

A. LÝ THUYẾT

1. **Chương IV.** Nguyên hàm. Tích phân
2. **Chương V.** Phương trình mặt phẳng, đường thẳng, mặt cầu
3. **Chương VI.** Xác suất có điều kiện

PHẦN II. BÀI TẬP

1. NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN

Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^{2x}$ là

- A. $F(x) = 2e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C.$ B. $F(x) = 2e^{2x} (x - 2) + C.$
C. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} (x - 2) + C.$ D. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C.$

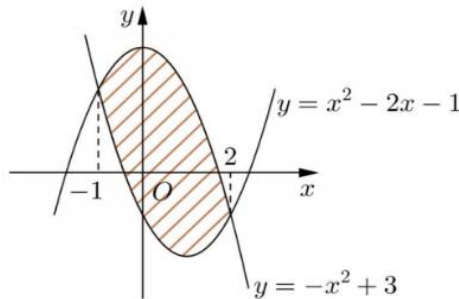
Câu 2: $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ bằng A. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}.$ B. $\ln \frac{7}{5}.$ C. $2 \ln \frac{7}{5}.$ D. $\frac{1}{2} \ln 35.$

Câu 3: Tích phân $\int_0^1 (3x+1)(x+3)dx$ bằng A. 6. B. 5. C. 12. D. 9.

Câu 4: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C \quad (\forall x \neq -1).$ B. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$
C. $\int e^{2x} dx = \frac{e^{2x}}{2} + C.$ D. $\int 2^x dx = 2^x \ln 2 + C.$

Câu 5: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



- A. $\int_{-1}^2 (-2x+2) dx.$ B. $\int_{-1}^2 (2x-2) dx.$
C. $\int_{-1}^2 (-2x^2+2x+4) dx.$ D. $\int_{-1}^2 (2x^2-2x-4) dx.$

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b f(x) dx.$ B. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ C. $S = -\int_a^b f(x) dx.$ D. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

Câu 7: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

- A. $\frac{37}{12}$ B. $\frac{81}{12}$ C. 13 D. $\frac{9}{4}$

Câu 8: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$ có dạng:

A. $\int f(x)dx = \sqrt{2x+1} + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{(2x+1)\sqrt{2x+1}} + C.$

C. $\int f(x)dx = 2\sqrt{2x+1} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x+1} + C.$

Câu 9: Cho $\int_0^1 f(x)dx = -1$; $\int_0^3 f(x)dx = 5$. Tính $\int_1^3 f(x)dx$

A. 5.

B. 4.

C. 1.

D. 6.

Câu 10: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x - \sin x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{3x^2}{2} + \cos x + C.$

B. $\int f(x)dx = 3 + \cos x + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{3x^2}{2} - \cos x + C.$

D. $\int f(x)dx = 3x^2 + \cos x + C.$

Câu 11: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{1}{2x+1}$; biết $F(0) = 2$. Tính $F(1)$.

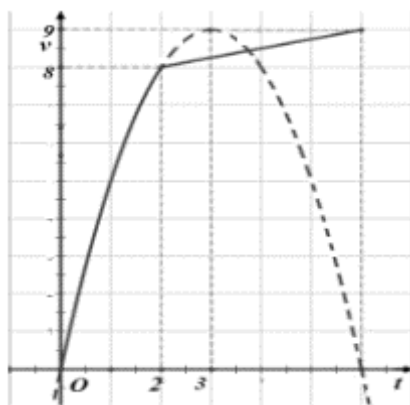
A. $F(1) = \frac{1}{2}\ln 3 + 2.$

B. $F(1) = \ln 3 + 2.$

C. $F(1) = 2\ln 3 - 2.$

D. $F(1) = \frac{1}{2}\ln 3 - 2.$

Câu 12. Một vật chuyển động trong 6 giờ với vận tốc $v(km/h)$ phụ thuộc vào thời gian $t(h)$ có đồ thị như hình bên dưới. Trong khoảng thời gian 2 giờ từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần đường Parabol có đỉnh $I(3;9)$ và có trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại, đồ thị vận tốc là một đường thẳng có hệ số góc bằng $\frac{1}{4}$. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 6 giờ?



A. $\frac{134}{3}(km).$

B. $9(km).$

C. $40(km).$

D. $\frac{130}{3}(km).$

Câu 13: Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. -1.

D. $\frac{\pi}{2}.$

Câu 14: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ trên $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

A. $\frac{1}{2}\ln|2x-1| + C.$

B. $\frac{1}{2}\ln(1-2x) + C.$

C. $\ln|2x-1| + C.$

D. $-\frac{1}{2}\ln|2x-1| + C.$

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x)dx = 7$, $\int_2^6 f(x)dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

A. $P = 4$.

B. $P = 10$.

C. $P = -6$.

D. $P = 7$.

Câu 16: Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$, hai trục tọa độ và đường thẳng $x = 2$.

A. $S = \frac{1}{3}$.

B. $S = \frac{19}{2}$.

C. $S = \frac{9}{2}$.

D. $S = \frac{5}{2}$.

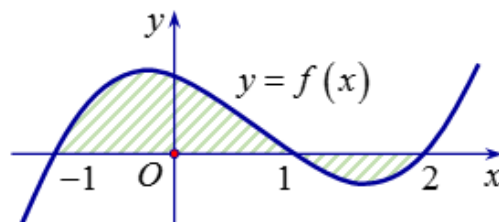
Câu 17: Gọi S là diện tích miền hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Công thức tính S là

A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-1}^2 f(x) dx$.

