

Họ và tên:.....SBD:.....

**PHẦN A. TRẮC NGHIỆM(14 điểm)**

**I. PHẦN 1. (7 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu bằng 1 và tổng 100 số hạng đầu bằng 14950. Giá trị của tổng  $\frac{1}{u_1u_2} + \frac{1}{u_2u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49}u_{50}}$  bằng.

- A. 148.                                      B.  $\frac{49}{74}$ .                                      C.  $\frac{49}{148}$ .                                      D. 74.

**Câu 2.** Biết  $a, b$  là các số thực thoả mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = 3$ . Giá trị  $a + 2b$  bằng

- A. 6.    B. -3.    C. -6.    D. 3.

**Câu 3.** Cho các số thực  $a, b, c$  thoả mãn  $\begin{cases} -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$ . Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  và trục  $Ox$  là

- A. 1.    B. 2.    C. 0.    D. 3.

**Câu 4.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC, AD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $NG$  với mặt phẳng  $(ABC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $I \in AB$ .                                      B.  $I \in AM$ .                                      C.  $I \in AC$ .                                      D.  $I \in BC$ .

**Câu 5.** Đơn giản biểu thức  $C = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) + \cos\left(a - \frac{7\pi}{2}\right) - \sin\left(a - \frac{7\pi}{2}\right)$

- A.  $2 \cos a$ .                                      B.  $-2 \sin a$ .                                      C.  $-2 \cos a$ .                                      D.  $2 \sin a$ .

**Câu 6.** Cho  $a, b$  là hai số nguyên thoả mãn  $2a - 5b = -8$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} = 4$ . Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A.  $a + b > 9$ .                                      B.  $a - b > 1$ .                                      C.  $a^2 + b^2 > 50$ .                                      D.  $|a| \leq 5$ .

**Câu 7.** Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

- A. 3125.    B. 1792.    C. 2055.    D. 1635.

**Câu 8.** Giá trị của tổng  $4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$  (tổng đó có 2018 số hạng) bằng

- A.  $\frac{4}{9} \left( \frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018 \right)$ .                                      B.  $\frac{4}{9} (10^{2018} - 1)$ .  
C.  $\frac{40}{9} (10^{2018} - 1) + 2018$ .                                      D.  $\frac{4}{9} \left( \frac{10^{2019} - 10}{9} + 2018 \right)$ .

**Câu 9.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $a$  thuộc khoảng  $(0; 2019)$  để  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}$ ?

- A. 2019.                                      B. 2011.                                      C. 2018.                                      D. 2012.

**Câu 10.** Trong các dãy số sau, dãy nào là dãy số bị chặn?

- A.  $u_n = 2n + \sin(n)$ .                      B.  $u_n = n^2$ .                              C.  $u_n = n^3 - 1$ .                              D.  $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ .

**Câu 11.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)}$ . Tính  $\lim u_n$ .

- A.  $\frac{1}{4}$ .    B. 0.    C.  $\frac{1}{2}$ .    D. 1.

**Câu 12.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{3} \sin x + \cos x + 2024$  là:

- A. 2022.    B. 2016.    C. 2024.    D. 2018.

**Câu 13.** Tìm số giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để phương trình  $\cos 2x - 4 \sin x + m = 0$  có nghiệm trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

- A. 5.    B. 6.    C. 3.    D. 4.

**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$ . Tính giới hạn

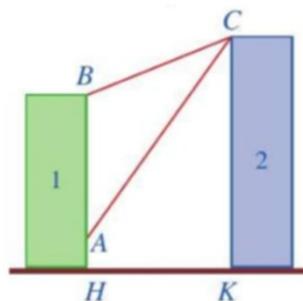
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 16} - 4}{x^2 + 2x - 8}$$

