

# ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP MÔN TOÁN LỚP 10 – HK II

## PHẦN 1: ĐẠI SỐ

( năm học 2017 – 2018 )

- St : ThS Nguyễn Văn Quý- 0915666577- FB: Quybacninh-

### A. BẤT PHƯƠNG TRÌNH-HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Học sinh cần nắm được cách giải bất phương trình bậc nhất, bậc 2, hệ bất phương trình 1 ẩn; định lý về dấu nhị thức bậc nhất, bậc 2.

#### I-Trắc nhiệm

Câu 1: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình  $x^2 - 4 > 0$ .

A.  $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .

B.  $S = (-2; 2)$ .

C.  $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ .

D.  $S = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$ .

Câu 2: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình  $x^2 - 4x + 4 > 0$ .

A.  $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

B.  $S = \mathbb{R}$

C.  $S = (2; +\infty)$ .

D.  $S = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

Câu 3: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A.  $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$  là tam thức bậc hai.

B.  $f(x) = 2x - 4$  là tam thức bậc hai.

C.  $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$  là tam thức bậc hai.

D.  $f(x) = x^4 - x^2 + 1$  là tam thức bậc hai.

Câu 4: Cho  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) và  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Cho biết dấu của  $\Delta$  khi  $f(x)$  luôn cùng dấu với hệ số  $a$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

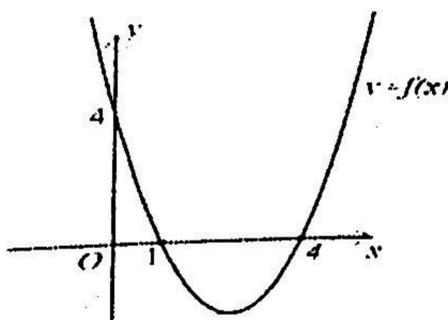
A.  $\Delta < 0$ .

B.  $\Delta = 0$ .

C.  $\Delta > 0$ .

D.  $\Delta \geq 0$ .

Câu 5: Cho hàm số  $y = f(x) = ax^2 + bx + c$  có đồ thị như hình vẽ. Đặt  $\Delta = b^2 - 4ac$ , tìm dấu của  $a$  và  $\Delta$ .



A.  $a > 0, \Delta > 0$ .

B.  $a < 0, \Delta > 0$ .

C.  $a > 0, \Delta = 0$ .

D.  $a < 0, \Delta = 0$ .

Câu 6: Tìm giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^2 - (m-2)x + m^2 - 4m = 0$  có hai nghiệm trái dấu.

A.  $0 < m < 4$ .

B.  $m < 0$  hoặc  $m > 4$ .

C.  $m > 2$ .

D.  $m < 2$ .

Câu 7: Tìm các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^2 - mx + 4m = 0$  vô nghiệm.

- A.  $0 < m < 16$ .                      B.  $-4 < m < 4$ .                      C.  $0 < m < 4$ .                      D.  $0 \leq m \leq 16$ .

Câu 8: Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để  $a^2 > a$ .

- A.  $a < 0$  hoặc  $a > 1$ .                      B.  $0 < a < 1$ .                      C.  $a > 1$ .                      D.  $a \in \mathbb{R}$

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình  $-x^2 + x - m > 0$  vô nghiệm.

- A.  $m \geq \frac{1}{4}$ .                      B.  $m \in \mathbb{R}$ .                      C.  $m > \frac{1}{4}$ .                      D.  $m < \frac{1}{4}$ .

Câu 10: Giá trị  $x$  thỏa mãn bất phương trình  $-2x + 6 > 0$  là

- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = 3$ .                      C.  $x = 4$ .                      D.  $x = 5$ .

Câu 11: Điều kiện của bất phương trình  $\frac{1}{x^2 - 4} > x + 2$  là

- A.  $x \neq \pm 2$ .                      B.  $x \neq 2$ .                      C.  $x > 2$ .                      D.  $x > 0$ .

Câu 12: Nghiệm của bất phương trình  $2x - 10 \geq 0$  là

- A.  $x \geq 5$ .                      B.  $x = 5$ .                      C.  $x > 5$ .                      D.  $x \geq 8$ .

Câu 13: Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $-4x + 16 \leq 0$ ?

- A.  $S = [4; +\infty)$ .                      B.  $S = (4; +\infty)$ .                      C.  $S = (-\infty; 4]$ .                      D.  $S = (-\infty; -4]$ .

Câu 14: Nhị thức  $f(x) = 2x - 6$  dương trong

- A.  $(3; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; 3)$ .                      C.  $[3; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 3]$ .

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình  $(x-1)(x+3) \geq 0$  là

- A.  $(-\infty; 3] \cup [1; +\infty)$ .                      B.  $\mathbb{R}$ .                      C.  $[-3; 1]$ .                      D.  $[1; +\infty)$ .

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình  $\frac{4-x}{-3x+6} \leq 0$  là

- A.  $(2; 4]$ .                      B.  $(-\infty; 2) \cup [4; +\infty)$ .                      C.  $[2; 4]$ .                      D.  $(2; 4)$ .

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình  $\frac{x-1}{x-3} > 1$  là

- A.  $(3; +\infty)$ .                      B.  $\mathbb{R}$ .                      C.  $\emptyset$ .                      D.  $(-\infty; 3)$ .

Câu 18: Bất phương trình nào sau đây là bậc nhất một ẩn

- A.  $3x > 1 - 2x$                       B.  $\frac{2}{x} - 3 > x$                       C.  $2x + y < 1$                       D.  $2x - 1 = 0$

Câu 19: Tìm điều kiện của bất phương trình  $\frac{2x-3}{2x+3} > x+1$ .

- A.  $x \neq -\frac{3}{2}$ .                      B.  $x \neq \frac{3}{2}$ .                      C.  $x \neq -\frac{2}{3}$ .                      D.  $x \neq \frac{2}{3}$ .

Câu 20: Tìm điều kiện của bất phương trình  $\frac{2x-3}{\sqrt{6-3x}} < x-2$ .

- A.  $x < 2$ .                      B.  $x > 2$ .                      C.  $x \leq 2$ .                      D.  $x \geq 2$ .

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình  $2-3x < x+6$ .

- A.  $(-1; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; -1)$ .                      C.  $(-\infty; 1)$ .                      D.  $(1; +\infty)$ .

Câu 22: Giá trị  $x = -2$  là nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A.  $\begin{cases} 2x-3 < 1 \\ 3+4x > -6 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} 2x-5 < 3x \\ 4x-1 > 0 \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} 2x-4 > 3 \\ 1+2x < 5 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} 2x-3 < 3x-5 \\ 2x-3 > 1 \end{cases}$ .

Câu 23: Cho  $f(x) = 2x-4$ , khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (2; +\infty)$ .                      B.  $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 2)$ .  
C.  $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (2; +\infty)$ .                      D.  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$ .

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình  $2x - \frac{x-3}{5} \leq 4x-1$ .

- A.  $S = \left[ \frac{8}{11}; +\infty \right)$ .                      B.  $S = \left[ -\infty; \frac{8}{11} \right)$ .                      C.  $S = \left[ \frac{4}{11}; +\infty \right)$ .                      D.  $S = \left[ -\infty; \frac{2}{11} \right)$ .

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình  $(2x-3)(5-x) > 0$ .

- A.  $S = \left( \frac{3}{2}; 5 \right)$                       B.  $S = \left( -\infty; \frac{3}{2} \right) \cup (5; +\infty)$                       C.  $S = \left( -5; \frac{3}{2} \right)$ .                      D.  $S = \left( -\infty; -5 \right) \cup \left( \frac{3}{2}; +\infty \right)$ .

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình  $\frac{4x-2}{6-2x} \geq 0$ .

- A.  $S = [2; 3)$                       B.  $S = [2; 3]$                       C.  $S = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$                       D.  $S = (-\infty; 2] \cup (3; +\infty)$

Câu 27: Tìm m để  $f(x) = (m-2)x + 2m-1$  là nhị thức bậc nhất.