D. $S = -\int_{-1}^2 f(x) dx$.



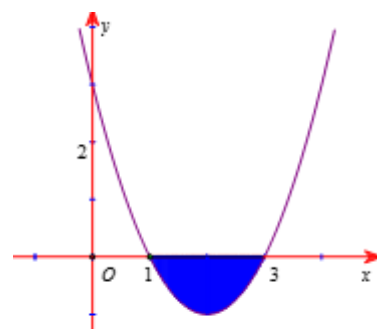
Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị như hình bên. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho và trục Ox . Quay hình phẳng D quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích V được xác định theo công thức

A. $V = \frac{1}{3} \int_1^3 (f(x))^2 dx$.

B. $V = \pi^2 \int_1^3 (f(x))^2 dx$.

C. $V = \pi \int_1^3 (f(x))^2 dx$.

D. $V = \int_1^3 (f(x))^2 dx$.



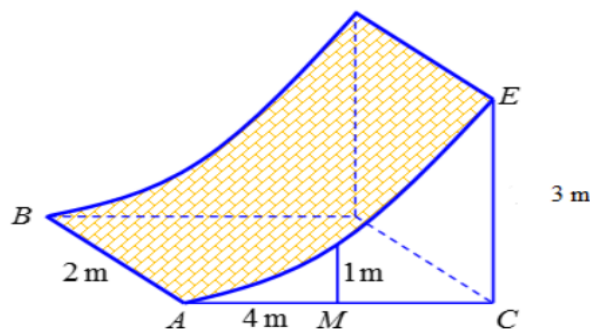
Câu 19: Chương ngại vật “tường cong” trong một sân thi đấu X-Game là một khối bê tông có chiều cao từ mặt đất lên là 3m. Giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng $AB = 2$ m. Thiết diện của khối tường cong cắt bởi mặt phẳng vuông góc với AB tại A là một hình tam giác vuông cong ACE với $AC = 4$ m, $CE = 3$ m và cạnh cong AE nằm trên một đường parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đất. Tại vị trí M là trung điểm của AC thì tường cong có độ cao 1m (xem hình minh họa bên). Tính thể tích bê tông cần sử dụng để tạo nên khối tường cong đó.

A. 10 m^3 .

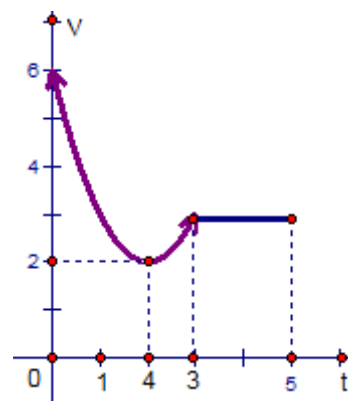
B. $9,3 \text{ m}^3$.

C. $10,5 \text{ m}^3$.

D. $9,5 \text{ m}^3$.



Câu 20. Một vật chuyển động trong 5 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;2)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 5 giờ đó.



- A. 15 (km). B. 12 (km).
C. 19 (km). D. 10 (km).

Câu 21. Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $0 \leq x \leq \pi$ là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

- A. $V = 2\pi\sqrt{3}$ B. $V = 2\sqrt{3}$ C. $V = 3$ D. $V = 3\pi$

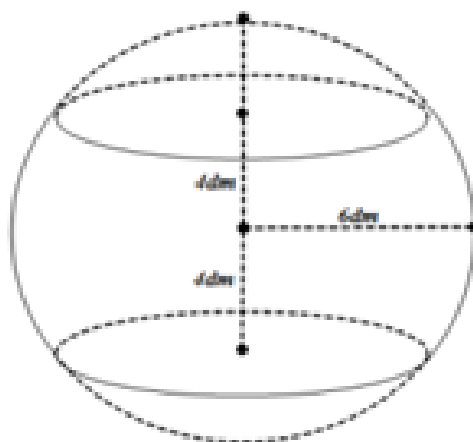
Câu 22: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình chữ nhật có hai kích thước là x và $2\sqrt{9-x^2}$.

- A. $V = \int_0^3 (x + 2\sqrt{9-x^2}) dx$. B. $V = 4\pi \int_0^3 (9-x^2) dx$.
C. $V = \int_0^3 2x\sqrt{9-x^2} dx$. D. $V = 2 \int_0^3 (x + 2\sqrt{9-x^2}) dx$.

Câu 23: Một hình cầu có bán kính $6dm$, người ta cắt bỏ hai phần bằng hai mặt phẳng song song và cùng vuông góc với đường kính để làm mặt xung quanh của một chiếc lu chứa nước (như hình vẽ).

Tính thể tích V mà chiếc lu chứa được biết mặt phẳng cách tâm mặt cầu $4dm$.

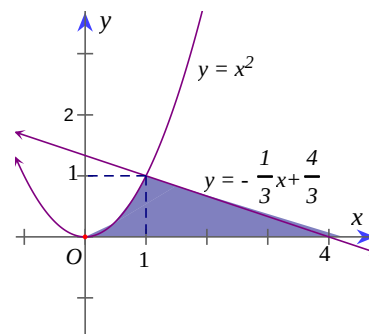
- A. $V = \frac{736}{3}\pi (dm^3)$. B. $V = \frac{368}{3}\pi (dm^3)$.
C. $V = 192\pi (dm^3)$. D. $V = 288\pi (dm^3)$.



Câu 24: Tính thể tích khối tròn xoay (phần tô đậm) quay quanh trục hoành giới hạn bởi các đường $y = x^2$,

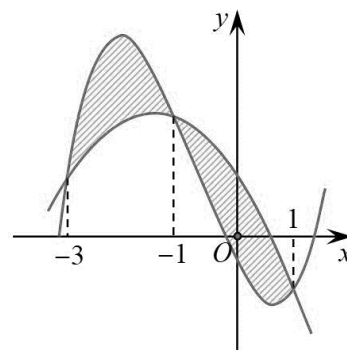
$y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ và trục hoành như hình vẽ.

- A. $\frac{6\pi}{5}$. B. $\frac{6}{5}$. C. π . D. 1.



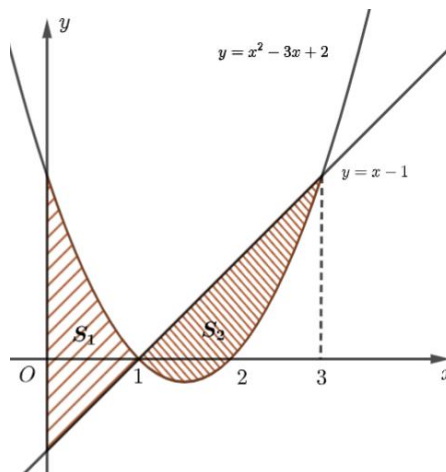
Câu 25. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là -3 ; -1 ; 1 (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng

- A. 5 B. $\frac{9}{2}$
C. 8 D. 4



Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 26. Cho đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ và $y = x - 1$ và $S_1; S_2$ là phần diện tích phần được tô như trong hình dưới.



