

**Câu 1. (1,5 điểm):** Thực hiện phép tính:

a)  $A = 2024 - \left[ 39 - (2^3 \cdot 3 - 21)^2 \right] : (-3) + 2025^0$

b)  $B = \left( 1 - \frac{1}{3} \right) \left( 1 - \frac{1}{4} \right) \dots \left( 1 - \frac{1}{2025} \right)$

c)  $C = \frac{3}{2} + \frac{9}{2.5} + \frac{12}{5.9} + \frac{12}{9.13} + \frac{15}{13.18}$

**Câu 2. (1,0 điểm):** Tìm  $x$ , biết:

a)  $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} - 480 = 0$

b)  $\left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \right) x = \frac{1}{99} + \frac{2}{98} + \frac{3}{97} + \dots + \frac{98}{2} + \frac{99}{1}$

**Câu 3. (2,5 điểm):**

a) Tìm các cặp số nguyên  $x, y$  thỏa mãn:  $xy + 3x - 2y = 11$

b) Cho  $a, b$  là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu  $(3a + 4b) : 23$  thì  $(8a + 3b) : 23$

c) Tìm tất cả các số nguyên tố  $p, q$  sao cho  $7p + q$  và  $pq + 11$  đồng thời là số nguyên tố.

**Câu 4. (2,0 điểm):**

a) Một số tự nhiên khi chia cho 7 dư 4, khi chia cho 17 dư 7. Hỏi nếu chia số đó cho 119 thì dư bao nhiêu?

b) Chứng minh phân số  $\frac{14n^3 + 2}{8n^3 + 1}$  là phân số tối giản với mọi số tự nhiên  $n$ .

**Câu 5. (1,0 điểm):**

Cho 25 điểm phân biệt trong đó chỉ có đúng 3 điểm thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi từ 25 điểm đó vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

**Câu 6. (1,0 điểm):**

Lấy ngẫu nhiên một viên bi, xem màu rồi trả lại. Lặp lại hoạt động trên 2025 lần được bảng kết quả:

Loại bi	Bi xanh	Bi đỏ	Bi vàng
Số lần	522	528	975

Tính xác suất thực nghiệm của sự kiện “Không lấy được viên bi màu vàng”.

**Câu 7. (1,0 điểm):**

Cho  $Q = \frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} - \frac{4}{5^4} + \dots + \frac{2023}{5^{2023}} - \frac{2024}{5^{2024}} + \frac{2025}{5^{2025}} - \frac{2026}{5^{2026}}$ . So sánh  $Q$  với  $\frac{5}{36}$

--- Hết ---

*Chú ý: Học sinh không được sử dụng máy tính cầm tay*

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
Câu 1 (1,5đ)	a) $A = 2024 - \left[ 39 - (2^3 \cdot 3 - 21)^2 \right] : (-3) + 2025^0$ $= 2024 - \left\{ \left[ 39 - (24 - 21)^2 \right] : (-3) \right\} + 1$	0,25đ
	$= 2024 - [30 : (-3)] + 1$ $= 2024 + 10 + 1 = 2035$	0,25đ
	b) $B = \left( 1 - \frac{1}{3} \right) \left( 1 - \frac{1}{4} \right) \dots \dots \left( 1 - \frac{1}{2025} \right)$ $= \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \dots \frac{2024}{2025}$	0,25đ
	$= \frac{2}{2025}$	0,25đ
	c) $C = \frac{3}{2} + \frac{9}{2 \cdot 5} + \frac{12}{5 \cdot 9} + \frac{12}{9 \cdot 13} + \frac{15}{13 \cdot 18}$ $= 3 \left( 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{18} \right)$	0,25đ
	$= 3 \left( 1 - \frac{1}{18} \right)$ $= 3 \cdot \frac{17}{18}$ $= \frac{17}{6}$	0,25đ
Câu 2 (1đ)	a) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} - 480 = 0$ $2^x + 2 \cdot 2^x + 2^2 \cdot 2^x + 2^3 \cdot 2^x = 480$ $2^x \cdot (1 + 2 + 2^2 + 2^3) = 480$	0,25đ
	$15 \cdot 2^x = 480$ $2^x = 32 = 2^5$ $x = 5$	0,25đ
	b) $\left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \right) x = \frac{1}{99} + \frac{2}{98} + \frac{3}{97} + \dots + \frac{98}{2} + \frac{99}{1}$ $\left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \right) x = \left( \frac{1}{99} + 1 \right) + \left( \frac{2}{98} + 1 \right) + \dots + \left( \frac{98}{2} + 1 \right) + 1$ $\left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \right) x = \frac{100}{99} + \frac{100}{98} + \frac{100}{97} + \dots + \frac{100}{2} + \frac{100}{100}$	0,25đ
	$\left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \right) x = 100 \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \right)$ $x = 100$	0,25đ
Câu 3	a) $x(y + 3) - 2(y + 3) = 5$ $(y + 3)(x - 2) = 5$	0,25đ

