

**Bài I (2,0 điểm):**

1) Rút gọn các phân thức sau:

a)  $\frac{2x-10}{5x-25}$

b)  $\frac{x^2-8x+16}{x^2-16}$

2) Tìm  $x$  biết:

a.  $2(x+3)-5=x-4$

b.  $(x-4)(x+2)-(x+5)^2=-27$

**Bài II (2,0 điểm)** Cho biểu thức:  $A = \left(\frac{4x}{2+x} + \frac{8x^2}{4-x^2}\right) : \left(\frac{x-1}{x^2-2x} - \frac{2}{x}\right)$

a) Rút gọn A

b) Tìm  $x$  để  $A = -16$

c) Tìm các giá trị của  $x$  để  $A < 0$

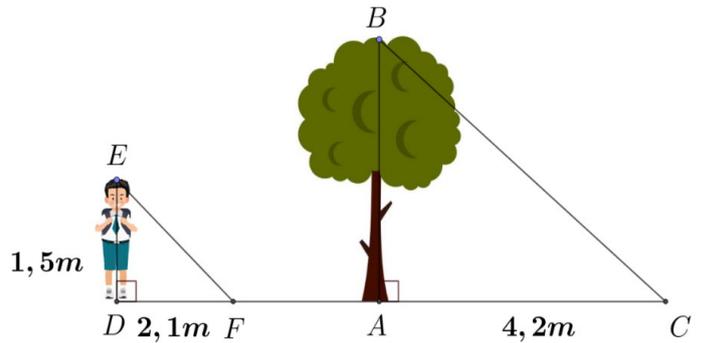
**Bài III (2,0 điểm):** Một tổ sản xuất cần làm 600 sản phẩm. Mỗi ngày, tổ sản xuất theo kế hoạch làm  $x$  sản phẩm ( $x \in \mathbb{N}^*; x < 600$ ), nhưng thực tế làm được nhiều hơn kế hoạch 10 sản phẩm mỗi ngày.

1) Viết biểu thức theo  $x$  biểu thị thời gian tổ hoàn thành theo kế hoạch và thời gian thực tế tổ đã hoàn thành công việc.

2) Giả sử mỗi ngày tổ sản xuất theo kế hoạch làm được 40 sản phẩm. Tính thời gian tổ đã hoàn thành công việc trước so với kế hoạch.

**Bài IV (3,5 điểm):**

1, Một người cao 1,5 mét có bóng trên mặt đất dài 2,1 mét. Cùng lúc ấy, một cái cây gần đó có bóng trên mặt đất dài 4,2 mét. Tính chiều cao của cây ?



2, Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ , biết  $AB = 6$  cm;  $AC = 8$  cm.

a) Chứng minh:  $\triangle ABC$  đồng dạng  $\triangle HBA$ .

b) Lấy điểm  $M$  trên cạnh  $AC$  ( $M$  khác  $A$  và  $C$ ), kẻ  $CI$  vuông góc với  $BM$  tại  $I$ .  
Chứng minh:  $MA \cdot MC = MB \cdot MI$ .

c) Xác định vị trí điểm  $M$  thuộc cạnh  $AC$  để diện tích tam giác  $BIC$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài V (0,5 điểm):** a/ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = \frac{-3}{(x+2)^2+4}$ .

b/ Cho hai đoạn thẳng  $AC$  và  $BD$  cắt nhau tại trung điểm  $O$  của mỗi đoạn. Trên tia  $AB$  lấy điểm  $M$  sao cho  $B$  là trung điểm  $AM$ , trên tia  $AD$  lấy điểm  $N$  sao cho  $D$  là trung điểm  $AN$ . Chứng minh ba điểm  $M, C, N$  thẳng hàng.