- A.  $\frac{5}{12}$ .    B.  $\frac{1}{5}$ .    C.  $\frac{5}{24}$ .    D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 15.** Để tiết kiệm năng lượng, một công ty điện lực đề xuất bán điện sinh hoạt cho dân với theo hình thức lũy tiến (bậc thang) như sau: Mỗi bậc gồm 10 số; bậc 1 từ số thứ 1 đến số thứ 10, bậc 2 từ số thứ 11 đến số 20, bậc 3 từ số thứ 21 đến số thứ 30,.... Bậc 1 có giá là 800 đồng/1 số, giá của mỗi số ở bậc thứ  $n+1$  tăng so với giá của mỗi số ở bậc thứ  $n$  là 2,5%. Gia đình ông A sử dụng hết 347 số trong tháng 1, hỏi tháng 1 ông A phải đóng bao nhiêu tiền? (đơn vị là đồng, kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 402832,28.                                      B. 433868,89.                                      C. 415481,84.                                      D. 402903,08.

**Câu 16.** Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng  $HK = 20$  cm. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí C. Gọi A, B lần lượt là vị trí thấp nhất và cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được. Biết chiều cao của hai chung cư lần lượt là  $BH = 24$  m,  $CK = 32$  m và khoảng cách từ A đến mặt đất là  $AH = 6$  m. Khi đó  $\tan \widehat{ACB}$  bằng?



- A.  $\frac{35}{76}$ .    B.  $\frac{45}{76}$ .    C.  $\frac{44}{76}$ .    D.  $\frac{44}{75}$ .

**Câu 17.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, AD, SC$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  cắt các mặt của hình chóp tạo thành là một hình

- A. ngũ giác.    B. tam giác.    C. tứ giác.    D. lục giác.

**Câu 18.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{4x^3-3x+1} & \text{khi } x \neq \frac{1}{2} \\ \frac{c}{2} & \text{khi } x = \frac{1}{2} \end{cases}, (a, b, c \in \mathbb{R})$ . Biết hàm số liên tục tại  $x = \frac{1}{2}$

. Tính  $S = abc$ .

A.  $S = -36$ .

B.  $S = 36$ .

C.  $S = -18$ .

D.  $S = 18$ .

**Câu 19.** Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{\tan x + 1}{1 - \cos^2 x}$  là

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 20.** Số nghiệm của phương trình  $\cos 2x + 3\cos x + 1 = 0$  trong khoảng  $(0; 2021)$  là bao nhiêu?

A. 644.

B. 642.

C. 643.

D. 641.

**II. PHẦN 2. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang ( $AD$  là đáy lớn,  $BC$  là đáy nhỏ). Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SD$ .  $K$  là giao điểm của các đường thẳng  $AB$  và  $CD$ . Khi đó:

a) Giao điểm  $M$  của đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(CDE)$  là điểm thuộc đường thẳng  $KE$ .

b) Đường thẳng  $SC$  cắt mặt phẳng  $(EFM)$  tại  $N$ . Tứ giác  $EFNM$  là hình bình hành.

c) Cho biết  $AD = 2BC$ . Tỉ số diện tích của hai tam giác  $KMN$  và  $KEF$  bằng  $\frac{S_{\Delta KMN}}{S_{\Delta KEF}} = \frac{2}{3}$

d) Các đường thẳng  $AM, DN, SK$  cùng đi qua một điểm.

**Câu 2.** Bác An gửi 400 triệu đồng vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép với hai quyền sở tiết kiệm như sau:

-**Quyền 1** bác gửi 200 triệu đồng theo kì hạn 18 tháng với lãi suất không đổi  $7,2\%$  / năm.

-**Quyền 2** bác gửi 200 triệu đồng theo kì hạn 9 tháng với lãi suất không đổi  $5,6\%$  / năm

a) Sau 3 năm, số tiền tiết kiệm ở quyền 1 (cả vốn và lãi) làm tròn đến hàng triệu là 247 triệu đồng.

b) Nếu bác An muốn rút về 550 triệu đồng để sửa nhà thì bác cần gửi ít nhất 6 năm.

c) Sau 3 năm, bác An rút hết tiền ở cả hai quyền sở tiết kiệm thì được nhiều hơn 480 triệu đồng nhưng ít hơn 490 triệu đồng.

d) Nếu sau 3 năm, bác An rút một nửa số tiền ở quyền 1 (cả vốn và lãi) rồi chuyển sang quyền 2 và tiếp tục gửi thì sau 6 năm (tính từ thời điểm bắt đầu gửi) bác An rút hết tiền về sẽ có lợi hơn là giữ nguyên hai quyền sở như gửi ban đầu.