- a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ và $y = x - 1$ là $\int_0^3 (-x^2 + 4x - 3) dx$
- b) $S_1 = \frac{4}{3}$
- c) $S_1 = S_2$
- d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$; $y = x - 1$; $x = 0$; $x = 3$ là $\int_0^3 (-x^2 + 4x - 3) dx = 1$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = 2x - \sin x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

a) Cho $G(x) = F(x) + C$ với C là hằng số thì $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$

b) $\int f(x) dx = x^2 - \cos x + C$, với C là hằng số.

c) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{\pi^2}{9} - \frac{1}{2}$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = 2x - \sin x$ trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ bằng $\int_{-1}^2 (2x - \sin x) dx$.

Câu 28. Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ là $a(t) = 2t - 7$ (m/s^2). Biết vận tốc đầu bằng 6 (m/s), xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

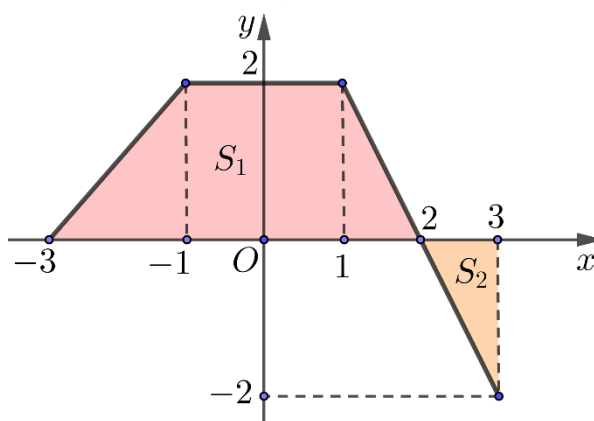
- Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t(s)$ xác định bởi $v(t) = t^2 - 7t + 10$.
- Tại thời điểm $t = 7$ (s), vận tốc của chất điểm là 6 (m/s).
- Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 7$ là 18 m.
- Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 7$ (s).

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x + m & \text{khi } x \geq 1 \\ 5 - 2x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ (m là tham số thực) liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng

$f(x)$ có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ là $F(x)$ thỏa mãn $F(-2) = -10$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

- $m = -2$
- $F(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 - 2x + 8 & \text{khi } x \geq 1 \\ 5x - x^2 + 4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$
- $F(3) = 83$
- $F(-5) = 10$

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ có đồ thị như hình vẽ, Biết rằng $f(x)$ tạo với trục hoành và 2 đường thẳng $x = -3, x = 3$ một hình phẳng (H) gồm 2 phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2 .



Xét tính đúng, sai của 4 mệnh đề sau:

- $S_{(H)} = \int_{-3}^3 f(x) dx$
- $S_2 = \left| \int_2^3 (-2x + 4) dx \right| = 1$
- $S_1 = \int_{-3}^{-1} (x + 3) dx + \int_{-1}^1 2 dx + \int_1^2 (-2x + 4) dx$
- $S_{(H)} = S_1 - \int_2^3 (-2x + 4) dx$

Phần III. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 31. Nếu $F'(x) = \frac{1}{2x}$ và $F(1) = 1$ thì giá trị của $F(4)$ bằng bao nhiêu? *Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.*

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Giả sử $y = F(x)$ là một nguyên hàm của

$y = f(x)$ và $\int_0^2 f(x)dx = 3$ và $F(0) = 2$. Giá trị $F(2)$ bằng bao nhiêu?

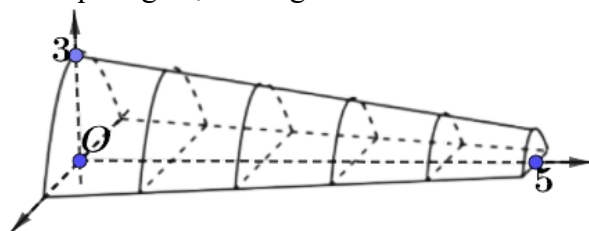
Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Giả sử $\int_0^5 f(x)dx = 6$ và $\int_2^5 f(x)dx = 8$. Giá trị

$\int_0^2 f(x)dx$ bằng bao nhiêu?

Câu 34. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = 3x + x^2$, $y = 0; x = 0; x = 3$ quanh trục Ox bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng đơn vị)?

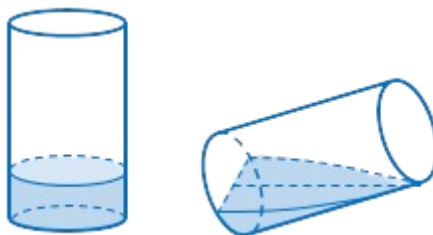
Câu 35. Khối chòm cầu có bán kính $R = 3$ và chiều cao $h = \frac{3}{2}$ sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi cung tròn có phương trình $y = \sqrt{9 - x^2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \frac{3}{2}$, $x = 3$ xung quanh trục Ox . Tính thể tích khối chòm cầu này (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 36. Cho một mô hình 3D mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên.



Chiều dài của đường hầm mô hình là 5cm, mặt phẳng vuông góc với mặt đáy của đường hầm tạo được thiết diện là một hình parabol, thiết diện có độ dài cạnh đáy gấp đôi chiều cao. Tính thể tích không gian bên trong đường hầm mô hình, biết chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y = 3 - \frac{2}{5}x$ (đơn vị là cm), với x là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Câu 37. Cho một cái cốc thủy tinh hình trụ bán kính đáy là 6 cm, chiều cao là 10 cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy?



2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG, ĐƯỜNG THẲNG, MẶT CẦU

Phần I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0), B(0;4;0), C(0;0;5)$. Tọa độ nào sau đây là tọa độ vectơ chỉ phương của mặt phẳng (ABC) ?

A. $(3;4;5)$.

B. $(0;4;5)$.

C. $(-3;4;0)$.

D. $(-3;0;-5)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $-2x + 2y - z - 3 = 0$. Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là

- A. $(4; -4; 2)$. B. $(-2; 2; -3)$. C. $(-4; 4; 2)$. D. $(0; 0; -3)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $\frac{x}{4} + \frac{y}{6} + \frac{z}{2} - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là?