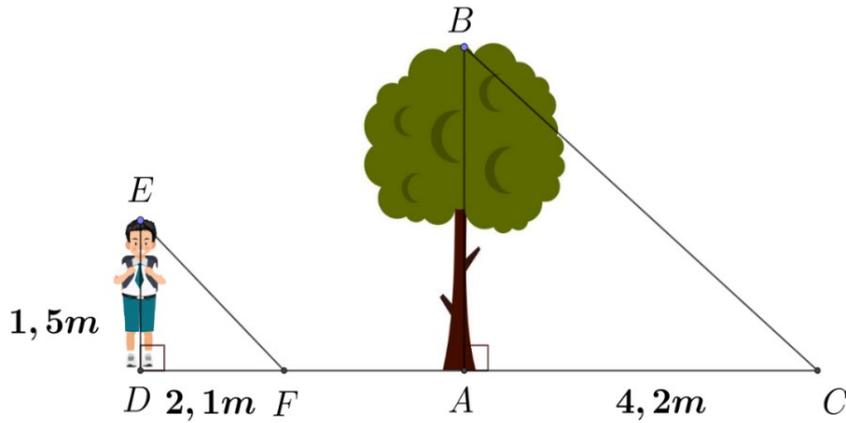
-----HẾT-----

*Thí sinh được sử dụng máy tính cầm tay trong khi làm bài. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm*  
*Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....*  
*Chữ kí cán bộ coi thi thứ nhất.....Chữ kí cán bộ coi thi thứ hai .....*



	<p>c) Tìm các giá trị của x để <math>A &lt; 0</math></p> <p>a, ĐKXD: <math>x \neq 0, x \neq \pm 2</math> (*)</p> $A = \left( \frac{4x}{2+x} + \frac{8x^2}{4-x^2} \right) : \left( \frac{x-1}{x^2-2x} - \frac{2}{x} \right) = \frac{4x(2-x) + 8x^2}{(2+x)(2-x)} : \frac{x-1-2(x-2)}{x(x-2)}$ $= \frac{8x - 4x^2 + 8x^2}{(2+x)(2-x)} : \frac{x-1-2x+4}{x(x-2)} = \frac{8x+4x^2}{(2+x)(2-x)} : \frac{3-x}{x(x-2)}$ $= \frac{4x(2+x)}{(2+x)(2-x)} \cdot \frac{x(x-2)}{3-x} = \frac{4x^2}{x-3}$ <p>b, Để <math>A = -16</math> thì <math>\frac{4x^2}{x-3} = -16</math>, suy ra: <math>x^2 + 4x - 12 = 0</math></p> <p>suy ra: <math>(x+6)(x-2) = 0</math></p> <p>Suy ra: <math>x+6 = 0</math> hoặc <math>x-2 = 0</math>.</p> <p>TH 1: <math>x+6 = 0</math>, suy ra: <math>x = -6</math> (thỏa mãn).</p> <p>TH 2: <math>x-2 = 0</math>, suy ra <math>x=2</math> (không thỏa mãn điều kiện (*)).</p> <p>Vậy <math>x = -6</math> thì <math>A = -16</math>.</p> <p>c, Để <math>A &lt; 0</math> thì <math>\frac{4x^2}{x-3} &lt; 0</math></p> <p>suy ra: <math>x-3 &lt; 0</math> (do <math>4x^2 &gt; 0</math>, với mọi x thỏa mãn điều kiện (*))</p> <p>Do đó: <math>x &lt; 3, x \neq 0, x \neq \pm 2</math></p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>
III	<p>Một tổ sản xuất cần làm 600 sản phẩm. Mỗi ngày, tổ sản xuất theo kế hoạch làm <math>x</math> sản phẩm (<math>x \in N^*; x &lt; 600</math>), nhưng thực tế làm được nhiều hơn kế hoạch 10 sản phẩm mỗi ngày.</p> <p>1) Viết biểu thức theo <math>x</math> biểu thị thời gian tổ hoàn thành theo kế hoạch và thời gian thực tế tổ đã hoàn thành công việc.</p> <p>2) Giả sử mỗi ngày tổ sản xuất theo kế hoạch làm được 40 sản phẩm. Tính thời gian tổ đã hoàn thành công việc trước so với kế hoạch.</p>	<p><b>2đ</b></p>
	<p>1) Biểu thức biểu thị thời gian tổ phải hoàn thành theo kế hoạch là: <math>\frac{600}{x}</math> (ngày)</p>	0,5đ
	<p>Biểu thức biểu thị thời gian tổ đã hoàn thành công việc là <math>\frac{600}{x+10}</math> (ngày)</p>	0,5đ
	<p>2) Biểu thức biểu thị thời gian tổ sản xuất đã hoàn thành công việc trước so với kế hoạch là:</p> $\frac{600}{x} - \frac{600}{x+10}$ (ngày)	0,25đ
	<p>Thay <math>x = 40</math> vào biểu thức <math>\frac{600}{x} - \frac{600}{x+10}</math></p> <p>Ta được: <math>\frac{600}{40} - \frac{600}{40+10} = 15 - 12 = 3</math></p> <p>Vậy thời gian tổ hoàn thành công việc trước so với kế hoạch là 3 ngày.</p>	0,25đ
	<p>0,25đ</p>	0,25đ
	<p><b>1, Một người cao 1,5 mét có bóng trên mặt đất dài 2,1 mét. Cùng lúc ấy, một</b></p>	<b>1đ</b>