**Câu 3.** Xét hàm số  $f(x) = \cot 2x + \tan x$

a)  $f(x) = \frac{\sin^2 x}{\sin 2x}$ .

b) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{3}\right]$  bằng  $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{3}$ .

c) Phương trình  $f(x) = 0$  vô nghiệm.

d) Tập xác định của  $f(x)$  là  $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 8 + a^3 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ .

a) Có hai giá trị của  $a$  để hàm số liên tục tại  $x = 1$ .

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2} = 2a - 3$ .

c)  $f(2) = 30a + 10$ .

d)  $T$  là tập hợp các giá trị của  $a$  để hàm số liên tục tại  $x = 1$ . Tổng các phần tử của  $T$  là 0.

**III. PHẦN 3. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho tứ diện  $ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng 2. Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Mặt phẳng  $(GCD)$  cắt tứ diện theo một hình tam giác. Tính diện tích hình tam giác đó (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  và  $M$  là trung điểm cạnh  $SC$ . Gọi  $K$  là giao điểm của  $SD$  với mặt phẳng  $(AGM)$ . Tính tỷ số  $\frac{KS}{KD}$ .

**Câu 3.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sin^2 x + 2 \cos x + 4$ .

**Câu 4.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n - 3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Tìm  $u_{100}$ .

**Câu 5.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$ , công sai bằng 2 và cấp số cộng  $(v_n)$  có  $v_1 = 2$  và công sai bằng 3. Hỏi có tất cả bao nhiêu số có mặt đồng thời trong 2024 số hạng đầu tiên của cả hai cấp số cộng nói trên?

**Câu 6.** Ba số phân biệt có tổng là 217 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 2, thứ 9, thứ 44 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 820?

**PHẦN B. TỰ LUẬN (6 điểm)**

**Câu 1. (2,5 điểm)**

a. Giải phương trình lượng giác sau:  $\sin 2x - \cos 2x + \sin x + \cos x + 1 = 0$ .

b. Cho  $\Delta ABC$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{A}{2}$ .

**Câu 2. (1 điểm)** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công bội  $q \in [-2; 1]$ . Tính giá trị của biểu thức  $S = u_{11} - 87u_3 + 2q$  khi  $u_1 - u_2 + \frac{1}{3}u_3$  đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 3. (1,5 điểm)** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)}$ .

**Câu 4. (1 điểm)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang ( $AD // BC$ ). Gọi  $M$  là điểm di động bên trong hình thang  $ABCD$ . Qua  $M$  vẽ các đường thẳng song song với  $SA, SB$  và lần lượt cắt các mặt phẳng  $(SBC), (SAD)$  theo thứ tự tại  $N$  và  $P$ . Tính  $\frac{MN}{SA} + \frac{MP}{SB}$ .

----HẾT----

*Giáo viên coi thi không giải thích gì thêm./.*

Giám thị (Họ tên, chữ ký):.....

Họ và tên:.....SBD:.....

**PHẦN A. TRẮC NGHIỆM(14 điểm)**

**I. PHẦN 1. (7 điểm)**Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

- A. 1635.                      B. 2055.                      C. 3125.                      D. 1792.

**Câu 2.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC, AD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $NG$  với mặt phẳng  $(ABC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $I \in AC$ .                      B.  $I \in BC$ .                      C.  $I \in AB$ .                      D.  $I \in AM$ .

**Câu 3.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu bằng 1 và tổng 100 số hạng đầu bằng 14950. Giá trị của tổng  $\frac{1}{u_1u_2} + \frac{1}{u_2u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49}u_{50}}$  bằng.

- A. 74.                      B. 148.                      C.  $\frac{49}{74}$ .                      D.  $\frac{49}{148}$ .

