SỞ GD&ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT BÁ THƯỚC

(*Đề thi có 04 trang*)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP LẦN 3
NĂM HỌC 2024 - 2025
Môn: Toán
Thời gian làm bài : 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên học sinh :.. Số báo danh : ....

Mã đề 470

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

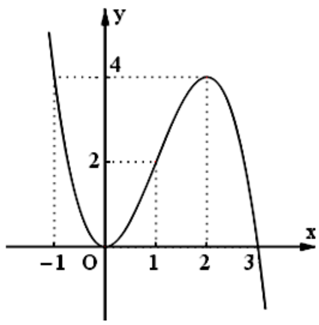
Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32}$ là

A. $\{-5;1\}$. **B.** $(-\infty;-5)\cup(1;+\infty)$. **C.** $(-5;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 2. Phương trình $3^{x-2} = \frac{1}{9}$ có nghiệm

A. $x = \frac{19}{9}$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 2$.

Câu 3. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Phát biểu nào sau đây sai?



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

B. Điểm cực tiểu của đồ thì hàm số là $(0;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

D. Điểm cực đại của hàm số là 4.

Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2025^x$

A. $\frac{2025^x}{\ln(2025)} + C$. **B.** $2025^x + C$. **C.** $2025.2024^x + C$. **D.** $2025x + C$.

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$(minh họa như hình bên). Phát biểu nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD'}$. **B.** $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'C'}$. **D.** $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{B'D'}$

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = -2, u_3 = 1$. Số hạng u_4 của cấp số cộng là:

A. 6 **B.** 5 **C.** 4 **D.** 7

Câu 7. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi H là trung điểm của cạnh AC. Tìm mệnh đề **sai?**

A. $(SAC)\perp(SBD)$. **B.** $CD\perp(SAD)$. **C.** $SH\perp(ABCD)$. **D.** $(SBD)\perp(ABCD)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với mặt phẳng (P). Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là

A. $\overrightarrow{n_2} = (-3;-3;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_3} = (0;8;12)$. **C.** $\overrightarrow{n_4} = (1;3;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_1} = (1;-3;2)$.

Câu 9. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^2-2x+5}{x+2}$ là

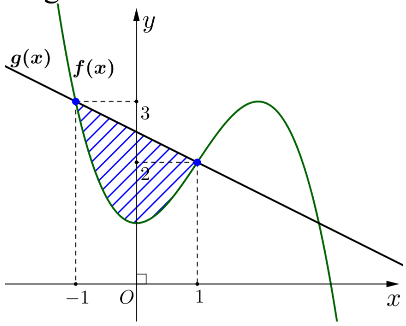
A. $y=-x$. **B.** $y=x+2$. **C.** $x=-2$. **D.** $y=-x+1$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) tâm $I(2;-1;0)$ và có đường kính bằng 8 là

A. $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=16$. **B.** $(S):(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=64$.

C. $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=64$. **D.** $(S):(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=8$.

Câu 11. Cho hai hàm số $f(x)=-\dfrac{1}{2}x^3+\dfrac{3}{2}x^2+1$ và $g(x)=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Diện tích phần gạch chéo trong hình bằng



A. 4. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 1.

Câu 12. Cho bảng số liệu khảo sát về tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của một loại bóng đèn:

Tuổi thọ	$[3;5)$	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$
Số bóng đèn	11	20	29	40	30

Giá trị của tứ phân vị thứ nhất là

A. $Q_1=\dfrac{37}{4}$. **B.** $Q_1=\dfrac{87}{8}$. **C.** $Q_1=\dfrac{875}{232}$. **D.** $Q_1=\dfrac{206}{29}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. **Trong mỗi ý a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Trong cuộc thi tìm kiếm năng khiếu âm nhạc do đoàn trường THPT Bá Thước tổ chức, ban tổ chức tổ chức ba vòng thi: vòng sơ khảo, vòng bán kết và vòng chung kết. Biết rằng, ban tổ chức sẽ chọn ra 50% đội thi đã đăng kí để vào vòng sơ khảo. Khi kết thúc vòng sơ khảo, ban tổ chức sẽ chọn ra 30% đội thi của vòng sơ khảo để vào vòng bán kết. Khi kết thúc vòng bán kết, ban tổ chức sẽ chọn ra 20% đội thi của vòng bán kết để vào vòng chung kết. Chọn ngẫu nhiên một đội thi đã đăng kí tham dự cuộc thi này.

