

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

I. Dãy số

1. Số hạng tổng quát của dãy số (u_n) viết dưới dạng khai triển $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \dots$ là:

A. $u_n = \frac{1}{2n}$.

B. $u_n = \frac{1}{n}$.

C. $u_n = \frac{1}{n^2}$.

D. $u_n = \frac{1}{n+1}$.

2. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu của dãy số đó là:

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$.

D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

3. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3 \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$. Viết năm số hạng đầu của dãy;

A. 1;5;13;28;61

B. 1;5;13;29;61

C. 1;5;17;29;61

D.

4. Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$ với $n \geq 1$. Số hạng tổng quát của dãy số đó là:

A. $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$.

B. $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$.

C. $u_n = 5 + \frac{n(n+1)}{2}$.

D. $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

5. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 8.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

6. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$. Số hạng u_{n+1} là:

A. $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n+1)+3}$

B. $u_{n+1} = \left(\frac{n+1}{n+2}\right)^{2(n+1)+3}$

C. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$

D. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$

7. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 2 \cdot 3^n$. Công thức truy hồi của dãy số đó là?

A. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 6u_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 3u_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 3u_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$

D.

$\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 6u_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$

8. Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n, n \geq 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = \frac{93}{16}$.

B. $u_{10} = \frac{3}{512}$.

C. $u_{n+1} + u_n = \frac{9}{2^n}$.

D. $u_n = \frac{3}{2^n}$.

9. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$.

B. $u_n = \frac{1}{n}$.

C. $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$.

D. $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$.

10. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$. B. $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$. C. $u_n = n^2$. D. $u_n = \sqrt{n+2}$.

11. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào bị chặn trên?

A. $u_n = n^2$. B. $u_n = 2^n$. C. $u_n = \frac{1}{n}$. D. $u_n = \sqrt{n+1}$.

12. Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. 4 số hạng đầu của dãy là: 1; -1; -5; -11. B. $u_{n+1} = -n^2 - n + 1$.
C. Là một dãy số tăng. D. $u_{n-1} - u_n = -2n$.

13. Xét tính bị chặn của các dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+2)}$

A. Không bị chặn B. Bị chặn C. Bị chặn trên D. Bị chặn dưới

14. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \sin n + \cos n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi

A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\sqrt{2}$.

15. Trong các dãy số có số hạng tổng quát sau, hãy chọn dãy bị chặn.

A. $u_n = n - \frac{1}{n}$ B. $u_n = \sqrt{n^3 + n^2}$ C. $u_n = 3^n - 2$ D. $u_n = \frac{2n}{n+1}$

II. CẤP SỐ CỘNG

1. Xen giữa các số 2 và 22 ba số để được một cấp số cộng có 5 số hạng. Chọn đáp án đúng

A. 7;12;17. B. 6,10,14.
C. 8,13,18. D. Tất cả đều sai

2. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào không phải là cấp số cộng:

A. $u_n = 5 - 2n$. B. $u_n = 2^n$. C. $u_n = \frac{n}{2} - 3$. D. $u_n = \frac{2-3n}{5}$.

3. Cho cấp số cộng (u_n) biết: $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$, khi đó u_1 bằng:

A. $u_1 = 16$. B. $u_1 = 6$. C. $u_1 = 7$. D. $u_1 = 14$.

4. Cho cấp số cộng (u_n) có $d = -2$ và $S_8 = 72$, khi đó u_1 bằng:

A. $u_1 = -\frac{1}{16}$. B. $u_1 = -16$. C. $u_1 = \frac{1}{16}$. D. $u_1 = 16$.

5. Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = \frac{1}{4}, d = -\frac{1}{4}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây?

A. $S_5 = -\frac{5}{4}$. B. $S_5 = \frac{4}{5}$. C. $S_5 = \frac{5}{4}$. D. $S_5 = \frac{-4}{5}$.

6. Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -1, d = 2, s_n = 483$. Hỏi cấp số cộng có bao nhiêu số hạng?

A. $n = 21$. B. $n = 23$. C. $n = 22$. D. $n = 20$.

7. Cho cấp số cộng có $u_4 = -12, u_{14} = 18$. Khi đó số hạng đầu tiên và công sai là

A. $u_1 = -21, d = -3$. B. $u_1 = -20, d = -3$. C. $u_1 = -22, d = 3$. D. $u_1 = -21, d = 3$.

8. Xác định x để 3 số $1-x, x^2, 1+x$ lập thành một cấp số cộng.

A. $x = 1$ hoặc $x = -1$ B. $x = 2$ hoặc $x = -2$.
C. Không có giá trị nào của x . D. $x = 0$.

9. Cho a, b, c lập thành một cấp số cộng. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $a^2 - c^2 = ab - bc$. B. $a^2 + c^2 = 2ab - 2bc$.
C. $a^2 + c^2 + 2ac = 4b^2$. D. $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc$.

10. Cho cấp số cộng có $u_2 + u_{22} = 60$. Tổng 23 số hạng đầu tiên là:

A. 690 B. 680 C. 600 D. 500

11. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 + u_5 = 42 \\ u_3 + u_{10} = 66 \end{cases}$. Tổng của 346 số hạng đầu là:

A. 242546

B. 242000

C. 241000

D. 240000

12. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d > 0$; $\begin{cases} u_{31} + u_{34} = 11 \\ u_{31}^2 + u_{34}^2 = 101 \end{cases}$. Hãy tìm số hạng tổng quát của cấp số

cộng.

A. $u_n = 3n - 9$

B. $u_n = 3n - 2$

C. $u_n = 3n - 92$

D. $u_n = 3n - 66$

13. Cho dãy số (u_n) : $\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}; \dots$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. (u_n) là một cấp số cộng.

B. (u_n) là một dãy giảm

C. Số hạng $u_{20} = 19,5$.

D. Tổng của 20 số hạng đầu tiên là -180 .

16. Ba góc A, B, C ($A < B < C$) của 1 tam giác tạo thành cấp số cộng. Biết góc lớn nhất gấp đôi góc bé nhất. Hiệu số đo độ của góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng

A. 40°

B. 45°

C. 60°

D. 80°

14. Một công ty thực hiện việc trả lương cho các công nhân theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công tu là 9 triệu đồng một quý và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm 0,6 triệu đồng mỗi quý. Tổng số tiền lương mà một công nhân nhận được sau 3 năm làm việc cho công ty là

A. 147,6

B. 151,2

C. 208,8

D.

$$9. \frac{[1 - (0,6)^{12}]}{1 - 0,6}$$

15. Số hạng tổng quát của một cấp số cộng là $u_n = 3n + 4$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S_n = \frac{3^n - 1}{2}$.

B. $S_n = \frac{7(3^n - 1)}{2}$.

C. $S_n = \frac{3n^2 + 5n}{2}$.

D. $S_n = \frac{3n^2 + 11n}{2}$.

16. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng là $S_n = \frac{3n^2 - 19n}{4}$, với $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng đã cho.

A. $u_1 = 2, d = \frac{-1}{2}$.

B. $u_1 = -4, d = \frac{3}{2}$.

C. $u_1 = \frac{3}{2}, d = -2$.

D. $u_1 = \frac{5}{2}, d = \frac{1}{2}$.

17. Một chiếc đồng hồ có tiếng chuông để báo số giờ, kể từ thời điểm 0 giờ, sau mỗi giờ số tiếng chuông kêu bằng đúng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó kêu tổng cộng bao nhiêu tiếng chuông?

A. 156

B. 288

C. 300

D. 600

17. Tìm m để phương trình $x^3 + 3x^2 - 2x - m = 0$ có 3 nghiệm lập thành cấp số cộng.

A. $m = -3$.

B. $m = 3$.

C. $m = 4$.

D. $m = -4$.

18. Biết dãy số 2, 7, 12, ..., x là một cấp số cộng. Tìm x biết $2 + 7 + 12 + \dots + x = 245$

A. $x = 45$

B. $x = 42$

C. $x = 52$

D. $x = 47$

19. Người ta viết thêm 999 số thực vào giữa số 1 và số 2019 để được cấp số cộng có 1001 số hạng. Tìm số hạng thứ 501.

A. 1009.

B. $\frac{2019}{2}$.

C. 1010.

D. $\frac{2021}{2}$.

20. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính

$$S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$$

- A. $S = 123$. B. $S = \frac{4}{23}$. C. $S = \frac{9}{246}$. D. $S = \frac{49}{246}$.

III. CẤP SỐ NHÂN

- Cho cấp số nhân (u_n) , biết: $u_1 = 3, u_5 = 48$. Lựa chọn đáp án đúng.
A. $u_3 = -16$. B. $u_3 = -12$. C. $u_3 = 16$. D. $u_3 = 12$.
- Cho cấp số nhân (u_n) , biết: $u_1 = -12; q = \frac{1}{2}$. Lựa chọn đáp án **sai**.
A. $u_8 = -\frac{3}{32}$ B. $u_5 u_7 = u_3 u_9$ C. $S_3 = -21$ D. $S_8 = -\frac{1}{264}$
- Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân:
A. $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$ B. $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$ C. $u_n = n + \frac{1}{3}$ D. $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$
- Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3; q = -2$. Số 192 là số hạng thứ bao nhiêu?
A. số hạng thứ 5 B. số hạng thứ 6 C. số hạng thứ 7 D. Đáp án khác
- Ba số x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số nhân với công bội q khác 1; đồng thời các số $x, 2y, 3z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai khác 0. Tìm q ?
A. $q = \frac{1}{3}$ B. $q = \frac{1}{9}$ C. $q = -\frac{1}{3}$ D. $q = -3$
- Cho dãy số (u_n) : $x; -x^3; x^5; -x^7; \dots$ (với $x \in \mathbb{R}, x \neq 1, x \neq 0$). Chọn mệnh đề **sai**:
A. (u_n) là dãy số không tăng, không giảm. B. (u_n) là cấp số nhân có $u_n = (-1)^{n-1} \cdot x^{2n-1}$.
C. (u_n) có tổng $S_n = \frac{x(1-x^{2n-1})}{1-x^2}$ D. (u_n) là cấp số nhân có $u_1 = x, q = -x^2$.
- Cho cấp số nhân: $\frac{-1}{5}; a; \frac{-1}{125}$. Giá trị của a là:
A. $a = \frac{1}{25}$. B. $a = \pm \frac{1}{25}$. C. $a = -\frac{1}{25}$. D. $a = \pm 25$.
- Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây:
A. CSN: $-2; -2, 3; -2, 9; \dots$ có $u_6 = (-2) \left(-\frac{1}{3}\right)^5$. B. CSN: $2; -6; 18; \dots$ có $u_6 = 2 \cdot (-3)^6$.
C. CSN: $-1; -\sqrt{2}; -2; \dots$ có $u_6 = -2\sqrt{2}$. D. CSN: $-1; -\sqrt{2}; -2; \dots$ có $u_6 = -4\sqrt{2}$.
- Phương trình $x^3 + 2x^2 + (m+1)x + 2(m+1) = 0$ có ba nghiệm lập thành cấp số nhân khi m bằng:
A. $m \in \emptyset$ B. $m = 3, m = -5$
C. Một kết quả khác D. $m = -1, m = 3, m = -5$
- Tổng $S = 9 + 99 + 999 + \dots + 99 \dots 9$ bằng:
50 số 9
A. $(10^{50} - 1) \frac{50}{9} - 50$ B. $(10^{50} - 1) \frac{10}{9} - 50$ C. $(1 - 10^{50}) \frac{10}{9} - 50$ D. $(1 - 10^{50}) \frac{10}{9} - 100$
- Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?
A. $1, 11, 111, \dots, 11 \dots 1$ B. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n; (n \geq 1) \end{cases}$ C. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 2; (n \geq 1) \end{cases}$ D. $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \dots$
- Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $1, 4, 16, 64, \dots$. Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S_n = 4^{n-1}$ B. $S_n = \frac{n(1+4^{n-1})}{2}$ C. $S_n = \frac{4^n - 1}{3}$ D.