**Câu 4.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)}$ . Tính  $\lim u_n$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B. 1.                      C. 0.                      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 5.** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $\begin{cases} -8+4a-2b+c > 0 \\ 8+4a+2b+c < 0 \end{cases}$ . Số giao điểm của đồ thị hàm số

$y = x^3 + ax^2 + bx + c$  và trục  $Ox$  là

- A. 2.                      B. 1.                      C. 0.                      D. 3.

**Câu 6.** Để tiết kiệm năng lượng, một công ty điện lực đề xuất bán điện sinh hoạt cho dân với theo hình thức lũy tiến (bậc thang) như sau: Mỗi bậc gồm 10 số; bậc 1 từ số thứ 1 đến số thứ 10, bậc 2 từ số thứ 11 đến số 20, bậc 3 từ số thứ 21 đến số thứ 30,.... Bậc 1 có giá là 800 đồng/1 số, giá của mỗi số ở bậc thứ  $n+1$  tăng so với giá của mỗi số ở bậc thứ  $n$  là 2,5%. Gia đình ông A sử dụng hết 347 số trong tháng 1, hỏi tháng 1 ông A phải đóng bao nhiêu tiền? (đơn vị là đồng, kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 402903,08.                      B. 415481,84.                      C. 402832,28.                      D. 433868,89.

**Câu 7.** Tìm số giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để phương trình  $\cos 2x - 4\sin x + m = 0$  có nghiệm trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

- A. 6.                      B. 3.                      C. 4.                      D. 5.

**Câu 8.** Đơn giản biểu thức  $C = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - a\right) + \cos\left(a - \frac{7\pi}{2}\right) - \sin\left(a - \frac{7\pi}{2}\right)$

- A.  $2\sin a$ .                      B.  $-2\cos a$ .                      C.  $2\cos a$ .                      D.  $-2\sin a$ .

**Câu 9.** Biết  $a, b$  là các số thực thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = 3$ . Giá trị  $a + 2b$  bằng

A. 3.

B. 6.

C. -3.

D. -6.

**Câu 10.** Cho  $a, b$  là hai số nguyên thỏa mãn  $2a - 5b = -8$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} = 4$ . Mệnh đề nào dưới đây sai?

A.  $|a| \leq 5$ .

B.  $a^2 + b^2 > 50$ .

C.  $a - b > 1$ .

D.  $a + b > 9$ .

**Câu 11.** Số nghiệm của phương trình  $\cos 2x + 3 \cos x + 1 = 0$  trong khoảng  $(0; 2021)$  là bao nhiêu?

A. 641.

B. 643.

C. 642.

D. 644.

**Câu 12.** Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{\tan x + 1}{1 - \cos^2 x}$  là

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 13.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, AD, SC$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  cắt các mặt của hình chóp tạo thành là một hình

A. lục giác.

B. tam giác.

C. tứ giác.

D. ngũ giác.

**Câu 14.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $a$  thuộc khoảng  $(0; 2019)$  để

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}?$$

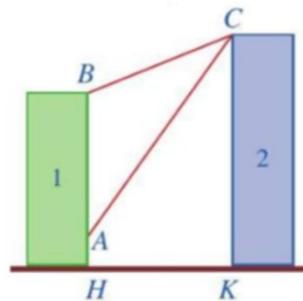
A. 2018.

B. 2011.

C. 2012.

D. 2019.

**Câu 15.** Có hai chung cư cao tầng xây cạnh nhau với khoảng cách giữa chúng  $HK = 20$  m. Để đảm bảo an ninh, trên nóc chung cư thứ hai người ta lắp camera ở vị trí  $C$ . Gọi  $A, B$  lần lượt là vị trí thấp nhất và cao nhất trên chung cư thứ nhất mà camera có thể quan sát được. Biết chiều cao của hai chung cư lần lượt là  $BH = 24$  m,  $CK = 32$  m và khoảng cách từ  $A$  đến mặt đất là  $AH = 6$  m. Khi đó  $\tan \widehat{ACB}$  bằng?



