 điểm*) | *a)* | $A=\sqrt{8+2\sqrt{15}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}-\sqrt{5}$ |
| | | $=\sqrt{\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2}+\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)^2}-\sqrt{5}$ |
| | | $=\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)+\left(2-\sqrt{3}\right)-\sqrt{5}$ |
| | | = 2. Vậy $A=2$ |
| | *b)* | Với x, y, z dương thoả mãn $xyz=1$. Ta có: $P=\frac{\sqrt{x}.\sqrt{z}}{\sqrt{z}\left(\sqrt{xy}+\sqrt{x}+1\right)}+\frac{\sqrt{zx}.\sqrt{y}}{\sqrt{zx}\left(\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1\right)}+\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{zx}+\sqrt{z}+1}$ |
| | | $=\frac{\sqrt{zx}}{\sqrt{xyz}+\sqrt{zx}+\sqrt{z}}+\frac{\sqrt{xyz}}{\sqrt{(xyz).z}+\sqrt{xyz}+\sqrt{zx}}+\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{zx}+\sqrt{z}+1}$ |
| | | $=\frac{\sqrt{zx}}{1+\sqrt{zx}+\sqrt{z}}+\frac{1}{\sqrt{z}+1+\sqrt{zx}}+\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{zx}+\sqrt{z}+1}$ |
| | | $=\frac{\sqrt{zx}+\sqrt{z}+1}{1+\sqrt{zx}+\sqrt{z}}=1\Rightarrow P=1$ |

**Câu 2**. (*2,0 điểm*)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^2+(x-1)(y+1)=2y^2-1\\x^2+y^2-10=0\end{cases}$

b) Cho các số dương a, b, c thoả mãn $abc(a+b+c)=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$S=\frac{a^6}{a^4+3b^4}+\frac{b^6}{b^4+3c^4}+\frac{c^6}{c^4+3a^4}$$

| CÂU | Ý | NỘI DUNG ĐÁP ÁN |
|---|---|---|
| **2** <br> **(*2,0 điểm*)** | *a* | Hệ phương trình đã cho trở thành: $\begin{cases} x^2+xy-2y^2+x-y=0 \ (1) \\ x^2+y^2=10 \ (2) \end{cases}$ <br> Biến đổi $(1)\Rightarrow(x-y)(x+2y+1)=0$ <br> $\Rightarrow x-y=0$ hoặc $x+2y+1=0$ |
| | | 1) với $x-y=0\Rightarrow x=y$ thay vào $(2)$ ta được $2x^2=10\Rightarrow x=\pm\sqrt{5}$ <br> Khi đó, tương ứng: $y=\pm\sqrt{5}$ |
| | | 2) Với $x+2y+1=0\Rightarrow x=-1-2y$ thay vào $(2)$ ta <br> được: $(-1-2y)^2+y^2=10\Rightarrow 5y^2+4y-9=0$ <br> Giải phương trình này ta được: $y=1; y=\frac{-9}{5}$ |
| | | Với $y=1\Rightarrow x=-1-2.1=-3$ <br> Với $y=\frac{-9}{5}\Rightarrow x=-1-2.\left(\frac{-9}{5}\right)=\frac{13}{5}$; <br> Vậy hệ phương trình có bốn nghiệm là: <br> $\left(\sqrt{5};\sqrt{5}\right),\left(-\sqrt{5};-\sqrt{5}\right),(-3;1),\left(\frac{13}{5};\frac{-9}{5}\right)$ |
| | *b* | Với các số dương a, b, c ta có: $\frac{a^6}{a^4+3b^4}-a^2=\frac{-3a^2b^4}{a^4+3b^4}$ $(1)$ <br> Theo bất đẳng thức $AM-GM$, ta có: $a^4+3b^4\geq 4\sqrt[4]{a^4.\left(b^4\right)^3}=4ab^3$ <br> $\Rightarrow\frac{-3a^2b^4}{a^4+3b^4}\geq\frac{-3a^2b^4}{4ab^3}=\frac{-3}{4}ab$ $(2)$ |
| | | Từ $(1),(2)$ ta có: $\frac{a^6}{a^4+3b^4}-a^2\geq\frac{-3}{4}ab\Rightarrow\frac{a^6}{a^4+3b^4}\geq a^2-\frac{3}{4}ab$ $(3)$ |

