

## ĐỀ CƯƠNG GIỮA KÌ 1 MÔN TOÁN 9

### Nội dung ôn tập

#### Phần I: Lý thuyết

**DẠNG 1: Phương trình tích có dạng :**  $A(x).B(x) = 0$   $A(x) = 0$  hoặc  $B(x) = 0$

**DẠNG 2: Phương trình chứa ẩn ở mẫu**

- **Bước 1:** Tìm điều kiện xác định của phương trình
- **Bước 2:** Quy đồng mẫu hai vế của phương trình rồi khử mẫu
- **Bước 3:** Giải phương trình vừa tìm được
- **Bước 4:** Kết luận. Trong các giá trị tìm được của ẩn ở bước 3, giá trị nào thỏa mãn điều kiện xác định chính là nghiệm của phương trình đã cho.

**DẠNG 3 : Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế**

#### PHƯƠNG PHÁP:

- **Bước 1.** Từ một phương trình của hệ phương trình, biểu diễn một ẩn bằng ẩn còn lại, sau đó thế vào phương trình còn lại, ta được phương trình mới chỉ còn một ẩn.
- **Bước 2.** Giải phương trình một ẩn vừa có, rồi từ đó suy ra nghiệm của hệ phương trình đã cho.

**Chú ý:** Để lời giải được đơn giản, ở bước 1, ta thường chọn phương trình có các hệ số có giá trị tuyệt đối không quá lớn (thường là 1 hoặc -1).

**DẠNG 4: Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số**

- **Bước 1.** Nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (nếu cần) sao cho các hệ số của một ẩn nào đó trong hai phương trình bằng nhau hoặc đối nhau;
- **Bước 2.** Cộng hay trừ từng vế hai phương trình của hệ phương trình để thu được một phương trình một ẩn;
- **Bước 3.** Giải phương trình một ẩn vừa thu được từ đó suy ra nghiệm của hệ phương trình đã cho.

**DẠNG 5: Các bước giải một bài toán bằng cách lập hệ phương trình**

- **Bước 1.** Lập hệ phương trình
  - Chọn các ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho các ẩn số.
  - Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo các ẩn và các đại lượng đã biết.
  - Lập hệ phương trình biểu thị sự tương quan giữa các đại lượng.
- **Bước 2.** Giải hệ phương trình vừa thu được.
- **Bước 3.** Kết luận
  - Kiểm tra xem trong các nghiệm của hệ phương trình, nghiệm nào thỏa mãn điều kiện của ẩn.
  - Kết luận bài toán.

**DẠNG 6: tỉ số lượng giác**

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , gọi góc nhọn  $\alpha = \angle ACB$  với  $(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$ .

**Công thức 1:**  $\sin \alpha = \frac{AB}{BC}; \cos \alpha = \frac{AC}{BC}; \tan \alpha = \frac{AB}{AC}; \cot \alpha = \frac{AC}{AB}$

**Công thức 2:** Với  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ , ta có:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha \quad \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha \quad \tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha \quad \cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$$

### Dạng 7: Giải Bất Phương Trình

Bất phương trình bậc nhất một ẩn  $ax + b < 0 (a \neq 0)$  được giải như sau:

- **Bước 1:** Áp dụng quy tắc chuyển vế
- $ax + b < 0 \Rightarrow ax < -b$
- **Bước 2:** áp dụng qui tắc nhân
- Nếu  $a > 0$  thì  $x < \frac{-b}{a}$ . Nếu  $a < 0$  thì  $x > \frac{-b}{a}$

**Chú ý:** các bất phương trình  $ax + b > 0; ax + b \geq 0; ax + b \leq 0$  được giải tương tự.

### Phần II: Bài tập

#### A Phần 1: Đại số

### DẠNG 1: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH

**Bài 1.** Giải các phương trình

a)  $(x - 3)(3x + 2) = 0$

b)  $(x^2 + 2024)(x - 3) = 0$

c)  $\left(\frac{3}{4}x - 2\right)\left(\frac{5}{3}x + 1\right) = 0$

d)  $(x + 4)(2x - 0,5) = 0$

**Bài 2.** Giải các phương trình

a)  $2x(3x - 1) = (3x - 1)$

b)  $3(x - 5)(x + 2) = x^2 - 5x$

c)  $(x - 3)^2 = (2x + 7)^2$

d)  $(x + 2)(3 - 4x) = x^2 + 4x + 4$

e)  $x^2 + 7x + 12 = 0$

f)  $3x^2 - 5x + 2 = 0$

**Bài 3.** Giải các phương trình sau:

a)  $\frac{11}{x} = \frac{9}{x+1} + \frac{2}{x-4}$

b)  $\frac{14}{3x-12} - \frac{2+x}{x-4} = \frac{3}{8-2x} - \frac{5}{6}$

c)  $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{16}{x^2-1}$

d)  $1 + \frac{1}{2+x} = \frac{12}{x^3+8}$

e)  $3x - \frac{1}{x-2} = \frac{x-1}{2-x}$

f)  $\frac{6-5x}{9-x^2} = \frac{4}{x-3} - \frac{2}{x+3}$

**Bài 4.** Giải các hệ phương trình sau

a)  $\begin{cases} x + y = 5 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 8x - 2y = 10 \\ -4x + 3y = 3 \end{cases}$