- A.  $m \neq 2$                       B.  $\begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$                       C.  $m > 2$                       D.  $m < 2$

**Câu 28:** Tập nghiệm của bất phương trình  $|2x - 1| \leq 1$

- A.  $S = [0; 1]$       B.  $S = \left[\frac{1}{2}; 1\right]$       C.  $S = (-\infty; 1]$       D.  $S = (-\infty; 1] \cup [1; +\infty)$

**Câu 29:** Tập nghiệm của bất phương trình  $|3x + 1| > 2$

- A.  $S = (-\infty; 1) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$       B.  $S = \emptyset$       C.  $S = \left(-1; \frac{1}{3}\right)$       D.  $S = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$

**Câu 30:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\sqrt{x^2 + 2} \leq x - 1$ .

- A.  $S = \emptyset$       B.  $S = \left(-\infty - \frac{1}{2}\right]$       C.  $S = [1; +\infty)$       D.  $S = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$

## II-Tự luận

**Bài 1:** Giải các bất phương trình sau:

- 1)  $\frac{x^2 + 2x + 5}{x + 4} \geq x - 3$       2)  $\frac{3x - 47}{3x - 1} > \frac{4x - 47}{2x - 1}$       3)  $\frac{(x-1)^3 (x+2)^4 (x+6)}{(x-7)^3 (x-2)^2} \leq 0$   
 4)  $(-x^2 + 3x - 2)(x^2 - 5x + 6) \geq 0$       5)  $\frac{x-2}{1-x} + \frac{x-3}{x+1} \geq \frac{x^2 + 4x + 15}{x^2 - 1}$       6)  $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2 - x + 1} \leq \frac{2x+3}{x^3 + 1}$

**Bài 2:** Giải hệ bất phương trình sau:

- 1)  $\begin{cases} \frac{2x+3}{x-1} \geq 1 \\ \frac{(x+2)(2x-4)}{x-1} \leq 0 \end{cases}$       2)  $\begin{cases} x^2 - x - 12 < 0 \\ 2x - 1 > 0 \end{cases}$       3)  $\begin{cases} 3x^2 - 10x - 3 > 0 \\ x^2 - 6x - 16 < 0 \end{cases}$   
 4)  $-4 \leq \frac{x^2 - 2x - 7}{x^2 + 1} \leq 1$       5)  $\frac{1}{13} \leq \frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - 5x + 7} \leq 1$       6)  $\begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 4}{x^2 - 3} > 0 \\ x^2 + x - 2 < 0 \end{cases}$

**Bài 3:** Giải các phương trình và bất phương trình sau:

- 1)  $|x^2 - 5x + 4| = x + 4$       2)  $x^2 - 5|x - 1| - 1 = 0$       3)  $|x^2 - 1| - 2x < 0$   
 4)  $|1 - 4x| \geq 2x + 1$       5)  $|2x + 5| > |7 - 4x|$       6)  $\left| \frac{x^2 - 4x}{x^2 + x + 2} \right| \leq 1$

**Bài 4:** Giải các phương trình và bất phương trình sau:

- 1)  $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = x - 2$       2)  $\sqrt{x^2 - x - 12} < 7 - x$       3)  $\sqrt{21 - 4x - x^2} < x + 3$   
 4)  $\frac{\sqrt{x^2 - 16}}{\sqrt{x - 3}} + \sqrt{x - 3} > \frac{5}{\sqrt{x - 3}}$       5)  $\sqrt{-x^2 - 8x - 12} > x + 4$       6)  $\frac{\sqrt{2 - x} + 4x - 3}{x} \geq 2$

**Bài 5:**

1) Tìm các giá trị của m để mỗi biểu thức sau luôn dương:

- a)  $x^2 - 4x + m - 5$       b)  $x^2 - (m + 2)x + 8m + 1$       c)  $(m - 1)x^2 - 2(m + 1)x + 3(m - 2)$

2) Tìm các giá trị của m để mỗi biểu thức sau luôn âm:

- a)  $(m - 4)x^2 + (m + 1)x + 2m - 1$       b)  $(m + 2)x^2 + 5x - 4$       d)  $-x^2 + 4(m + 1)x + 1 - m^2$

3) Tìm các giá trị của tham số m để mỗi bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi giá trị x:

a)  $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m - 3 \geq 0$       b)  $(m^2 + 4m - 5)x^2 - 2(m-1)x + 2 \leq 0$   
 c)  $\frac{x^2 - 8x + 20}{mx^2 + 2(m+1)x + 9m + 4} < 0$       d)  $\frac{3x^2 - 5x + 4}{(m-4)x^2 + (1+m)x + 2m - 1} > 0$

4) Tìm các giá trị của m để phương trình:

a)  $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$  có hai nghiệm âm phân biệt  
 b)  $(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$  có hai nghiệm dương phân biệt.  
 c)  $(m - \sqrt{5})x^2 - 3mx + m + 1 = 0$  có hai nghiệm trái dấu

5) Tìm các giá trị của m sao cho phương trình:

$$x^4 + (1-2m)x^2 + m^2 - 1 = 0$$

a) vô nghiệm      b) Có hai nghiệm phân biệt      c) Có bốn nghiệm phân biệt

6) Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm:  $\begin{cases} x^2 + 10x + 16 \leq 0 \\ mx \geq 3m + 1 \end{cases}$

### B. CUNG VÀ GÓC LƯỢNG GIÁC. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Học sinh cần nắm chắc các cung góc có liên quan đặc biệt, các công thức lượng giác và áp dụng vào các bài toán: tính giá trị của hàm số lượng giác, chứng minh, rút gọn biểu thức...

#### I – Trắc nghiệm:

1. Biểu thức  $\sin^2 x \cdot \tan^2 x + 4\sin^2 x - \tan^2 x + 3\cos^2 x$  không phụ thuộc vào x và có giá trị bằng:  
 A. 6.      B. 5.      C. 3.      D. 4.

2. Bất đẳng thức nào dưới đây là đúng?

A.  $\cos 90^\circ 30' > \cos 100^\circ$ .      B.  $\sin 90^\circ < \sin 150^\circ$ .  
 C.  $\sin 90^\circ 15' < \sin 90^\circ 30'$ .      D.  $\sin 90^\circ 15' \leq \sin 90^\circ 30'$ .

3. Cho  $\tan \alpha + \cot \alpha = m$  Tính giá trị biểu thức  $\cot^3 \alpha + \tan^3 \alpha$ .

A.  $m^3 + 3m$       B.  $m^3 - 3m$       C.  $3m^3 + m$       D.  $3m^3 - m$

4. Cho  $\sin a + \cos a = \frac{5}{4}$ . Khi đó  $\sin a \cdot \cos a$  có giá trị bằng:

A. 1      B.  $\frac{9}{32}$       C.  $\frac{3}{16}$       D.  $\frac{5}{4}$

5. Tính giá trị của  $G = \cos^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{2\pi}{6} + \dots + \cos^2 \frac{5\pi}{6} + \cos^2 \pi$ .

A. 3      B. 2      C. 0      D. 1

6. Biểu thức  $A = \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \cos 60^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$  có giá trị bằng:

A.  $A = 1$ .      B.  $A = -1$       C.  $A = 2$ .      D.  $A = -2$ .

7. Kết quả rút gọn của biểu thức  $\left(\frac{\sin \alpha + \tan \alpha}{\cos \alpha + 1}\right)^2 + 1$  bằng:

A. 2      B.  $1 + \tan \alpha$       C.  $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$       D.  $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$

8. Tính  $E = \sin \frac{\pi}{5} + \sin \frac{2\pi}{5} + \dots + \sin \frac{9\pi}{5}$

A. 0      B. 1      C. -1      D. -2

9. Cho  $\cot \alpha = 3$ . Khi đó  $\frac{3\sin \alpha - 2\cos \alpha}{12\sin^3 \alpha + 4\cos^3 \alpha}$  có giá trị bằng:

A.  $-\frac{1}{4}$ .      B.  $-\frac{5}{4}$ .      C.  $\frac{3}{4}$ .      D.  $\frac{1}{4}$ .

10. Biểu thức  $A = \sin(\pi + x) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$  có biểu thức rút gọn là:  
 A.  $A = 2 \sin x$ .      B.  $A = -2 \sin x$       C.  $A = 0$ .      D.  $A = -2 \cot x$ .
11. Giá trị của biểu thức  $\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \sqrt{3} \tan 20^\circ \tan 40^\circ$  bằng  
 A.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $-\sqrt{3}$ .      D.  $\sqrt{3}$ .
12. Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau đây?  
 A.  $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$ .      B.  $\cos 45^\circ < \sin 45^\circ$ .      C.  $\sin 60^\circ < \sin 80^\circ$ .      D.  $\cos 35^\circ > \cos 10^\circ$ .
13. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào là đúng?  
 A.  $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$ .      C.  $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ .      D.  $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
14. Tính  $M = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$   
 A. 1      B. 2      C. -1      D.  $\frac{1}{2}$
15. Giả sử  $(1 + \tan x + \frac{1}{\cos x})(1 + \tan x - \frac{1}{\cos x}) = 2 \tan^n x$  ( $\cos x \neq 0$ ). Khi đó  $n$  có giá trị bằng:  
 A. 4.      B. 3.      C. 2.      D. 1.
16. Tính giá trị biểu thức  $P = \sin^2 \frac{\pi}{6} + \sin^2 \frac{\pi}{3} + \sin^2 \frac{\pi}{4} + \sin^2 \frac{9\pi}{4} + \tan \frac{\pi}{6} \cot \frac{\pi}{6}$   
 A. 2      B. 4      C. 3      D. 1
17. Biểu thức  $A = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \dots + \sin^2 180^\circ$  có giá trị bằng:  
 A.  $A = 6$       B.  $A = 8$ .      C.  $A = 3$ .      D.  $A = 10$ .
18. Cho  $\sin x + \cos x = m$ . Tính theo  $m$  giá trị của  $M = \sin x \cdot \cos x$ :  
 A.  $m^2 - 1$       B.  $\frac{m^2 - 1}{2}$       C.  $\frac{m^2 + 1}{2}$       D.  $m^2 + 1$
19. Biểu thức  $A = \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 180^\circ$  có giá trị bằng:  
 A.  $A = 9$ .      B.  $A = 3$ .      C.  $A = 12$ .      D.  $A = 6$
20. Cho  $\cot \alpha = \frac{1}{2}$  ( $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ) thì  $\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha$  có giá trị bằng:  
 A.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .      B.  $\frac{-4}{5\sqrt{5}}$ .      C.  $\frac{4}{5\sqrt{5}}$ .      D.  $\frac{-2}{\sqrt{5}}$ .
21. Giá trị của biểu thức  $S = 3 - \sin^2 90^\circ + 2 \cos^2 60^\circ - 3 \tan^2 45^\circ$  bằng:  
 A.  $\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{1}{2}$       C. 1      D. 3
22. Cho  $\cos x = \frac{2}{\sqrt{5}}$  ( $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ ) thì  $\sin x$  có giá trị bằng:  
 A.  $\frac{3}{\sqrt{5}}$ .      B.  $\frac{-3}{\sqrt{5}}$ .      C.  $\frac{-1}{\sqrt{5}}$ .      D.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .
23. Giả sử  $3 \sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2}$  thì  $\sin^4 x + 3 \cos^4 x$  có giá trị bằng:  
 A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 4.
24. Tính  $P = \cot 1^\circ \cot 2^\circ \cot 3^\circ \dots \cot 89^\circ$   
 A. 0      B. 1      C. 2      D. 3
25. Cho  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$  với  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ . Tính giá trị của biểu thức:  $M = 10 \sin \alpha + 5 \cos \alpha$

A. -10 .

B. 2 .

C. 1 .

D.  $\frac{1}{4}$

26. Cho  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$  và  $\frac{7\pi}{2} < \alpha < 4\pi$ , khẳng định nào sau đây là đúng ?