Chứng minh tương tự, ta có: $\dfrac{b^6}{b^4+3c^4} \ge b^2 - \dfrac{3}{4}bc\ (4)$ và $\dfrac{c^6}{c^4+3a^4} \ge c^2 - \dfrac{3}{4}ca\ (5)$

Từ $(3),(4),(5)$ ta có:

$$S = \frac{a^6}{a^4+3b^4} + \frac{b^6}{b^4+3c^4} + \frac{c^6}{c^4+3a^4} \ge \left(a^2+b^2+c^2\right) - \frac{3}{4}\left(ab+bc+ac\right)$$

Mà $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \ge 0$

$\Rightarrow a^2+b^2+c^2 \ge ab+bc+ca$

cũng có $(a+b+c)^2 \ge 3(ab+bc+ca)$

Do đó $\dfrac{a^6}{a^4+3b^4} + \dfrac{b^6}{b^4+3c^4} + \dfrac{c^6}{c^4+3a^4} \ge \dfrac{1}{4}(ab+bc+ac)\ (*)$

---

Từ giả thiết: $abc(a+b+c)=1$

$\Rightarrow 1 = ab.bc + bc.ca + ca.ab \le \dfrac{1}{3}(ab+bc+ca)^2$

$\Rightarrow ab+bc+ca \ge \sqrt{3}\ (**)$

Từ (*) và (**) ta được: $\dfrac{a^6}{a^4+3b^4} + \dfrac{b^6}{b^4+3c^4} + \dfrac{c^6}{c^4+3a^4} \ge \dfrac{\sqrt{3}}{4}$

Vậy $S \ge \dfrac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow MinS = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$;

đạt khi $\begin{cases} abc(a+b+c)=1 \\ a=b=c \end{cases} \Rightarrow a=b=c=\dfrac{1}{\sqrt[4]{3}}$

**Chú ý**. Nếu không muốn dùng bất đẳng thức $AM-GM$ cho bốn số, ta có thể trình bày bài toán dưới dạng sử dụng bổ đề. Như sau:

**Bổ đề**: "*Chứng minh rằng với a, b, c là các số dương ta có:*

$\dfrac{a^6}{a^4+3b^4} \ge a^2 - \dfrac{3}{4}ab$".

Thật vậy, ta có: $4a^6 \ge \left(4a^2-3ab\right)\left(a^4+3b^2\right)$

$\Rightarrow 3ab\left(a^4-4ab^3+3b^4\right) \ge 0$

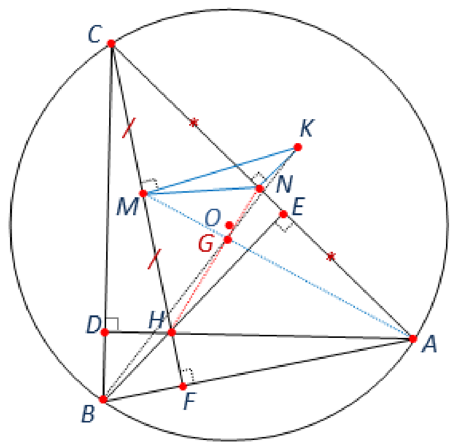
| | | |
|---|---|---|
| | | $\Rightarrow 3ab\left(a-b\right)^2\left(a^2+2ab+3b^2\right)\geq 0$ (luôn đúng với mọi $a,b>0$) |

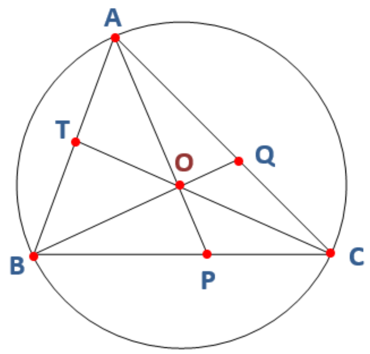
**Câu 3**. (*2,0 điểm*) Cho tam giác $ABC$ nhọn, có các đường cao $BE,CF$ cắt nhau tại H; $AH$ cắt $BC$ tại D. Gọi M là trung điểm của $HC$, N là trung điểm của $AC$, $AM$ cắt $HN$ tại G. Đường thẳng qua M vuông góc với $HC$ và đường thẳng qua N vuông góc với $AC$ cắt nhau tại K.