$$S_n = \frac{4(4^n - 1)}{3} x$$

13. Cho cấp số nhân có 15 số hạng. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $u_{13}u_{15} = u_{14}^2$ B. $u_1u_{15} = u_{12}u_4$ C. $u_1u_{15} = u_6u_9$ D. $u_1u_{15} = u_5u_{11}$

14. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q thỏa mãn

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 49\left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} + \frac{1}{u_5}\right) \\ u_1 + u_3 = 35 \end{cases}$$

Tính $P = u_1 + 4q^2$

A. $P = 30$ B. $P = 29$ C. $P = 44$ D. $P = 39$

15. Bốn góc của một tứ giác tạo thành một cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng?

A. 56^0 B. 102^0 C. 252^0 D. 168^0

16. Cho cấp số nhân $u_1, u_2, u_3, \dots$ với $u_1 = 1$ Tìm công bội q để $4u_2 + 5u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất ?

A. $q = \frac{-2}{5}$ B. $q = \frac{-4}{5}$ C. $q = \frac{4}{5}$ D. $q = \frac{2}{5}$

17. Cho CSN (u_n) có $u_2u_5 = 2; u_3u_7 = \frac{1}{4}$ Tích của 100 số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng?

A. 2^{-4700} B. 2^{4650} C. 2^{-4650} D. 2^{4700}

18. Cho CSN (u_n) với công bội $q \neq 0$ và $u_1 \neq 0$. Với $1 < k < m$, đẳng thức nào dưới đây là đúng

A. $u_m = u_k \cdot q^k$. B. $u_m = u_k \cdot q^m$. C. $u_m = u_k \cdot q^{m-k}$. D. $u_m = u_k \cdot q^{m+k}$

19. Cho CSN (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là: $S_n = \frac{3^n - 1}{3^{n-1}}$. Số hạng thứ 5 của cấp số nhân?

A. $u_5 = \frac{2}{3^4}$ B. $u_5 = \frac{1}{3^5}$ C. $u_5 = 3^5$ D. $u_5 = \frac{5}{3^5}$

20. Ba số tạo thành một cấp số nhân. Biết tổng và tích của chúng lần lượt là 13 và 27. Tìm số lớn nhất

A. 27 B. 9 C. 3 D. 10

21. Cho tam giác ABC cân tại A . Biết rằng độ dài cạnh BC , trung tuyến AM và độ dài cạnh AB theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân có công bội q . Tìm công bội q của cấp số nhân đó.

A. $q = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$. B. $q = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{2}}}{2}$. C. $q = \frac{-1+\sqrt{2}}{2}$. D.

$$q = \frac{\sqrt{-2+2\sqrt{2}}}{2}.$$

22. Một hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = a$, diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai là $A_1B_1C_1D_1$ có diện tích S_2 . Tiếp tục như thế ta được hình vuông thứ ba $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3 và cứ tiếp tục như thế, ta được diện tích $S_4, S_5, \dots$ Tính $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.

A. $S = \frac{2^{100} - 1}{2^{99} a^2}$. B. $S = \frac{a(2^{100} - 1)}{2^{99}}$. C. $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$. D.

$$S = \frac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{99}}.$$

23. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. diện tích bề mặt tầng trên bằng nửa diện tích bề mặt của tầng dưới và diện tích bề mặt của tầng 1 là $6144m^2$. Diện tích mặt trên cùng là?

- A. $12m^2$ B. $6m^2$ C. $8m^2$ D. $18m^2$

24. Một du khách đi thăm Trường đua ngựa và đặt cược. Lần đầu đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt cược gấp đôi lần đặt cược trước. Người đó đã thua 9 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

- A. Thắng 40000 B. Thua 20000 C. Thắng 20000 D. Hòa vốn

25. Bạn Hoa gửi vào ngân hàng số tiền 1 triệu đồng không kì hạn với lãi suất 0.65 % mỗi tháng. Tính số tiền gốc và lãi bạn Hoa nhận được sau 2 năm ?

- A. $1000000(1+0,0065)^{24}$ B. $1000000(1+0,0065)^{23}$
C. $1000000(1+0,65)^{24}$ D. $1000000(1+0,65)^{23}$

IV-GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

Câu 1. Xét các khẳng định sau:

- (1) Nếu dãy số $(u_n): u_n = a^n$ và $0 < a < 1$ thì $\lim u_n = 0$.
(2) Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim(u_n - v_n) = 0$.
(3) Nếu (u_n) là dãy tăng thì $\lim u_n = +\infty$.
(4) Một dãy số có giới hạn thì luôn luôn tăng hoặc luôn luôn giảm.

Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định trên?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 2. Tổng các số hạng của dãy số vô hạn sau: $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \dots; \frac{(-1)^{n+1}}{2^{n-1}}; \dots$ bằng bao nhiêu?

- A. 0 B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. -1

Câu 3. Cho $\cos x \neq \pm 1$. Tổng $S = 1 + \cos^2 x + \cos^4 x + \cos^6 x + \dots + \cos^{2n} x + \dots$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{\cos^2 x}$ B. $\frac{1}{\sin^2 x}$ C. $\frac{1}{1 + \cos^2 x}$ D. $\frac{1}{1 - \sin^2 x}$

Câu 4. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,323232\dots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với $u_1 = 0,32$. Hỏi hiệu giữa công bội và số hạng đầu của cấp số nhân đó có giá trị tuyệt đối bằng bao nhiêu?

- A. 0,32 B. 0,22 C. 0,29 D. 0,31

Câu 5. Cho các dãy số $(u_n), (v_n), (w_n)$ có số hạng tổng quát: $u_n = \frac{1}{\sqrt[3]{n}}, v_n = \frac{(-2)^n}{3^n}, w_n = \frac{2-n}{n+1}$,

$r_n = \frac{\sin n}{\sqrt{n}}$. Trong các dãy số trên, có bao nhiêu dãy có giới hạn $\neq 0$?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 6. Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ với số hạng tổng quát là: $u_n = \frac{1}{2n^2}, v_n = \frac{(-1)^n}{n^2 + 2}$. Khi đó $\lim(u_n + v_n)$

- bằng bao nhiêu? A. 1 B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. Không

tồn tại

Câu 7. Trong các dãy số $(u_n), (v_n), (w_n), (r_n)$ có số hạng tổng quát như sau: $u_n = \frac{5^{2n}}{(-4)^{2n}}, v_n = 1 - 2n$

, $w_n = \frac{-3\sqrt{n}}{2}, r_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$, có bao nhiêu dãy số có giới hạn là $-\infty$?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 8. Trong các dãy số $(u_n), (v_n), (w_n), (r_n)$ có số hạng tổng quát như sau: $u_n = (0,992)^n$,

$v_n = (1,966)^n, w_n = (-1,899)^n, r_n = (-0,866)^n$, có bao nhiêu dãy có giới hạn 0?

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Câu 9. Xét các khẳng định sau:

(1) $\lim \frac{4^n - 3}{5} = +\infty$ (2) $\lim \frac{4 - 3^n}{5} = \frac{4}{5}$ (3) $\lim \left(-\frac{3}{4}\right)^n = -\frac{3}{4}$ (4) $\lim (-1)^n = 1$

Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định trên? A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Câu 10. Cho dãy số (u_n) có $u_n = (n+1)\sqrt{\frac{2n+2}{n^4 + n^2 - 1}}$. Chọn kết quả đúng của $\lim u_n$

- A. $+\infty$ B. 1 C. $-\infty$ D. 0

Câu 11. $\lim \frac{2 - 5^{n+2}}{3^n + 2 \cdot 5^n}$ là: A. $-\frac{25}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. 1 D. $-\frac{5}{2}$

Câu 12. Mệnh đề nào sau đây là đúng:

- A. $\lim (3^n - 9^n) = -\infty$ B. $\lim (2n - 3n^3) = +\infty$ C. $\lim \frac{2n+1}{n^2+3} = -\infty$ D. $\lim \frac{n^3}{n^2+1} = -\infty$

$\lim \frac{n^3}{n^2+1} = -\infty$

Câu 13. $\lim \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ bằng: A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

Câu 14. $\lim (\sqrt[3]{n^3 + 1} - n)$ bằng: A. -1 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 15. $\lim \frac{-n^2 + 2n + 1}{\sqrt{3n^4 + 2}}$ là: A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $-\frac{1}{2}$

Câu 16. Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1+3+3^2+\dots+3^n}{1+4+4^2+\dots+4^n}$ có giới hạn bằng:

- A. 0 B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $+\infty$

Câu 17. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n + \sin[(a^2 - 1)n]}{n+1}$. Hỏi a nhận giá trị bao nhiêu để $\lim u_n = 1$?