A.  $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

B.  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

C.  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ .

D.  $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$ .

27. Nếu  $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$  thì  $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$  bằng bao nhiêu ?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3 .

28. Kết quả đơn giản của biểu thức  $\left(\frac{\sin \alpha + \tan \alpha}{\cos \alpha + 1}\right)^2 + 1$  bằng

A.  $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$ .

B.  $1 + \tan \alpha$ .

C. 2.

D.  $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$ .

29. Tính  $F = \sin^2 \frac{\pi}{6} + \sin^2 \frac{2\pi}{6} + \dots + \sin^2 \frac{5\pi}{6} + \sin^2 \pi$

A. 3

B. 2

C. 1

D. 4

30. Đơn giản biểu thức  $D = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - a\right) + \cos(13\pi + a) - 3\sin(a - 5\pi)$

A.  $3\sin a - 2\cos a$

B.  $3\sin a$

C.  $-3\sin a$

D.  $2\cos a + 3\sin a$

31. Giả sử  $A = \tan x \cdot \tan\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \tan\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$  được rút gọn thành  $A = \tan nx$ . Khi đó  $n$  bằng :

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

32. Nếu  $\sin x = 3\cos x$  thì  $\sin x \cdot \cos x$  bằng:

A.  $\frac{3}{10}$

B.  $\frac{2}{9}$

C.  $\frac{1}{4}$

D.  $\frac{1}{6}$

33. Giá trị của biểu thức  $\tan 110^\circ \cdot \tan 340^\circ + \sin 160^\circ \cdot \cos 110^\circ + \sin 250^\circ \cdot \cos 340^\circ$  bằng

A. 0 .

B. 1.

C. -1.

D. 2 .

34. Cho  $\sin a = \frac{\sqrt{5}}{3}$ . Tính  $\cos 2a \sin a$

A.  $\frac{17\sqrt{5}}{27}$

B.  $-\frac{\sqrt{5}}{9}$

C.  $\frac{\sqrt{5}}{27}$

D.  $-\frac{\sqrt{5}}{27}$

35. Biết  $\cot \frac{x}{4} - \cot x = \frac{\sin kx}{\sin \frac{x}{4} \sin x}$ , với mọi  $x$  để các biểu thức có nghĩa. Lúc đó giá trị của  $k$  là:

A.  $\frac{5}{4}$

B.  $\frac{3}{4}$

C.  $\frac{5}{8}$

D.  $\frac{3}{8}$

36. Nếu  $\cos \alpha + \sin \alpha = \sqrt{2}$   $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$  thì  $\alpha$  bằng:

A.  $\frac{\pi}{6}$

B.  $\frac{\pi}{3}$

C.  $\frac{\pi}{4}$

D.  $\frac{\pi}{8}$

37. Nếu  $a = 20^\circ$  và  $b = 25^\circ$  thì giá trị của  $(1 + \tan a)(1 + \tan b)$  là:

A.  $\sqrt{2}$

B. 2

C.  $\sqrt{3}$

D.  $1 + \sqrt{2}$

38. Tính  $B = \frac{1 + 5\cos \alpha}{3 - 2\cos \alpha}$ , biết  $\tan \frac{\alpha}{2} = 2$ .

A.  $-\frac{2}{21}$

B.  $\frac{20}{9}$

C.  $\frac{2}{21}$

D.  $-\frac{10}{21}$

39. Giá trị của  $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$  bằng bao nhiêu khi  $\sin\alpha = \frac{3}{5}$  ( $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ).

- A.  $\frac{38 + 25\sqrt{3}}{11}$       B.  $\frac{8 - 5\sqrt{3}}{11}$       C.  $\frac{8 - \sqrt{3}}{11}$       D.  $\frac{38 - 25\sqrt{3}}{11}$

40. Giá trị của biểu thức  $\frac{1}{\sin 18^\circ} - \frac{1}{\sin 54^\circ}$  bằng

- A.  $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$       B. 2      C. -2      D.  $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$

41. Biểu thức  $\tan 30^\circ + \tan 40^\circ + \tan 50^\circ + \tan 60^\circ$  bằng:

- A.  $4\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$       B.  $\frac{8\sqrt{3}}{3}\cos 20^\circ$       C. 2      D.  $\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin 70^\circ$

42. Nếu  $\alpha$  là góc nhọn và  $\sin 2\alpha = a$  thì  $\sin\alpha + \cos\alpha$  bằng:

- A.  $(\sqrt{2} - 1)a + 1$       B.  $\sqrt{a+1} - \sqrt{a^2 - a}$       C.  $\sqrt{a+1}$       D.  $\sqrt{a+1} + \sqrt{a^2 - a}$

43. Giá trị biểu thức  $\frac{\cos 80^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 40^\circ \cdot \cos 10^\circ + \sin 10^\circ \cdot \cos 40^\circ}$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       B. -1      C. 1      D.  $-\sin(a - b)$

44. Giá trị biểu thức  $\frac{\sin \frac{\pi}{15} \cos \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{10} \cos \frac{\pi}{15}}{\cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{\pi}{5} - \sin \frac{2\pi}{5} \sin \frac{\pi}{5}}$  bằng:

- A. -1      B.  $\sqrt{3}$       C. 1      D.  $\frac{1}{2}$

45. Cho  $\alpha = 60^\circ$ , tính  $E = \tan \alpha + \tan \frac{\alpha}{4}$

- A. 1      B. 2      C. 3      D.  $\frac{1}{2}$

46. Đơn giản biểu thức  $C = \frac{1}{\sin 10^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}$

- A.  $4 \sin 20^\circ$       B.  $4 \cos 20^\circ$       C.  $8 \cos 20^\circ$       D.  $8 \sin 20^\circ$

47. Cho  $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ . Khi đó  $\cos 2\alpha$  bằng:

- A.  $\frac{1}{8}$       B.  $\frac{\sqrt{7}}{4}$       C.  $-\frac{\sqrt{7}}{4}$       D.  $-\frac{1}{8}$

48. Giá trị biểu thức  $\frac{\sin \frac{\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{10} + \sin \frac{\pi}{10} \cdot \cos \frac{\pi}{15}}{\cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{\pi}{5} - \sin \frac{2\pi}{15} \cdot \sin \frac{\pi}{5}}$  là

- A.  $-\frac{3}{2}$       B. -1      C. 1      D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

49. Đẳng thức nào trong các đẳng thức sau là đồng nhất thức?

- 1)  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$       2)  $1 - \sin 2x = (\sin x - \cos x)^2$   
 3)  $\sin 2x = (\sin x + \cos x + 1)(\sin x + \cos x - 1)$       4)  $\sin 2x = 2 \cos x \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

- A. Chỉ có 1)      B. 1) và 2)      C. Tất cả trừ 3)      D. Tất cả

50. Biết  $\sin a = \frac{5}{13}$ ;  $\cos b = \frac{3}{5}$  ( $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ ;  $0 < b < \frac{\pi}{2}$ ) Hãy tính  $\sin(a + b)$ .

- A. 0                      B.  $\frac{63}{65}$                       C.  $\frac{56}{65}$                       D.  $\frac{-33}{65}$

51. Nếu  $\alpha$  là góc nhọn và  $\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{x-1}{2x}}$  thì  $\tan \alpha$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{x-1}}{x+1}$                       B.  $\sqrt{x^2-1}$                       C.  $\frac{1}{x}$                       D.  $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$

52. Giá trị của biểu thức  $A = \tan^2 \frac{\pi}{24} + \cot^2 \frac{\pi}{24}$  bằng

- A.  $\frac{12-2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$                       B.  $\frac{12+2\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$                       C.  $\frac{12+2\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$                       D.  $\frac{12-2\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

53. Với giá trị nào của  $n$  thì đẳng thức sau luôn đúng

$$\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos x}}} = \cos \frac{x}{n}, \quad 0 < x < \frac{\pi}{2}.$$

- A. 4.                      B. 2.                      C. 8.                      D. 6.