A. Xác suất để đội thi được chọn lọt vào vòng sơ khảo là $0,5$.

B. Xác suất để đội thi được chọn lọt vào vòng bán kết là $0,3$.

C. Biết rằng đội thi được chọn không lọt vào vòng chung kết. Khi đó, xác suất đội thi ấy lọt vào vòng sơ khảo nhỏ hơn $0,4$.

D. Xác suất để đội thi được chọn lọt vào vòng chung kết là $0,03$.

Câu 14. Trong không gian *Oxyz*, cho điểm $A(1;2;2)$, $B(-3;0;2)$, mặt phẳng $(P):x-y+z-4=0$ và các đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$, $\Delta_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+2}{2}$, $\Delta_3:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$ và $\Delta_4:\begin{cases}x=-2+3t\\y=2-t\\z=-3\end{cases}$.

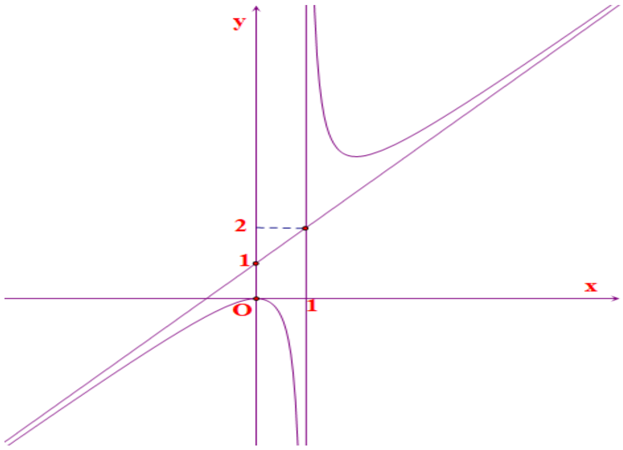
A. Phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x-1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=5$.

B. Đường thẳng Δ cắt cả 4 đường thẳng $\Delta_1,\Delta_2,\Delta_3,\Delta_4$ có một véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=(3;2;2)$.

C. Nếu mặt phẳng (α) đi qua A cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại M, N, P sao cho tam giác MNP có trọng tâm là A thì phương trình của (α) là $2x+y+z-6=0$.

D. Gọi D là điểm thay đổi trên mặt phẳng (P) và E là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy). Chu vi tam giác ADE có giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{11}$.

Câu 15. Đồ thị của hàm số $y = ax + b + \dfrac{c}{x+d}$ là hình dưới đây



A. $\lim\limits_{x \to 1^+} y = -\infty$.

B. Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x+1$.

C. Tổng $a+b+c+d=2$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = -\sin x - \dfrac{1}{2}x$

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[0;\pi]$ là $-\dfrac{\pi}{2}$.

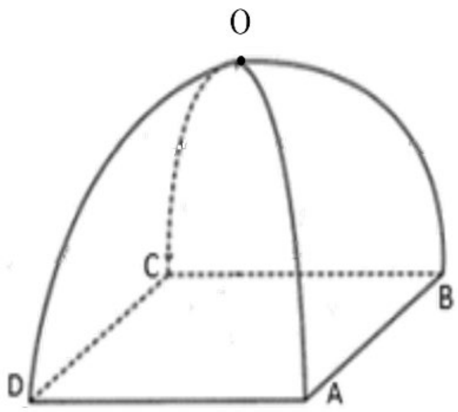
B. $f(2\pi) = \pi$.