- A. a tùy ý $\in \mathbb{R}$ C. a chỉ nhận các giá trị thực lớn hơn 1
B. a chỉ nhận hai giá trị ± 1 D. a chỉ nhận các giá trị thực nhỏ hơn -1

Câu 18. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2a - 3an}{n+2}$. Để $\lim u_n = -\frac{1}{3}$ thì a nhận giá trị nào sau đây?

- A. $\frac{1}{9}$ B. 1 C. $-\frac{1}{9}$ D. -1

Câu 19. Trong các dãy số $(u_n), (v_n), (w_n), (r_n)$ có số hạng tổng quát sau đây:

$u_n = 2 - 4n$, $v_n = 3n - n^2$, $w_n = 3n^3 - 2n^2$, $r_n = n^3 - 2n^4$, có bao nhiêu dãy có giới hạn không phải là $+\infty$?

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 20. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = (-1)^n \frac{5n+7}{6n^2+3n+1}$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A. $\lim u_n = -1$ B. $\lim u_n = \frac{5}{6}$ C. $\lim u_n = 0$ D. Không tồn tại $\lim u_n$

Câu 21. Xét các mệnh đề sau:

- (1) $\lim \frac{3n-1}{n^2+5} = -\infty$ (2) $\lim \frac{2-n}{3+n} = \frac{2}{3}$ (3) $\lim \frac{1-n}{2-n} = -\infty$ (4) $\lim (3^n - 5^n) = -\infty$

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 22. Tính $\lim \frac{\sqrt{n^2-a} - \sqrt{2n-b}}{1+4n}$ (a, b là các số thực để các căn thức có nghĩa). Kết quả là bao nhiêu?

- A. $\frac{1-\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{1-a} - \sqrt{2-b}}{4}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $+\infty$

Câu 23. Biết a, b là các số thực dương thỏa mãn: $\lim \frac{n^2+2n}{a+3n} = +\infty$ và $\lim \frac{-n^3+4n+1}{an^2+b} = -\infty$. Có mấy

khẳng định sai trong các khẳng định sau: (1) $a+b > 0$ (2) $a+b > 1$ (3) $a+b > 2$ (4) $a+b > 3$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

V-GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

Câu 1. Ta xét các mệnh đề sau:

- (1) Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ và $f(x) > 0$ khi x đủ gần x_0 thì $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$.
 (2) Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ và $f(x) < 0$ khi x đủ gần x_0 thì $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = -\infty$.
 (3) Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = +\infty$ thì $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$.
 (4) Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$ thì $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$.

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Chỉ có một mệnh đề đúng C. Chỉ có ba mệnh đề đúng
 B. Chỉ có hai mệnh đề đúng D. Cả bốn mệnh đề đều đúng

Câu 2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^5} \right)$ bằng ? A. 2 B. 0 C. $+\infty$ D. $-\infty$

Câu 3. Xét các mệnh đề sau:

- (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = +\infty$ (2) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^9} = -\infty$ (3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$ (4) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = -\infty$

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 4. Tìm kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x-2}$.

A. Không tồn tại B. 1 C. -1 D. 0

Câu 5. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|x-3|}{3x-6}$ bằng ? A. $\frac{1}{2}$ B. $+\infty$ C. $\frac{1}{6}$ D. 0

Câu 6. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{\frac{1-x^3}{3x^2+x}}$ bằng: A. $+\infty$ B. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ C. 0 D. 1

Câu 7. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-1}{x-2}$ bằng bao nhiêu? A. $+\infty$ B. $\frac{1}{4}$ C. 1 D. $-\infty$

Câu 8. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+x^2}{(x+1)^3}$ bằng: A. 2 B. 1 C. $-\infty$ D. $+\infty$

Câu 9. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x+\sqrt{x}}{5x-\sqrt{x}}$ bằng: A. $+\infty$ B. $\frac{2}{5}$ C. $-\infty$ D. -1

Câu 10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x^2+x+1}}{x}$ bằng: A. $-\infty$ B. $-\frac{1}{2}$ C. -1 D. 0

Câu 11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$ bằng: A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{3}$

Câu 12. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3-1} \right)$ bằng : A. 0 B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{5}{9}$ D. 3

Câu 13. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{(x-1)^2(x+3)}}{x^2-3x+2}$ bằng: A. 2 B. -2 C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 14. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt{x^2+3}-2}$ bằng: A. $-\infty$ B. 1 C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

Câu 15. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+1}{(x^2+x)(x^3+1)}$ bằng: A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 2 D. -2

Câu 16. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x+7}-\sqrt{x+3}}{x^2-3x+2}$ bằng: A. $\frac{1}{6}$ B. $-\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{4}$ D. 2

Câu 17. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+x^2+x^3+\dots+x^n-n}{x-1}$, kết quả bằng bao nhiêu?

A. $\frac{n^2(2n+1)}{2}$ B. n C. $\frac{n(n-1)}{2}$ D. $\frac{n(n+1)}{2}$

Câu 18. Với $a \neq 0$, chọn giá trị đúng của $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2-(a+2)x+2a}{x^2-a^2}$.

A. $\frac{a-3}{4}$ B. $\frac{a-2}{2}$ C. $\frac{a-2}{2a}$ D. $2a$

Câu 19. Biết rằng giới hạn sau có dạng $\frac{0}{0}$: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{P(x)}{(x^2+x)(x^3+1)}$. Khi đó $P(x)$ có thể là biểu thức nào ?

A. x^2+x+1 B. x^3-1 C. $(x-1)^2$ D. x^2+1

Câu 20. Với $a \neq 2, a \neq 3$, hãy chọn giá trị đúng của $\lim_{x \rightarrow a} \frac{2x^2 - ax^2}{a(x+3) - 2x - 6}$

- A. $\frac{a-5}{a+4}$ B. $\frac{-a}{a+3}$ C. $\frac{-a^2}{a+3}$ D. $\frac{a^2}{a+3}$

Câu 21. Với $a, b \in \mathbb{R}$. Hãy tìm giá trị đúng của $L = -\lim_{x \rightarrow a} [x^2 + (3-b)x - 3b]$

- A. $(a+3)(b-a)$ B. $a^2 + (3-b)a - 3b$ C. $-a^2 + (b-3)a$ D. $a^2 + (3-b)a + 3b$

Câu 22. Cho giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{\frac{4x^3 - 9x^2}{(3x-6)(x^2-3)}}$. Xét các khẳng định sau:

- (1) Giới hạn trên không phải dạng $\frac{0}{0}$. (2) Giới hạn trên không phải dạng $\frac{\infty}{\infty}$.

(3) Giới hạn trên không phải dạng $\infty - \infty$. (4) Giới hạn trên không tồn tại.

Có mấy khẳng định đúng trong các khẳng định trên?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 23. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 1}{3 - x^2}$ bằng: A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. -2 D. 2

Câu 24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 2} - x)$ bằng: A. 1 B. 2 C. $+\infty$ D. 0

Câu 25. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+5} - \sqrt{x-7})$ bằng: A. $-\infty$ B. $+\infty$ C. 0 D. 4

Câu 26. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x^5}{x^4 + 6x + 5}$ bằng: A. $+\infty$ B. -1 C. 3 D. $-\infty$

Câu 27. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 7x + 12}}{3|x| - 17}$ bằng: A. $-\frac{2}{17}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 28. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3x}}{\sqrt{4x^2 + 1 - x + 2}}$ bằng: A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 29. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$. Giá trị của a là: A. 6 B. 10 C. -10 D. -6

Câu 30. Cho $a \neq 0$. Biết rằng $\lim_{x \rightarrow -\infty} (ax^7 - 4x^5 + x^3 + 1) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+2} = b$. Chọn khẳng định đúng

trong các khẳng định sau : A. $ab = 0$ B. $ab > 0$ C. $\frac{a}{b} < 0$ D.

$$\frac{a}{b} < -2$$

Câu 31. Biết rằng $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^5 - x^3 - 4}{x^4 + 2x^5 - 1} = 1$. Hỏi a là nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau:

- A. $a^2 + a - 2 = 0$ B. $a^2 - 7a + 12 = 0$ C. $a^2 - 4a + 3 = 0$ D. $a^2 - 3a + 2 = 0$

Câu 32. Chọn giá trị đúng của a để $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+2)\sqrt{\frac{2x}{x^4 + ax^2 + 1}} = 0$.

- A. a là số thực bất kỳ B. $a = 0$ C. $a = 1$ D. $a = 2$

Câu 33. Biết a là số thực thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x+a}{x^2 + 2x} = -\infty$. Có thể chọn a thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. (1;2) B. (2;3) C. (3;4) D. (4;5)

Câu 34. Với mọi số thực $b \neq 0$, hãy chọn giá trị của a để tồn tại $\lim_{x \rightarrow b} \frac{2x-a}{x-b}$.

- A. $a = 4b$ B. $a = 3b$ C. $a = b$ D. $a = 2b$

Câu 35. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{x(x-3)}{7x^2-x+10}}$. Có mấy khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- (1) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \frac{1}{2}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ không phải dạng $\frac{0}{0}$
 (3) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ có dạng $\frac{\infty}{\infty}$ (4) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ có dạng $\frac{0}{0}$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 36. Biết rằng với mọi số $a < 0$, ta có $\lim_{x \rightarrow ?} \frac{2-3|x|}{\sqrt{x^2+ax}-4} = -3$. Hãy chọn đáp án đúng điền vào dấu ‘?’.

- A. $-\infty$ B. $+\infty$ C. 0 D. 1

Câu 37. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}$. Kết quả bằng bao nhiêu? A. 0 B. 1 C. $+\infty$ D. -1

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \\ x^3 + 3x^2 - ax & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

Để $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ tồn tại thì giá trị của a là bao nhiêu?

- A. Không có giá trị nào của a C. a chỉ nhận giá trị 0
 B. a chỉ nhận giá trị 4 D. a là số thực bất kỳ

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4x+3}{|x-1|} & \text{khi } x < 1 \\ 5x-3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$ B. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -2$ C. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$ D. Không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x}{x+2}, x \geq 2 \\ 3x-1, x < 2 \end{cases}$. Tìm khẳng định đúng ?