54. Cho  $a = \frac{1}{2}$  và  $(a+1)(b+1) = 2$ ; đặt  $\tan x = a$  và  $\tan y = b$  với  $x, y \in (0; \frac{\pi}{2})$ , thế thì  $x+y$  bằng:

- A.  $\frac{\pi}{3}$                       B.  $\frac{\pi}{6}$                       C.  $\frac{\pi}{4}$                       D.  $\frac{\pi}{2}$

55. Cho  $\cos 2a = \frac{1}{4}$ . Tính  $\sin 2a \cos a$

- A.  $\frac{3\sqrt{10}}{8}$                       B.  $\frac{5\sqrt{6}}{16}$                       C.  $\frac{3\sqrt{10}}{16}$                       D.  $\frac{5\sqrt{6}}{8}$

56. Biểu thức thu gọn của biểu thức  $B = \left( \frac{1}{\cos 2x} + 1 \right) \cdot \tan x$  là

- A.  $\tan 2x$ .                      B.  $\cot 2x$ .                      C.  $\cos 2x$ .                      D.  $\sin x$ .

57. Ta có  $\sin^4 x = \frac{a}{8} - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{b}{8} \cos 4x$  với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Khi đó tổng  $a + b$  bằng:

- A. 2.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 4.

58. Biểu thức  $\frac{\sin 10^\circ + \sin 20^\circ}{\cos 10^\circ + \cos 20^\circ}$  bằng:

- A.  $\tan 10^\circ + \tan 20^\circ$                       B.  $\tan 30^\circ$                       C.  $\cot 10^\circ + \cot 20^\circ$                       D.  $\tan 15^\circ$

59. Ta có  $\sin^8 x + \cos^8 x = \frac{a}{64} + \frac{b}{16} \cos 4x + \frac{c}{16} \cos x$  với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Khi đó  $a - 5b + c$  bằng:

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

60. Nếu  $\alpha$  là góc nhọn và  $\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{x-1}{2x}}$  thì  $\cot \alpha$  bằng:

- A.  $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$                       B.  $\frac{\sqrt{x-1}}{x+1}$                       C.  $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x^2-1}$                       D.  $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

## II – Tư luận:

### Bài 1:

a. Cho  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ . Tính  $\cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ ?

b. Cho  $\sin x = -0,96$  với  $\frac{\pi}{2} < x < 2\pi$ . Tính  $\sin(x + \frac{\pi}{2}), \cos(\pi - x), \tan(x + \frac{\pi}{2}), \cot(3\pi - x)$ ?

**Bài 2:** Chứng minh các đẳng thức sau:

a.  $\frac{1 - 2\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha - \cot^2 \alpha$

c.  $\frac{1 - \cos \alpha + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha - \sin \alpha} = \cot \alpha$

e.  $\frac{\sin 4\alpha}{1 + \cos 4\alpha} \cdot \frac{\cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \tan \alpha$

g.  $\cos \alpha \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \frac{1}{4} \cos 3\alpha$

b.  $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha - 1}{\sin \alpha - \cos \alpha + 1} = \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$

d.  $\frac{4\sin^2 \alpha}{1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = 16 \cos^2 \frac{\alpha}{2}$

f.  $\frac{3 - 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha} = \tan^4 \alpha$

h.  $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha} = \tan 3\alpha$

**Bài 3:** Rút gọn biểu thức

$A = \frac{1 + \sin^2 a}{1 - \sin^2 a} - 2 \tan^2 a$

$C = \sqrt{\frac{1 + \sin a}{1 - \sin a}} - \sqrt{\frac{1 - \sin a}{1 + \sin a}}$

$B = \frac{2\sin 2a - \sin 4a}{2\sin 2a + \sin 4a}$

$D = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos x}}} \quad (0 < x < \frac{\pi}{2})$

**Bài 4:** Chứng minh các biểu thức sau độc lập đối với x:

$A = 2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\sin^4 x + \cos^4 x)$

$B = \sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} + \sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x}$

$C = \cos^4 x(2\cos^2 x - 3) + \sin^4 x(2\sin^2 x - 3)$

**Bài 5:** Rút gọn biểu thức

$A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi - \alpha) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(2\pi - \alpha)$

$B = \sin(13\pi + \alpha) - \cos\left(\alpha - \frac{9\pi}{2}\right) + \cot(12\pi - \alpha) + \tan\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right)$

**Bài 6:** Chứng minh rằng trong tam giác ABC ta có

a.  $\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$

c.  $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$

b.  $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = -1 - 4 \cos A \cos B \cos C$

d.  $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} = 1$

**Bài 7:** Tính giá trị của các biểu thức sau:

a.  $A = \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \dots \tan 70^\circ \cdot \tan 80^\circ$

b.  $B = \cos 10^\circ + \cos 20^\circ + \cos 30^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 170^\circ$

c.  $C = \sin 825^\circ \cdot \cos(-15^\circ) + \cos 75^\circ \cdot \sin(-555^\circ) + \tan 155^\circ \cdot \cot 245^\circ$

d.  $D = \frac{\sin 20^\circ \sin 30^\circ \sin 40^\circ \sin 50^\circ \sin 60^\circ \sin 70^\circ}{\cos 10^\circ \cos 50^\circ}$

**PHẦN 2:HÌNH HỌC**

**A. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC**

Học sinh cần nắm chắc định lý hàm số sin, cosin, các công thức tính độ dài đường trung tuyến, tính diện tích tam giác và áp dụng vào bài toán giải tam giác, nhận dạng tam giác.

**I - Trắc Nghiệm:**

Câu 1: Trong tam giác ABC có:

A.  $a^2 = b^2 + c^2 - bc \cos A$

B.  $a^2 = b^2 + c^2 + bc \cos A$

C.  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

D.  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$

Câu 2: Nếu tam giác ABC có  $a^2 < b^2 + c^2$  thì:

A.  $\hat{A}$  là góc tù

B.  $\hat{A}$  là góc vuông

C.  $\hat{A}$  là góc nhọn

D.  $\hat{A}$  là góc nhỏ nhất

Câu 3: Trong tam giác ABC có:

A.  $a = 2R \cos A$

B.  $a = 2R \sin A$

C.  $a = 2R \tan A$

D.  $a = R \sin A$

Câu 4: Trong tam giác ABC có  $AB = 2m, AC = 1cm, \hat{A} = 60^\circ$  Khi đó độ dài cạnh BC là:

A. 1cm

B. 2cm

C.  $\sqrt{3}cm$

D.  $\sqrt{5}cm$

Câu 5: Tam giác ABC có:  $a = 5; b = 3; c = 5$ . Số đo của góc  $\widehat{BAC}$  là:

A.  $\hat{A} > 60^\circ$

B.  $\hat{A} = 30^\circ$

C.  $\hat{A} = 45^\circ$

D.  $\hat{A} = 90^\circ$

Câu 6: Tam giác ABC có  $AB = 8cm, BC = 10cm, CA = 6cm$ . Đường trung tuyến AM của tam giác đó có độ dài bằng:

A. 4cm

B. 5cm

C. 6cm

D. 7cm

Câu 7: Tam giác ABC vuông tại A có  $AB = 6cm, BC = 10cm$ . Đường tròn nội tiếp tam giác đó có bán kính r là:

A. 1cm

B.  $\sqrt{2}cm$

C. 2cm

D. 3cm

Câu 8: Tam giác ABC có :  $a = \sqrt{3}cm, b = \sqrt{2}cm, c = 1cm$ . Đường trung tuyến  $m_a$  có độ dài là:

A. 1cm

B. 1,5 cm

C.  $\frac{5}{2}cm$

D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}cm$

Câu 9: Tam giác đều nội tiếp đường tròn bán kính  $R = 4cm$  có diện tích là:

A.  $12\sqrt{3}cm^2$

B.  $13\sqrt{2}cm^2$

C.  $13cm^2$

D.  $15cm^2$

Câu 10: Tam giác ABC vuông cân tại A có  $AB = a$ . Đường tròn nội tiếp tam giác ABC có bán kính r bằng:

A.  $\frac{a}{2}$

B.  $\frac{a}{\sqrt{2}}$

C.  $\frac{a}{2+\sqrt{2}}$

D.  $\frac{a}{3}$

Câu 11: Tam giác ABC có ba cạnh thỏa mãn điều kiện:  $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$ . Khi đó số đo của góc  $\hat{C}$  là:

A.  $120^\circ$

B.  $30^\circ$

C.  $45^\circ$

D.  $60^\circ$

Câu 12: Hình bình hành ABCD có  $AB = a, BC = a\sqrt{2}$ , và  $\widehat{BAD} = 45^\circ$ . Khi đó hình bình hành có diện tích là:

A.  $2a^2$

B.  $a^2\sqrt{2}$

C.  $a^2$

D.  $a^2\sqrt{3}$

Câu 13: Tam giác ABC vuông cân tại A có  $AB = AC = a$ . Đường trung tuyến BM có độ dài là:

A.  $\frac{3}{2}a$

B.  $a\sqrt{2}$

C.  $a\sqrt{3}$

D.  $\frac{a\sqrt{5}}{2}$

Câu 14: Tam giác đều cạnh  $a$  nội tiếp trong đường tròn bán kính  $R$  bằng:

- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$       B.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$       D.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Câu 15: Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh  $a$  bằng:

- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{6}$       B.  $\frac{a\sqrt{2}}{5}$       C.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$       D.  $\frac{a\sqrt{5}}{7}$

Câu 16: Trong tam giác ABC có:

- A.  $m_a = \frac{b+c}{2}$       B.  $m_a > \frac{b+c}{2}$       C.  $m_a < \frac{b+c}{2}$       D.  $m_a = b+c$

Câu 17: Tam giác ABC có  $\hat{A} = 120^\circ$  thì câu nào sau đây đúng

- A.  $a^2 = b^2 + c^2 - 3bc$       B.  $a^2 = b^2 + c^2 + bc$   
 C.  $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$       D.  $a^2 = b^2 + c^2 - bc$

Câu 18: Tam giác ABC có  $a = 8; b = 7; c = 5$  Diện tích của tam giác là

- A.  $5\sqrt{3}$       B.  $8\sqrt{3}$       C.  $10\sqrt{3}$       D.  $12\sqrt{3}$

Câu 19: Diện tích của tam giác ABC, biết  $\hat{A} = 60^\circ; b = 10; c = 20$  là:

- A.  $50\sqrt{3}$       B. 50      C.  $50\sqrt{2}$       D.  $50\sqrt{5}$

Câu 20: Cho tam giác ABC có  $a = 2; b = \sqrt{6}; c = 1 + \sqrt{3}$  Góc  $\hat{B}$  là

- A.  $115^\circ$       B.  $75^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $53^\circ 32'$

Câu 21: Cho tam giác ABC có  $a = 2; b = \sqrt{6}; c = 1 + \sqrt{3}$  Góc  $\hat{A}$  là:

- A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $68^\circ$       D.  $75^\circ$

Câu 22: Cho tam giác ABC, các đường cao  $h_a, h_b, h_c$  thỏa mãn hệ thức  $3h_a = 2h_b + h_c$ . Tìm hệ thức giữa  $a, b, c$ .

- A.  $\frac{3}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{c}$       B.  $3a = 2b + c$       C.  $3a = 2b - c$       D.  $\frac{3}{a} = \frac{2}{b} + \frac{1}{c}$

Câu 23: Cho tam giác ABC, nếu  $2h_a = h_b + h_c$  thì

- A.  $\frac{2}{\sin A} = \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C}$       B.  $2\sin A = \sin B + \sin C$   
 C.  $\sin A = 2\sin B + 2\sin C$       D.  $\frac{2}{\sin A} = \frac{1}{\sin B} - \frac{1}{\sin C}$

Câu 24: Diện tích  $S$  của tam giác sẽ thỏa mãn hệ thức nào trong hai hệ thức sau đây ?

- I.  $S^2 = p(p-a)(p-b)(p-c)$   
 II.  $16S^2 = (a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(b+c-a)$

- A. Chỉ I      B. Chỉ II      C. Cả I và II      D. Không có

Câu 25: Tam giác ABC vuông cân tại A và nội tiếp trong đường tròn tâm O bán kính  $R$ . Gọi  $r$  là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Khi đó tỉ số  $\frac{R}{r}$  bằng

- A.  $1 + \sqrt{2}$       B.  $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$

## II – Tự luận:

Bài 1: Cho  $\Delta ABC$  có  $a = 7, b = 8, c = 5$ ; Tính :  $\hat{A}, S, h_a, R, r, m_a$

Bài 2: Cho tam giác ABC có  $AB = 6, AC = 8$  và  $\hat{A} = 60^\circ$

- a) Tính diện tích  $S$ , đường cao  $h_a$ , trung tuyến  $m_a$  của tam giác ABC.  
 b) Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC Tính diện tích tam giác IBC  
 c) Tính độ dài đường phân giác trong của góc A.

Bài 3: Tam giác ABC có  $\hat{B} = 60^\circ; \hat{C} = 45^\circ; BC = a$ . Tính độ dài hai cạnh AB, AC và bán kính đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp tam giác ABC.

Bài 4: Cho tam giác ABC có  $a = 5, b = 6, c = 3$ . Trên đoạn AB, BC lần lượt lấy các điểm M, K sao cho  $BM = 2, BK = 2$ . Tính MK.

Bài 5: Cho tam giác ABC, các trung tuyến  $AA_1 = 3, BB_1 = 6$  và hợp với nhau một góc  $60^\circ$ . Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC.

Bài 6: Cho tam giác ABC có  $BC = a; CA = b; AB = c$  và đường trung tuyến  $AM = c = AB$ . Chứng minh rằng:

$$a) a^2 = 2(b^2 - c^2) \qquad b) \sin^2 A = 2(\sin^2 B - \sin^2 C)$$

Bài 7: Cho tam giác ABC có các cạnh  $a, b, c$  thỏa mãn:  $5c^2 = a^2 + b^2$ . Chứng minh rằng: Tam giác có hai đường trung tuyến  $AA_1$  và  $BB_1$  vuông góc với nhau.

Bài 8: Cho tam giác ABC có  $a = 7, b = 8, c = 5$ . Chứng minh rằng:  $\Delta ABC$  có một góc bằng  $60^\circ$ .

Bài 9: Chứng minh rằng:  $\Delta ABC$  đều  $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a} = a^2 \\ a = 2b \cos C \end{cases}$

Bài 10: Khoảng cách từ A đến C không thể đo được trực tiếp vì phải qua một đầm lầy nên người ta làm như sau: Xác định một điểm B có khoảng cách  $AB = 12m$  và đo được góc  $\widehat{ACB} = 37^\circ$ . Hãy tính khoảng cách AC biết rằng  $BC = 5m$ .

## B. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ

*Học sinh cần nắm vững cách viết phương trình tham số, tổng quát, chính tắc của đường thẳng; cách xác định góc giữa 2 đường thẳng; tính khoảng cách từ 1 điểm đến đường thẳng, tính góc giữa 2 đường thẳng và các dạng toán liên quan.*

### I – Trắc nghiệm:

1. Đường thẳng đi qua điểm A ( 1; -2 ) và nhận  $\vec{n}(-2;4)$  làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là:

A.  $x + 2y + 4 = 0$     B.  $x - 2y + 4 = 0$     C.  $x - 2 = 0$     D.  $-2x + 4y = 0$

2. Đường thẳng đi qua điểm B(2; 1) và nhận  $\vec{u}(1;-1)$  làm véc tơ chỉ phương có phương trình là:

A.  $x - y - 1 = 0$     B.  $x + y - 3 = 0$     C.  $x - y + 5 = 0$     D.  $x + y - 1 = 0$

3. Đường thẳng đi qua điểm C(3;-2) và có hệ số góc  $k = \frac{2}{3}$  có phương trình là:

A.  $2x + 3y = 0$     B.  $2x - 3y - 9 = 0$     C.  $3x - 2y - 13 = 0$     D.  $2x - 3y - 12 = 0$

4. Cho đường thẳng  $d$  có phương trình tham số là:  $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - t \end{cases}$  Phương trình tổng quát của  $d$

A.  $3x - y + 5 = 0$     B.  $x + 3y = 0$     C.  $x + 3y - 5 = 0$     D.  $3x - y + 2 = 0$

5. Đường thẳng  $d$  có phương trình tổng quát:  $4x + 5y - 8 = 0$ . Phương trình tham số của  $d$  là:

A.  $\begin{cases} x = -5t \\ y = 4t \end{cases}$     B.  $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 5t \end{cases}$     C.  $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 4t \end{cases}$     D.  $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = -4t \end{cases}$

6. Cho hai điểm  $A(5;6), B(-3;2)$  Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là:

A.  $\frac{x-5}{-2} = \frac{y-6}{1}$       B.  $\frac{x-5}{2} = \frac{y-6}{-1}$       C.  $\frac{x+5}{2} = \frac{y+6}{1}$       D.  $\frac{x+3}{-2} = \frac{y-2}{-1}$

7. Cho điểm  $M(1;2)$  và đường thẳng  $d: 2x + y - 5 = 0$ . Tọa độ của điểm đối xứng với điểm  $M$  qua  $d$  là:

A.  $\left(\frac{9}{5}; \frac{12}{5}\right)$       B.  $(-2;6)$       C.  $\left(0; \frac{3}{2}\right)$       D.  $(3;-5)$

8. Cho đường thẳng  $d: -3x + y - 3 = 0$  và điểm  $N(-2;4)$ . Tọa độ hình chiếu vuông góc của  $N$  trên  $d$  là:

A.  $(-3;-6)$       B.  $\left(-\frac{1}{3}; \frac{11}{3}\right)$       C.  $\left(\frac{2}{5}; \frac{21}{5}\right)$       D.  $\left(\frac{1}{10}; \frac{33}{10}\right)$

9. Cho hai đường thẳng  $d_1: mx + (m-1)y + 2m = 0$  và  $d_2: 2x + y - 1 = 0$ . Nếu  $d_1 // d_2$  thì:

A.  $m = 1$       B.  $m = -2$       C.  $m = 2$ ;      D.  $m$  tùy ý

Câu 10: Cho hai đường thẳng  $d_1: 2x - 4y - 3 = 0$  và  $d_2: 3x - y + 17 = 0$ . Số đo góc giữa  $d_1$  và  $d_2$  là:

A.  $\frac{\pi}{4}$       B.  $\frac{\pi}{2}$       C.  $\frac{3\pi}{4}$       D.  $-\frac{\pi}{4}$

10. Cho đường thẳng  $d: 4x - 3y + 13 = 0$ . Phương trình các đường phân giác của góc tạo bởi  $d$  và trục  $Ox$  là:

A.  $4x + 3y + 13 = 0$  và  $4x - y + 13 = 0$       B.  $4x - 8y + 13 = 0$  và  $4x + 2y + 13 = 0$   
C.  $x + 3y + 13 = 0$  và  $x - 3y + 13 = 0$       D.  $3x + y + 13 = 0$  và  $3x - y + 13 = 0$

12. Cho hai đường thẳng song song  $d_1: 5x - 7y + 4 = 0$  và  $d_2: 5x - 7y + 6 = 0$ . Phương trình đường thẳng song song và cách đều  $d_1$  và  $d_2$  là:

A.  $5x - 7y + 2 = 0$       B.  $5x - 7y - 3 = 0$       C.  $5x - 7y + 4 = 0$       D.  $5x - 7y + 5 = 0$

13. Cho hai đường thẳng song song  $d_1: 5x - 7y + 4 = 0$  và  $d_2: 5x - 7y + 6 = 0$ . Khoảng cách giữa  $d_1$  và  $d_2$  là:

A.  $\frac{4}{\sqrt{74}}$       B.  $\frac{6}{\sqrt{74}}$       C.  $\frac{2}{\sqrt{74}}$       D.  $\frac{10}{\sqrt{74}}$

14. Cho ba điểm  $A(1;4), B(3;2), C(5;4)$ . Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  là:

A.  $(2;5)$       B.  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$       C.  $(9;10)$       D.  $(3;4)$

15. Đường thẳng đi qua điểm  $M(1; 2)$  và song song với đường thẳng  $d: 4x + 2y + 1 = 0$  có phương trình tổng quát là:

A.  $4x + 2y + 3 = 0$       B.  $2x + y + 4 = 0$       C.  $2x + y - 4 = 0$       D.  $x - 2y + 3 = 0$

16. Đường thẳng đi qua điểm  $M(1; 2)$  và vuông góc với đường thẳng  $d: 4x + 2y + 1 = 0$  có phương trình tổng quát là:

A.  $4x - 2y + 3 = 0$       B.  $2x - 4y + 4 = 0$       C.  $2x - 4y + 6 = 0$       D.  $x - 2y + 3 = 0$

17. Lập phương trình đường thẳng  $\Delta$  song song với đường thẳng  $d: 3x - 2y + 12 = 0$  và cắt  $Ox, Oy$  lần lượt tại  $A, B$  sao cho  $AB = \sqrt{13}$ . Phương trình đường thẳng  $\Delta$  là:

A.  $3x - 2y + 12 = 0$       B.  $3x - 2y - 12 = 0$       C.  $6x - 4y - 12 = 0$       D.  $3x - 4y - 6 = 0$

18. Cho hai điểm  $A(1;-4), B(3;2)$ . Viết phương trình tổng quát của đường thẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

A.  $3x + y + 1 = 0$ ;      B.  $x + 3y + 1 = 0$ ;      C.  $3x - y + 4 = 0$ ;      D.  $x + y - 1 = 0$

19. Cho tam giác  $ABC$  với  $A(1;1), B(0;-2), C(4;2)$ . Phương trình tổng quát của đường trung tuyến đi qua điểm  $A$  của tam giác  $ABC$  là:

A.  $2x + y - 3 = 0$ ;      B.  $x + 2y - 3 = 0$ ;      C.  $x + y - 2 = 0$ ;      D.  $x - y = 0$

20. Cho tam giác ABC với  $A(1;1), B(0;-2), C(4;2)$ . Phương trình tổng quát của đường trung tuyến đi qua điểm B của tam giác ABC là:

A.  $7x + 7y + 14 = 0$  B.  $5x - 3y + 1 = 0$ ; C.  $3x + y - 2 = 0$ ; D.  $-7x + 5y + 10 = 0$

21. Cho tam giác ABC với  $A(2;-1), B(4;5), C(-3;2)$ . Phương trình tổng quát của đường cao đi qua điểm A của tam giác ABC là:

A.  $3x + 7y + 1 = 0$  B.  $-3x + 7y + 13 = 0$  C.  $7x + 3y + 13 = 0$  D.  $7x + 3y - 11 = 0$

22. Đường thẳng  $5x + 3y = 15$  tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng

A. 15; B. 7,5 C. 3 D. 5

23. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng  $4x - 3y - 26 = 0$  và  $3x + 4y - 7 = 0$ .

A.  $(2; -6)$ ; B.  $(5; 2)$ ; C.  $(5; -2)$ ; D. Không có giao điểm

24. Cho bốn điểm  $A(1;2), B(-1;4), C(2;2), D(-3;2)$ . Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng AB và CD là:

A.  $(1; 2)$ ; B.  $(3; -2)$ ; C.  $(0; -1)$ ; D.  $(5; -5)$ ;

25. Cho bốn điểm  $A(1;2), B(4;0), C(1;-3), D(7;-7)$ . Vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD là:

A. Song song; B. Cắt nhau nhưng không vuông góc với nhau  
C. Trùng nhau; D. Vuông góc với nhau

26. Vị trí tương đối của hai đường thẳng lầ lượt có phương trình:  $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$  và  $6x - 2y - 8 = 0$

A. Song song; B. Cắt nhau nhưng không vuông góc với nhau  
C. Trùng nhau; D. Vuông góc với nhau

27. Khoảng cách từ điểm M  $(1; -1)$  đến đường thẳng  $3x - 4y - 17 = 0$  là:

A. 2; B.  $-\frac{18}{5}$  C.  $\frac{2}{5}$  D.  $\frac{10}{\sqrt{5}}$

28. Diện tích tam giác ABC với  $A(3;-4), B(1;5), C(3;1)$  là

A.  $\sqrt{26}$  B.  $2\sqrt{5}$  C. 10 D. 5

29. Cho đường thẳng đi qua hai điểm  $A(3;0), B(0;4)$ . Tìm tọa độ điểm M nằm trên Oy sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6

A.  $(0;1)$  B.  $(0;8)$  C.  $(1;0)$  D.  $(0;0)$  và  $(0;-8)$

30. Cho tam giác ABC với  $A(1;3), B(-2;4), C(-1;5)$  và đường thẳng  $d: 2x - 3y + 6 = 0$ . Đường thẳng d cắt cạnh nào của tam giác ABC?

A. Cạnh AB B. Cạnh BC C. Cạnh AC; D. Không cắt cạnh nào

## II – Tư luận:

Bài 1: Cho đường thẳng d có phương trình chính tắc:  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2}$ . Viết phương trình tham số của đường thẳng:

- a) Đi qua  $M = (8; 2)$  và song song với đường thẳng d.  
b) Đi qua  $N = (1; -3)$  và vuông góc với đường thẳng d.

Bài 2: Cho đường thẳng d có phương trình tham số:  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5 - t \end{cases}$ . Viết phương trình tổng quát của đường

thẳng d đi qua  $A = (2; 4)$  và vuông góc với đường thẳng d.

Bài 2: Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm  $M = (2; 5)$  và cách đều hai điểm  $A = (-1; 2)$  và  $B = (5; 4)$ .

Bài 3: Viết phương trình đường thẳng d biết:

a) d đi qua điểm  $M = (1; 1)$  và cách điểm  $A = (3; 6)$  một khoảng bằng 2.

b) d song song với  $\Delta : 3x - 4y + 1 = 0$  và cách đến  $\Delta$  khoảng bằng 1.

Bài 4: Cho tam giác ABC cân tại A, biết phương trình đường thẳng  $AB : x + 2y - 1 = 0$  và  $BC : 3x - y + 5 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng AC biết rằng AC đi qua điểm  $M = (1; -3)$

Bài 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC với  $A(1; -1)$ ,  $B(-2; 1)$ ,  $C(3; 5)$ .

a) Viết phương trình các đường thẳng chứa các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC.

b) Viết phương trình các đường thẳng chứa trung tuyến, đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC.

Bài 6: Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC, biết  $A = (1; 2)$  và phương trình hai đường trung tuyến là:  $2x - y + 1 = 0$  và  $x + 3y - 3 = 0$ .

Bài 7: Cho đường thẳng  $\Delta$  có phương trình  $x - 3y - 6 = 0$  và điểm  $A = (2; -4)$ .

a) Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của điểm A trên  $\Delta$ .

b) Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua  $\Delta$ .

Bài 8: Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm  $A(2; -1)$  và hợp với đường thẳng d:  $5x - 2y + 3 = 0$  một góc  $45^\circ$

Bài 9: Lập phương trình các đường thẳng chứa 4 cạnh của hình vuông ABCD biết đỉnh A  $(-1; 2)$  và

phương trình của một đường chéo là: 
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \end{cases}$$

Bài 10: Cho hai điểm  $P = (1; 6)$ ,  $Q = (-3; -4)$  và đường thẳng  $\Delta : 2x - y - 1 = 0$ .

a) Tìm tọa độ điểm  $M \in \Delta$  sao cho  $MP + MQ$  đạt giá trị nhỏ nhất.

b) Tìm tọa độ điểm  $N \in \Delta$  sao cho  $|NP - NQ|$  đạt giá trị lớn nhất.