**Bài 5.** Giải hệ các phương trình sau

$$a) \begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} (x+y)(x-1) = (x-y)(x+1) + 2(xy+1) \\ (y-x)(y+1) = (y+x)(y-2) - 2xy \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} (x-1)(y+3) = xy + 27 \\ (x-2)(y+1) = xy + 8 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} \frac{2x-3y}{4} - \frac{x+y-1}{5} = 2x-y-1 \\ \frac{4x+y-2}{4} = \frac{2x-y-3}{6} - \frac{x-y-1}{3} \end{cases}$$

## DẠNG 2: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH

**Bài 6.** Cho một số có hai chữ số. Nếu đổi chỗ hai chữ số của nó thì được số mới lớn hơn số đã cho là 63. Tổng của số đã cho và số mới tạo thành bằng 99. Tìm số đã cho.

**Bài 7.** Một khu đất hình chữ nhật có chu vi là 280 người ta làm đường đi xung quanh rộng 2m nên diện tích phần còn lại để trồng vườn là 4256m<sup>2</sup>. Tính kích thước ban đầu của khu vườn.

**Bài 8.** Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là 168 m<sup>2</sup>. Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn đó trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn

**Bài 9.** Một ô tô và một xe máy ở hai địa điểm  $A$  và  $B$  cách nhau 180km, khởi hành cùng một lúc đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 giờ. Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là 10km/h. Tính vận tốc của mỗi xe?

**Bài 10.** Một ô tô đi quãng đường  $AB$  với vận tốc 50km/h rồi đi tiếp quãng đường  $BC$  với vận tốc 45km/h. Biết quãng đường tổng cộng dài 165km và thời gian ô tô đi trên quãng đường  $AB$  ít hơn thời gian đi trên quãng đường  $BC$  là 30 phút. Tính thời gian ô tô đi trên mỗi quãng đường?

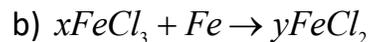
**Bài 11.** Quãng đường  $AB$  gồm một đoạn lên dốc dài 5km và một đoạn xuống dốc dài 10km. Một người đi xe đạp từ  $A$  đến  $B$  hết 1 giờ 10 phút và đi từ  $B$  về  $A$  hết 1 giờ 20 phút (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc, lúc xuống dốc của người đi xe đạp.

**Bài 12.** Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 6km. Sau đó chạy xuôi dòng 48km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2(km/h). Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

**Bài 13.** Hai tổ sản xuất được giao làm 800 sản phẩm trong 1 thời gian quy định, nhờ tăng năng suất lao động, tổ 1 vượt mức 10%, tổ hai vượt mức 20% nên cả hai tổ đã làm được 910 sản phẩm. Tính số sản phẩm phải làm theo kế hoạch của mỗi tổ?

**Bài 14.** Ban đầu, khán đài của nhà thi đấu các nội dung thuộc môn Bơi tại SEA Games chứa 1188 ghế được xếp thành các dãy, số lượng ghế ở các dãy bằng nhau. Để phục vụ đông đảo khán giả hơn, khán đài sau đó đã được lắp thêm 2 dãy ghế và mỗi dãy được lắp thêm 4 ghế. Vì thế, khán đài được tăng thêm 254 ghế. Tìm số dãy ghế ban đầu của khán đài.