- A. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\frac{1}{2}$ B. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 5$ C. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\frac{1}{2}$ hoặc $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ D. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ không tồn tại

VI-HÀM SỐ LIÊN TỤC

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[a;b]$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a;b]$ và $f(a), f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a;b)$.
 B. Nếu $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $f(a), f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a;b)$.

C. Nếu phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trong khoảng $(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$.

D. Nếu $f(a).f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a;b)$.

Câu 2. Hàm số $f(x) = \begin{cases} -x \cos x & \text{khi } x < 0 \\ x^2 & \text{khi } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1+x}{x^3} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$

A. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 1$

B. Liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 0$

C. Liên tục tại mọi điểm trừ hai điểm $x = 0$ và $x = 1$

D. Liên tục tại mọi điểm $x \in \mathbb{R}$

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ 2ax - \frac{3}{4} & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục tại $x = 2$.

A. $a = 1$

B. $a = \frac{1}{4}$

C. $a = 4$

D. $a = \frac{1}{2}$

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x & \text{khi } |x| \leq 1 \\ x-1 & \text{khi } |x| > 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số liên tục tại 1.

C. Hàm số liên tục tại -1.

B. Hàm số liên tục trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty;-1)$, $(1;+\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{neu } x \neq 3 \\ m & \text{neu } x = 3 \end{cases}$. Hàm số đã cho liên tục tại $x = 3$ khi m bằng:

A. -1

B. 4

C. -4

D. 1

Câu 6. Hàm số nào trong các hàm số sau liên tục tại $x = 1$?

A. $f(x) = \frac{x+3}{x^2-1}$

B. $g(x) = \begin{cases} x+1, x \geq 1 \\ 2x-3, x < 1 \end{cases}$

C. $h(x) = \begin{cases} x+1, x \geq 1 \\ 3x-1, x < 1 \end{cases}$

D. $k(x) = \sqrt{1-2x}$

Câu 7. Tập hợp các giá trị của a để hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x+1, x \leq 0 \\ ax+1, x > 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $\emptyset$

B. $\mathbb{R}$

C. $\{1\}$

D. $\{3\}$

Câu 8. Xét hai câu sau:

(1) Phương trình $x^3 + 4x + 4 = 0$ luôn có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$

(2) Phương trình $x^3 + x - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm dương bé hơn 1

Trong hai câu trên:

A. Chỉ có (1) sai

B. Chỉ có (2) sai

C. Cả hai câu đều đúng

D. Cả hai câu đều sai

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = -4x^3 + 4x - 1$. Mệnh đề sai là :

A. Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(-3; \frac{1}{2})$.

B. Phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trên khoảng $(-\infty; 1)$.

C. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

D. Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 10. Cho phương trình $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$ (1). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Phương trình (1) chỉ có một nghiệm trong khoảng $(-2; 1)$
- B. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trong khoảng $(0; 2)$
- C. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng $(-2; 0)$
- D. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng $(-1; 1)$

VII- ĐẠO HÀM

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = 2$. Kết quả đúng là

- A. $f'(2) = 3$.
- B. $f'(x) = 2$.
- C. $f'(x) = 3$.
- D. $f'(3) = 2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x_0 = 2$. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf'(2)}{x - 2}$.

- A. 0.
- B. $f'(2)$.
- C. $2f'(2) - f(2)$.
- D. $f(2) - 2f'(2)$.

Câu 3. Tính đạo hàm của hàm số $y = -x^5 + x^3 + 2x^2$.

- A. $y' = -5x^4 + 3x^2 + 4x$.
- B. $y' = 5x^4 + 3x^2 + 4x$.
- C. $y' = -5x^4 - 3x^2 - 4x$.
- D. $y' = 5x^4 - 3x^2 - 4x$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-2}{x-1}$. Tính $f'(x)$?

- A. $f'(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$.
- B. $f'(x) = \frac{2}{(x-1)^2}$.
- C. $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$.
- D.

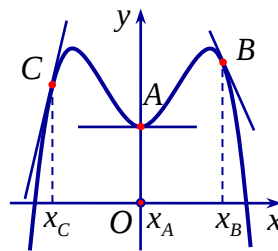
$$f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}.$$

Câu 5. Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{-1}{2}t^2 + 20t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ

khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 8$ giây bằng bao nhiêu?

- A. 40m/s.
- B. 152m/s.
- C. 22m/s.
- D. 12m/s.

Câu 6. Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Biết rằng tại các điểm A, B, C đồ thị hàm số có tiếp tuyến được thể hiện trên hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f'(x_C) < f'(x_A) < f'(x_B)$.
- B. $f'(x_B) < f'(x_A) < f'(x_C)$.
- C. $f'(x_A) < f'(x_C) < f'(x_B)$.
- D. $f'(x_A) < f'(x_B) < f'(x_C)$.

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x-2)\sqrt{x^2+1}$.

- A. $y' = \frac{2x^2 - 2x - 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.
- B. $y' = \frac{2x^2 + 2x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.
- C. $y' = \frac{2x^2 - 2x + 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$.
- D. $y' = \frac{2x^2 - 2x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 2x^2)^2$ bằng

- A. $6x^5 - 20x^4 - 16x^3$. B. $6x^5 - 20x^4 + 4x^3$. C. $6x^5 + 16x^3$. D. $6x^5 - 20x^4 + 16x^3$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y = (1 - x^3)^5$ là:

- A. $y' = 5(1 - x^3)^4$. B. $y' = -15x^2(1 - x^3)^4$.
C. $y' = -3(1 - x^3)^4$. D. $y' = -5x^2(1 - x^3)^4$

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $D = [0; +\infty)$ cho bởi $f(x) = x\sqrt{x}$ có đạo hàm là:

- A. $f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x}$. B. $f'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x}$.
C. $f'(x) = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{x}}{x}$. D. $f'(x) = x + \frac{\sqrt{x}}{2}$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 3}{x^2 + x - 1}$ bằng biểu thức có dạng $\frac{ax + b}{(x^2 + x - 1)^2}$. Khi đó $a + b$ bằng:

- A. $a + b = 4$. B. $a + b = 5$. C. $a + b = -10$. D. $a + b = -12$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = ax^2 + (a - 1)x + a^3 - a^2$ (với a là hằng số) tại mọi $x \in \mathbb{R}$ là:

- A. $2x + a - 1$. B. $2ax + 1 - a$. C. $2ax + 3a^2 - 2a + 1$. D. $2ax + a - 1$.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y = x^2(2x + 1)(5x - 3)$ bằng biểu thức có dạng $ax^3 + bx^2 + cx$. Khi đó $a + b + c$ bằng:

- A. 31. B. 24. C. 51. D. 34.

Câu 14. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = t^2 - \frac{1}{6}t^3$ (m). Tìm thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất.

- A. $t = 2$ B. $t = 0.5$. C. $t = 2.5$. D. $t = 1$.

Câu 15. Cho biết điện lượng truyền trong dây dẫn theo thời gian biểu thị bởi hàm số $Q(t) = 2t^2 + t$ trong đó t tính bằng giây (s) và Q được tính theo cu-lông (C). Tính cường độ dòng điện tại thời điểm $t = 4s$.

- A. 13 B. 16 C. 36 D. 17

Câu 16. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = t^3 + 3t^2 + 5t + 2$, trong đó tính t bằng giây và tính S bằng mét. Gia tốc của chuyển động khi $t = 3$ là:

- A. $24 (m/s^2)$. B. $17 (m/s^2)$ C. $14 (m/s^2)$. D. $12 (m/s^2)$.

Câu 17. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ là

- A. 6. B. 0. C. -6. D. -2.

Câu 18. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x = -1$.

- A. $y = -x + 1$. B. $y = -x - 3$. C. $y = x - 3$. D. $y = -x + 3$.

Câu 19. Tìm đạo hàm y' của hàm số $y = \sin x + \cos x$.

- A. $y' = 2\cos x$. B. $y' = 2\sin x$. C. $y' = \sin x - \cos x$. D.
 $y' = \cos x - \sin x$.

Câu 20. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\cos 4x}{2} + 3\sin 4x$.

A. $y' = 12\cos 4x - 2\sin 4x$. B. $y' = 12\cos 4x + 2\sin 4x$.

C. $y' = -12\cos 4x + 2\sin 4x$. D. $y' = 3\cos 4x - \frac{1}{2}\sin 4x$.

Câu 21. Hàm số $y = \tan x - \cot x$ có đạo hàm là:

A. $y' = \frac{1}{\cos^2 2x}$. B. $y' = \frac{4}{\sin^2 2x}$. C. $y' = \frac{4}{\cos^2 2x}$. D. $y' = \frac{1}{\sin^2 2x}$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = 2\sin 3x \cdot \cos 5x$ có biểu thức nào sau đây?

A. $30\cos 3x \cdot \sin 5x$. B. $-8\cos 8x + 2\cos 2x$.
C. $8\cos 8x - 2\cos 2x$. D. $-30\cos 3x + 30\sin 5x$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \cos^2 x + \sin x$. Phương trình $y' = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$

A. 1 nghiệm. B. 2 nghiệm. C. 3 nghiệm. D. 4 nghiệm.

Câu 24. Cho $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x$, Tìm x sao cho $f'(x) < 0$.

A. $x > \frac{4}{3}$ hoặc $x < -1$. B. $-1 < x < \frac{4}{3}$. C. $x \geq \frac{4}{3}$ hoặc $x \leq -1$. D. $-1 \leq x \leq \frac{4}{3}$

Câu 25. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$. Nghiệm của phương trình $y' \cdot y = 2x + 1$ là:

A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. Vô nghiệm. D. $x = -1$.

Câu 26. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = \sqrt{x^2 + x + 1}$ tại giao điểm của Oy với (C) là

A. $y = \frac{1}{2}x + 1$. B. $y = -\frac{1}{2}x + 1$. C. $y = -x + 1$. D. $y = x + 1$.

Câu 27. Tính đạo hàm của hàm số $y = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$:

A. $y' = -\frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$. B. $y' = \frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$. C. $y' = \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$. D. $y' = -\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$.

Câu 28. Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng $2(3x+1)$?