### C. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

**Yêu cầu:** Học sinh nắm vững các dạng phương trình đường tròn; cách xác định tâm và bán kính của đường tròn; cách viết phương trình đường tròn thỏa mãn yếu tố cho trước; điều kiện để đường thẳng tiếp xúc với đường tròn; cách viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn tại điểm, qua điểm, có phương cho trước.

#### I – Trắc nghiệm:

1. Tìm tâm I và bán kính R của đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - x + y - 1 = 0$

A.  $I(-1; 1), R=5$       B.  $I(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}), R = \frac{\sqrt{6}}{2}$       C.  $I(-1; 1), R=\sqrt{6}$       D.  $I(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}), R = \frac{\sqrt{6}}{2}$

2. Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ . Chỉ ra mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. (C) có tâm I  $(1; -2)$       B. (C) đi qua  $M(1; 0)$   
C. (C) không đi qua  $A(1; 1)$       D. (C) có bán kính  $R = 2$

3. Cho 2 điểm  $A(5; -1), B(-3; 7)$ . Phương trình đường tròn đường kính AB là:

A.  $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 22 = 0$       B.  $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 22 = 0$   
C.  $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 22 = 0$       D. Đáp án khác.

4. Cho 2 điểm  $A(1; 1), B(7; 5)$ . Phương trình đường tròn đường kính AB là:

A.  $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 12 = 0$       B.  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$   
C.  $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 12 = 0$       D.  $x^2 + y^2 + 8x + 8y - 12 = 0$ .

5. Cho phương trình:  $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$  (1). Điều kiện để (1) là phương trình đường tròn là:

A.  $a^2 + b^2 - 4c > 0$       B.  $a^2 + b^2 - c > 0$       C.  $a^2 + b^2 - 4c \geq 0$       D.  $a^2 + b^2 - c \geq 0$

6. Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

(I)  $x^2 + y^2 - 4x + 15y - 12 = 0$

(II)  $x^2 + y^2 - 3x + 4y + 20 = 0$

(III)  $2x^2 + 2y^2 - 4x + 6y + 1 = 0$  (1)

- A. Chỉ (I)      B. Chỉ (II)      C. Chỉ (III)      D. Chỉ (I) và (III).
7. Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?
- A.  $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$       B.  $4x^2 + y^2 - 10x + 4y - 2 = 0$   
 C.  $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$       D.  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$
8. Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 20 = 0$ . Hỏi mệnh đề nào sau đây sai?
- A. (C) có tâm I(1;2)      B. (C) có bán kính R = 5  
 C. (C) qua M(2;2).      D. (C) không qua A(1;1).
9. Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$ . Hỏi mệnh đề nào sau đây sai?
- A. (C) có tâm I(2;0)      B. (C) có bán kính R = 1  
 C. (C) cắt trục Ox tại 2 điểm phân biệt.      D. (C) cắt trục Oy tại 2 điểm phân biệt.
10. Phương trình đường tròn tâm I(-1;2) và đi qua M(2;1) là:
- A.  $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$       B.  $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 3 = 0$   
 C.  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$       D. Đáp án khác.
11. Với giá trị nào của m thì phương trình  $x^2 + y^2 - 2(m+1)x + 4y + 8 = 0$  là phương trình đường tròn:
- A.  $m < 0$       B.  $m < -1$       C.  $m > 1$       D.  $m < -1$  hoặc  $m > 1$
12. Với giá trị nào của m thì phương trình  $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$  là phương trình đường tròn:
- A.  $1 < m < 2$       B.  $m < 1$  hoặc  $m > 2$       C.  $-2 \leq m \leq 1$       D.  $m < -2$  hoặc  $m > 1$
13. Tính bán kính R của đường tròn tâm I(1,-2) và tiếp xúc với đường thẳng (d):  $3x - 4y - 26 = 0$
- A. R=3      B. R=5      C. R=15      D.  $R = \frac{3}{5}$
14. Đường tròn nào sau đây đi qua 3 điểm A(3;4) B(1;2) C(5;2)
- A.  $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$       B.  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$   
 C.  $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 4$       D.  $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 9 = 0$
15. Cho 3 điểm A(3;5), B(2;3), C(6;2). Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình là:
- A.  $x^2 + y^2 - 25x - 19y + 68 = 0$       B.  $3x^2 + 3y^2 - 25x - 19y + 68 = 0$   
 C.  $x^2 + y^2 + 25x + 19y - 68 = 0$       D.  $3x^2 + 3y^2 + 25x + 19y + 68 = 0$
16. Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$  và đường thẳng d:  $x + 2y + 1 = 0$ . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng.
- A. d đi qua tâm của đường tròn (C)      B. d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt  
 C. d tiếp xúc (C)      D. d không có điểm chung với (C).
17. Cho đường tròn (C):  $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 5$  và đường thẳng d:  $x + 2y - 5 = 0$ . Tọa độ tiếp điểm của đường thẳng d và đường tròn (C) là:
- A. (3;1)      B. (6;4)      C. (5;0)      D. (1;2)
18. Cho 2 đường tròn  $(C_1): x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0, (C_2): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng:
- A.  $(C_1)$  cắt  $(C_2)$       B.  $(C_1)$  không có điểm chung với  $(C_2)$   
 C.  $(C_1)$  tiếp xúc trong với  $(C_2)$       D.  $(C_1)$  tiếp xúc ngoài với  $(C_2)$
19. Cho 2 điểm A(-2;1), B(3;5). Tập hợp điểm M(x;y) nhìn AB dưới 1 góc vuông nằm trên đường tròn có phương trình là:
- A.  $x^2 + y^2 - x - 6y - 1 = 0$       B.  $x^2 + y^2 + x + 6y - 1 = 0$   
 C.  $x^2 + y^2 + 5x - 4y + 11 = 0$       D. Đáp án khác
20. Đường thẳng nào tiếp xúc với đường tròn (C):  $(x-2)^2 + y^2 = 4$  tại M có hoành độ  $x_M = 3$
- A.  $x + \sqrt{3}y - 6 = 0$       B.  $x + \sqrt{3}y + 6 = 0$       C.  $\sqrt{3}x + y - 6 = 0$       D.  $\sqrt{3}x + y + 6 = 0$
21. Phương trình  $\begin{cases} x = 2 + 4\sin t \\ y = -3 + 4\cos t \end{cases}, (t \in R)$  là phương trình đường tròn:
- A. Tâm I(-2;3), bán kính R = 4.      B. Tâm I(2;-3), bán kính R = 4.  
 C. Tâm I(-2;3), bán kính R = 16.      D. Tâm I(2;-3), bán kính R = 16.

22. Đường tròn (C) tâm I(-4;3), tiếp xúc trục Oy có phương trình là:

- A.  $x^2 + y^2 - 4x + 3y + 9 = 0$                       B.  $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 16$   
 C.  $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 16$                       D.  $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 12 = 0$

23. Đường tròn đi qua A(2;4) tiếp xúc với các trục tọa độ có phương trình là:

- A.  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4; (x-10)^2 + (y-10)^2 = 100$   
 B.  $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 4; (x-10)^2 + (y-10)^2 = 100$   
 C.  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4; (x+10)^2 + (y+10)^2 = 100$   
 D.  $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 4; (x+10)^2 + (y+10)^2 = 100$

24. Đường tròn tâm I(-1;3) tiếp xúc với đường thẳng d:  $3x - 4y + 5 = 0$  có phương trình là:

- A.  $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$                       B.  $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 2$   
 C.  $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 10$                       D.  $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 2$

25. Đường tròn (C) đi qua A(1;3), B(3;1) và có tâm nằm trên đường thẳng d:  $2x - y + 7 = 0$  có phương trình là:

- A.  $(x-7)^2 + (y-7)^2 = 102$                       B.  $(x+7)^2 + (y+7)^2 = 164$   
 C.  $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$                       D.  $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 25$

26. Cho đường tròn (C):  $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$ . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại A(4;4) là:

- A.  $x - 3y + 5 = 0$       B.  $x + 3y - 4 = 0$       C.  $x - 3y + 16 = 0$       D.  $x + 3y - 16 = 0$

27. Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$ . Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng d:  $x + 2y - 15 = 0$  có phương trình là:

- A.  $\begin{cases} x+2y=0 \\ x+2y-10=0 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x-2y=0 \\ x+2y+10=0 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x+2y-1=0 \\ x+2y-3=0 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x-2y-1=0 \\ x-2y-3=0 \end{cases}$

28. Cho đường tròn (C):  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 9$ . Phương trình tiếp tuyến của (C) qua A(5;-1) có phương trình là:

- A.  $\begin{cases} x+y-4=0 \\ x-y-2=0 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x=5 \\ y=-1 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} 2x-y-3=0 \\ 3x+2y-2=0 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} 3x-2y-2=0 \\ 2x+3y+5=0 \end{cases}$

29. Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$  và đường thẳng d:  $2x + (m-2)y - m - 7 = 0$

Với giá trị nào của m thì d tiếp xúc (C)?