A.  $\frac{45}{76}$ .

B.  $\frac{44}{76}$ .

C.  $\frac{44}{75}$ .

D.  $\frac{35}{76}$ .

**Câu 16.** Trong các dãy số sau, dãy nào là dãy số bị chặn?

A.  $u_n = 2n + \sin(n)$ .

B.  $u_n = n^2$ .

C.  $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ .

D.  $u_n = n^3 - 1$ .

**Câu 17.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$ . Tính giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 16} - 4}{x^2 + 2x - 8}$$

A.  $\frac{1}{5}$ .

B.  $\frac{1}{4}$ .

C.  $\frac{5}{12}$ .

D.  $\frac{5}{24}$ .

**Câu 18.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax^2+1}-bx-2}{4x^3-3x+1} & \text{khi } x \neq \frac{1}{2} \\ \frac{c}{2} & \text{khi } x = \frac{1}{2} \end{cases}, (a, b, c \in \mathbb{R})$ . Biết hàm số liên tục tại  $x = \frac{1}{2}$ .

Tính  $S = abc$ .

- A.  $S = -36$ .                      B.  $S = 36$ .                      C.  $S = -18$ .                      D.  $S = 18$ .

**Câu 19.** Giá trị của tổng  $4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$  (tổng đó có 2018 số hạng) bằng

- A.  $\frac{4}{9}(10^{2018} - 1)$ .                      B.  $\frac{40}{9}(10^{2018} - 1) + 2018$ .  
 C.  $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} + 2018\right)$ .                      D.  $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right)$ .

**Câu 20.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{3} \sin x + \cos x + 2024$  là

- A. 2016.                      B. 2022.                      C. 2018.                      D. 2024.

**II. PHẦN 2. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Xét hàm số  $f(x) = \cot 2x + \tan x$

- a) Phương trình  $f(x) = 0$  vô nghiệm.  
 b)  $f(x) = \frac{\sin^2 x}{\sin 2x}$ .  
 c) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{8}; \frac{\pi}{3}\right]$  bằng  $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{3}$ .  
 d) Tập xác định của  $f(x)$  là  $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 2.** Bác An gửi 400 triệu đồng vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép với hai quyền sở tiết kiệm như sau:

-**Quyền 1** bác gửi 200 triệu đồng theo kì hạn 18 tháng với lãi suất không đổi 7,2%/ năm.

-**Quyền 2** bác gửi 200 triệu đồng theo kì hạn 9 tháng với lãi suất không đổi 5,6%/ năm

- a) Sau 3 năm, số tiền tiết kiệm ở quyền 1 (cả vốn và lãi) làm tròn đến hàng triệu là 247 triệu đồng.  
 b) Nếu sau 3 năm, bác An rút một nửa số tiền ở quyền 1 (cả vốn và lãi) rồi chuyển sang quyền 2 và tiếp tục gửi thì sau 6 năm (tính từ thời điểm bắt đầu gửi) bác An rút hết tiền về sẽ có lợi hơn là giữ nguyên hai quyền sở như gửi ban đầu.  
 c) Nếu bác An muốn rút về 550 triệu đồng để sửa nhà thì bác cần gửi ít nhất 6 năm.  
 d) Sau 3 năm, bác An rút hết tiền ở cả hai quyền sở tiết kiệm thì được nhiều hơn 480 triệu đồng nhưng ít hơn 490 triệu đồng.

**Câu 3.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang ( $AD$  là đáy lớn,  $BC$  là đáy nhỏ). Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SD$ .  $K$  là giao điểm của các đường thẳng  $AB$  và  $CD$ . Khi đó:

- a) Giao điểm  $M$  của đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(CDE)$  là điểm thuộc đường thẳng  $KE$ .  
 b) Đường thẳng  $SC$  cắt mặt phẳng  $(EFM)$  tại  $N$ . Tứ giác  $EFNM$  là hình bình hành.  
 c) Các đường thẳng  $AM, DN, SK$  cùng đi qua một điểm.

d) Cho biết  $AD = 2BC$ . Tỉ số diện tích của hai tam giác  $KMN$  và  $KEF$  bằng  $\frac{S_{\Delta KMN}}{S_{\Delta KEF}} = \frac{2}{3}$

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 8 + a^3 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ .

- a) T là tập hợp các giá trị của a để hàm số liên tục tại  $x = 1$ . Tổng các phần tử của T là 0.  
 b)  $f(2) = 30a + 10$ .  
 c) Có hai giá trị của a để hàm số liên tục tại  $x = 1$ .  
 d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2} = 2a - 3$ .

**III. PHẦN 3. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.**

**Câu 1.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sin^2 x + 2 \cos x + 4$ .

**Câu 2.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n - 3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Tìm  $u_{100}$ .

**Câu 3.** Ba số phân biệt có tổng là 217 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 2, thứ 9, thứ 44 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 820?

**Câu 4.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$ , công sai bằng 2 và cấp số cộng  $(v_n)$  có  $v_1 = 2$  và công sai bằng 3. Hỏi có tất cả bao nhiêu số có mặt đồng thời trong 2024 số hạng đầu tiên của cả hai cấp số cộng nói trên?

**Câu 5.** Cho tứ diện ABCD có tất cả các cạnh đều bằng 2. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (GCD) cắt tứ diện theo một hình tam giác. Tính diện tích hình tam giác đó (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 6.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm cạnh SC. Gọi K là giao điểm của SD với mặt phẳng (AGM). Tính tỷ số  $\frac{KS}{KD}$ .

**PHẦN B. TỰ LUẬN (6 điểm)**

**Câu 1. (2,5 điểm)**

a. Giải phương trình lượng giác sau:  $\sin 2x - \cos 2x + \sin x + \cos x + 1 = 0$ .

b. Cho  $\Delta ABC$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{A}{2}$ .

**Câu 2. (1 điểm)** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công bội  $q \in [-2; 1]$ . Tính giá trị của biểu thức

$$S = u_{11} - 87u_3 + 2q \text{ khi } u_1 - u_2 + \frac{1}{3}u_3 \text{ đạt giá trị lớn nhất.}$$

**Câu 3. (1,5 điểm)** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)}$ .

**Câu 4. (1 điểm)** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang ( $AD // BC$ ). Gọi M là điểm di động bên trong hình thang ABCD. Qua M vẽ các đường thẳng song song với SA, SB và lần lượt cắt các mặt phẳng (SBC), (SAD) theo thứ tự tại N và P. Tính  $\frac{MN}{SA} + \frac{MP}{SB}$ .

---HẾT---

Giáo viên coi thi không giải thích gì thêm./.

Giám thị (Họ tên, chữ ký):.....

Câu hỏi	Mã đề thi	
	111	112
1	C	B
2	B	D
3	D	D
4	B	A
5	B	D
6	D	D
7	C	D
8	A	D
9	D	C
10	D	A
11	C	B
12	A	C
13	A	D
14	C	C
15	B	A
16	B	C
17	A	D
18	A	A
19	B	D
20	C	B
1	ĐSSĐ	ĐSSĐ
2	SĐĐS	SSĐĐ
2	SSĐĐ	ĐSĐS
2	SSĐĐ	ĐĐSS
1	1,41	6
2	0,5	9605
3	6	20
4	9605	675
5	675	1,41
6	20	0,5