A. $2x^3 + 2x$ B. $3x^2 + 2x + 5$ C. $3x^2 + x + 5$ D. $(3x+1)^2$

Câu 29. Hàm số nào sau đây có đạo hàm $y' = x \sin x$?

A. $x \cos x$. B. $\sin x - x \cos x$. C. $\sin x - \cos x$. D. $x \cos x - \sin x$.

Câu 30. Cho $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$. Biểu thức $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ có giá trị là bao nhiêu?

A. -2 B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = 2\cos^2(4x-1)$. Giá trị lớn nhất của $f'(x)$ bằng:

A. 4 B. 8 C. 12 D. 16

Câu 32. Cho $f(x) = x^2 + \sin^3 x$. Giá trị của $f''\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ bằng:

A. -2 B. 0 C. 1 D. 5

Câu 33. Cho hàm số $y = \sin^2 2x$. Giá trị của biểu thức $y^{(3)} + y'' + 16y' + 16y - 8$ là kết quả nào sau đây?

A. -8. B. 0. C. 8. D. $16\sin 4x$.

Câu 34. Cho hàm số $y = \sqrt{1+3x-x^2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $(y')^2 + y.y'' = -1$. B. $(y')^2 + 2y.y'' = 1$. C. $y.y'' - (y')^2 = 1$. D. $(y')^2 + y.y'' = 1$

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $[f(1+2x)]^2 = x - [f(1-x)]^3$.
Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y = -\frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$. B. $y = \frac{1}{7}x - \frac{8}{7}$. C. $y = -\frac{1}{7}x + \frac{8}{7}$. D. $y = -x + \frac{6}{7}$.

Câu 36. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + x^2 + mx + 1$ có $y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

A. $m \leq \frac{4}{3}$. B. $m \leq \frac{1}{3}$. C. $m \geq \frac{1}{3}$. D. $m \geq \frac{4}{3}$.

Câu 37. Cho các hàm số $f(x)$, $g(x)$, $h(x) = \frac{f(x)}{3-g(x)}$. Hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x_0 = 2018$ bằng nhau và khác 0. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(2018) \geq -\frac{1}{4}$. B. $f(2018) \leq -\frac{1}{4}$. C. $f(2018) \geq \frac{1}{4}$. D. $g(2018) \leq \frac{1}{4}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin 2x + 2, & \text{khi } x > 0 \\ 3x + 2, & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x)$ không liên tục tại $x = 0$.
- B. $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 0$.
- C. $f(x)$ liên tục tại $x = 0$ và có đạo hàm tại $x = 0$.
- D. $f(x)$ liên tục tại $x = 0$ nhưng không có đạo hàm tại $x = 0$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}, & x > 1 \\ x - 1, & x \leq 1 \end{cases}$. Khẳng định nào đúng?

- A. $f(x)$ liên tục tại $x = 1$
- B. $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 1$.
- C. $f(0) = -2$
- D. $f(-2) = -3$

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = |x + 1|$. Khẳng định nào sai trong các khẳng định sau?

- A. $f(x)$ liên tục tại $x = -1$
- B. $f(x)$ có đạo hàm tại $x = -1$.
- C. $f(-1) = 0$
- D. $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = -1$.

VIII- HÌNH HỌC

Véc tơ trong Không gian- Hai đường thẳng vuông góc

Câu 1. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AC'}$ B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{DD'} = \vec{0}$
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{A'C}$ D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{A'C'}$

Câu 2. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Vì $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ nên I là trung điểm AB
- B. Vì I là trung điểm AB nên với O bất kỳ ta luôn có $\overrightarrow{IO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO})$
- C. Vì $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}$ nên A, B, C, D đồng phẳng.
- D. Vì $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} = \vec{0}$ nên A, B, C, D đồng phẳng.

Câu 3. Cho tứ diện ABCD, gọi G, G' lần lượt là trọng tâm tứ diện ABCD và ΔBCD . Khẳng định nào

dưới đây là **sai**:

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GG'} = \vec{0}$
C. A, G, G' thẳng hàng D. G là trung điểm AG'

Câu 4. Cho tứ diện ABCD, M, N, G lần lượt là trung điểm AB, CD, MN, I là điểm bất kỳ trong không gian, đẳng thức nào dưới đây **sai**?

A. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN})$

B. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 4\overrightarrow{GI}$

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

Câu 5. Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình bình hành tâm O. I là trung điểm SO. Đẳng thức nào dưới đây là **Sai**?

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$

B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$

C. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = 2\overrightarrow{SO}$

D. $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}$

Câu 6. Cho hình lăng trụ ABC. A'B'C' có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. G là trọng tâm t giác A'B'C'. Đẳng thức nào dưới đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c})$.

B. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

C. $\overrightarrow{BG} = \vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$

D.

$\overrightarrow{C'G} = \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$

Câu 7. Cho tứ diện ABCD và các điểm M, N xác định bởi $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{DC}$.

Tìm x để các véc tơ $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

A. $x = -1$.

B. $x = -3$.

C. $x = -2$.

D. $x = 2$.

Câu 8. Trong không gian cho 3 đường thẳng phân biệt a, b, c. Chọn mệnh đề đúng:

A. Nếu a vuông góc với b và b vuông góc với c thì a vuông góc với c.

B. Nếu a vuông góc với b và b song song với c thì a vuông góc với c.

C. Nếu a, b cùng vuông góc với c thì a vuông góc với b.

D. a và b song song với nhau, c vuông góc với a thì c vuông góc với mọi đường nằm trong mp(a, b)

Câu 9. Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D' có cạnh bằng a. Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'C'}$ bằng:

A. a^2

B. $a^2\sqrt{2}$

C. 0

D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$

Câu 10. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Góc giữa hai đường thẳng B'D' và AA' bằng 60° .

B. Góc giữa hai đường thẳng AC và B'D' bằng 90° .

C. Góc giữa hai đường thẳng AD và B'C bằng 45° .

D. Góc giữa hai đường thẳng BD' và AC bằng 90° .

Câu 11. Cho tứ diện ABCD có AB = AC = AD = BD = a và $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $\widehat{CAD} = 90^\circ$. Góc giữa $\overrightarrow{AB}$ & $\overrightarrow{CD}$

A. 180°

B. 120°

C. 90°

D. 45°

Câu 12. Cho tứ diện ABCD có AB = AC = AD = a và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{CAD} = 90^\circ$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB và CD. Góc giữa $\overrightarrow{AB}$ & $\overrightarrow{IJ}$ là:

A. 60°

B. 120°

C. 90°

D. 45°

Câu 13. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với AB = 2a, BC = a. Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC.

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. $\arctan 2$.

Câu 14. Cho tứ diện ABCD có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau, biết AB = AC = AD = 1. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Câu 15. Trong không gian cho hai tam giác đều ABC, ABC' nằm trong mặt phẳng khác nhau.

Góc giữa $\overrightarrow{AB}$ & $\overrightarrow{CC'}$ bằng:

A. 60^0

B. 120^0

C. 90^0

D. 45^0

Câu 16. Gọi S là diện tích tam giác ABC. Khi đó $S = \frac{1}{2} \sqrt{\overrightarrow{AB}^2 \cdot \overrightarrow{AC}^2 - k(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$. Giá trị của k là:

A. 0

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{4}$

D. 1

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Giá trị $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB}$ bằng

A. $\frac{a^2}{2}$.

B. $-\frac{a^2}{2}$.

C. $\frac{a^2}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a^2}{2}$.

Câu 18. Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $BB' \perp BD$.

B. $A'C' \perp BD$.

C. $A'B \perp DC'$.

D. $BC' \perp A'D$.

Câu 19. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O . Qua O có mấy đường thẳng vuông góc với Δ ?

A. 1.

B. 3.

C. Vô số.

D. 2.

Câu 20. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $\overrightarrow{MA} = k \cdot \overrightarrow{MD'}$, $\overrightarrow{NA'} = l \cdot \overrightarrow{NB}$. Khi MN vuông góc với $A'C$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

A. $k=1, l \in \mathbb{R}$.

B. $l=1, k \in \mathbb{R}$.

C. $k=-1, l \in \mathbb{R}$.

D. $l=-1; k \in \mathbb{R}$.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Câu 1. Trong các mệnh đề, mệnh đề nào sai:

A. Đường thẳng vuông góc với 2 đường thẳng phân biệt trong mp (P) thì nó vuông góc với mp (P).

B. Một đường vuông góc với một trong hai mp song song thì nó cũng vuông góc với mp còn lại.

C. Đường thẳng vuông góc với mp thì vuông góc với mọi đường nằm trong đó.

D. Một đường thẳng vuông góc với một mp cho trước thì mọi đường thẳng song song với đường thẳng đó đều vuông góc với mp.

Câu 2. Dữ kiện nào dưới đây có thể khẳng định $d \perp (P)$.

$$(I) \begin{cases} d \perp (Q) \\ (P) // (Q) \end{cases} \quad (II) \begin{cases} d' \perp (Q) \\ d // d' \end{cases} \quad (III) \begin{cases} d \perp d_1 \\ d \perp d_2 \\ \text{Trong } (P): d_1 \cap d_2 \end{cases} \quad (IV) (d, (P)) = 90^0$$

A. Chỉ có (III)

B. (I), (II), (III)

C. (III), (IV)

D. Cả 4 khẳng định

Câu 3. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

A. Là góc giữa véc tơ chỉ phương của đường thẳng và véc tơ khác không vuông góc với mặt phẳng

B. Là góc giữa đường thẳng và hình chiếu vuông góc của nó trên mp.

C. Có thể là góc tù.

D. Luôn luôn là góc nhọn

Câu 4. Cho tứ diện ABCD có AB, BC, CD đôi một vuông góc với nhau. Khi đó CD vuông góc với

A. (ABD)

B. (ABC)

C. mp trung trực của BC

D. mp trung trực của BD

Câu 5. Cho tứ diện OABC có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau. Khi đó hình chiếu vuông góc của O lên mp (ABC) là:

A. trọng tâm ΔABC

B. trực tâm ΔABC

C. Tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC

D. Tâm đường tròn nội tiếp ΔABC

Câu 6. Cho tứ diện OABC có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau., H là hình chiếu vuông góc của điểm O lên mặt phẳng (ABC). Chọn kết luận sai:

A. $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$

B. $BC \perp (OAH)$

C. H là trực tâm tam giác ABC
hơn 90°

D. Tam giác ABC có ít nhất 1 góc không nhỏ

Câu 7. Cho hình chóp S.ABC có $SA \perp (ABC)$, ABC có ba góc nhọn. Gọi H, K lần lượt là trực tâm tam giác ABC và SBC. Chọn câu sai trong các câu dưới đây:

- A. $HK \perp (SBC)$ B. $CK \perp (SAB)$ C. $BH \perp (SAC)$ D. $CH \perp (SAB)$

Câu 8. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$.