- A. $(4; 6; 2)$. B. $(2; 3; 1)$. C. $(3; 2; 6)$. D. $(3; 2; 1)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây:

- A. $M(-1; -1; -1)$. B. $N(1; 1; 1)$. C. $P(-3; 0; 0)$. D. $Q(0; 0; -3)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 4 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với (P) ?

- A. $2x + y - 2z + 5 = 0$. B. $x + 2y + 2z - 5 = 0$.
C. $x + 3y - z + 1 = 0$. D. $x + y + z - 6 = 0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ $M(1; 2; -3)$ đến $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ là

- A. 3. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{11}{3}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

- A. $2y + 3z - 11 = 0$. B. $2x - 3y - 11 = 0$. C. $x - 3y + 2z - 5 = 0$. D. $3y + 2z - 11 = 0$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -2; -2)$, $B(3; 2; 0)$, $C(0; 2; 1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $2x - 3y + 6z + 12 = 0$. B. $2x + 3y - 6z - 12 = 0$.
C. $2x - 3y + 6z = 0$. D. $2x + 3y + 6z + 12 = 0$.

Câu 9. Cho đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 \\ z = 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của Δ ?

- A. $\vec{u}_1 = (3; -1; 3)$. B. $\vec{u}_2 = (3; -1; 0)$. C. $\vec{u}_3 = (-1; -1; 3)$. D. $\vec{u}_4 = (-1; 0; 3)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(2; 0; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.
C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ ?

- A. $M(3; 1; 2)$. B. $N(3; 1; 0)$. C. $P(-1; 3; 2)$ D. $Q(-1; -3; 0)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$, $\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-6}{4}$. Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = 2 + t \\ z = 1 \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 1 = 0$.

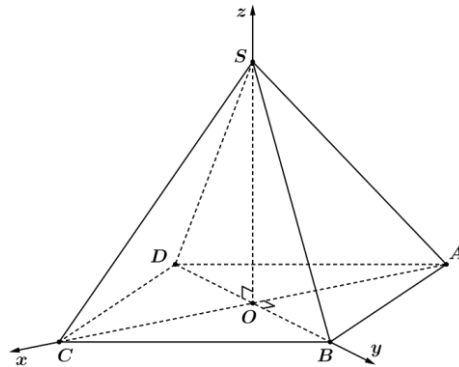
Góc hợp bởi giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;1)$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và mặt phẳng (Oxy) bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 15. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, chiều cao bằng $2a$ và O là tâm của đáy. Bằng cách thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới, khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng



- A. $\frac{2a}{3}$. B. $\frac{2a}{\sqrt{17}}$. C. $\frac{4a}{\sqrt{17}}$. D. $\frac{4a}{3}$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Cho biết $AB = 2a$, $AD = 3a$ và $SA = 2a$. Cosin góc giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

- A. $-\frac{5}{\sqrt{221}}$. B. $\frac{5}{\sqrt{221}}$. C. $\frac{3}{\sqrt{221}}$. D. $-\frac{3}{\sqrt{221}}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, với mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, một máy bay cất cánh từ vị trí $A(0;10;0)$ với vận tốc $\vec{v} = (150;150;40)$. Tính góc nâng của máy bay (góc giữa hướng chuyển động bay lên của máy bay với đường băng và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



- A. 10° . B. 12° . C. 11° . D. 9° .

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 25$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(0; -4; -1), R = 25$.

B. $I(0; -4; -1), R = 5$.

C. $I(0; 4; 1), R = 25$.

D. $I(0; 4; 1), R = 5$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-3; 2; -4), R = 25$.

B. $I(3; -2; 4), R = 5$.

C. $I(3; -2; 4), R = 25$.

D. $I(-3; 2; -4), R = 5$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z - 3 = 0$ và một điểm $M(4; 2; -2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Điểm M là tâm của mặt cầu (S) .

B. Điểm M nằm trên mặt cầu (S) .

C. Điểm M nằm trong mặt cầu (S) .

D. Điểm M nằm ngoài mặt cầu (S) .

Câu 21. Điều kiện để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là phương trình mặt cầu?

A. $a + b + c - d > 0$.

B. $a^2 + b^2 + c^2 + d > 0$.

C. $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

D. $a^2 + b^2 + c^2 - d \geq 0$.

Câu 22. Trong các phương trình sau, phương trình nào không phải là phương trình của mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + 11 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 4z - 21 = 0$.

D. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 4y - 8z - 10 = 0$.

Câu 23. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của mặt cầu tâm $I(-1; 2; -3)$ và đi qua điểm $M(0; 3; 2)$

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 13$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{13}$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 27$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{27}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là kilomet), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(-6; -1; 4)$. Cho biết bán kính phủ sóng của trạm là 2 km . Người sử dụng điện thoại đứng ở điểm nào sau đây thì sử dụng được dịch vụ của trạm nói trên?

A. $A(-4; 0; 2)$

B. $B(-5; -2; 5)$.

C. $C(-6; 2; 2)$

D. $D(0; -1; 4)$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3; 4; 2)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oz là

A. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 16$.

B. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 4$.

C. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 5$.

D. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 10z - 14 = 0$. Mặt phẳng $(P): -x + 4z + 5 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C) . Tọa độ tâm H của (C) là

A. $H(-3; 1; -2)$.

B. $H(-7; 1; -3)$.

C. $H(9; 1; 1)$.

D. $H(1; 1; -1)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, một thiết bị phát sóng đặt tại vị trí $A(3; 0; 0)$. Vùng phủ sóng của thiết bị có bán kính bằng 5. Hỏi vị trí của điểm nào sau đây không thuộc vùng phủ sóng của thiết bị nói trên?

A. $M(5; 0; 0)$.

B. $N(3; 2; -1)$.

C. $P(-1; 3; 1)$.

D. $Q(0; -2; 0)$.

Phần II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG/SAI

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0); B(4;1;2)$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\overrightarrow{AB} = (3;1;2)$		
(b)	Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là $3x + y + 2z - 3 = 0$.		
(c)	Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$.		
(d)	Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB có phương trình là $3x + y + 2z - 12 = 0$.		