Câu	Đáp án	Điểm
1a	a) $\sin 2x - \cos 2x + \sin x + \cos x + 1 = 0$ .	1,5 điểm
	$\sin 2x - \cos 2x + \sin x + \cos x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow 2 \sin x \cos x + \cos x - (1 - 2 \sin^2 x) + \sin x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow \cos x (2 \sin x + 1) + \sin x (2 \sin x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow (\cos x + \sin x)(2 \sin x + 1) = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)(2 \sin x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$ <p>Kết luận</p>	1,0
1b	Cho $\Delta ABC$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{A}{2}$	1 Điểm
	Do A, B, C bình đẳng nên giả sử $A \geq B \geq C \Rightarrow \frac{\pi}{2} > \frac{A}{2} \geq \frac{B}{2} \geq \frac{C}{2} > 0$  $\sin \frac{A}{2} \geq \sin \frac{B}{2} \geq \sin \frac{C}{2} > 0, 0 < \cos \frac{A}{2} \leq \cos \frac{B}{2} \leq \cos \frac{C}{2}$ <p>Suy ra</p> $\Rightarrow (\sin \frac{A}{2} - \sin \frac{B}{2})(\cos \frac{B}{2} - \cos \frac{C}{2}) \leq 0$ $\Leftrightarrow \sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} - \sin \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} - \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} \leq 0$ $\Leftrightarrow \sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} \leq \sin \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2}$ <p>Do đó <math>\sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{A}{2} \leq \sin \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{A}{2} + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2}</math></p> <p>Mà</p> $\sin \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{A}{2} + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} = \sin\left(\frac{A}{2} + \frac{C}{2}\right) + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} = \cos \frac{B}{2} + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} \quad (1)$	0,5
	<p><b>Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có</b></p> $\cos^2 \frac{B}{2} + \frac{3}{4} \geq 2 \sqrt{\frac{3}{4} \cos^2 \frac{B}{2}} = \sqrt{3} \cos \frac{B}{2}$ <p>Và <math>3 \sin^2 \frac{B}{2} + \cos^2 \frac{B}{2} \geq 2 \sqrt{3 \sin^2 \frac{B}{2} \cos^2 \frac{B}{2}} = 2\sqrt{3} \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2}</math></p>	0,5

	<p>Suy ra <math>2(\cos^2 \frac{B}{2} + \frac{3}{4}) + (3\sin^2 \frac{B}{2} + \cos^2 \frac{B}{2}) \geq 2\sqrt{3} \cos \frac{B}{2} + 2\sqrt{3} \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2}</math></p> <p>Hay <math>2\sqrt{3}(\cos \frac{B}{2} + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2}) \leq \frac{3}{2} + 3(\sin^2 \frac{B}{2} + \cos^2 \frac{B}{2}) = \frac{9}{2}</math></p> <p><math>\Rightarrow \cos \frac{B}{2} + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} \leq \frac{3\sqrt{3}}{4}</math> (2)</p> <p>Từ (1) và (2) ta có <math>\sin \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} + \sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cos \frac{A}{2} \leq \frac{3\sqrt{3}}{4}</math></p> <p>Dấu bằng xảy ra khi <math>A = B = C = \frac{\pi}{3}</math></p> <p>Vậy giá trị lớn nhất của P là <math>P = \frac{3\sqrt{3}}{4}</math></p>	
<b>Câu 2</b>	<p>Cho cấp số nhân <math>(u_n)</math> với số hạng đầu <math>u_1 = 3</math> và công bội <math>q \in [-2; 1]</math>. Tính giá trị của biểu thức</p> <p><math>S = u_{11} - 87u_3 + 2q</math> khi <math>u_1 - u_2 + \frac{1}{3}u_3</math> đạt giá trị lớn nhất</p>	<b>1 điểm</b>
	<p><b>Ta có</b> <math>u_1 - u_2 + \frac{1}{3}u_3 = u_1 - u_1q + \frac{1}{3}u_1q^2 = q^2 - 3q + 3 = \left(q - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}</math></p>	0,25
	<p><b>Do</b> <math>q \in [-2; 1]</math> nên <math>-\frac{7}{2} \leq q - \frac{3}{2} \leq -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} \leq \left(q - \frac{3}{2}\right)^2 \leq \frac{49}{4}</math></p> <p><math>\Rightarrow 1 \leq \left(q - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \leq 13</math></p>	0,25
	<p><math>\Rightarrow u_1 - u_2 + \frac{1}{3}u_3 \leq 13</math></p> <p>Dấu bằng xảy ra khi <math>q = -2</math></p> <p>Vậy giá trị lớn nhất của <math>u_1 - u_2 + \frac{1}{3}u_3</math> bằng 13.</p>	0,25
	<p>Khi đó <math>S = u_{11} - 87u_3 + 2q = u_1q^{10} - 87u_1q^2 + 2q = 3 \cdot (-2)^{10} - 87 \cdot 3 \cdot (-2)^2 + 2 \cdot (-2) = 2024</math></p>	0,25
<b>Câu 3</b>	<p>Tính <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)}</math></p>	<b>1,5 điểm</b>
	<p>Ta có <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2 + 2 - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)}</math></p> <p><math>= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{\sqrt{2}(x - 1)} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)} = I + J.</math></p>	0,25

