

ĐỀ CHÍNH THỨC

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Thí sinh chỉ ghi đáp số các câu hỏi từ 1 đến 8 vào bài làm (mỗi câu 0,25 điểm).

Câu 1. Tìm nghiệm của bất phương trình $x + 2 < 0$.

Câu 2. Tìm các nghiệm của phương trình $x^2 + 3x + 2 = 0$.

Câu 3. Kết quả phép tính $\sqrt{25} + \sqrt{4}$ bằng bao nhiêu?

Câu 4. Tìm điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{x-3}$.

Câu 5. Giá trị của hàm số $y = 2x^2$ tại $x = 3$ bằng bao nhiêu?

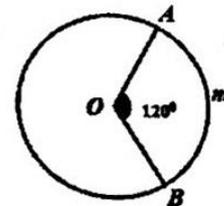
Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3 \text{ cm}$, $AC = 2 \text{ cm}$. Tính $\tan B$.

Câu 7. Cô Mai thống kê lại độ dài quãng đường mình đi bộ mỗi ngày trong tháng tư ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[4; 5)	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)
Tần số tương đối	10%	40%	20%	20%	10%

Tần số tương đối của nhóm số liệu [5; 6) là bao nhiêu?

Câu 8. Cho đường tròn (O) và các điểm A, B như hình vẽ bên. Tính số đo của cung \widehat{AmB} .

**PHẦN 2. TỰ LUẬN (8,0 điểm)**

Câu 9. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

2) Giải phương trình: $2(x+1) - 3 = 0$.

3) Bạn Phúc gieo một con xúc xắc có sáu mặt cân đối, đồng chất hai lần liên tiếp.

a) Mô tả không gian mẫu của phép thử. Không gian mẫu có bao nhiêu phần tử?

b) Tính xác suất của biến cố A : "Tích số chấm xuất hiện của hai lần gieo là số chia hết cho 5".

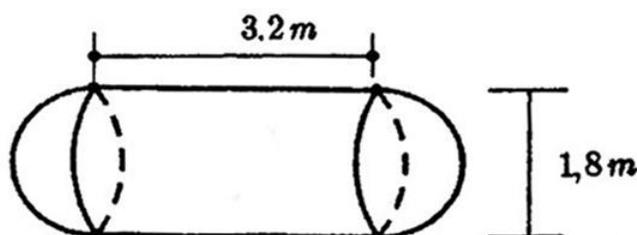
Câu 10. (2,0 điểm)

1) Cho phương trình $2x^2 - 6x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình hãy tính giá trị biểu thức $B = x_1^2 + x_2^2 + 2025$.

2) Năm ngoái, hai tổ sản xuất nông nghiệp thu hoạch được tổng là 3800 tấn thóc. Năm nay, do cải tiến kĩ thuật nên so với năm ngoái tổ 1 thu hoạch vượt mức 10% và tổ 2 thu hoạch vượt mức 15%, vì vậy hai tổ thu hoạch được tổng là 4270 tấn thóc. Hỏi năm ngoái mỗi tổ thu hoạch được bao nhiêu tấn thóc?

Câu 11. (3,0 điểm)

1) Một xe bồn chở nước sạch cho một cụm dân cư có 100 hộ dân. Mỗi đầu của bồn chứa nước là nửa hình cầu, thân bồn chứa nước là hình trụ (có kích thước như hình vẽ). Bồn chứa đầy nước và lượng nước được chia đều cho từng hộ dân. Hỏi mỗi hộ dân nhận được bao nhiêu mét khối nước sạch? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, lấy $\pi = 3,14$)



2) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O ($AB < AC$). Vẽ các đường cao BK và CN cắt nhau tại H .

a) Chứng minh tứ giác $BNKC$ nội tiếp.

b) Kẻ đường kính AM của đường tròn (O), kẻ CE vuông góc với AM (E thuộc AM). Chứng minh $\widehat{ABH} = \widehat{NEA}$.

c) Cho B, C là hai điểm cố định và điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn và $AB < AC$. Chứng minh NE luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 12. (1,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{x^2}{x-2} - \frac{y^2}{y+1} = 13 \\ \frac{4}{x-2} + \frac{2}{y+1} = 1-x-2y \end{cases}$$

2) Một gia đình muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật (không có nắp) có thể tích bằng $45m^3$, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp hai lần chiều rộng. Giá thuê nhân công xây đáy bể là 300 000 đồng một mét vuông, giá thuê nhân công xây thành bể là 240 000 đồng một mét vuông. Hỏi chi phí thuê nhân công thấp nhất mà gia đình đó phải trả để xây bể chứa nước là bao nhiêu triệu đồng?

