

Câu 1: (4.0 điểm) Tính giá trị của các biểu thức sau:

1) $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

2) Cho $x, y, z \neq 0$ và $x - y - z = 0$. Tính $B = \left(1 - \frac{z}{x}\right) \left(1 - \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right)$

Câu 2: (3.5 điểm)

1) Tìm x biết

$$|x + 2019| + |2020 + x| + |2021 + x| = 13x.$$

2) Tìm x, y, z biết: $3x = 4y = 5z - 3x - 4y$ và $2x + y = z - 38$.

Câu 3: (4.0 điểm)

1) Tìm cặp số (x, y) nguyên thỏa mãn: $2xy + 5x + 3y = 1$

2) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3, biết $p + 2$ cũng là số nguyên tố.

Chứng tỏ rằng $p + 1$ chia hết cho 6.

Câu 4: (1.5 điểm). Một cửa hàng có 3 cuộn vải, tổng chiều dài 3 cuộn là 186 mét. Giá tiền mỗi mét vải của 3 cuộn là như nhau. Sau khi bán được một ngày, cửa hàng còn lại $\frac{2}{3}$ cuộn vải thứ nhất; $\frac{1}{3}$ cuộn vải thứ hai; $\frac{3}{5}$ cuộn vải thứ ba. Số tiền bán được của 3 cuộn tỉ lệ với 2; 3; 2. Tính xem trong ngày đó cửa hàng đã bán được bao nhiêu mét vải của mỗi cuộn?

Câu 5: (6 điểm) Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Vẽ các tia Bx, Cy vuông góc với BC nằm trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A. Gọi D là một điểm nằm giữa B và C. Đường thẳng vuông góc với AD tại A cắt Bx và Cy theo thứ tự tại E và F.

a) Chứng minh $\triangle AEB = \triangle ADC$;

b) Chứng minh tam giác EDF vuông cân;

c) Xác định vị trí điểm D trên BC để EF có độ dài nhỏ nhất.

Câu 6 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $C = \frac{27 - 2x}{12 - x}$ (với x nguyên)

-----HẾT-----

Họ và tên:.....SBD.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI CỤM 5

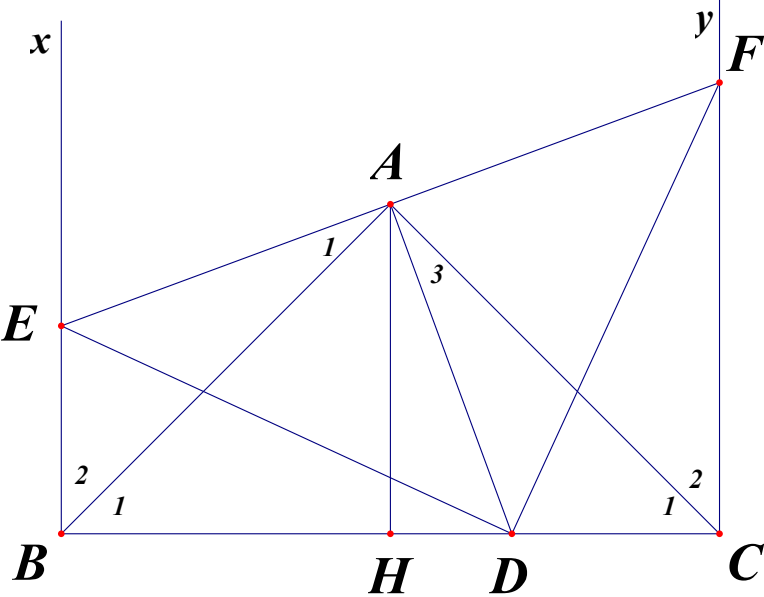
NĂM HỌC: 2024-2025

MÔN THI TOÁN 7

Hướng dẫn chấm gồm có 04 trang.