Góc giữa SC và (SAB) bằng:

- A. 90° B. 30° C. 45° D. 60°

Câu 9. Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$. Góc giữa SC và (SBD) bằng:

- A. $18^\circ 26'$ B. $45^\circ 35'$ C. 45° D. $20^\circ 42'$

Câu 10. Cho tứ diện ABCD, $AB \perp (BCD)$, $AB = a\sqrt{3}$, ΔBCD đều cạnh a. Góc giữa AC và (BCD) :

- A. 90° B. 30° C. 45° D. 60°

Câu 11. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC vuông tại B, SA vuông góc với (ABC). Khẳng định nào là sai?

- A. $SB \perp AC$. B. $SA \perp AB$. C. $SB \perp BC$. D. $SA \perp BC$.

Câu 12. Cho hình chóp S.ABCD có $SA \perp (ABCD)$ và đáy ABCD là hình vuông. Từ A kẻ $AM \perp SB$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AM \perp (SBD)$. B. $AM \perp (SBC)$. C. $SB \perp (MAC)$. D. $AM \perp (SAD)$.

Câu 13. Cho hình chóp S.ABC có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại B. Vẽ $SH \perp (ABC)$, $H \in (ABC)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. H trùng với trực tâm tam giác ABC. B. H trùng với trọng tâm tam giác ABC.
C. H trùng với trung điểm AC. D. H trùng với trung điểm BC.

Câu 14. Cho hình chóp S.ABC có $SA = SB = SC$, $ASB = 90^\circ$, $BSC = 60^\circ$, $ASC = 120^\circ$. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC).

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 15. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $AC = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $ACB = 135^\circ$. Hình

chiếu vuông góc của C' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của AB. Tính góc tạo bởi đường thẳng $C'M$ với mặt phẳng (ACC'A')?

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Câu 16. Cho tứ diện ABCD có $AB = AC$ và $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AB \perp (ABC)$. B. $AC \perp BC$. C. $CD \perp (ABD)$. D. $BC \perp AD$.

Câu 17. Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D'. Kết luận nào dưới đây sai:

- A. $AC' \perp (A'BD)$ B. $AC' \perp (B'CD')$
C. $(A'BD) \parallel (B'CD')$ D. $(A'B, (AB'C'D)) = 45^\circ$

Câu 18. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ tâm O của đáy ABC đến một mặt bên.

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $a\sqrt{\frac{3}{10}}$. D. $a\sqrt{\frac{2}{5}}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AD = a$, $AB = 2a$, $BC = 3a$, $SA = 2a$, H là trung điểm cạnh AB , SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $\frac{a\sqrt{30}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{30}}{10}$. C. $\frac{a\sqrt{13}}{10}$. D. $\frac{a\sqrt{17}}{7}$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB = a$, $BC = 2a$. Điểm H thuộc cạnh AC sao cho $CH = \frac{1}{3}CA$, SH là đường cao hình chóp $S.ABC$ và $SH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Gọi I là trung điểm BC . Tính diện tích thiết diện của hình chóp với mặt phẳng đi qua H và vuông góc với AI .

- A. $\frac{\sqrt{2}a^2}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^2}{6}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^2}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^2}{6}$.

Hai mặt phẳng vuông góc

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

- A. Hai mp phân biệt cùng vuông góc với một mp thứ ba thì song song với nhau.
 B. Nếu hai mp vuông góc với nhau thì mọi đường trong mp này sẽ vuông góc với mp kia.
 C. Nếu hai mp phân biệt (P) , (Q) cùng vuông góc với mp (R) thì giao tuyến d của (P) , (Q) sẽ vuông góc với (R) .
 D. Hai mặt phẳng (P) , (Q) cắt nhau theo giao tuyến d , với mỗi điểm A thuộc (P) , B thuộc (Q) thì AB vuông góc d .

Câu 2. Chọn mệnh đề **Sai** trong các mệnh đề sau:

- A. Qua một đường thẳng d cho trước xác định được duy nhất một mp (P) chứa d và vuông góc với (Q) cho trước.
 B. Có duy nhất một mp đi qua một điểm cho trước và vuông góc với hai mp cắt nhau cho trước.
 C. Các mp cùng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mp cho trước thì luôn đi qua một đường thẳng cố định.
 D. Hai mp vuông góc nhau thì đường thẳng nằm trong mp này và vuông góc với giao tuyến sẽ vuông góc với mp còn lại.

Câu 3. Chọn câu đúng. Dữ kiện nào dưới đây không thể kết luận $(P) \perp (Q)$

- A. $\begin{cases} d \perp (Q) \\ d \subset (P) \end{cases}$ B. $\begin{cases} d_1 \perp (Q), d_2 \perp (P) \\ (d_1, d_2) = 90^\circ \end{cases}$
 C. $\begin{cases} d \subset (Q), d_1, d_2 \subset (P) \\ d \perp d_1, d \perp d_2, d_1 \cap d_2 = I \end{cases}$ D. $\begin{cases} d_1 \subset (Q), d_2 \subset (P) \\ d_1 \perp d_2 \end{cases}$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 2BC$ và $BAC = 120^\circ$. Hình chiếu vuông góc của A lên các đoạn SB và SC lần lượt là M và N . Góc của hai mặt phẳng (ABC) và (AMN) bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 15° . D. 30° .

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $SA = SB = SC = a$. Góc giữa $(ABCD)$ và (SBD) bằng:

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Câu 6. Giả sử α là góc của hai mặt của một tứ diện đều có cạnh bằng a . Khẳng định đúng là

- A. $\tan \alpha = \sqrt{8}$. B. $\tan \alpha = 3\sqrt{2}$. C. $\tan \alpha = 2\sqrt{3}$. D. $\tan \alpha = 4\sqrt{2}$.

Câu 7. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng a . Tính góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'B'C')$.

A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\arccos \frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, $SA = 2a$. Tính $\tan$ của góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$.

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AD = DC = a$. Biết SAB là tam giác đều cạnh $2a$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính $\cos$ của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) .

A. $\frac{2}{\sqrt{7}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{6}}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác đều SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Ta có $\tan$ của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng:

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) cùng vuông góc với (DBC) . Gọi BE và DF là hai đường cao của tam giác BCD , DK là đường cao của tam giác ACD . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A. $(ABE) \perp (ADC)$. B. $(ABD) \perp (ADC)$. C. $(ABC) \perp (DFK)$. D. $(DFK) \perp (ADC)$.

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A. $(ABC') \perp (A'DC')$. B. $(A'BD) \perp (BDC')$.
C. $(ABD') \perp (BCC'B')$. D. $(A'BC) \perp (ADC'B')$

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD = BC = BD = a$ và hai mặt phẳng (ACD) , (BCD) vuông góc với nhau. Tính độ dài cạnh CD sao cho hai mặt phẳng (ABC) , (ABD) vuông góc.

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $a\sqrt{3}$

Câu 14. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a , khoảng cách giữa AB và CD bằng:

A. $\frac{a}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. a

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a , SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$. D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 16. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và CD' .

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. $2a$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, BC, SD . Tính khoảng cách giữa AP và MN .

- A. $\frac{3a}{\sqrt{15}}$. B. $4\sqrt{15}a$. C. $\frac{3a\sqrt{5}}{10}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 18. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{7}$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Biết hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ bằng

- A. $a\sqrt{\frac{3}{2}}$. B. $\frac{3a}{\sqrt{2}}$. C. $a\sqrt{\frac{2}{3}}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB=4\text{cm}$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) . Lấy M thuộc SC sao cho $CM=2MS$. Khoảng cách giữa hai đường AC và BM là

- A. $\frac{4\sqrt{21}}{7}\text{cm}$. B. $\frac{8\sqrt{21}}{21}\text{cm}$. C. $\frac{4\sqrt{21}}{21}\text{cm}$. D. $\frac{2\sqrt{21}}{3}\text{cm}$.

Câu 20. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng 1 và các góc phẳng đỉnh A đều bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'C'$

- A. $\frac{\sqrt{22}}{11}$. B. $\frac{2}{11}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{11}$. D. $\frac{3}{11}$.

PHẦN II. TỰ LUẬN

DÃY SỐ - CẤP SỐ CỘNG - CẤP SỐ NHÂN

Bài 1. Bằng phương pháp quy nạp toán học, hãy chứng minh các mệnh đề sau đúng $\forall n \in \mathbb{N}^*$

- a) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ d) $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}$
- b) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$ e) $6^{2n} + 10 \cdot 3^n \vdots 11$
- c) $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$ f) $2^n > 2n+1$

Bài 2. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n + 2^{n+1} \end{cases} \forall n \geq 1$. C/mình rằng $u_n = 5 \cdot 3^{n-1} - 2^{n+1}$ $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Bài 3. Xác định số hạng tổng quát của dãy (u_n) cho bởi hệ thức:

- a) $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 3u_n - 1 \end{cases} \forall n \geq 1$ b) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3n + 2 \end{cases} \forall n \geq 1$

Bài 4. Chứng minh dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3n+14}{n+2}$ là dãy số giảm và bị chặn.

Bài 5. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 9 - 5n$.

- a) Viết 5 số hạng đầu của dãy.

b) CMR: dãy (u_n) là cấp số cộng. Tìm u_1 và công sai d .

c) Tìm số hạng thứ 1000 của cấp số cộng.

d) Số - 9991 và số 2016 có là số hạng của cấp số cộng không? Là số hạng thứ bao nhiêu?

Bài 6. Viết 5 số xen giữa các số 25 và 1 để được cấp số cộng. Nếu viết tiếp thì số hạng thứ 50 là bao nhiêu của cấp số cộng?