- A.  $m = 3$       B.  $m = 15$       C.  $m = 13$       D.  $m = 3$  hoặc  $m = 13$

30. Cho đường tròn (C):  $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 = 0$  và điểm A(-4;2). Đường thẳng d qua A cắt (C) tại 2 điểm M, N sao cho A là trung điểm của MN có phương trình là:

- A.  $x - y + 6 = 0$       B.  $7x - 3y + 34 = 0$       C.  $7x - y + 30 = 0$       D.  $7x - y + 35 = 0$

## II - Tự luận:

Bài 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC với A(0;6), B(4;0), C(3;0) và đường thẳng d:  $x - 2y + 3 = 0$ .

- a) Viết phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC.  
 b) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C), biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng d.  
 c) Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  qua M(1;2) cắt (C) tại 2 điểm E, F sao cho M là trung điểm EF.

Bài 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm A(3;1) và đường thẳng d:  $x + y - 2 = 0$ .

- a) Viết phương trình đường tròn (C) tâm A tiếp xúc với đường thẳng d.  
 b) Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) kẻ từ O(0;0).  
 c) Tính bán kính đường tròn (C') tâm A, biết (C') cắt d tại 2 điểm E, F sao cho diện tích tam giác AEF bằng 6.

Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm I(1;-2) và đường thẳng d có phương trình:  $\begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \end{cases}$ .

- a) Lập phương trình đường tròn (C) tâm I tiếp xúc với đường thẳng d. Tìm tọa độ tiếp điểm.  
 b) Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C), biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng d.

c) Tìm trên trục Oy các điểm từ đó kẻ được 2 tiếp tuyến đến (C) sao cho 2 tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

**Bài 4:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình đường tròn (C) thỏa mãn :

a) (C) có đường kính AB với A(4 ;0) ;B(2 ;5)

b) (C) đi qua A(1;3),B(-2;5) và có tâm thuộc đường thẳng d:  $2x - y + 4 = 0$ .

c) (C) đi qua A(4;-2) và tiếp xúc với Oy tại B(0;-2).

d) (C) đi qua A(0 ;1),B(0;5) và tiếp xúc với Ox.

### D. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG ELIP

**Yêu cầu:** Học sinh nắm vững định nghĩa và cách viết phương trình chính tắc của (E); cách xác định các yếu tố trong (E): độ dài trục lớn, trục nhỏ, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai, đường chuẩn, hình chữ nhật cơ sở,... và mối quan hệ giữa các yếu tố đó.

#### I – Trắc nghiệm:

1. Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là :

- A.  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$       B.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$       C.  $9x^2 + 16y^2 = 1$       D.  $9x^2 + 16y^2 = 144$

2. Phương trình chính tắc của (E) có tâm sai  $e = \frac{4}{5}$ , độ dài trục nhỏ bằng 12 là :

- A.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$       B.  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$       C.  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$       D.  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$

3. Cho (E) :  $9x^2 + 25y^2 = 225$ . Hỏi diện tích hình chữ nhật cơ sở ngoại tiếp (E) bằng bao nhiêu ?

- A. 15      B. 30      C. 40      D. 60

4. Đường thẳng  $y = kx$  cắt (E) :  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  tại 2 điểm M, N phân biệt. Khi đó M, N :

- A. Đối xứng nhau qua O(0 ;0).      B. Đối xứng nhau qua Oy.  
C. Đối xứng nhau qua Ox.      D. A, B, C đều sai.

5. Cho (E) :  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  và điểm M thuộc (E). Khi đó độ dài đoạn OM thỏa mãn :

- A.  $OM \leq 3$       B.  $3 \leq OM \leq 4$       C.  $4 \leq OM \leq 5$       D.  $OM \geq 5$

6. Cho (E) :  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ . Đường thẳng d :  $x = -4$  cắt (E) tại 2 điểm M, N. Khi đó độ dài đoạn MN bằng :

- A.  $\frac{9}{5}$       B.  $\frac{9}{25}$       C.  $\frac{18}{5}$       D.  $\frac{18}{25}$

7. Cho (E) có 2 tiêu điểm  $F_1(-4 ;0), F_2(4 ;0)$  và điểm M thuộc (E). Biết chu vi tam giác  $MF_1F_2$  bằng 18. Khi đó tâm sai của (E) bằng :

- A.  $\frac{4}{18}$       B.  $\frac{4}{5}$       C.  $-\frac{4}{5}$       D.  $-\frac{4}{9}$

8. Cho (E) có 2 tiêu điểm  $F_1(-\sqrt{7};0), F_2(\sqrt{7};0)$  và điểm  $M\left(-\sqrt{7}; \frac{9}{4}\right)$  thuộc (E). Gọi N là điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ O. Khi đó ;

- A.  $NF_1 + MF_2 = \frac{9}{2}$       B.  $NF_2 + MF_1 = \frac{23}{2}$       C.  $NF_2 - NF_1 = \frac{7}{2}$       D.  $NF_1 + MF_1 = 8$

9. (E) :  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  có tâm sai bằng :

- A.  $\frac{5}{3}$       B.  $\frac{4}{5}$       C.  $-\frac{4}{5}$       D.  $\frac{3}{5}$

10. Cho (E) có độ dài trục lớn bằng 26, tâm sai  $e = \frac{12}{13}$ . Độ dài trục nhỏ của (E) bằng :

A. 5                      B. 10                      C. 12                      D. 24

11. Cho (E) :  $16x^2 + 25y^2 = 100$  và điểm M thuộc (E) có hoành độ bằng 2. Tổng khoảng cách từ M đến 2 tiêu điểm của (E) bằng :

A. 5                      B.  $2\sqrt{2}$                       C.  $4\sqrt{3}$                       D.  $\sqrt{3}$

12. Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 6, tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng  $\frac{1}{3}$  là :

A.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$                       B.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$                       C.  $\frac{x^2}{19} + \frac{y^2}{5} = 1$                       D.  $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{5} = 1$

13. Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng  $4\sqrt{3}$  là :

A.  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$                       B.  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1$                       C.  $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1$                       D.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

14. Phương trình chính tắc của (E) có đường chuẩn  $x + 4 = 0$  và 1 tiêu điểm  $F(-1; 0)$  là :

A.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$                       B.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{15} = 1$                       C.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$                       D.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$

15. Phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua  $A(0; 5)$  là :

A.  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$                       B.  $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{16} = 1$                       C.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$                       D.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

16. Cho (E) :  $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ . Tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn của (E) bằng :

A.  $\frac{\sqrt{5}}{4}$                       B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       C.  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$                       D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

17. Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ và đi qua  $A(2; -2)$  là :

A.  $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1$                       B.  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$                       C.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$                       D.  $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$

18. Phương trình chính tắc của (E) nhận  $M(4; 3)$  là 1 đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là :

A.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$                       B.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$                       C.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{3} = 1$                       D.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

19. Phương trình chính tắc của (E) có khoảng cách giữa các đường chuẩn bằng  $\frac{50}{3}$  và tiêu cự bằng 6 là :

A.  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$                       B.  $\frac{x^2}{89} + \frac{y^2}{64} = 1$                       C.  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$                       D.  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$

20. Cho (E) :  $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$  và điểm M thuộc (E) có hoành độ bằng  $x_M = -13$ . Khoảng cách từ M đến 2 tiêu điểm của (E) lần lượt là :

A. 10 và 6                      B. 8 và 18                      C. 13 và  $\pm\sqrt{5}$                       D. 13 và  $\pm\sqrt{10}$

## II – Tự luận :

Bài 1 : Lập phương trình chính tắc của Elíp trong các trường hợp sau :

a) Elíp có 1 tiêu điểm  $F_1(-\sqrt{3}; 0)$  và đi qua điểm  $M(1; \frac{\sqrt{3}}{2})$ .

b) Elíp có độ dài trục lớn bằng 26 và tâm sai  $e = \frac{12}{13}$ .

c) Elíp có 1 đỉnh  $B_1(0; -\sqrt{5})$  thuộc trục bé và đi qua điểm  $M(2; \frac{5}{3})$ .

d) Elíp có tâm sai  $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$  và hình chữ nhật cơ sở của (E) có chu vi bằng 20.

Bài 2 : Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Elíp có phương trình : (E) :  $9x^2 + 25y^2 - 225 = 0$ .

- a) Xác định tọa độ tiêu điểm, các đỉnh, độ dài trục lớn, độ dài trục nhỏ, tiêu cự, tâm sai của (E).  
b) Gọi  $F_2$  là điểm có hoành độ dương. Đường thẳng  $d$  qua  $F_2$  với hệ số góc  $k = -\sqrt{3}$  cắt (E) tại M, N. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

**Bài 3 :** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm  $A(0 ; 3), F_1(-4 ; 0), F_2(4 ; 0)$ .

- a) Lập phương trình chính tắc của Elip đi qua A và nhận  $F_1, F_2$  làm 2 tiêu điểm.  
b) Tìm điểm M thuộc Elip sao cho  $MF_1 = 9.MF_2$ .

**Bài 4:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 2 điểm  $A(1;0), B(\frac{\sqrt{3}}{2};1)$

- a) Lập phương trình chính tắc của Elip đi qua A, B.  
b) Tìm điểm M thuộc Elip nhìn 2 tiêu điểm dưới 1 góc vuông.

**CHÚC CÁC EM ÔN TẬP HIỆU QUẢ VÀ THI ĐẠT KẾT QUẢ CAO!**

**- St : ThS Nguyễn Văn Quý- 0915666577- FB: Quybacninh-**