C. $f'(x) = -\cos x - \dfrac{1}{2}$.

D. Phương trình $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt trong khoảng $[0;\pi]$.

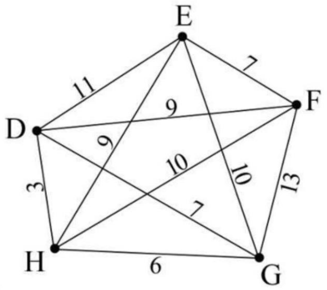
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Một lều cắm trại có dạng như hình vẽ dưới, khung lều được tạo thành từ hai parabol giống nhau có chung đỉnh O và thuộc hai mặt phẳng vuông góc nhau (một parabol đi qua A, O, C và một parabol đi qua B, D, O), bốn chân tạo thành hình vuông $ABCD$ có cạnh là $2\sqrt{2}(m)$, chiều cao tính từ đỉnh lều là $2(m)$. Biết mặt cắt của lều khi cắt bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABCD)$ luôn là một hình vuông. Tính thể tích của lều (đơn vị là m^3)



Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=2$, $SA\perp(ABC)$ và $SA=5$. Gọi M là trung điểm BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)* .

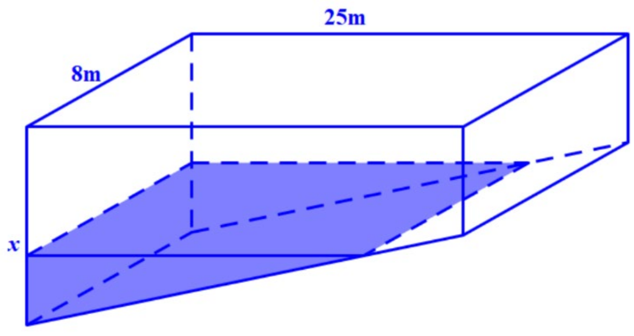
Câu 19. Từ kho D xe bưu chính đến lấy thư từ các hộp thư tại E,F,G và H rồi quay lại kho. Sơ đồ bên hiển thị thời gian xe bưu chính di chuyển giữa các hộp thư (đơn vị: phút). Thời gian ngắn nhất để xe bưu chính thực hiện điều đó là bao nhiêu phút?



Câu 20. Một nghệ sĩ điêu khắc đang tạo ra một tác phẩm nghệ thuật bằng cách cắt các đĩa tròn từ một khối đá cẩm thạch lớn. Khối đá cẩm thạch này có hình dạng một khối cầu với phương trình: $x^2+y^2+z^2-2x-4z-7=0$. Để tạo ra các đường cắt chính xác, nghệ sĩ sử dụng một máy cắt phẳng được điều khiển bằng một hệ thống đường ray có phương trình $(d):\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Mỗi lần điều chỉnh độ nghiêng của máy cắt sẽ tạo ra các đĩa tròn có bán kính r khác nhau. Biết rằng bán kính của các đĩa thay đổi từ r_2 (nhỏ nhất) đến r_1 (lớn nhất). Hỏi tỉ lệ $\dfrac{r_1}{r_2}$ giữa bán kính lớn nhất và nhỏ nhất của các đĩa kim loại là bao nhiêu? *(làm tròn đến hàng phần chục)* **.**

Câu 21. Có hai chiếc hộp, hộp I có 5 quả bóng đỏ và 3 quả bóng vàng, hộp II có 4 quả bóng đỏ và 6 quả bóng vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I rồi chuyển (bỏ) vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên hai quả bóng từ hộp II. Biết rằng trong hai quả bóng lấy ra từ hộp II có ít nhất một quả màu đỏ. Tính xác suất để quả bóng được chuyển từ hộp I sang là quả bóng màu đỏ (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

