SỞ GDĐT QUẢNG BÌNH	**KỲ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG**
	NĂM HỌC 2025-2026
ĐỀ CHÍNH THỨC	**Khóa ngày 03/6/2025**
(Đề thi có 1 trang)	**Môn: TOÁN (CHUYÊN)**

Câu 1: *(1.5 điểm)*

Cho biểu thức $P=\left(\frac{3}{x-3\sqrt{x}}-\frac{1}{3-\sqrt{x}}\right):\frac{\sqrt{x}+3}{x-6\sqrt{x}+9}$

a. Tìm điều kiện của x để P xác định và rút gọn P.

b. Tìm tất cả các giá trị của x để $P\le -2$.

Câu 2: *(2,0 điểm)*

a. Giải phương trình $x^4+\sqrt{x^2+3}=3$.

b. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x-m^2-3=0$ (*với m là tham số*). Tìm tất cả các giá trị m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $|x_1|+2|x_2|=6$.

Câu 3: *(3.5 điểm)*

Cho đường tròn $(O;R)$ cố định và hai điểm A, B cố định trên đường tròn đó $(AB\ne 2R)$. Một điểm C di động trên $(O;R)$ sao cho tam giác ABC nhọn. Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Gọi I là trung điểm của HC.

Chứng minh rằng:

a. $CDHE$ là tứ giác nội tiếp đường tròn và OC vuông góc với DE.

b. ID là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BED.

c. Đoạn thẳng DE có độ dài không đổi.

Câu 4: *(1.5 điểm)*

Một hộp đựng 9 thẻ có kích thước và hình dạng giống nhau được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên từ hộp hai thẻ và ghép thành số có hai chữ số. Tính xác suất của các biến cố sau:

a. A: "Số tạo thành là số nguyên tố".

b. B: " Số tạo thành là số khi chia cho 3 dư 2 và khi chia cho 7 dư 3".

Câu 5: *(1,5 điểm)*

a. Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn phương trình

$$(x-y)(x+y)+x^2(1-y)=17-2y.$$

b. Tìm tất cả các số nguyên tố p để $\frac{p+1}{2}$ và $\frac{p^2+1}{2}$ là các số chính phương.

_____ **HẾT** _____

Sở GD&ĐT QUẢNG BÌNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 01 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2025-2026
ĐỀ THI MÔN TOÁN(CHUYÊN)
Ngày thi: 03 tháng 6 năm 2025
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. (1.5 điểm) Cho biểu thức $P = (\frac{3}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{3-\sqrt{x}}) : \frac{\sqrt{x}+3}{x-6\sqrt{x}+9}$

1. Tìm điều kiện của x để P xác định và rút gọn P.
2. Tìm tất cả các giá trị của x để $P \leq -2$.

Câu 2. (2.0 điểm)

1. Giải phương trình $x^4 + \sqrt{x^2+3} = 3$
2. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - m^2 - 3 = 0$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1| + 2|x_2| = 6$

Câu 3. (3.5 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$ cố định và hai điểm A, B cố định trên đường tròn đó ($AB \neq 2R$).Một điểm C di động trên $(O; R)$ sao cho tam giác ABC nhọn. Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H, Gọi I là trung điểm của HC.
Chứng minh rằng

1. $CDHE$ là tứ giác nội tiếp đường tròn và OC vuông góc với DE.
2. ID là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BED.
3. Đoạn thẳng DE có độ dài không đổi.

Câu 4. (1.5 điểm) Một hộp đựng 9 thẻ có kích thước và hình dạng giống nhau được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên từ hộp hai thẻ và ghép thành số có hai chữ số. Tính xác suất của các biến cố sau

1. A:"Số tạo thành là số nguyên tố".
2. B:"Số tạo thành là số khi chia cho 3 dư 2 và khi chia cho 7 dư 3".

Câu 5. (1.5 điểm)

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn phương trình
$$(x-y)(x+y) + x^2(1-y) = 17 - 2y.$$
2. Tìm tất cả các số nguyên tố p để $\frac{p+1}{2}$ và $\frac{p^2+1}{2}$ là các số chính phương

ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ THI VÀO CHUYÊN - QUẢNG BÌNH
NĂM HỌC 2025 - 2026

Câu 1.

1. Điều kiện xác định

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x - 3\sqrt{x} & \neq 0 \\ 3 - \sqrt{x} & \neq 0 \\ x - 6\sqrt{x} + 9 & \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x}(\sqrt{x} - 3) & \neq 0 \\ 3 - \sqrt{x} & \neq 0 \\ (\sqrt{x} - 3)^2 & \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 9 \end{cases}.$$

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \Big(\frac{3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} + \frac{1}{\sqrt{x}-3}\Big) : \frac{\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)^2} \\ &= \frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} . \frac{(\sqrt{x}-3)^2}{\sqrt{x}+3} \\ &= \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

2. Để $P \leq -2$ thì $\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} \leq -2$, tức là

$$\frac{3(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}} \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \leq 1.$$

Kết hợp với điều kiện xác định, ta được $0 < x \leq 1$. Vậy để $P \leq -2$ thì $0 < x \leq 1$.