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(-2;-4;3)$ và $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$,
 $(Q): 2x - y + 2z - 6 = 0$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$d(M, (P)) = 2$		
(b)	M cách đều hai mặt phẳng (P) và (Q)		
(c)	$d((P), (Q)) = 1$		
(d)	(α) song song và cách (Q) một khoảng bằng 2 có phương trình là $(\alpha): 2x - y + 2z - 9 = 0$		

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - 3t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + 4t \end{cases}$, $\Delta_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{2}$

và mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z + 1 = 0$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Vector chỉ phương của đường thẳng Δ_1 là $\vec{a} = (1; -3; 4)$		
(b)	Đường thẳng d_1 vuông góc với (P) có vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; 3; -2)$		
(c)	Đường thẳng d_2 vuông góc với Δ_2 và song song với mặt phẳng (Oxy) có vector chỉ phương là $\vec{u}_2 = (3; -3; 2)$		
(d)	Đường thẳng d_3 qua $A(1; -1; 2)$, cắt và vuông góc với trục Oz có vector chỉ phương là $\vec{u}_3 = (-1; -1; 0)$		

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$ với tốc độ là 4,5 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).



Các khẳng định sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$		
(b)	Giả sử sau thời gian $t(s)$ kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M . Khi đó tọa độ điểm M là $M\left(3t+10; -3t+3; \frac{3t}{2}\right)$		
(c)	Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$, khi đó quãng đường AB dài 800m.		
(d)	Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30° .		

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;3)$. Khi đó

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Mặt cầu tâm B , bán kính $R=3$ có phương trình là $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.		
(b)	Mặt cầu tâm A , đi qua B có phương trình là $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 5$.		
(c)	Mặt cầu nhận BC làm đường kính có phương trình là $x^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = \frac{13}{4}$.		
(d)	Mặt cầu tâm O và có bán kính $R=OG$ với G là trọng tâm $\triangle ABC$, có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{14}{9}$.		

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một ngọn hải đăng (xem hình vẽ) được đặt ở vị trí $I(25;30;50)$. Mặt cầu (S) mô tả ranh giới của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng, biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng $R=5\text{km}$.



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Mặt cầu (S) có phương trình là $(x-25)^2 + (y-30)^2 + (z-50)^2 = 25$.		

(b)	Điểm $A(1025;30;50)$ nằm bên trong mặt cầu (S) .		
(c)	Một người đi biển ở vị trí $M(45;60;50)$ thì có thể được chiếu sáng bởi ánh sáng của ngọn hải đăng.		
(d)	Một người đi biển ở vị trí $N(5125;30;0)$ thì không thể được chiếu sáng bởi ánh sáng của ngọn hải đăng.		

Phần III. TRẢ LỜI NGẮN

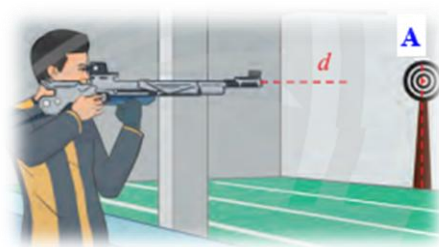
Câu 34. Cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z - 7 = 0$, Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (α) có dạng $\frac{a}{b}$ tối giản; $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = 2a - b$?

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 27 = 0$ qua hai điểm $A(3;2;1)$ và $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;2;-4)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Gọi H là hình chiếu của A trên đường thẳng d_1 . Đường thẳng AH có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $2a - b + c$ bằng

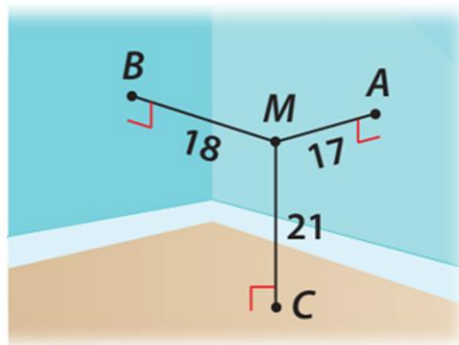
Câu 37. Một phần mềm mô phỏng vận động viên đang tập bắn súng trong không gian $Oxyz$. Cho biết trục d của nòng súng có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$ và hồng tâm $A(8; -19; 6m+4)$. Hỏi m bằng bao nhiêu vận động viên có bắn trúng hồng tâm.



Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-2;2;-2)$, $B(3;-3;3)$ và điểm M không cố định trong không gian thỏa mãn

$\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. Khi đó độ dài OM lớn nhất bằng bao nhiêu? *Làm tròn kết quả đến hàng phần chục.*

Câu 39. Một quả bóng rổ được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm và tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm, 21 cm (tham khảo hình minh họa). Hỏi độ dài đường kính của quả bóng bằng bao nhiêu cm biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm? *Kết quả là tròn đến một chữ số thập phân.*



Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$, $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$, $(Q): x + 2y - 2z + 4 = 0$. Gọi mặt cầu $S(I, R)$ có tâm I thuộc Δ và tiếp xúc với $(P), (Q)$. Khi đó đường kính của mặt cầu có giá trị bằng bao nhiêu?

3. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN

Câu 1. Trong một kỳ thi, có 60% học sinh đã làm đúng bài toán đầu tiên và 40% học sinh đã làm đúng bài toán thứ hai. Biết rằng có 20% học sinh làm đúng cả hai bài toán. Xác suất để một học sinh làm đúng bài toán thứ hai biết rằng học sinh đó đã làm đúng bài toán đầu tiên là bao nhiêu?

- A. 0,5 B. 0,333 C. 0,2 D. 0,667

Câu 2. Một hộp chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. An lấy ngẫu nhiên một quả bóng, bỏ ra ngoài, rồi lấy tiếp một quả bóng nữa. Xét các biến cố:

A: "Quả bóng lấy ra lần đầu có số chẵn"

B: "Quả bóng lấy ra lần hai có số lẻ".

Tính xác suất có điều kiện $P(B|A)$.