Bài 7. Tìm cấp số cộng (u_n) biết:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \begin{cases} u_4 = 10 \\ u_7 = 19 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} u_1 + 2u_5 = 0 \\ S_4 = 14 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases} & \text{e) } \begin{cases} S_6 = 18 \\ S_{10} = 110 \end{cases} \end{array}$$

Bài 8. Cho dãy số (u_n) xác định bởi :
$$\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - u_{n-1} + 1, n \geq 2 \end{cases}$$

a) Lập dãy số (v_n) với $v_n = u_{n+1} - u_n$. CMR: (v_n) là một cấp số cộng.

b) Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của dãy số (v_n) .

Bài 11. Tìm x biết:

a) $-1 + 3 + 7 + 11 + 15 + \dots + x = 350$ và $-1, 3, 7, \dots$ là cấp số cộng.

b) $1 + 6 + 11 + 16 + \dots + x = 970$ và $1, 6, 11, \dots$ là cấp số cộng

c) $(2x+1) + (2x+6) + (2x+11) + \dots + (2x+96) = 1010$ và $1, 6, 11, \dots$ là cấp số cộng

Bài 12. Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số cộng có số hạng đầu bằng $\frac{1}{3}$, số hạng thứ hai bằng $-\frac{1}{3}$ và số hạng cuối bằng -2007.

Bài 13. Cho một dãy số có các số hạng đầu tiên là 1; 8; 22; 43; 71;... Biết rằng hiệu hai số hạng liên tiếp của dãy số trên lập thành một cấp số cộng. Hỏi 35357 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đó?

Bài 14: Tìm m để phương trình :

a) $x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt lập thành 1 cấp số cộng

b) $x^4 - 2(m+1)x^2 + m + 1 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt lập thành 1 cấp số cộng

c) $x^3 - 3mx^2 + 2m(m-4)x + 9m^2 - m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành 1 cấp số cộng

Bài 15: Cho dãy số (u_n) , với $u_n = 2^{2n+1}$.

a) Chứng minh dãy số (u_n) là cấp số nhân. Nêu nhận xét về tính tăng giảm của cấp số nhân đó.

b) Số 2048 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân.

Bài 16: Giả sử $\frac{\sin \alpha}{6}$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ theo thứ tự đó là một cấp số nhân. Tính $\cos 2\alpha$.

Bài 17. Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có 11 số hạng, số hạng đầu bằng $\frac{4}{3}$, số hạng cuối bằng $\frac{81}{256}$.

Bài 18. Tìm ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, biết rằng tổng của chúng bằng 147, hiệu của số hạng cuối với số hạng đầu bằng 105.

Bài 19. Độ dài ba cạnh của tam giác ABC lập thành một cấp số nhân. Chứng minh rằng tam giác ABC có hai góc không quá 60° .

Bài 20. Cho ba số tạo thành một cấp số nhân mà tổng của chúng bằng 93. Ta có thể sắp đặt chúng (theo thứ tự của cấp số nhân kể trên) như là số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ bảy của một cấp số cộng. Tìm ba số đó.

Bài 21. a) Cho cấp số nhân (u_n) có $S_2 = 4; S_3 = 13$. Biết $u_2 < 0$, giá trị S_5 bằng.

b) Cho cấp số nhân (u_n) có $S_8 = 15; S_{12} = 63$. Giá trị S_4 bằng

Bài 22. Tìm bốn số biết rằng ba số đầu lập thành một cấp số nhân, ba số sau lập thành một cấp số cộng. Tổng của hai số đầu và cuối bằng 14, còn tổng của hai số ở giữa bằng 12.

Bài 23. Cho 4 số lập thành cấp số cộng. Lần lượt trừ mỗi số ấy cho 2, 6, 7, 2 thì nhận được một cấp số nhân. Tìm các số đó

Bài 24: Ông A vay ngân hàng 800 triệu đồng theo hình thức trả góp hàng tháng trong 60 tháng. Lãi suất ngân hàng cố định 0,5%/tháng. Mỗi tháng ông A phải trả (lần đầu tiên phải trả là 1 tháng sau khi vay) số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia cho 60 và số tiền lãi sinh ra từ số tiền gốc còn nợ ngân hàng. Tổng số tiền lãi mà ông A phải trả trong toàn bộ quá trình trả nợ là bao nhiêu?

Bài 25 : Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_{100}$?

Bài 26. Cho dãy số (u_n) xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3n \end{cases} \quad \forall n \geq 1.$$

a) Xét dãy số (v_n) xác định bởi $v_n = u_n + 3n + 3$. CMR: (v_n) là một cấp số nhân

b) Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của dãy số (v_n) .

Bài 27: Rút gọn các tổng sau:

a) $S = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + x^6$

c) $S = 3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{333\dots3}_{n \text{ số } 3}$

b) $S = \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4 + \frac{1}{4}\right)^2 + \dots + \left(2^n + \frac{1}{2^n}\right)^2$

d) $S = \frac{1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n}{1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^n}$

e) $S = 1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \dots + 2018.2^{2017}$

f) $S = \frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \dots + \frac{2n-1}{2^n}$

Bài 28:

a) Tổng của n số hạng đầu tiên của dãy (a_n) là $S_n = 5^n - 1$ với $\forall n \geq 1$, CMR : (a_n) là một cấp số nhân

b) Tổng của n số hạng đầu tiên của dãy (a_n) là $S_n = 2n^2 + 3n$ với $\forall n \geq 1$, CMR : (a_n) là một cấp số cộng

GIỚI HẠN

Bài 1. Tính giới hạn của các dãy số sau :

1. $\lim \left(\sqrt[3]{n^3 + 6n^2} - n \right)$

4. $\lim \frac{n\sqrt{1+3+5+\dots+(2n+1)}}{n^3 + 3n + 2}$

2. $\lim n \left(\sqrt{n^2 + 4} - \sqrt{n^2 - 3} \right)$

5. $\lim \left(\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right)$

3. $\lim \frac{\sqrt{4n^2 + 3n + 1} - 2n}{\sqrt[3]{8n^3 + 2n^2 - 1} - 2n}$

6. $\lim \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$

Bài 2. Tính giới hạn của các hàm số sau:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^5 + 9x + 7}{3x^6 + x^3 + 1}$
2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 3x^2 - 9x - 2}{x^3 - x - 6}$
3. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x + 2}$
4. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1-x^3} \right)$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1} - 1}{x}$
6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 + 2x - 3}$
7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{\sqrt{6x^2 + 3} + 3x}$
8. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{1 - \sqrt{5-x}}$
9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - \sqrt{8x+1}}{\sqrt{5-x} - \sqrt{7x-3}}$
10. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{10-x} - 2}{x-2}$
11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{2x-1} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} - 1}$
12. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{4x-3} - 1}{x-1}$
13. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{3x-1} - \sqrt{x+1}}{x-3}$
14. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{2x-1} + \sqrt[5]{x-2}}{x-1}$
15. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - nx + n - 1}{(x-1)^2}$

Bài 3. Tính giới hạn các hàm số sau:

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-1)^2(7x+2)^2}{(2x+1)^4}$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin 2x + 2 \cos x}{x^2 + x + 1}$
3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^6 + 2x^2 + 1}}{5x + 7}$
4. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 3}}{4x + 2}$
5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+2) \frac{2x+1}{\sqrt{x^4 + 3}}$
6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{2x^2 - 3} - 5x)$
7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 4 + \sqrt{4x^2 + x})$
8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 1} - 3x)$
9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - x)$
10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 1} + x - 1)$
11. $\lim_{x \rightarrow 2^+} (2x - 4) \frac{3x^2 + x - 1}{\sqrt{x^2 - 4}}$
12. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-2x^2 + x + 5}{x - 3};$
13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_0}$ với $a_n \neq 0, b_m \neq 0$

Bài 4. Áp dụng giới hạn cơ bản $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, tính các giới hạn sau:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 3x \cos 5x}{x^2}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \tan x} - \sqrt{1 + \sin x}}{x^3}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x^2} - \cos x}{x^2}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x \sin x} - \sqrt{\cos 2x}}{\tan^2 \frac{x}{2}}$
5. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\pi - 4x) \tan 2x$

Bài 5. Biện luận theo tham số tính liên tục của hàm số tại một điểm, trên một khoảng, một đoạn.

1. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x + m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ tại $x = 1$
2. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 6}{x(x-3)} & \text{khi } x \neq 0, x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 0 \\ n & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ tại $x = 0, x = 3$
3. $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{khi } x < 1 \\ ax + 1 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ tại $x = 1$
4. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x-1|} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ trên R .

Bài 6. Chứng minh sự tồn tại nghiệm của phương trình.

1. Chứng minh phương trình $x^5 - 3x^4 + 5x - 2 = 0$ có ít nhất 3 nghiệm trong khoảng $(-2; 5)$.
2. Chứng minh phương trình $(1 - m^2)(x + 1)^3 + x^2 - x - 3 = 0$ luôn có nghiệm với mọi m .
3. Chứng minh phương trình $\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sin x} = m$ luôn có nghiệm với mọi m .

ĐẠO HÀM

Bài 6.: Tìm đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = \frac{4x+1}{\sqrt{x^2+2}}$

b) $y = \sqrt{\frac{x^3}{x-1}}$

c) $y = \frac{1}{(x^2 - x + 1)^5}$

d) $y = \tan^3 \frac{\pi x}{6}$

Bài 1. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết:

- a. Tiếp điểm M có tung độ bằng 4
- b. Tiếp điểm M là giao của đồ thị hàm số với trục hoành
- c. Tiếp điểm M là giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung

Bài 2. Cho hàm số $y = x^3$. Tìm các điểm M trên đồ thị hàm số ($M \neq$ gốc tọa độ) sao cho tiếp tuyến tại M tạo với 2 trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 6.

Bài 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số biết tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất.

Bài 4. Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$. Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ đi qua $A(1; 2)$.

Bài 5. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x + 2$. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) trong các trường hợp sau:

- a/ Tiếp điểm có tung độ bằng 1.
- b/ Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: x + 6y = 0$.
- c/ Tiếp tuyến tạo với trục Ox một góc 45° .
- d/ Tiếp tuyến đi qua điểm $A(4; 0)$.