Câu	NỘI DUNG	Điểm
câu 1 (4 điểm) .	1/ $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^2}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3}$	0,5
	$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)}$	0,5
	$= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9}$	0,5
	$= \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}$	0,5
	2/ Ta có: $B = \left(1 - \frac{z}{x}\right) \left(1 - \frac{x}{y}\right) \left(1 + \frac{y}{z}\right)$	0,5
	$B = \left(\frac{x-z}{x}\right) \left(\frac{y-x}{y}\right) \left(\frac{z+y}{z}\right) \quad (1)$	
	Mà $x - y - z = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = y + z \\ -y = z - x \\ z = x - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + z \\ y = (x - z) \\ z = -(y - x) \end{cases} \quad (2)$	1
	Từ (1) và (2) Suy ra : $B = -1$	0,5
Câu 2: (3.5điểm)	1/ Có $2x + y = z - 38$ suy ra $2x + y - z = -38$	0,25
	$3x = 4y = 5z - 3x - 4y \Rightarrow 3x = 4y = 5z - 3x - 3x \Rightarrow 9x = 5z \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{z}{9} \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{z}{36}$	0,5
	Do $3x = 4y \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{3} \Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{y}{15} \quad (2)$	0,25đ
	Từ (1) & (2) $\Rightarrow \frac{x}{20} = \frac{y}{15} = \frac{z}{36}$	0,25đ
	Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có:	
	$\frac{x}{20} = \frac{y}{15} = \frac{z}{36} = \frac{2x + y - z}{2 \cdot 20 + 15 - 36} = \frac{-38}{19} = -2$	0,25
	Suy ra $x = -2 \cdot 20 = -40, y = -2 \cdot 15 = -30, z = -2 \cdot 36 = -72$	0,25đ
	Vậy $x = -40; y = -30; z = -72$	

	2) $x+2019 + 2020+x + 2021+x =13x$. vì $x+2019 + 2020+x + 2021+x \geq 0$ với $\forall x$ do đó $x+2019 + 2020+x + 2021+x =13x$ khi $13x\geq 0$ Suy ra $x\geq 0$ với $x\geq 0$ ta có: $x+2019 + 2020+x + 2021+x =13x$. $\Rightarrow (x+2019)+(2020+x)+(2021+x)=13x$ $\Rightarrow x+2019+2020+x+2021+x=13x$ $\Rightarrow 3x+6060=13x$ $\Rightarrow 13x-3x=6060$ $\Rightarrow 10x=6060$ Suy ra $x=606>0$ (thỏa mãn điều kiện của x) Vậy $x=606$	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25
Câu3 (4 điểm)	1/ Ta có: $4xy+10x+6y=2$ $\Leftrightarrow 2x(2y+5)+3(2y+5)=17$ $\Leftrightarrow (2x+3)(2y+5)=17$ $\Rightarrow (2x+3)\in U(17)=\{\pm 1;\pm 17\}$ Nếu $2x+3=1\Leftrightarrow x=-1$ thì $2y+5=17\Leftrightarrow y=6$ Nếu $2x+3=-1\Leftrightarrow x=-2$ thì $2y+5=-17\Leftrightarrow y=-11$ Nếu $2x+3=17\Leftrightarrow x=7$ thì $2y+5=1\Leftrightarrow y=-2$ Nếu $2x+3=-17\Leftrightarrow x=-10$ thì $2y+5=-1\Leftrightarrow y=-3$ do x, y là các số nguyên Vậy: Các giá trị x, y cần tìm là: $(x; y)\in\{(-1;6);(-2;-11);(7;-2);(-10;-3)\}$	0,5đ 0,25đ 0,25đ 0.25 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	2/ Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p lẻ, do đó $p+1$ chẵn $\Rightarrow (p+1):2 \quad (1)$ Cũng do p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên $p=3k+1$ hoặc $p=3k+2$ ($k\in\mathbb{N}$) Nếu $p=3k+1$ thì $p+2=3k+3=3(k+1):3$ $\Rightarrow p+2$ không là số nguyên tố nên $p=3k+1$ không xảy ra. Do đó $p=3k+2 \Rightarrow p+1=3k+3=3(k+1):3 \quad (2)$ Vì $(2;3)=1$ nên từ (1) và (2) ta có $(p+1):6$	0.5 0.5 0.25 0.5 0.25