<b>(2,5đ)</b>	Do $x, y$ thuộc $Z$ nên $x - 2$ và $y + 3$ thuộc $U(5)$ . Lập bảng giá trị :																										
	<table border="1"> <tr> <td><math>x - 2</math></td> <td>-5</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>y + 3</math></td> <td>-1</td> <td>-5</td> <td>5</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-3</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td>-4</td> <td>-8</td> <td>2</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Thỏa mãn</td> <td>Thỏa mãn</td> <td>Thỏa mãn</td> <td>Thỏa mãn</td> </tr> </table>	$x - 2$	-5	-1	1	5	$y + 3$	-1	-5	5	1	$x$	-3	1	3	7	$y$	-4	-8	2	-2		Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	0,5đ
	$x - 2$	-5	-1	1	5																						
	$y + 3$	-1	-5	5	1																						
	$x$	-3	1	3	7																						
	$y$	-4	-8	2	-2																						
		Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn																						
	Vậy $(x, y) \in \{(3; 2); (1; -8); (7; -2); (-3; -4)\}$																										
b) Xét hiệu: $8.(3a + 4b) - 3.(8a + 3b)$ $= 24a + 32b - 24a - 9b$ $= (24a - 24a) + (32b - 9b)$ $= 0 + 23b$ $= 23b$	0,25đ																										
Vì $(23b) : 23$ nên $[8.(3a + 4b) - 3.(8a + 3b)] : 23$ Vì $(3a + 4b) : 23$ nên $[8.(3a + 4b)] : 23$	0,25đ																										
mà $[8.(3a + 4b) - 3.(8a + 3b)] : 23$ suy ra: $[3.(8a + 3b)] : 23$ suy ra: $(8a + 3b) : 23$ ( vì $(3, 23) = 1$ )	0,25đ																										
c) Vì $p, q$ là các số nguyên tố sao cho $7p + q$ và $pq + 11$ đồng thời là số nguyên tố nên $7p + q$ và $pq + 11$ đồng thời lớn hơn 3 suy ra $7p + q$ và $pq + 11$ đều là số lẻ. suy ra $p, q$ không đồng thời cùng tính chẵn lẻ.	0,25đ																										
*) Nếu $p$ chẵn, $p$ nguyên tố suy ra $p = 2$ Khi đó $q + 14$ và $2q + 11$ là số nguyên tố. - Nếu $q = 3$ thì $q + 14 = 17$ ; $2q + 11 = 17$ là số nguyên tố (chọn). - Nếu $q = 3k + 1$ thì $q + 14 = 3k + 15$ chia hết cho 3 mà $q + 14 > 3$ nên không là số nguyên tố (loại). - Nếu $q = 3k + 2$ thì $2q + 11 = 6k + 15$ chia hết cho 3 mà $2q + 11 > 3$ nên không là số nguyên tố (loại).	0,25đ																										
*) Nếu $q$ chẵn, $q$ nguyên tố suy ra $q = 2$ Khi đó $7p + 2$ và $2p + 11$ là số nguyên tố. - Nếu $p = 3$ thì $2p + 11 = 17$ ; $7p + 2 = 23$ là số nguyên tố (chọn). - Nếu $p = 3k + 1$ thì $7p + 2 = 21k + 9$ chia hết cho 3 và $7p + 2 > 3$ nên không là số nguyên tố (loại). - Nếu $p = 3k + 2$ thì $2p + 11 = 6k + 15$ chia hết cho 3 và $2p + 11 > 3$ nên không là số nguyên tố (loại).	0,25đ																										
Vậy cặp số $(p; q)$ thỏa mãn bài toán là: $(2; 3); (3; 2)$	0,25đ																										
<b>Câu 4 (2đ)</b>	a) Gọi số đó là $a$ . Ta có: $a$ chia cho 7 dư 4, chia cho 17 dư 7 nên $a - 4 : 7; a - 7 : 17$	0,25đ																									
	Suy ra: $a - 4 + 14 : 7; a - 7 + 17 : 17$ hay $a + 10 : 7; a + 10 : 17$	0,25đ																									
	Mà $(7, 17) = 1$ nên $a + 10 : (7 \cdot 17) \Rightarrow a + 10 : 119$																										
	suy ra $a + 10 = 119k$ $a = 119k - 10$	0,25đ																									
	suy ra $a = 119k - 119 + 109 = 119(k - 1) + 109$ Vậy $a$ chia cho 119 dư 109.	0,25đ																									