a) Chứng minh tứ giác $AFDC$ nội tiếp;

b) Tính giá trị của biểu thức $\gamma=\dfrac{GA^2+2GB^2+3GH^2}{GM^2+2GK^2+3GN^2}+\dfrac{3}{4}.\dfrac{GA.GB.GH}{GM.GK.GN}$;

c) Giả sử tam giác $ABC$ nội tiếp đường tròn $(O;R)$, $AO$ cắt $BC$ tại P, $BO$ cắt $AC$ tại Q, $CO$ cắt $AB$ tại T. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

| CÂU | Ý | NỘI DUNG ĐÁP ÁN |
|---|---|---|
| **3**<br>**(2,0 điểm)** | *1* | a) Do CF, AD là các đường cao của $\Delta ABC$, nên<br>$CF\perp AB;\ AD\perp BC\Rightarrow \widehat{AFC}=\widehat{ADC}=90^0$<br><br> |
| | | Do $\Delta AFC$, vuông tại F nên F thuộc đường tròn đường kính $AC$ (1)<br>và $\Delta ADC$, vuông tại D nên D thuộc đường tròn đường kính $AC$ (2) |
| | | Từ (1) và (2) suy ra: F, D cùng thuộc đường tròn đường kính $AC$. Do đó tứ giác $AFDC$ nội tiếp. |
| | *2* | Ta có: $MN//AH$ nên $\widehat{NMG}=\widehat{GAH}$ (so le trong) và $\widehat{GNM}=\widehat{GHA}$ (so le trong; $MK//AB$) $\Rightarrow \widehat{NMK}=\widehat{BAH}$;<br>Chứng minh tương tự: $\widehat{NKM}=\widehat{ABH}$<br>Do đó $\Delta NKM\sim\Delta HBA(g.g)$ (*)<br>Theo hệ quả của định lí $Tha-les$, do $MN//AH$ nên $\dfrac{AG}{GM}=\dfrac{GH}{GN}$ (**) |

| | | |
|---|---|---|
| | | Từ (*) và (**) ta suy ra: B, G, K thẳng hàng và $\frac{AG}{GM}=\frac{GH}{GN}=\frac{BG}{GK}$ mà G là trọng tâm của tam giác $AHC$ nên $\frac{AG}{GM}=\frac{GH}{GN}=2$ do vậy $\frac{BG}{GK}=2$ |
| | | Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{GA^2}{GM^2}=\frac{3.GH^2}{3.GN^2}=\frac{2.BG^2}{2.GK^2}=\frac{GA^2+2.BG^2+3.GH^2}{GM^2+2.GK^2+3.GN^2}$ <br> Do đó $\frac{GA^2+2.BG^2+3.GH^2}{GM^2+2.GK^2+3.GN^2}=2^2=4$ |
| | | thay vào biểu thức ta được: <br> $\gamma=\frac{GA^2+2GB^2+3GH^2}{GM^2+2GK^2+3GN^2}+\frac{3}{4}.\frac{GA.GB.GH}{GM.GK.GN}$ <br> $=4+\frac{3}{4}.2.2.2$ <br> $=10$ Vậy $\gamma=10$ |
| | 3 | Gọi S là diện tích của tam giác $ABC$. <br> Ta có: <br> $S=S_{AOB}+S_{BOC}+S_{COA}\ (3);$ <br> $S=S_{APB}+S_{ACP}\ (4)$ <br> Lại có: $\frac{OA}{AP}=\frac{S_{ABO}}{S_{APB}}=\frac{S_{ACO}}{S_{APC}}$ <br> *(các cặp tam giác lần lượt có chung đường cao)* <br>   |
| | | do đó: $\frac{OA}{AP}=\frac{S_{ABO}+S_{ACO}}{S_{APB}+S_{APC}}=\frac{S_{ABO}+S_{ACO}}{S}\ (5)$ (theo (4)) <br> Chứng minh tương tự: $\frac{OB}{AP}=\frac{S_{ABO}+S_{BCO}}{S}\ (6)$ <br> và $\frac{OC}{AP}=\frac{S_{ACO}+S_{BCO}}{S}\ (7)$ |
| | | Từ (5), (6) và (7) ta có: |