**Bài 15.** Tìm các hệ số  $x, y$  để cân bằng mỗi phương trình phản ứng hoashocj sau



**DẠNG 3: BẤT ĐẲNG THỨC**

**Bài 16.** Cho  $a < b$ . Chứng minh

a)  $3a + 19 > -3b + 19$

b)  $-2a - 8 > -2b - 8$

c)  $2a + 1 < 2b + 1$

**Bài 17.** Cho  $a < b$ . Chứng minh rằng

a)  $2a + 1 < 2b + 2$

b)  $-2a - 5 > -2b - 7$

c)  $4a + 2 < 4b + 3$

**Bài 18.** Giải các bất phương trình sau:

1)  $2x + 3 > 5$

2)  $(x + 1)(2x - 1) < 2x^2 - 4x + 1$

3)  $x^2 - 3x + 1 > 2(x - 1) - x(3 - x)$

4)  $(x - 1)^2 + x^2 \leq (x + 1)^2 + (x + 2)^2$

**Bài 19.** Giải các bất phương trình sau:

a)  $\frac{x - 6}{3} \leq \frac{2x + 1}{4}$

b)  $\frac{4x - 5}{3} > \frac{7 - x}{5}$

c)  $\frac{2x - 3}{2} < \frac{1 - 3x}{-5}$

d)  $\frac{2x - 3}{2} > \frac{8x - 11}{6}$

e)  $\frac{3x - 1}{3} \geq \frac{4 - 2x}{2}$

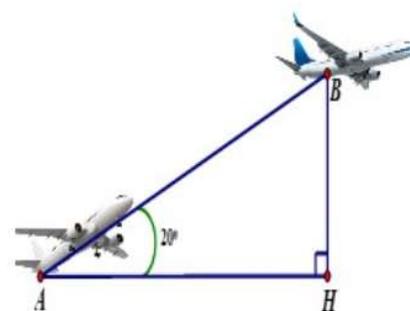
f)  $\frac{5 - 2x}{6} > \frac{5x - 2}{3}$

**B Phần 2 : Hình học**

**DẠNG 3: ỨNG DỤNG THỰC TẾ CỦA TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC**

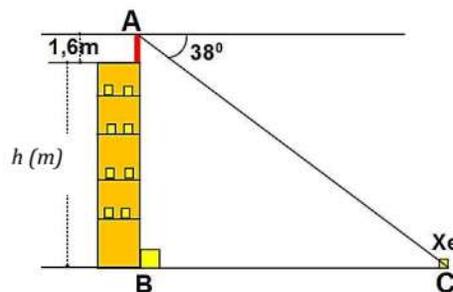
**Bài 20.** Một chiếc máy bay từ mặt đất bay lên với vận tốc trung bình là 500 km/h. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc  $20^\circ$ .

- a) Viết biểu thức biểu thị độ cao của máy bay so với mặt đất sau  $x$  phút bay.
- b) Hỏi sau khi bay 12 phút thì máy bay ở độ cao bao nhiêu so với mặt đất? (Vận tốc trung bình là 500 km/h. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.)



**Bài 21.** Một học sinh có tầm mắt cao 1,6m đứng trên sân thượng của một căn nhà cao  $h$  m nhìn thấy một chiếc xe đang đứng yên với góc nghiêng xuống  $38^\circ$ .

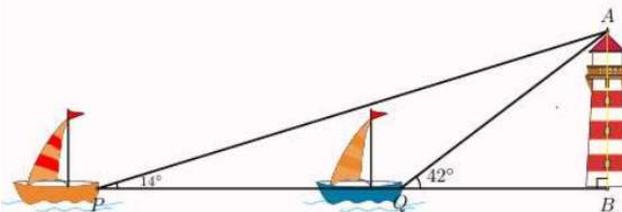
- a) Hãy viết biểu thức biểu thị khoảng cách của chiếc xe và căn nhà?
- b) Giả sử nếu khoảng cách của chiếc xe và toà nhà khoảng 34 m. Hỏi chiều cao toà nhà mà học sinh đứng cao bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?



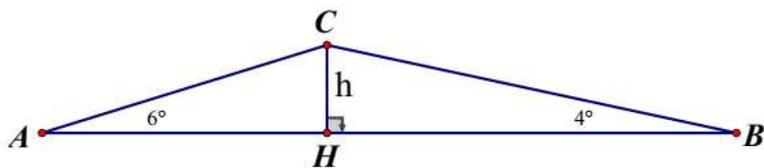
**Bài 22.** Hai con thuyền P và Q cách nhau 300m và thẳng hàng với chân B của tháp hải đăng ở trên bờ biển. Từ P và Q người ta nhìn thấy tháp hải đăng dưới góc  $\angle BPQ = 14^\circ$  và  $\angle BQA = 42^\circ$

. Đặt  $h = AB$  là chiều cao của tháp hải đăng.

- Tính BQ và BP theo  $h$ .
- Tính chiều cao của tháp hải đăng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



**Bài 23.** Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (như hình 1). Biết đoạn thẳng  $AB$  dài 762 m,  $\hat{A} = 6^\circ$ ,  $\hat{B} = 4^\circ$ .



#### DẠNG 4: HÌNH HỌC CHỨNG MINH

**Bài 24.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A có AH là đường cao.

- Giả sử  $AB = 9\text{cm}; AC = 12\text{cm}$ . Tính BC và các tỉ số lượng giác của góc nhọn B.
- Chứng minh rằng  $AH^2 = AB \cdot AC \cdot \cos B \cdot \cos C$ .