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

Câu 3. Một lô sản phẩm có 30 sản phẩm, trong đó có 4 chất lượng thấp. Lấy liên tiếp hai sản phẩm trong lô sản phẩm trên, trong đó sản phẩm lấy ra ở lần thứ nhất không được bỏ lại vào lô sản phẩm. Tính xác suất để cả hai sản phẩm được lấy ra đều có chất lượng thấp.

- A. $\frac{3}{29}$ B. $\frac{1}{10}$ C. $\frac{4}{30}$ D. $\frac{2}{15}$

Câu 4. Cho hai biến cố A và B có $P(A)=0,2; P(B)=0,6; P(A|B)=0,3$. Tính $P(\overline{AB})$.

- A. 0,18. B. 0,42. C. 0,24. D. 0,02.

Câu 5. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A)=0,2024$, $P(B)=0,2025$. Tính $P(A|B)$.

- A. 0,7976. B. 0,7975. C. 0,2025. D. 0,2024.

Câu 6. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A)=0,2024$, $P(B)=0,2025$. Tính $P(B|\overline{A})$.

- A. 0,7976. B. 0,7975. C. 0,2025. D. 0,2024.

Câu 7. Cho hai biến cố A và B, với $P(A)=0,6$, $P(B)=0,7$, $P(A \cap B)=0,3$. Tính $P(A|B)$.

- A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{6}{7}$ D. $\frac{1}{7}$

Câu 8. Cho hai biến cố A và B, với $P(A)=0,6$, $P(B)=0,7$, $P(A \cap B)=0,3$. Tính $P(\overline{B}|A)$.

- A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{6}{7}$ D. $\frac{1}{7}$

Câu 9. Cho hai biến cố A và B, với $P(A)=0,6$, $P(B)=0,7$, $P(A \cap B)=0,3$. Tính $P(\overline{A} \cap B)$.

- A. $\frac{4}{7}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{7}$

Câu 10. Cho hai biến cố A và B, với $P(A)=0,8$, $P(B)=0,65$, $P(A \cap \overline{B})=0,55$. Tính $P(\overline{A} \cap B)$.

- A. 0,25. B. 0,4. C. 0,3. D. 0,35.

Câu 11. Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

- A. $\frac{2}{6}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{5}{6}$

Câu 12. Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đỏ là

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{7}$

Câu 13. Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất là màu trắng là:

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.

Câu 14. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,65$, $P(A \cap \bar{B}) = 0,55$. Tính $P(A \cap B)$.

- A. 0,25. B. 0,1. C. 0,15. D. 0,35.

Câu 15. Danh sách một lớp đại học Quốc Gia có 95 sinh viên gồm 40 nam và 55 nữ. Có 23 sinh viên quốc tịch nước ngoài (trong đó có 12 nam và 11 nữ), số sinh viên còn lại có quốc tịch Việt Nam. Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp đó lên bảng. Tính xác suất sinh viên gọi tên có quốc tịch nước ngoài, biết rằng sinh viên đó là nữ?

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{11}{23}$. C. $\frac{12}{23}$. D. $\frac{11}{19}$.

Câu 16. Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $0 < P(A) < 1$, xác suất của biến cố B được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $P(B) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$. B. $P(B) = P(B).P(B|A) + P(\bar{B}).P(B|\bar{A})$.
C. $P(B) = P(A).P(A|B) + P(\bar{A}).P(A|\bar{B})$. D. $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

Câu 17. Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $P(B) > 0$, xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$. B. $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$.
C. $P(A|B) = \frac{P(B).P(B|A)}{P(A)}$. D. $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(A)}$.

Câu 18. Cho A, B là các biến cố của một phép thử T . Biết rằng $P(A) > 0$ và $0 < P(B) < 1$. Xác suất của biến cố B với điều kiện biến cố A đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $P(B|A) = \frac{P(A).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$. B. $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$.
C. $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})}$. D. $P(B|A) = \frac{P(A).P(A|B)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$.

Câu 19. Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,6$ và $P(A|B) = 0,4$ thì $P(B|A)$ bằng

- A. 0,5. B. 0,6. C. 0,8. D. 0,2.

Câu 20. Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,3$; $P(A|B) = 0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng

- A. 0,1875. B. 0,48. C. 0,333. D. 0,95.

Câu 21. Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6$; $P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$ Khi đó, $P(A)$ bằng

- A. 0,7. B. 0,4. C. 0,58. D. 0,52.

Câu 22. Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng

- A. $\frac{15}{35}$. B. $\frac{16}{35}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.

Câu 23. Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

- A. 0,3. B. 0,03. C. 0,04. D. 0,4.

Câu 24. Một cửa hàng có hai loại bóng đèn Led, trong đó có 65% bóng đèn Led là màu trắng và 35% bóng đèn Led là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn Led màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn Led màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn Led từ cửa hàng. Xác suất để khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng bằng

- A. 0,7956. B. 0,7965. C. 0,9756. D. 0,9765.

Câu 25. Một hộp bút bi Thiên Long có 15 chiếc bút trong đó có 9 chiếc bút mới. Người ta lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút để sử dụng sau đó trả lại vào hộp. Lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 2 chiếc bút, tính xác suất cả hai chiếc bút lấy ra đều là chiếc mới.

- A. $\frac{52}{175}$. B. $\frac{52}{177}$. C. $\frac{53}{175}$. D. $\frac{25}{175}$.

Câu 26. Một công ty du lịch bố trí chỗ cho đoàn khách tại ba khách sạn A, B, C theo tỉ lệ 20%; 50%; 30%. Tỉ lệ hỏng điều hòa ở ba khách sạn lần lượt là 5%; 4%; 8%. Tính xác suất để một khách nghỉ ở phòng điều hòa bị hỏng.

- A. $\frac{2}{500}$ B. $\frac{27}{500}$ C. $\frac{7}{500}$ D. $\frac{23}{500}$

Câu 27. Có 10 sinh viên thi Xác suất – Thống kê; trong đó có 2 sinh viên giỏi (trả lời 100% các câu hỏi), 3 sinh viên khá (trả lời 80% các câu hỏi), 5 sinh viên trung bình (trả lời 50% các câu hỏi). Gọi ngẫu nhiên một sinh viên vào thi và phát đề có 4 câu hỏi (được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu). Thấy sinh viên này trả lời được cả 4 câu, tính xác suất để sinh viên đó là sinh viên khá? Xác suất gần bằng số nào sau đây

- A. 0,336. B. 0,3344. C. 0,337. D. 0,335.