Câu 22. Tại khu nghỉ dưỡng Bocbandi ở Pù Luông Thanh Hóa, nhà đầu tư xây một cái bể bơi nhằm đáp ứng nhu cầu giải trí của khách du lịch. Theo bản thiết kế bể bơi hình chữ nhật chiều dài $25m$, chiều rộng $8m$, một đầu độ sâu là $1.2m$ và đầu kia là $2.2m$ (độ sâu là chiều cao tính từ đáy bể đến mép trên của bể), đáy bể được lát phẳng (*tham khảo hình vẽ).* Để bơm nước vào bể người ta lắp 1 máy bơm công suất $1m^3/1phut$. Trong thời gian bơm từ phút thứ 45 đến phút thứ 120 (bơm từ lúc bể không có nước) thì mực nước dâng lên được một độ cao là bao nhiêu. *(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị là mét).*



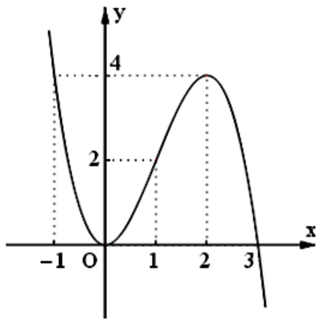
------ HẾT ------

SỞ GD&ĐT THANH HÓA **TRƯỜNG THPT BÁ THƯỚC** (*Đề thi có 04 trang*)	**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP LẦN 3** **NĂM HỌC 2024 - 2025** **Môn: Toán** *Thời gian làm bài : 90 phút* *(không kể thời gian phát đề)*

Họ và tên học sinh :.. Số báo danh : .... **Mã đề 664**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Phát biểu nào sau đây sai?



A. Điểm cực đại của hàm số là 4.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Điểm cực tiểu của đồ thì hàm số là $(0;0)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 2. Cho bảng số liệu khảo sát về tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của một loại bóng đèn:

Tuổi thọ	$[3;5)$	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$
Số bóng đèn	11	20	29	40	30

Giá trị của tứ phân vị thứ nhất là

A. $Q_1=\dfrac{87}{8}$. **B.** $Q_1=\dfrac{206}{29}$. **C.** $Q_1=\dfrac{37}{4}$. **D.** $Q_1=\dfrac{875}{232}$.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2=-2, u_3=1$. Số hạng u_4 của cấp số cộng là:

A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7

Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2025^x$

A. 2025.2024^x+C. **B.** 2025^x+C. **C.** $\dfrac{2025^x}{\ln(2025)}+C$. **D.** $2025x+C$.

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi H là trung điểm của cạnh AC. Tìm mệnh đề **sai?**

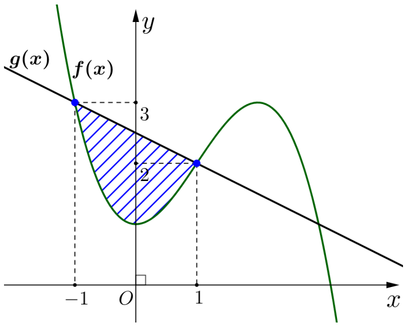
A. $CD\perp(SAD)$. **B.** $SH\perp(ABCD)$. **C.** $(SAC)\perp(SBD)$. **D.** $(SBD)\perp(ABCD)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) tâm $I(2;-1;0)$ và có đường kính bằng 8 là

A. $(S):(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=64$. **B.** $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=64$.

C. $(S):(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=8$. **D.** $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=16$.

Câu 7. Cho hai hàm số $f(x)=-\dfrac{1}{2}x^3+\dfrac{3}{2}x^2+1$ và $g(x)=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Diện tích phần gạch chéo trong hình bằng



A. 8. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$ và hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với mặt phẳng (P). Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;-3;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(0;8;12)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(1;3;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(-3;-3;2)$.