| | | |
|---|---|---|
| | | $\frac{OA}{AP}+\frac{OB}{QB}+\frac{OC}{CT}=\frac{S_{AOB}+S_{AOC}}{S}+\frac{S_{AOB}+S_{BOC}}{S}+\frac{S_{AOC}+S_{BOC}}{S}$<br>$=\frac{2\left(S_{AOB}+S_{BOC}+S_{AOC}\right)}{S}=\frac{2.S}{S}=2$<br>Vậy $\frac{OA}{AP}+\frac{OB}{QB}+\frac{OC}{CT}=2$ mà $OA=OB=OC=R$ $(bán\ kính)$<br>nên $\frac{1}{AP}+\frac{1}{QB}+\frac{1}{CT}=\frac{2}{R}$ |
| | | Theo bất đẳng thức $AM-GM$, ta có: $(AP+BQ+CT)\left(\frac{1}{AP}+\frac{1}{QB}+\frac{1}{CT}\right)\geq 9$ mà<br>$\frac{1}{AP}+\frac{1}{QB}+\frac{1}{CT}=\frac{2}{R}$<br>nên $AP+BQ+CT\geq 9:\left(\frac{1}{AP}+\frac{1}{QB}+\frac{1}{CT}\right)=9:\frac{2}{R}=\frac{9\text{R}}{2}$<br>Vậy $AP+BQ+CT\geq\frac{9R}{2}\Rightarrow Min\left(AP+BQ+CT\right)=\frac{9R}{2}$<br>Dấu bằng đạt được khi $AP=BQ=CT$ hay $\Delta ABC$ đều |

**Câu 4**. (*2,0 điểm*)

Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình: $x(x-y-1)+y(y-1)=3$ $(I)$

| CÂU | Ý | NỘI DUNG ĐÁP ÁN |
|---|---|---|
| **4**<br>**(*2,0 điểm*)** | | Phương trình đã cho trở thành $x^2-xy+y^2-(x+y)=3$<br>$\Rightarrow(x+y)^2-3xy-(x+y)=3$<br>Do $xy\leq\frac{1}{4}(x+y)^2$ nên $12\geq 4(x+y)^2-3(x+y)^2-4(x+y)$<br>$\Rightarrow(x+y)^2-4(x+y)-12\leq 0$<br>$hay$ $(x+y-6)(x+y+2)\leq 0$ do $x>0;y>0;\Rightarrow 0<x+y\leq 6$ |
| | | Với x, y nguyên dương khi $0<x+y\leq 6$ ta xét:<br>1) $x+y=2\Rightarrow x=y=1$ |

| | | |
|---|---|---|
| | | Thay vào $(I)$ ta thấy không thoả mãn.<br><br>$2)\, x+y=3 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases};\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$<br><br>Thay vào $(I)$ ta thấy không thoả mãn. |
| | | $4)\, x+y=4 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases};\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases};\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$<br><br>Thay vào $(I)$ ta thấy các cặp $(3;1),(1;3)$ thoả mãn.<br><br>$5)\, x+y=5 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases};\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases};\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases};\begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$<br><br>Thay vào $(I)$ ta thấy tất cả các cặp đều không thoả mãn. |
| | | $6)\, x+y=6 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases};\begin{cases} x=1 \\ y=5 \end{cases};\begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases};\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases};\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$<br><br>Thay vào $(I)$ ta thấy chỉ cặp $(3;3)$ thoả mãn.<br><br>Tóm lại phương trình có 3 nghiệm dương: $(3;1),(1;3)$ và $(3;3)$ |