Câu 28. Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên vi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên vi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên từ hộp thứ hai, biết rằng hai bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi màu đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi màu đỏ.

- A. $\frac{8}{11}$ B. $\frac{7}{15}$ C. $\frac{8}{15}$ D. $\frac{7}{13}$

Câu 29. Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

- A. 0,4. B. 0,35. C. 0,5. D. 0,65.

Câu 30. Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 52%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam

- A. $\frac{207}{1230}$ B. $\frac{207}{1250}$ C. $\frac{10}{27}$ D. $\frac{10}{23}$

Phần II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 31. Cho hai biến cố A và B, với $P(\bar{A}) = 0,4$, $P(B) = 0,8$, $P(A \cap B) = 0,4$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$P(A) = 0,6$ và $P(\bar{B}) = 0,2$.		
(b)	$P(A B) = \frac{1}{2}$		
(c)	$P(\bar{B} A) = \frac{2}{3}$		

(d)	$P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{5}$		
-----	-----------------------------------	--	--

Câu 32. Một hộp chứa bốn tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Lan lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, xem số trên thẻ rồi bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Không gian mẫu của phép thử có 10 phần tử.		
(b)	Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ” bằng 2.		
(c)	Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 4.		
(d)	Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 5.		

Câu 33. Trong một cửa hàng có 18 bóng đèn loại I và 2 bóng đèn loại II, các bóng đèn có hình dạng và kích thước như nhau. Một người mua hàng lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 bóng đèn (lấy không hoàn lại) trong cửa hàng.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{10}$.		
(b)	Xác suất để lần thứ hai lấy được bóng đèn loại II, biết lần thứ nhất lấy được bóng đèn loại II, là $\frac{1}{19}$.		
(c)	Xác suất để cả hai lần đều lấy được bóng đèn loại II là $\frac{9}{190}$.		
(d)	Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được bóng đèn loại I là $\frac{189}{190}$.		

Câu 34. Cho 2 lô sản phẩm. Lô I có 20 sản phẩm, trong đó có 15 sản phẩm tốt và 5 sản phẩm lỗi. Lô II có 20 sản phẩm, trong đó có 10 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm lỗi. Lấy ngẫu nhiên 1 lô và từ lô này lấy ngẫu nhiên ra 1 sản phẩm.

Các khẳng định sau đúng hay sai?

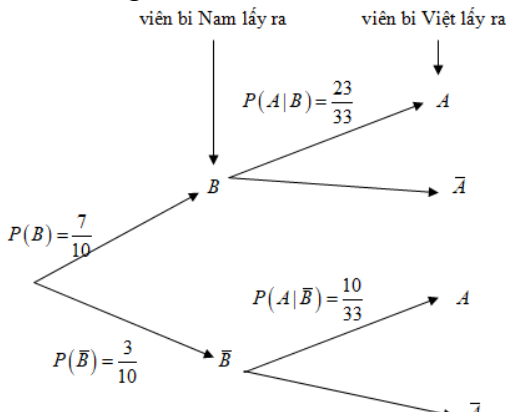
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt bằng $\frac{5}{8}$.		
(b)	Xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm lỗi bằng $\frac{3}{8}$.		
(c)	Giả sử sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ II bằng $\frac{2}{5}$.		
(d)	Giả sử sản phẩm lấy ra là phế phẩm. Xác suất để sản phẩm đó của lô thứ I bằng $\frac{1}{2}$.		

Câu 35. Giả sử 5% email của bạn nhận được là email rác. Bạn sử dụng một hệ thống lọc email rác mà khả năng lọc đúng email rác của hệ thống này là 95% và có 10% những email không phải là email rác nhưng vẫn bị lọc.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất email nhận được một email rác là 0,05.		
(b)	Xác suất bị lọc của email rác là 0,93.		
(c)	Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc bất kể có là rác hay không là 0,1425.		

(d)	Xác suất chọn một email trong số những email bị lọc thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$.		
-----	--	--	--

Câu 36. Một chiếc hộp có 100 viên bi, trong đó có 70 viên bi có tô màu và 30 viên bi không tô màu; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Nam lấy ra viên bi đầu tiên, sau đó bạn Việt lấy ra viên bi thứ 2.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Xác suất để bạn Nam lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{3}{7}$.		
(b)	Sơ đồ cây biểu thị tình huống trên là 		
(c)	Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi có tô màu là $\frac{191}{330}$.		
(d)	Xác suất để bạn Việt lấy ra viên bi không có tô màu là $\frac{139}{330}$.		

Phần III. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 37. Hộp thứ nhất chứa 3 viên bi đen và 2 viên bi trắng. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đen và 5 viên bi trắng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai.

Gọi A: "Viên bi lấy ra lần thứ nhất là bi đen";

Và B: "Viên bi lấy ra lần thứ hai là bi trắng".

Biết rằng biến cố A xảy ra, tính xác suất của biến cố B.

Câu 38. Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó. *Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.*

Câu 39. Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai. *Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.*

Câu 40. Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu? *(kết quả là tròn đến hàng phần trăm)*

Câu 41. Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. *Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2*

ĐỀ THAM KHẢO

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$ là

A. $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C.$

B. $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln|5x-2| + C.$

C. $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C.$

D. $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln|5x-2| + C.$

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$ là

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$

Câu 3. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ và thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

Khi đó, $F(x)$ là

A. $F(x) = \cos x - \sin x + 3.$

B. $F(x) = -\cos x + \sin x + 3.$

C. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1.$

D. $F(x) = -\cos x + \sin x + 1.$

Câu 4. Hàm số $F(x) = \frac{x^3}{3} + e^x$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau đây?

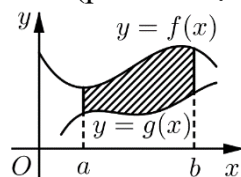
A. $f(x) = x^2 + e^x.$ B. $f(x) = 3x^2 + e^x.$ C. $f(x) = \frac{x^4}{3} + e^x.$ D. $f(x) = \frac{x^4}{12} + e^x.$

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; \ln 3]$ và thỏa mãn $f(1) = e^2$,

$\int_1^{\ln 3} f'(x) dx = 9 - e^2$. Tính giá trị của $f(\ln 3)$.