Câu 2.

1. Từ phương trình ban đầu ta có

$$\begin{aligned} x^4 - 1 + \sqrt{x^2+3} - 2 = 0 \\ \Leftrightarrow (x^2-1)(x^2+1) + \frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+3}+2} = 0 \\ \Leftrightarrow (x^2-1)\Big(x^2+1+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}+2}\Big) = 0. \end{aligned}$$

Ta thấy $x^2 + 1 + \dfrac{1}{\sqrt{x^2+3}+2} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
Do đó $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 1$.
Thử lại ta thấy $x = 1$ và $x = -1$ đều thoả mãn phương trình.
Như vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $\{1, -1\}$.

2. Ta thấy $\Delta' = (m-1)^2 + m^2 + 3 > 0, \forall m$.
Suy ra phương trình $x^2 - 2(m-1)x - m^2 - 3 = 0 (*)$ luôn có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt.
Theo định lý Vi- ét, ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 & = 2(m-1) \\ x_1 x_2 & = -m^2 - 3 \end{cases}.$$

Ta thấy $x_1x_2 < 0$ nên hai nghiệm này trái dấu.

Trường hợp 1. $x_1 < 0 < x_2$.

Khi đó $6 = -x_1 + 2x_2 = -x_1 + 2(2m-2-x_1) = -3x_1 + 4m - 4$. Suy ra

$$x_1 = \frac{4m-10}{3}, x_2 = \frac{2m+4}{3}$$

Khi đó

$$\frac{(4m-10)(2m+4)}{9} = -m^2 - 3$$

Hay $17m^2 - 4m - 13 = 0$ thì $m = 1$ hoặc $m = -\frac{13}{17}$.

Trường hợp 2. $x_2 < 0 < x_1$.

Khi đó $6 = x_1 - 2x_2 = x_1 - 2(2m-2-x_1) = 3x_1 - 4m + 4$. Suy ra

$$x_1 = \frac{4m+2}{3}, x_2 = \frac{2m-8}{3}$$

Khi đó

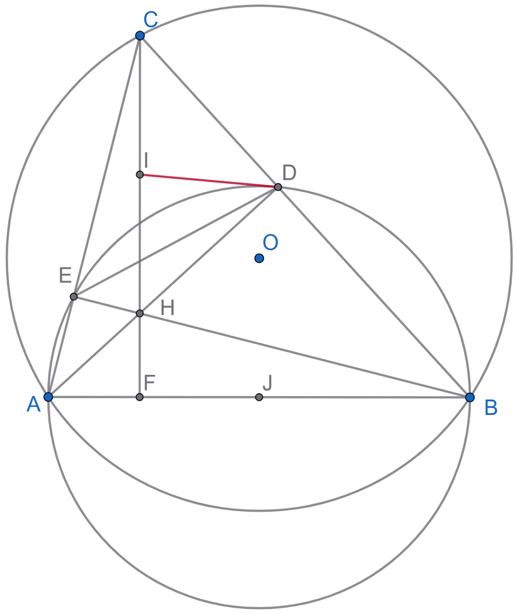
$$\frac{(4m+2)(2m-8)}{9} = -m^2 - 3$$

Hay $17m^2 - 28m + 11 = 0$, thì $m = 1$ hoặc $m = \frac{11}{17}$.

Thử lại thấy $m = 1$, $m = -\frac{13}{17}$ và $m = \frac{11}{17}$ thoả mãn.

Vậy $m = 1, m = -\frac{13}{17}$ và $m = \frac{11}{17}$ là các giá trị cần tìm để thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3.



1. Ta thấy do tam giác CEH vuông tại E nên $IC = IH = IE$.(1)
   Ta thấy do tam giác CDH vuông tại D nên $IC = IH = ID$.(2)
   Từ (1) và (2) suy ra $IC = IH = ID = IE$ nên C, D, H, E cùng thuộc một đường tròn.

Như vậy tứ giác $CDHE$ nội tiếp.
Ta có

$$2\widehat{OCB} = 180^\circ - \widehat{BOC} = 180^\circ - 2\widehat{BAC} = 2\widehat{ACH}$$

Suy ra $\widehat{OCB} = \widehat{CAH}$ Và

$$\widehat{OCB} + \widehat{CDE} = \widehat{ACH} + \widehat{CAB} = 90^\circ.$$

Như vậy OC vuông góc DE.