cái cây gần đó có bóng trên mặt đất dài 4,2 mét. Tính chiều cao của cây ?



Các tia sáng là song song nên  $EF \parallel BC$ , suy ra  $\hat{F} = \hat{C}$  (đồng vị).

Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle DEF$  ta có:

$$\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$$

$$\hat{C} = \hat{F} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF \text{ (g - g)} \Rightarrow \frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE} \Rightarrow AB = \frac{AC \cdot DE}{DF} = \frac{4,2 \cdot 1,5}{2,1} = 3\text{m}$$

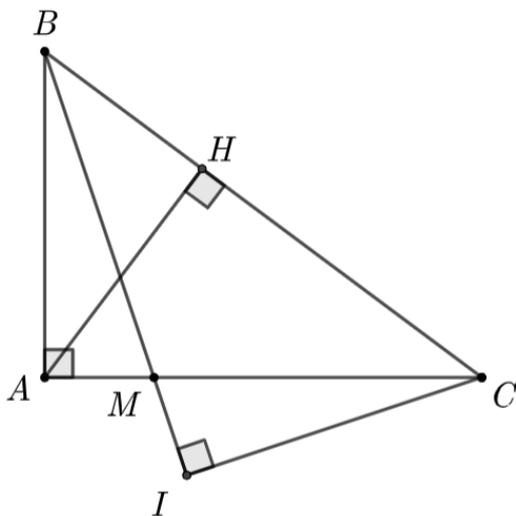
Vậy chiều cao của cây là 3m.

2, Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ , biết  $AB = 6 \text{ cm}$ ;  $AC = 8 \text{ cm}$ .

a, Chứng minh:  $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ .

b) Lấy điểm  $M$  trên cạnh  $AC$  ( $M$  khác  $A$  và  $C$ ), kẻ  $CI$  vuông góc với  $BM$  tại  $I$ . Chứng minh:  $MA \cdot MC = MB \cdot MI$ .

c) Xác định vị trí điểm  $M$  thuộc cạnh  $AC$  để diện tích tam giác  $BIC$  đạt giá trị lớn nhất.



a)  
Xét hai tam giác  $ABC$  và  $HBA$  có  
 $\widehat{AHB} = \widehat{CAB} (= 90^\circ)$