**Câu 5**. (*2,0 điểm*)

a) Một hộp đựng 15 chiếc thẻ có kích thước như nhau, trong đó có 6 thẻ màu xanh đánh số từ 1 đến 6; 5 thẻ màu đỏ đánh số từ 1 đến 5; 4 thẻ màu vàng đánh số từ 1 đến 4. Chọn ngẫu nhiên hai thẻ từ hộp. Hỏi có bao nhiêu cách để chọn được hai thẻ vừa khác màu vừa khác số.

b) Một công ty phân bón cần sản xuất ra một loại phân bón chứa $30\%$ potassium. Họ có hai loại nguyên liệu: loại A chứa $24\%$ potassium và loại B chứa $40\%$ potassium. Tính khối lượng của mỗi loại nguyên liệu cần sử dụng để được hỗn hợp 500 kg chứa $30\%$ potassium.

| CÂU | Ý | NỘI DUNG ĐÁP ÁN |
|---|---|---|
| **5**<br><br>**(2,0 điểm)** | *a)* | Gọi cách đánh $15$ thẻ đã cho là:<br><br><table><tr><td>Xanh</td><td>X1</td><td>X2</td><td>X3</td><td>X4</td><td>X5</td><td>X6</td></tr><tr><td>Đỏ</td><td>Đ1</td><td>Đ2</td><td>Đ3</td><td>Đ4</td><td>Đ5</td><td></td></tr></table> |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Vàng* | V1 | V2 | V3 | V4 | | |

Khi lượt 1 chọn được thẻ X1, có 14 cách chọn thẻ ở lượt 2.

Khi lượt 1 chọn được thẻ X2, có 14 cách chọn thẻ ở lượt 2.

…

Số cách chọn 2 thẻ khác màu, là: $\frac{15.14}{2}=105$

Chọn 2 thẻ theo màu Xanh-Đỏ, ta có: $6.5=30$ cách

Chọn 2 thẻ theo màu Xanh-Vàng, ta có: $6.4=24$ cách

Chọn 2 thẻ theo màu Vàng-Đỏ, ta có: $4.5=20$ cách

Tổng số cách chọn 2 thẻ có hai màu khác nhau, là: $30+24+20=74$

Số cách chọn 2 thẻ theo màu Xanh-Đỏ cùng số, là 5 (cặp X1-Đ1; … ; X5-Đ5)

Số cách chọn 2 thẻ theo màu Xanh-Vàng cùng số, là 4 (cặp X1-V1; … ; X4-V4)

Số cách chọn 2 thẻ theo màu Vàng-Đỏ cùng số, là 4 (cặp Đ1-V1; …; Đ4-V4)

Tổng số cách chọn 2 thẻ khác màu và cùng số là: $5+4+4=13$

Số cách chọn 2 thẻ khác số và khác màu là: $74-13=61$ cách.

*b)* Gọi khối lượng mỗi loại nguyên liệu A và B lần lượt là $x, y$ (kg; $500>x>0; 500>y>0$)

Vì cần trộn để được $500\,kg$ phân bón hỗn hợp nên ta có: $x+y=500$

Hàm lượng potassium có trong nguyên liệu loại A là $x.24\%$

Hàm lượng potassium có trong nguyên liệu loại B là $y.40\%$

Vì hàm lượng potassium có trong $500\,kg$ là $30\%$. Do đó khối lượng potassium là: $500.30\%=150kg$

Ta có phương trình: $x.24\%+y.40\%=150$

| | | |
|---|---|---|
| | | Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=500 \\ 0,24x+0,4y=150 \end{cases}$ <br><br> $\begin{cases} x+y=500 \\ 3x+5y=1875 \end{cases}$ nên $\begin{cases} 3x+3y=1500 \\ 3x+5y=1875 \end{cases}$ hay $\begin{cases} 3x+3y=1500 \\ 2y=375 \end{cases}$ <br><br> Ta được $\begin{cases} x=312,5 \\ y=187,5 \end{cases}$ <br>---------- <br> Ta thấy $x=312,5$ và $y=187,5$ đều thoả mãn <br><br> Vậy để pha trộn được theo yêu cầu, ta cần $312,5kg$ nguyên liệu loại A và $187,5kg$ nguyên liệu loại B. |