Câu 9. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^2-2x+5}{x+2}$ là

A. $y=-x+1$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=-x$. **D.** $y=x+2$.

Câu 10. Phương trình $3^{x-2}=\dfrac{1}{9}$ có nghiệm

A. $x=\dfrac{19}{9}$. **B.** $x=0$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$(minh họa như hình bên). Phát biểu nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD'}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{A'C'}$.

C. $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{B'D'}$ **D.** $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC'}$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2+4x}>\dfrac{1}{32}$ là

A. $(-\infty;-5)\cup(1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\{-5;1\}$. **D.** $(-5;1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. **Trong mỗi ý a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=-\sin x-\dfrac{1}{2}x$

A. $f(2\pi)=\pi$.

B. Phương trình $f'(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt trong khoảng $[0;\pi]$.

C. $f'(x)=-\cos x-\dfrac{1}{2}$.

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[0;\pi]$ là $-\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$, $B(-3;0;2)$, mặt phẳng $(P): x-y+z-4=0$ và các đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$, $\Delta_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+2}{2}$, $\Delta_3:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$ và $\Delta_4:\begin{cases}x=-2+3t\\y=2-t\\z=-3\end{cases}$.

A. Đường thẳng Δ cắt cả 4 đường thẳng $\Delta_1,\Delta_2,\Delta_3,\Delta_4$ có một véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=(3;2;2)$.

B. Nếu mặt phẳng (α) đi qua A cắt các trục Ox,Oy,Oz lần lượt tại M,N,P sao cho tam giác MNP có trọng tâm là A thì phương trình của (α) là $2x+y+z-6=0$.

C. Gọi D là điểm thay đổi trên mặt phẳng (P) và E là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy). Chu vi tam giác ADE có giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{11}$.

D. Phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x-1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=5$.

Câu 15. Trong cuộc thi tìm kiếm năng khiếu âm nhạc do đoàn trường THPT Bá Thước tổ chức, ban tổ chức tổ chức ba vòng thi: vòng sơ khảo, vòng bán kết và vòng chung kết. Biết rằng, ban tổ chức sẽ chọn ra 50% đội thi đã đăng kí để vào vòng sơ khảo. Khi kết thúc vòng sơ khảo, ban tổ chức sẽ chọn ra 30% đội thi của vòng sơ khảo để vào vòng bán kết. Khi kết thúc vòng bán kết, ban tổ chức sẽ chọn ra 20% đội thi của vòng bán kết để vào vòng chung kết. Chọn ngẫu nhiên một đội thi đã đăng kí tham dự cuộc thi này.

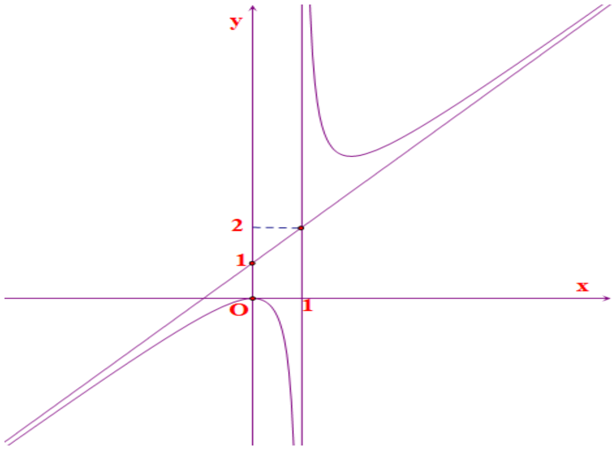
A. Xác suất để đội thi được chọn lọt vào vòng bán kết là $0,3$.

B. Xác suất để đội thi được chọn lọt vào vòng chung kết là $0,03$.

C. Xác suất để đội thi được chọn lọt vào vòng sơ khảo là $0,5$.

D. Biết rằng đội thi được chọn không lọt vào vòng chung kết. Khi đó, xác suất đội thi ấy lọt vào vòng sơ khảo nhỏ hơn $0,4$.