	<p>Tính <math>I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{\sqrt{2}(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 2 - 4}{\sqrt{2}(x-1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)}</math></p> <p><math>= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{\sqrt{2}(x-1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{\sqrt{2}(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} = \frac{3}{4\sqrt{2}}</math>.</p>	0,5
	<p>và <math>J = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{8 - 7x - 1}{\sqrt{2}(x-1) \left[ 4 + 2\sqrt[3]{7x+1} + (\sqrt[3]{7x+1})^2 \right]}</math></p> <p><math>= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-7}{\sqrt{2} \left[ 4 + 2\sqrt[3]{7x+1} + (\sqrt[3]{7x+1})^2 \right]} = \frac{-7}{12\sqrt{2}}</math>.</p>	0,5
	<p>Do đó <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)} = I + J = \frac{\sqrt{2}}{12}</math></p> <p>Suy ra <math>a = 1, b = 12, c = 0</math>. Vậy <math>a + b + c = 13</math>.</p>	0,25
<b>Câu 4</b>	<p>Cho hình chóp <math>S.ABCD</math> có đáy <math>ABCD</math> là hình thang (<math>AD // BC</math>). Gọi <math>M</math> là điểm di động bên trong hình thang <math>ABCD</math>. Qua <math>M</math> vẽ các đường thẳng song song với <math>SA, SB</math> và lần lượt cắt các mặt phẳng <math>(SBC), (SAD)</math> theo thứ tự tại <math>N</math> và <math>P</math>. Tính <math>\frac{MN}{SA} + \frac{MP}{SB}</math>.</p>	<b>1 điểm</b>
	<p>Gọi <math>I = AM \cap BC \Rightarrow (SAM) \cap (SBC) = SI</math></p> <p>Kẻ <math>Mx // SA, Mx \cap SI = N \Rightarrow N = Mx \cap (SBC)</math></p> <p>Trong tam giác SAI có <math>MN // SA</math> suy ra <math>\frac{MN}{SA} = \frac{IM}{IA}</math>. (1)</p> <p>Gọi <math>E = BM \cap AD \Rightarrow (SBM) \cap (SAD) = SE</math></p> <p>Kẻ <math>My // SB, My \cap SE = P \Rightarrow P = My \cap (SAD)</math></p> <p>Trong tam giác SBE có <math>MP // SB</math> suy ra <math>\frac{MP}{SB} = \frac{EM}{EB}</math>. (2)</p>	0,5
	<p>Do <math>ABCD</math> là hình thang nên</p> <p><math>\frac{IM}{MA} = \frac{BI}{AE} \Rightarrow \frac{IM}{MA + IM} = \frac{BI}{AE + BI} \Rightarrow \frac{IM}{IA} = \frac{BI}{AE + BI}</math> (3)</p> <p><math>\frac{EM}{MB} = \frac{EA}{BI} \Rightarrow \frac{EM}{MB + EM} = \frac{EA}{AE + BI} \Rightarrow \frac{EM}{EB} = \frac{EA}{AE + BI}</math> (4)</p> <p>Từ (1),(2),(3),(4) suy ra <math>\frac{MN}{SA} + \frac{MP}{SB} = \frac{IM}{IA} + \frac{EM}{EB} = \frac{BI}{AE + BI} + \frac{EA}{BI + AE} = 1</math></p>	0,5

Xem thêm: ĐỀ THI HSG TOÁN 11  
<https://toanmath.com/de-thi-hsg-toan-11>