Câu4: (1.5 điểm)	Gọi chiều dài của 3 cuộn vải thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là a; b; c (a; b; c > 0 đơn vị mét) Sau một ngày cửa hàng bán được số vải của các cuộn: Cuộn vải thứ nhất: $a - \frac{2}{3}a = \frac{1}{3}a$ (m) Cuộn vải thứ hai: $b - \frac{1}{3}b = \frac{2}{3}b$ (m) Cuộn vải thứ ba: $c - \frac{3}{5}c = \frac{2}{5}c$ (m) Do giá tiền của một mét vải của các cuộn bằng nhau nên số mét vải bán được của các cuộn tỷ lệ thuận với số tiền bán được. Mà số tiền bán được của các cuộn tỉ lệ với 2; 3; 2. Vậy số mét vải bán được của các cuộn tỉ lệ với 2; 3; 2. Ta suy ra $\frac{\frac{1}{3}a}{2} = \frac{\frac{2}{3}b}{3} = \frac{\frac{2}{5}c}{2} \Rightarrow \frac{a}{6} = \frac{2b}{9} = \frac{2c}{10} \Rightarrow \frac{a}{6} = \frac{b}{4,5} = \frac{c}{5}$ Theo tính chất dãy tỷ số bằng nhau ta có $\frac{a}{6} = \frac{b}{4,5} = \frac{c}{5} = \frac{a+b+c}{6+4,5+5} = \frac{186}{15,5} = \frac{372}{31} = 12$ Suy ra: a=12.6=72 b=12.4,5=54 c=12.5=60 Vậy số vải bán được của hàng trong ngày đó là: Cuộn vải thứ nhất:72 (m) Cuộn vải thứ hai: 54 (m) Cuộn vải thứ ba:60 (m)	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
5 (6 điểm)		

	a) Do ΔABC vuông cân tại A nên $AB = AC; \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1 = 45^\circ$ Do $Bx \perp BC$ nên $\widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 = 90^\circ$ mà $\widehat{B}_1 = 45^\circ$ suy ra $\widehat{B}_2 = 90^\circ - \widehat{B}_1 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ Chứng minh tương tự ta được $\widehat{C}_2 = 45^\circ$ Ta có: $\widehat{A}_1 + \widehat{BAD} = 90^\circ = \widehat{A}_3 + \widehat{BAD} \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_3$ Xét ΔAEB và ΔADC có: $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_3; AB = AC; \widehat{B}_1 = \widehat{C}_1 = 45^\circ$ $\Rightarrow \Delta AEB = \Delta ADC$ (g - c - g)	0,5 0,5 0,5 0,5
	b) Do $\Delta AEB = \Delta ADC \Rightarrow AE = AD$ mà ΔAED vuông tại A Suy ra ΔAED vuông cân tại A $\Rightarrow \widehat{AED} = 45^\circ$ Chứng minh tương tự phần a) suy ra $\Delta ADB = \Delta AFC$ (g - c - g) $\Rightarrow AD = AF \Rightarrow \Delta DAF$ vuông cân tại A $\Rightarrow \widehat{DFA} = 45^\circ$ ΔEDF có $\widehat{AED} = 45^\circ = \widehat{DFA}$ $\Rightarrow \Delta EDF$ vuông cân tại D.	0,5 0,5 0,5 0,5
	c) Kẻ $AH \perp BC \Rightarrow \Delta ABH$ vuông tại H có $\widehat{B}_1 = 45^\circ$ $\Rightarrow \Delta ABH$ vuông cân tại H $\Rightarrow HB = HA$ ΔABC vuông cân tại A có đường cao AH đồng thời là trung tuyến suy ra $BH = HC$ mà $HB = HA$ suy ra $BC = 2AH$ $EF = AE + AF = AD + AD = 2AD \geq 2AH = BC$ đẳng thức xảy ra khi $D \equiv H$.	0,5 0,5 0,5 0,5
câu 6 (1 điểm)	$C = \frac{27-2x}{12-x} = 2 + \frac{3}{12-x} \Rightarrow C$ lớn nhất khi $\frac{3}{12-x}$ lớn nhất * Xét $x > 12$ thì $\frac{3}{12-x} < 0 \Rightarrow 2 + \frac{3}{12-x} < 2$ * Xét $x < 12$ thì $\frac{3}{12-x} > 0$. Vì phân số có tử và mẫu là các số dương, tử không đổi nên phân số có giá trị lớn nhất khi mẫu nhỏ nhất. Để $\frac{3}{12-x}$ lớn nhất thì $\begin{cases} 12-x > 0 \\ x \in \mathbb{Z} \\ 12-x \text{ nhỏ nhất} \end{cases} \Leftrightarrow x = 11$ khi đó $C = 5 > 2$ C có giá trị lớn nhất là 5 khi $x = 11$	0,25 0,25 0,25 0,25

Xem thêm: **ĐỀ THI HSG TOÁN 7**
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-hsg-toan-7>