**Bài 25.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại B

- Giả sử  $AB = 8\text{cm}; BC = 6\text{cm}$ . Tính AC và các tỉ số lượng giác của góc nhọn C.
- Lấy điểm M trên cạnh AC. Kẻ  $AH \perp BM$  tại H và  $CK \perp BM$  tại K. Chứng minh rằng  $CK = BH \cdot \tan \widehat{BAC}$ .

**Bài 26.** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết  $BC = 8\text{cm}$ ,  $AB = 4\text{cm}$ .

- Giải tam giác ABC.
- Trên cạnh AC lấy điểm K, kẻ AD vuông góc với BK tại D. Chứng minh  $BD \cdot BK = BH \cdot BC$ .
- Chứng minh  $S_{BHD} = \frac{1}{4} S_{BKC} \cos^2 \widehat{ABD}$ .

**Bài 27.** Cho tam giác ABC vuông tại B, đường cao BH. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H lên AB và BC

- Giải tam giác ABC biết  $AB = 6\text{ cm}$ ,  $AC = 10\text{ cm}$ .
- $BE \cdot BA = BC^2 - HC^2$
- Chứng minh  $BF = BE \cdot \tan C$

**Bài 28.** Cho tam giác ABC vuông ở A, đường cao AH ( $H \in BC$ )

- Nếu  $\sin \widehat{ACB} = \frac{3}{5}$  và  $BC = 20\text{cm}$ . Tính các cạnh AB, AC.
- Đường thẳng vuông góc với BC tại B cắt đường thẳng AC tại D. Chứng minh rằng:  $AD \cdot AC = BH \cdot BC$ .
- Kẻ phân giác BE của  $\widehat{DBA}$  ( $E \in DA$ ). Chứng minh:  $\tan \widehat{EBA} = \frac{AD}{AB + BD}$

d) Lấy điểm  $K$  thuộc đoạn  $AC$ . Kẻ  $KM$  vuông góc với  $HC$  tại  $M$ ,  $KN$  vuông góc với  $AH$  tại  $N$ . Chứng minh:  $NH \cdot NA + MH \cdot MC = KA \cdot KC$

**Bài 29.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ . Kẻ  $BH \perp AC (H \in AC)$

a) Tính số đo  $AC, BH$  và số đo góc  $HBC$  biết  $AB = 8\text{cm}, AD = 6\text{cm}$ . (Kết quả độ dài làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất, góc làm tròn đến độ).

b) Đường thẳng  $BH$  cắt đường thẳng  $AD$  và  $DC$  lần lượt tại  $E$  và  $F$ . Chứng minh  $BH^2 = HE \cdot HF$ .

c) Chứng minh  $S_{\Delta HCB} = S_{\Delta EAB} \cdot \sin^2 \widehat{ACD}$

### DẠNG 5: DẠNG TOÁN NÂNG CAO

**Bài 30.** Với mọi  $a, b$ , chứng minh:

a)  $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$       b)  $a^2 + b^2 \geq \frac{(a+b)^2}{2}$       c)  $\frac{(a+b)^2}{2} \geq 2ab$

d)  $a^2 + \frac{b^2}{4} \geq ab$       e)  $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$

**Bài 31.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh:

a)  $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2$       b)  $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{(a+b+c)^2}{3}$       c)  $\frac{a^2}{4} + b^2 + c^2 \geq ab - ac + 2bc$

**Bài 32.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh:

a)  $a^2 + b^2 \geq ab$       b)  $2a^2 + b^2 + c^2 \geq 2a(b+c)$   
 c)  $a^4 - 2a^3b + 2a^2b^2 - 2ab^3 + b^4 \geq 0$       d)  $a^4 + b^4 + c^2 + 1 \geq 2a(ab^2 - a + c + 1)$   
 e)  $a^2 + b^2 + c^2 + \frac{3}{4} \geq (a+b+c)$       f)  $a^2 + b^2 + c^2 \geq a(b+c)$

**Bài 33.** Với mọi  $a, b, c$ , chứng minh:

a)  $a^4 + a^3b + ab^3 + b^4 \geq 0$       b)  $(a^2 + b^2)^2 \geq ab(a+b)^2$   
 c)  $a^3 + b^3 + abc \geq ab(a+b+c)$       d)  $4(a^3 + b^3) \geq (a+b)^3$   
 e)  $2(a^3 + b^3) \geq (a+b)(a^2 + b^2)$       f)  $(a+b)(a^3 + b^3) \leq 2(a^4 + b^4)$