2. Gọi J là trung điểm AB. Bằng cách chứng minh tương tự như trên thì $JE = JD = JA = JB$. Khi đó tứ giác $AEDB$ nội tiếp.
Ta có biến đổi góc như sau

$$\widehat{IDJ} = 180^\circ - \widehat{CDI} - \widehat{BDJ} = 180^\circ - \widehat{DCI} - \widehat{DBA} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

Suy ra JD vuông ID. Mà J là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEDB$. Do đó ID là tiệp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD.

3. Ta thấy $\Delta CEB \sim \Delta CDA (g.g)$ suy ra

$$\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB} \Rightarrow \Delta CED \sim \Delta CBA (c.g.c).$$

Khi đó $\dfrac{DE}{AB} = \dfrac{CD}{CA} = \cos\widehat{ACD}$. Ta thấy $\widehat{BCA} = \dfrac{\widehat{AOB}}{2}$ không đổi nên $\dfrac{DE}{AB}$ không đổi. Vậy DE có độ dài không đổi.

Câu 4. Số cách rút ngẫu nhiên hai chiếc thẻ từ 9 thẻ trong hợp là $9.8 = 72$ (cách).

1. Ta có thể liệt kê các số nguyên tố có hai chữ số bao gồm

$$11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97.$$

Do rút ngẫu nhiên 2 thẻ nên ta sẽ loại đi số 11. Số khả năng thuận lợi cho biến cố B là 20.
Như vậy xác suất của biến cố *Số tạo thành là số nguyên tố* là $P(A) = \dfrac{20}{72} = \dfrac{5}{18}$.

2. Với số nguyên dương a chia cho 3 dư 2, chia cho 7 dư 3.
Khi đó $a + 4$ sẽ chia hết cho 3 và chia hết cho 7.
Mà $(3, 7) = 1$ nên $a + 4$ chia hết cho 21. Hay là a chia cho 21 dư 17. Ta có thể liệt kê các số nguyên dương hai chữ số chia cho 21 dư 17 bao gồm

$$17, 38, 59, 80$$

Các khả năng có thể xảy ra là $17, 38, 59$. Nên số khả năng thuận lợi cho biến cố là 3.
Như vậy xác suất của biến cố *Số tạo thành là số khi chia cho 3 dư và chia cho 7 dư 3* là $P(B) = \dfrac{3}{72} = \dfrac{1}{24}$.

Câu 5.

1. Giả sử tồn tại cặp số nguyên (x, y) sao cho thoả mãn

$$(x-y)(x+y)+x^2(1-y)=17-2y.(1)$$

Khi đó (1) trở thành $2x^2-y^2-x^2y+2y=17$ hay $(x^2+y)(2-y)=17$.
Ta chú ý $(x^2+y)+(2-y)=x^2+2>0$, nên ta xét hai trường hợp sau
Trường hợp 1. $\begin{cases} x^2+y &= 1 \\ 2-y &= 17 \end{cases}$ thì ta thu được $x^2=16, y=-15$.
Suy ra $(x, y)=(4,-15)$ hoặc $(x, y)=(-4,-15)$.
Trường hợp 2. $\begin{cases} x^2+y &= 17 \\ 2-y &= 1 \end{cases}$ thì ta thu được $x^2=16, y=1$.
Suy ra $(x, y)=(4,1)$ hoặc $(x, y)=(-4,1)$.
Thử lại các bộ $(4,-15),(-4,-15),(4,1),(-4,1)$ đều thoả mãn.
Vậy $(4,-15),(-4,-15),(4,1),(-4,1)$ là các cặp số nguyên cần tìm.

2. Giả sử tồn tại số nguyên tố p sao cho $\dfrac{p+1}{2}, \dfrac{p^2+1}{2}$ đều là số chính phương.
Khi đó, ta đặt $x^2=\dfrac{p+1}{2}, y^2=\dfrac{p^2+1}{2}$, với x, y là các số nguyên dương. Ta có

$$\begin{cases} p+1=2x^2 \\ p^2+1=2y^2 \\ x<y<p \end{cases}.$$

Ta thấy $p+1 \equiv p^2+1 \equiv 1(\bmod p)$ nên $2x^2 \equiv 2y^2(\bmod p)$ và hiển nhiên p lẻ.
Suy ra

$$(x-y)(x+y) \equiv 0(\bmod p).$$

Mà $x<y<p$ nên $y-x$ không chia hết cho p, suy ra $x+y$ chia hết cho p. Và cũng do $0<x+y<2p$ nên $x+y=p$. Từ đó ta có

$$p^2+1=2(p-x)^2=2p^2-4px+2x^2=2p^2-4px+p+1.$$

Hay $4x=p+1=2x^2$, khi đó $x=2$ do x nguyên dương.
Như vậy $x=2$ thì $p=7$ kéo theo $y=5$.
Vậy số nguyên tố p cần tìm là 7.