-----Hết-----



ĐÁP ÁN

I. TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm gồm 8 câu, mỗi câu 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	$x < -2$	$x = -1; x = 2$	7	$x \geq -3$	18	$\frac{2}{3}$	40%	120°

II. TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 9	<p>1.</p> $\begin{cases} 3x - y = 1(1) \\ x + y = 3(2) \end{cases}$ <p>Từ phương trình (2), ta có $y = 3 - x$ (3).</p> <p>Thế vào phương trình (1), ta được</p> $\begin{aligned} 3x - (3 - x) &= 1 \\ 3x - 3 + x &= 1 \\ 4x &= 4 \\ x &= 1 \end{aligned}$ <p>Thay $x = 1$ vào phương trình (3), ta có</p> $y = 3 - 1 = 2$ <p>Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$.</p>	
	<p>2.</p> $\begin{aligned} 2(x+1) - 3 &= 0 \\ 2(x+1) &= 3 \\ x+1 &= \frac{3}{2} \\ x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$ <p>Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{1}{2}$</p>	
	<p>3 a.</p> <p>Gọi (x, y) là số chấm xuất hiện ở lần tung thứ nhất và thứ hai. Không gian mẫu của phép thử là:</p> $\Omega = \{(1,1); (1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (1,6); (2,1); (2,2); (2,3); (2,4); (2,5); (2,6); (3,1); (3,2); (3,3); (3,4); (3,5); (3,6); (4,1); (4,2); (4,3); (4,4); (4,5); (4,6); (5,1); (5,2); (5,3); (5,4); (5,5); (5,6); (6,1); (6,2); (6,3); (6,4); (6,5); (6,6)\}$ <p>Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 36$.</p>	



	<p>Các kết quả thuận lợi cho biến cố A “Tích số chấm xuất hiện của hai lần gieo là số chia hết cho 5” là $\{(1, 5); (2, 5); (3, 5); (4, 5); (5, 5); (6, 5); (5, 1); (5, 2); (5, 3); (5, 4); (5, 6)\}$</p> <p>b. Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 11$</p> <p>Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{36}$</p>	
	<p>1. $2x^2 - 6x + 1 = 0$</p> <p>(với $a = 2; b = -6; c = 1$)</p> <p>Có $\Delta = (-6)^2 - 4.2.1 = 28 > 0$</p> <p>Do $\Delta > 0$ nên phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt</p> <p>Theo định lí Viète, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$</p> <p>Khi đó $B = x_1^2 + x_2^2 + 2025 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2025 = 3^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} + 2025 = 2033$.</p>	
<p>Câu 10</p>	<p>2. Gọi số tấn thóc năm ngoài tổ 1 và tổ 2 thu hoạch được lần lượt là x, y (tấn) ($x, y \in \mathbb{N}^*$).</p> <p>Vì năm ngoài hai tổ sản xuất nông nghiệp thu hoạch được tổng là 3800 tấn thóc nên $x + y = 3800$ (1)</p> <p>Năm nay, tổ 1 thu hoạch được số tấn thóc là $x + 10\%x = 1,1x$ (tấn)</p> <p>Tổ 2 thu hoạch được số tấn thóc là $y + 15\%y = 1,15y$ (tấn)</p> <p>Vì năm nay hai tổ thu hoạch được tổng là 4370 tấn thóc nên $1,1x + 1,15y = 4270$ (2)</p>	
	<p>Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình</p> $\begin{cases} x + y = 3800 \\ 1,1x + 1,15y = 4270 \end{cases}$ <p>Giải hệ phương trình trên, ta được $\begin{cases} x = 2000 \\ y = 1800 \end{cases}$ (thỏa mãn ĐK)</p> <p>Vậy năm ngoài tổ 1 thu được 2000 tấn thóc và tổ 2 thu được 1800 tấn thóc.</p>	



	<p>Gọi V_1 là thể tích phần hình trụ, khi đó</p> $V_1 = \pi R^2 h = \pi \cdot 0,9^2 \cdot 3,2 = 2,592\pi (m^3)$ <p>Gọi V_2 là thể tích phần hai bán cầu, do mỗi đầu của bồn chứa nước là nửa hình cầu nên ta ghép lại được thành một hình cầu.</p> <p>1. Khi đó $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 0,9^3 = 0,972\pi (m^3)$.</p> <p>Gọi V là thể tích của cả bồn, khi đó</p> $V = V_1 + V_2 = 2,592\pi + 0,972\pi = 3,564\pi (m^3)$ <p>Thể tích nước của mỗi hộ dân nhận được là</p> $3,564\pi : 100 = 0,11(m^3)$	
<p style="text-align: center;">Câu 11</p>		
	<p>Vì BK vuông góc với BC nên $\widehat{BKC} = 90^\circ$. Suy ra ΔBKC nội tiếp đường tròn đường kính BC.</p>	
<p>a.</p>	<p>Vì CN vuông góc với BC nên $\widehat{BNC} = 90^\circ$. Suy ra ΔBNC nội tiếp đường tròn đường kính BC.</p>	
	<p>Do đó, tứ giác $BNKC$ nội tiếp đường tròn đường kính BC.</p>	
	<p>Vì tứ giác $BNKC$ nội tiếp đường tròn đường kính BC (cmt) nên $\widehat{ABH} = \widehat{NCA}$ (1)</p>	
<p>b.</p>	<p>Vì CE vuông góc với AM nên $\widehat{AEC} = 90^\circ$. Suy ra ΔAEC nội tiếp đường tròn đường kính AC.</p> <p>Vì CN vuông góc với AB nên $\widehat{ANC} = 90^\circ$. Suy ra ΔANC nội tiếp đường tròn đường kính AC.</p> <p>Do đó, tứ giác $ANEC$ nội tiếp đường tròn đường kính AC.</p>	