Bài 6. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2, (C)$

- a/ Chứng minh rằng PT $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.
- b/ Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại giao điểm của (C) với trục Oy .
- c/ Viết phương trình tiếp tuyến với (C) song song với đường thẳng $y = 9x + 2018$
- d/ CMR : qua $A(0; 2)$ kẻ được 2 tiếp tuyến với (C) , viết phương trình các tiếp tuyến đó.
- e/ Tìm các điểm nằm trên đường thẳng $y = -2$ để từ đó kẻ được 3 tiếp tuyến với (C) .

Bài 7. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + mx - 3$. Tìm m để

- a/ $f'(x)$ bằng bình phương của một nhị thức
- b/ $f'(x) \geq 0, \forall x$
- c/ $f'(x) < 0$ với $\forall x \in (0, 2)$
- d/ $f'(x) > 0, \forall x > 0$

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{khi } x \leq 0 \\ -x^3 + bx + c, & \text{khi } x > 0 \end{cases}$$

Bài 8. Cho hàm số

- a/ Tìm b, c để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 0$
- b/ Xác định b, c để hàm số có đạo hàm tại $x = 0$ và tính $f'(0)$.

HÌNH HỌC

Véc tơ trong Không gian- Hai đường thẳng vuông góc

Bài 1. Cho hình chóp $SABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA = SB$, AB vuông góc với SC .

Gọi M là trung điểm SD .

1) Biểu diễn $\overrightarrow{AM}$ theo ba vectơ $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}$.

2) Chứng minh: AM vuông góc với AB .

Bài 2. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , góc $BAD = 120^\circ$. Biết $SA = SC = a$,

$SB = SD = \frac{3a}{2}$. Gọi M, I, J lần lượt là trung điểm AB, SD, CD ; G là trọng tâm tam giác SAB . Tính góc giữa:

1) SA và DC

2) SB và AD

3) SM và BD

4) BG và IJ

Bài 3: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6; CD = 8$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm BC, AC, BD . Biết $JK = 5$.

CMR: AB vuông góc với CD ; IJ vuông góc với CD .

Bài 4. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Các điểm M, N lần lượt là trung điểm AB, CD

O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD .

1) CMR: AO vuông góc với CD ; MN vuông góc với CD .

2) Tính góc giữa: AC và BN ; MN và BC .

Bài 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .

1) Gọi I, J lần lượt là trung điểm $CD, A'D'$. CMR: $B'I$ vuông góc với $C'J$

2) Trên các cạnh DC và BB' ta lần lượt lấy các điểm M, N không trùng với hai đầu mút sao cho $DM = BN$. Chứng minh AC' vuông góc với MN .

Bài 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng $a, A'AD = A'AB = DAB = 60^\circ$.

1) CMR: $DCB'A'$ và $BCD'A'$ là những hình vuông.

2) CMR: AC' vuông góc với DA' ; AC' vuông góc với BA'

3) Tính độ dài đoạn AC'

Bài 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi I, J lần lượt thuộc các đoạn

thẳng AC' và $B'C$ sao cho $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MC'}$, $\overrightarrow{NB'} = k\overrightarrow{NC}$. Biểu diễn các vectơ sau theo ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$:
 $\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{B'N}; \overrightarrow{MN}$

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Bài 8. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a , gọi H là chân đường vuông góc hạ từ A xuống mặt phẳng (BCD) .

- 1) Tính độ dài đường cao AH .
- 2) Tính độ dài đoạn nối trung điểm của một cặp cạnh đối.
- 3) Tính góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD)
- 4) Tìm điểm O cách đều 4 đỉnh của tứ diện.
- 5) Gọi I là trung điểm của AH . Chứng minh IB, IC, ID đôi một vuông góc với nhau
- 6) Chứng minh tứ diện có các cặp cạnh đối vuông góc với nhau
- 7) Tìm điểm M sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất, tính giá trị đó

Bài 9: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SD, SC

- 1) Chứng minh tất cả các mặt bên của hình chóp đều là các tam giác vuông
- 2) Tính góc giữa các cạnh bên và mặt đáy.
- 3) Chứng minh $BD \perp (SAC)$, $BD // (AMN)$
- 4) CMR $SC \perp (AMN)$; AM, AN, AP đồng phẳng và $AP \perp MN$
- 5) Tìm điểm J cách đều tất cả các đỉnh của hình chóp
- 6) Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SB

Bài 10: Cho tứ diện $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B . Trong mặt phẳng SAB kẻ AM vuông góc với SB tại M , trên cạnh SC lấy điểm N sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC}$:

- 1) CMR: $BC \perp (SAB)$; $AM \perp (SBC)$; $SB \perp AN$
 - 2) Biết $SA = a\sqrt{2}$; $AB = BC = a$, tính diện tích tam giác AMN
 - 3) H là hình chiếu của A lên SC , K là giao của HM với (ABC) . CMR $AK \perp AC$
 - 4) E là điểm tùy ý trên cạnh AB , đặt $AE = x (0 < x < a)$. Tính diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABC$ theo a và x khi cắt bởi mặt phẳng (α) qua E và vuông góc với AB . Tìm x để diện tích có giá trị lớn nhất
- Bài 11:** Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và $SC = a\sqrt{2}$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, AD

- 1) CMR: $SH \perp (ABCD)$
- 2) CMR: $AC \perp SK$; $CK \perp SD$

Bài 12: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$; $BC = a\sqrt{3}$, $SD = a\sqrt{5}$. mặt bên SBC là tam giác vuông tại B mặt bên SCD là tam giác vuông tại D

- 1) CMR: $SA \perp (ABCD)$, tính SA
- 2) Đường thẳng qua A vuông góc với AC cắt các đường CB, CD lần lượt tại I, J . Gọi H là hình chiếu của A lên SC ; K, L lần lượt là giao điểm của SB, SD với mặt phẳng (HIJ) . CMR: $AK \perp (SBC)$; $AL \perp (SCD)$
- 3) Tính diện tích tứ giác $AKHL$

Bài 13: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $CA = a$, $CB = a\sqrt{3}$, mặt bên $AA'B'B$ là hình vuông. Từ C kẻ $CH \perp AB'$, $HK // A'B (H \in AB', K \in AA')$

- 1) CMR: $BC \perp CK$, $AB' \perp (CHK)$.
- 2) Tính góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $BB'C'C$
- 3) Tính độ dài đoạn vuông góc hạ từ A đến mặt phẳng (CHK)
- 4) M là trung điểm AB . Tính diện tích thiết diện của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a khi cắt bởi mặt phẳng (α) qua M và vuông góc với $A'B$

Bài 14: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, AD

- 1) CMR: $SI \perp (SCD)$, $SJ \perp (SAB)$
- 2) Gọi H là hình chiếu của S lên IJ . CMR: $SH \perp AC$
- 3) Gọi M là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho: $BM \perp SA$. Tính AM theo a

Hai mặt phẳng vuông góc

Bài 15: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a , gọi O là tâm hình vuông $ABCD$

- 1) Tính độ dài đoạn SO
- 2) Gọi M là trung điểm của SC . CMR: $(MBD) \perp (SAC)$
- 3) Xác định và tính góc giữa hai mặt phẳng (MBD) và $ABCD$
- 4) Xác định góc giữa cạnh bên và mặt đáy
- 5) Xác định góc giữa mặt bên và mặt đáy
- 6) Gọi (P) là mặt phẳng qua AM và song song với BD . Hãy tính thiết diện thu được.

Bài 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I , cạnh a , $A = 60^\circ$, $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$; (SBC) và (SCD) cùng vuông góc với $(ABCD)$

- 1) CMR: $(SBD) \perp (SAC)$
- 2) Trong tam giác SCA kẻ IK vuông góc với SA tại K . Tính độ dài IK
- 3) Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) , (SAD) và $(ABCD)$.
- 4) Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi (α) là mặt phẳng qua C và vuông góc với SA .

Bài 17: Cho hình tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với (BCD) . Gọi AE, BF là hai đường cao của tam giác ABC ; H, K lần lượt là trực tâm của các tam giác ABC và DBC .

- 1) CMR: $(ADE) \perp (ABC)$; $(BFK) \perp (ABC)$
- 2) CMR: $HK \perp (ABC)$
- 3) HK cắt AD kéo dài tại M . CMR: tứ diện $ABCM$ có các cặp cạnh đối đôi một vuông góc.

Bài 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , có $AB = 2a, AD = DC = a$, cạnh SA vuông góc với đáy, $SA = a$

- 1) CMR: $(SAD) \perp (SDC)$; $(SAC) \perp (SBC)$
- 2) Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SDC) ; (SBC) và $(ABCD)$; (SBC) và (SAB)
- 3) Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (α) chứa SD và vuông góc với (SAC) .

Bài 19: Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác SAB đều cạnh a nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi I, M lần lượt là trung điểm của AB, SD

- 1) CMR: các véc-tơ $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IM}$ đồng phẳng.
- 2) CMR: $SI \perp (ABCD)$; $(SAD) \perp (SAB)$
- 3) Tính góc tạo bởi giữa các cạnh bên và mặt đáy
- 4) Tính góc tạo bởi giữa các cặp mặt phẳng: (SBC) và $(ABCD)$; (SAB) và (SCD)
- 5) Gọi F là trung điểm AD . CMR: $(SCF) \perp (SCD)$

Bài 20: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a

- 1) CMR: $AD' \perp DB'$; $B'D \perp (BA'C')$; $(BDA') \perp (AB'C'D)$.
- 2) Tính góc giữa BC' và CD' ; BC' và $(BB'D'D)$
- 3) Tính khoảng cách giữa BC' và $(AD'C)$;

Bài 21: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc, $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}, OB = OC = a, I$ là trung điểm BC

- 1) CMR: $(OAI) \perp (ABC)$
- 2) Tính góc giữa AB và mặt phẳng (AOI)
- 3) Dựng và độ dài đoạn vuông góc chung giữa hai đường thẳng OC và AB ; AI và OC
- 4) Xác định thiết diện của tứ diện khi cắt bởi mặt phẳng chứa OB và vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

Tính diện tích của thiết diện đó.

Bài 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là nửa lục giác đều cạnh a ($AB \parallel CD, AB > CD$). Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.

- 1) CMR: $BD \perp SC$
- 2) Tính khoảng cách giữa SD và AB ; giữa B và (SAD)
- 3) Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$.