	<p><math>\widehat{HBA} = \widehat{ABC}</math> (<math>\widehat{B}</math> chung)</p> <p>Do đó <math>\Delta ABC \sim \Delta HBA</math> (g.g).</p> <p>b)</p> <p>Xét <math>\Delta MAB</math> và <math>\Delta MIC</math> có:</p> <p><math>\widehat{MAB} = \widehat{MIC}</math> (<math>= 90^\circ</math>)</p> <p><math>\widehat{AMB} = \widehat{IMC}</math>.</p> <p>Do đó <math>\Delta MAB \sim \Delta MIC</math> (g.g).</p> <p>Khi đó <math>\frac{MA}{MI} = \frac{MB}{MC}</math> hay <math>MA \cdot MC = MB \cdot MI</math> (đpcm).</p> <p>c)</p> <p>Diện tích tam giác <math>BIC</math> là: <math>S_{BIC} = \frac{1}{2} IB \cdot IC</math> (1)</p> <p>Ta có: <math>(IB - IC)^2 \geq 0</math></p> $IB^2 + IC^2 - 2IB \cdot IC \geq 0$ $IB^2 + IC^2 \geq 2IB \cdot IC$ $IB \cdot IC \leq \frac{IB^2 + IC^2}{2}.$ <p>Mặt khác, áp dụng định lý Pythagore vào tam giác <math>BIC</math> vuông tại <math>I</math> nên <math>BC^2 = IB^2 + IC^2</math></p> <p>Thay vào (1) ta suy ra được:</p> $S_{BIC} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{IB^2 + IC^2}{2} = \frac{BC^2}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \text{ (cm}^2\text{)}.$ <p>Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi <math>IB = IC</math>.</p> <p>Suy ra <math>\Delta IBC</math> cân tại <math>I</math> nên tam giác <math>IBC</math> vuông cân tại <math>I</math>, suy ra <math>\widehat{MBC} = 45^\circ</math>.</p> <p>Vậy khi điểm <math>M</math> thuộc <math>AC</math> sao cho <math>\widehat{MBC} = 45^\circ</math> thì diện tích tam giác <math>BIC</math> đạt giá trị lớn nhất.</p>	<p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>
<p>V</p>	<p>Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức <math>A = \frac{-3}{(x+2)^2 + 4}</math>.</p> <p>Vì <math>(x+2)^2 \geq 0</math> với mọi <math>x</math></p> <p>Nên <math>(x+2)^2 + 4 \geq 4</math></p> <p>Suy ra: <math>\frac{1}{(x+2)^2 + 4} \leq \frac{1}{4}</math></p> $A = \frac{-3}{(x+2)^2 + 4} \geq \frac{-3}{4}.$ <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức <math>A</math> bằng <math>\frac{-3}{4}</math>, đạt được khi</p>	<p>0,5đ</p> <p>0,25đ</p>

$$(x+2)^2 = 0$$

suy ra:  $x+2=0$

Vậy:  $x=-2$

b/

$\triangle AOD$  và  $\triangle COB$  có  $OA = OC$

(vì  $O$  là trung điểm  $AC$ )

$\widehat{AOD} = \widehat{COB}$  (hai góc đối đỉnh)

$OD = OB$

(vì  $O$  là trung điểm  $BD$ )

Do đó  $\triangle AOD = \triangle COB$  (c.g.c)

Suy ra:  $\widehat{DAO} = \widehat{OCB}$ . Mà hai góc ở vị trí

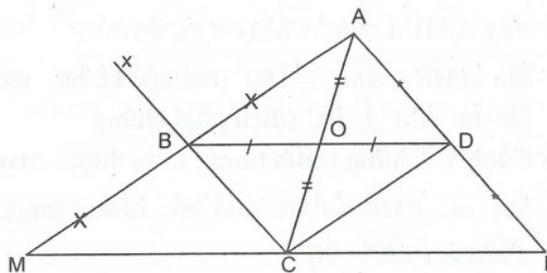
đối đỉnh do đó:  $AD \parallel BC$ , nên  $\widehat{DAB} = \widehat{CBM}$  (ở vị trí

đối đỉnh),  $\triangle DAB$  và  $\triangle CBM$  có:  $AD = BC$  (do  $\triangle AOD = \triangle COB$ ),  $\widehat{DAB} = \widehat{CBM}$ ,  $AB = BM$

( $B$  là trung điểm  $AM$ ). Vậy  $\triangle DAB = \triangle CBM$  (c.g.c). Suy ra  $\widehat{ABD} = \widehat{BMC}$ . Do đó  $BD \parallel CM$ . (1)

Lập luận tương tự ta được  $BD \parallel CN$ . (2)

Từ (1) và (2), theo tiên đề Ô-clit suy ra ba điểm  $M, C, N$  thẳng hàng.



0,25đ

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 8**  
<https://thcs.toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-8>