	b) Gọi ƯCLN $(14n^3 + 2; 8n^3 + 1) = d$ Suy ra $14n^3 + 2 : d$ và $8n^3 + 1 : d$	0,25đ
	$4(14n^3 + 2) : d$ và $7.(8n^3 + 1) : d$ $(56n^3 + 8) : d$ và $(56n^3 + 7) : d$ Suy ra: $[(56n^3 + 8) - (56n^3 + 7)] : d$	0,5đ
	Suy ra: $1 : d$ Suy ra $d = 1$ Do vậy $\frac{14n^3 + 2}{8n^3 + 1}$ là phân số tối giản với mọi số tự nhiên $n$ .	0,25đ
<b>Câu 5 (1đ)</b>	Giả sử trong 25 điểm phân biệt không có ba điểm nào thẳng hàng thì vẽ được: $\frac{25.(25-1)}{2} = 300$ (đường thẳng)	0,25đ
	Qua 3 điểm phân biệt không thẳng hàng thì vẽ được: $\frac{3.(3-1)}{2} = 3$ (đường thẳng)	0,25đ
	Vì 3 điểm thẳng hàng chỉ tạo thành một đường thẳng, nên số đường thẳng giảm $3-1=2$ (đường thẳng)	0,25đ
	Vậy có $300 - 2 = 298$ (đường thẳng)	0,25đ
<b>Câu 6 (1đ)</b>	Số kết quả thuận lợi cho biến cố “Không lấy được viên bi màu vàng” là $522+528 = 1050$	0,25đ
	Có 2025 kết quả có thể cho biến cố “Không lấy được viên bi màu vàng”.	0,25đ
	Xác suất của biến cố đó là $\frac{1050}{2025} = \frac{14}{27}$ .	0,5đ
<b>Câu 7 (1đ)</b>	$Q = \frac{1}{5} - \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} - \frac{4}{5^4} + \dots + \frac{2023}{5^{2023}} - \frac{2024}{5^{2024}} + \frac{2025}{5^{2025}} - \frac{2026}{5^{2026}}$ $5Q = 1 - \frac{2}{5} + \frac{3}{5^2} + \dots + \frac{2023}{5^{2022}} - \frac{2024}{5^{2023}} + \frac{2025}{5^{2024}} - \frac{2026}{5^{2025}}$ $6Q = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{5^3} + \dots - \frac{1}{5^{2023}} + \frac{1}{5^{2024}} - \frac{1}{5^{2025}} - \frac{2026}{5^{2026}}$	0,25đ
	Đặt $P = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{5^3} + \dots - \frac{1}{5^{2025}}$ $5P = 5 - 1 + \frac{1}{5} - \frac{1}{5^2} + \dots - \frac{1}{5^{2024}}$ $6P = 5 - \frac{1}{5^{2025}}$ $P = \frac{5}{6} - \frac{1}{6.5^{2025}}$	0,25đ
	$6Q = \frac{5}{6} - \frac{1}{6.5^{2025}} - \frac{2026}{5^{2026}}$	0,25đ

	$6Q < \frac{5}{6}$ $Q < \frac{5}{36}$ Vậy $Q < \frac{5}{36}$	0,25đ
--	--	-------

*Ghi chú: HS làm theo cách khác, nếu đúng vẫn cho điểm tối đa*

Xem thêm: **ĐỀ THI HSG TOÁN 6**  
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-hsg-toan-6>