		Suy ra $\widehat{NEA} = \widehat{NCA}$ (2)	
		Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ABH} = \widehat{NEA}$.	
		Gọi P là trung điểm của BC . Dễ dàng chứng minh được OP vuông góc BC . Do đó $\widehat{OPC} = 90^\circ$. Mà $\widehat{OEC} = \widehat{AEC} = 90^\circ$ nên $OPEC$ nội tiếp đường tròn đường kính OC . Suy ra $\widehat{PEO} = \widehat{PCO}$ (3)	
	c.	Xét $\triangle OPC$ và $\triangle ANC$ có $\widehat{OPC} = \widehat{ANC} = 90^\circ$ $\widehat{POC} = \widehat{NAC} \left(\frac{1}{2} \widehat{BOC} \right)$ $\Rightarrow \triangle OPC \sim \triangle ANC (g.g)$ $\Rightarrow \widehat{PCO} = \widehat{NCA}$ (4)	
		Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{PEO} = \widehat{ACN}$ (5) Từ (1) và (5) suy ra $\widehat{NEA} = \widehat{PEO}$, suy ra N, P, E thẳng hàng.	
Câu 12	1.	$\begin{cases} \frac{x^2}{x-2} - \frac{y^2}{y+1} = 13 & (1) \\ \frac{4}{x-2} + \frac{2}{y+1} = 1-x-2y & (2) \end{cases}$ Điều kiện xác định: $x \neq 2, y \neq -1$ Từ (2) ta có $\frac{4}{x-2} + \frac{2}{y+1} = 1-x-2y$ $\frac{4}{x-2} + x + \frac{2}{y+1} + 2y = 1$ $\frac{x^2 - 2x + 4}{x-2} + \frac{2y^2 + 2y + 2}{y+1} = 1$ $\frac{x^2 - 2(x-2)}{x-2} + \frac{2y^2 + 2(y+1)}{y+1} = 1$ $\frac{x^2}{x-2} - 2 + \frac{2y^2}{y+1} + 2 = 1$ $\frac{x^2}{x-2} + \frac{2y^2}{y+1} = 1 \quad (3)$	



	<p>Từ (1) và (3) ta có hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x^2}{x-2} - \frac{y^2}{y+1} = 13 \\ \frac{x^2}{x-2} + \frac{2y^2}{y+1} = 1 \end{cases}$</p> <p>Từ đó ta suy ra được $\begin{cases} \frac{x^2}{x-2} = 9 \\ \frac{y^2}{y+1} = -4 \end{cases}$</p> <p>Hay $\begin{cases} x^2 - 9x + 18 = 0 \\ y^2 + 4y + 4 = 0 \end{cases}$</p> <p>Giải hệ phương trình trên ta được các cặp số $(x; y)$ là $(3; -2)$ và $(6; -2)$.</p> <p>Thử lại ta thấy hai nghiệm này đều thỏa mãn hệ phương trình và thỏa mãn điều kiện xác định ban đầu.</p> <p>Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x; y)$ là $(3; -2)$ và $(6; -2)$</p>	
<p>2.</p>	<p>Gọi độ dài chiều rộng đáy bể là $x(m)$, chiều cao đáy bể là $y(m)$ ($x > 0, y > 0$).</p> <p>Khi đó, chiều dài đáy bể là $2x(m)$.</p> <p>Do thể tích của bể bằng $45m^3$ nên ta có $2x^2y = 45$.</p> <p>Diện tích đáy bể là $2x^2$ nên số tiền thuê nhân công là $300000 \cdot 2x^2 = 600000x^2$ (đồng).</p> <p>Diện tích xung quanh đáy bể là $6xy$ nên số tiền thuê nhân công là $240000 \cdot 6xy = 1400000xy$ (đồng).</p> <p>Gọi T là tổng số tiền thuê nhân công để xây bể thì $T = 600000x^2 + 1400000xy$</p> <p>Sử dụng bất đẳng thức AM-GM cho 3 số dương ta có:</p> $\begin{aligned} T &= 600000x^2 + 1400000xy = 120000(5x^2 + 12xy) = 120000(5x^2 + 6xy + 6xy) \\ &\geq 120000 \cdot 3 \cdot \sqrt[3]{5x^2 \cdot 6xy \cdot 6xy} = 3600000 \cdot \sqrt[3]{180(x^2y)^2} = 3600000 \cdot \sqrt[3]{45(2x^2y)^2} \\ &= 3600000 \cdot \sqrt[3]{45 \cdot 45^2} = 3600000 \cdot 45 = 16200000 \end{aligned}$ <p>Dấu đẳng thức xảy ra khi $5x^2 = 6xy, 2x^2y = 45$, suy ra $x = 3, y = 2,5$</p> <p>Vậy chi phí thấp nhất để xây bể là 16,2 triệu đồng.</p>	