A. $f(\ln 3) = -9.$ B. $f(\ln 3) = 9.$ C. $f(\ln 3) = 2e^2 - 9.$ D. $f(\ln 3) = 9 - 2e^2.$

Câu 6. Cho hình phẳng trong hình bên dưới (phần tô đậm) quay quanh trục hoành.



Thể tích khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào trong các công thức sau đây?

A. $V = \pi \int_a^b [g^2(x) - f^2(x)] dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

D. $V = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 5 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là ?

A. $\vec{n}_2 = (1; -2; -3).$ B. $\vec{n}_3 = (-1; 2; -3).$ C. $\vec{n}_4 = (1; -2; -3).$ D. $\vec{n}_1 = (1; 2; 3).$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;-1)$, $B(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 5 = 0$. Mặt phẳng (α) đi qua A , B và vuông góc với (P) có phương trình

- A. $(\alpha): -7x + 11y + z - 3 = 0$. B. $(\alpha): 7x - 11y + z - 1 = 0$.
C. $(\alpha): -7x + 11y + z + 15 = 0$. D. $(\alpha): 7x - 11y - z + 1 = 0$.

Câu 9. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (2;1;-3)$. B. $\vec{u}_2 = (-2;-1;3)$. C. $\vec{u}_3 = (-1;2;1)$. D. $\vec{u}_4 = (-1;2;-1)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A. $I(-1;2;1)$ và $R = 3$. B. $I(1;-2;-1)$ và $R = 3$.
C. $I(-1;2;1)$ và $R = 9$. D. $I(1;-2;-1)$ và $R = 9$.

Câu 11. Cho hai biến cố A và B có xác suất $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,7$; $P(A \cap B) = 0,3$. Xác suất $P(A|B)$ bằng

- A. $\frac{4}{7}$. B. $\frac{3}{7}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{7}{10}$.

Câu 12. Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đỏ là

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{7}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 4$ và $y = x - 4$ quay (H) quanh trục hoành. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_{-2}^2 \left[(x^3 - 3x - 4) - (x - 4) \right] dx$.
b) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra là $V = \int_{-2}^2 \left| (x^3 - 3x - 4)^2 - (x - 4)^2 \right| dx$.
c) Diện tích hình phẳng (H) là $S = 8$.
d) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra là $V = 64\pi$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$

- a) Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (4;1;3)$
b) Đường thẳng d đi qua điểm $M(-4;-3;3)$

c) Đường thẳng d' :
$$\begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 3 - 3t \\ z = -t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$
 song song với đường thẳng d .

d) Điều kiện cần và đủ để mặt phẳng $(P): mx + y + z + 5m + 1 = 0 (m \in \mathbb{R})$ song song với đường thẳng d là $m = -1$

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 12 = 0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 0)$ và bán kính $R = 8$.

b) Điểm $K(1; -2; 0)$ thuộc mặt cầu (S) .

c) Đường kính của mặt cầu bằng 10.

d) Mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 5z - 17 + 20\sqrt{2} = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có bán kính $r = 3$.

Câu 4. Một công ty truyền thông đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) A và B là hai biến độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.

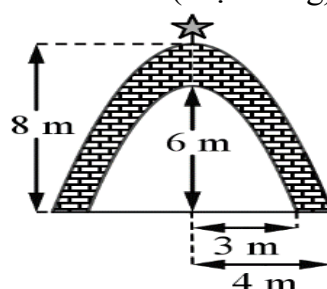
d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 0,8.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

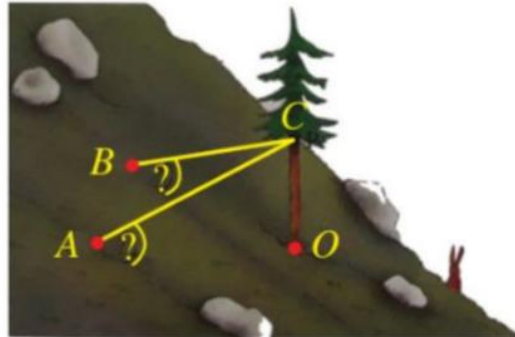
Câu 1. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 (m/s) thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian được tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

Câu 2. Mức nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra (khi thủy triều xuống) và nước chảy vào (khi thủy triều lên). Gọi $h(t)$ là mức nước trong hồ tại thời điểm t giờ. Tốc độ thay đổi của mức nước trong hồ chứa được cho bởi hàm số $h'(t) = \frac{1}{216}(5t^2 - 120t + 480)$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 24$), $h'(t)$ tính bằng mét/giờ. Biết rằng tại thời điểm $t = 0$ (giờ), mức nước trong hồ chứa là 6 m. Tính mức nước trong hồ tại thời điểm $t = 5$ (giờ). (Làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

Câu 3. Nhà ông An cần sơn mặt trước của cổng có dạng như hình bên, các đường cong có dạng là Parabol với các kích thước được cho như hình. Biết giá thuê nhân công là 300.000 đồng/m². Hỏi ông An phải trả cho bên thi công bao nhiêu tiền (triệu đồng) để sơn cổng?



Câu 4. Trên một sườn núi (có độ nghiêng đều), người ta trồng một cây thông và muốn giữ nó không bị nghiêng bằng hai sợi dây neo như hình bên. Giả thiết cây thông mọc thẳng đứng và trong một hệ tọa độ phù hợp, các điểm O (gốc cây thông) và A, B (nơi buộc dây neo) có tọa độ tương ứng là $O(0;0;0), A(3;-4;2), B(-5;-2;1)$, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Biết rằng hai dây neo đều được buộc vào cây thông tại điểm $(0;0;5)$ và được kéo căng tạo thành các đoạn thẳng. Tính tổng các góc tạo bởi mỗi dây neo và mặt phẳng sườn núi (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



Câu 5. Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?

Câu 6. Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau.

-----HẾT-----

TTCM. Đỗ Lê Hải Thụy

GV biên soạn

Giang Thị Thu