Câu 16. Đồ thị của hàm số $y=ax+b+\dfrac{c}{x+d}$ là hình dưới đây



A. $\lim\limits_{x\to 1^+} y=-\infty$.

B. Tổng $a+b+c+d=2$.

C. Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=x+1$.

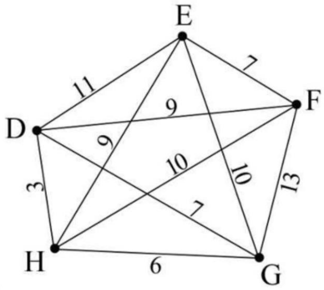
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Có hai chiếc hộp, hộp I có 5 quả bóng đỏ và 3 quả bóng vàng, hộp II có 4 quả bóng đỏ và 6 quả bóng vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I rồi chuyển (bỏ) vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên hai quả bóng từ hộp II. Biết rằng trong hai quả bóng lấy ra từ hộp II có ít nhất một quả màu đỏ. Tính xác suất để quả bóng được chuyển từ hộp I sang là quả bóng màu đỏ (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

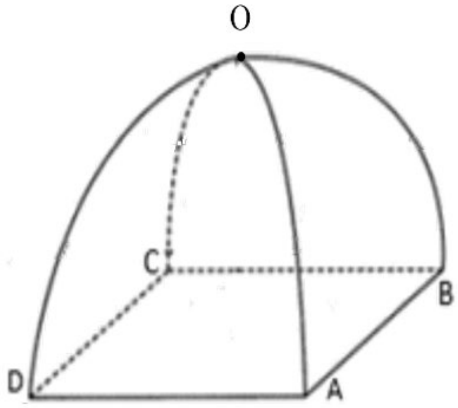
Câu 18. Một nghệ sĩ điêu khắc đang tạo ra một tác phẩm nghệ thuật bằng cách cắt các đĩa tròn từ một khối đá cẩm thạch lớn. Khối đá cẩm thạch này có hình dạng một khối cầu với phương trình: $x^2+y^2+z^2-2x-4z-7=0$. Để tạo ra các đường cắt chính xác, nghệ sĩ sử dụng một máy cắt phẳng được điều khiển bằng một hệ thống đường ray có phương trình $(d):\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Mỗi lần điều chỉnh độ nghiêng của máy cắt sẽ tạo ra các đĩa tròn có bán kính r khác nhau. Biết rằng bán kính của các đĩa thay đổi từ r_2 (nhỏ nhất) đến r_1 (lớn nhất). Hỏi tỉ lệ $\dfrac{r_1}{r_2}$ giữa bán kính lớn nhất và nhỏ nhất của các đĩa kim loại là bao nhiêu? *(làm tròn đến hàng phần chục)*.

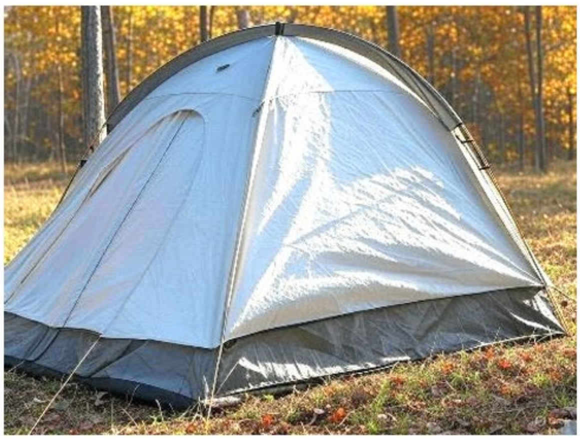
Câu 19. Từ kho D xe bưu chính đến lấy thư từ các hộp thư tại E,F,G và H rồi quay lại kho. Sơ đồ bên hiển thị thời gian xe bưu chính di chuyển giữa các hộp thư (đơn vị: phút). Thời gian ngắn nhất để xe bưu chính thực hiện điều đó là bao nhiêu phút?



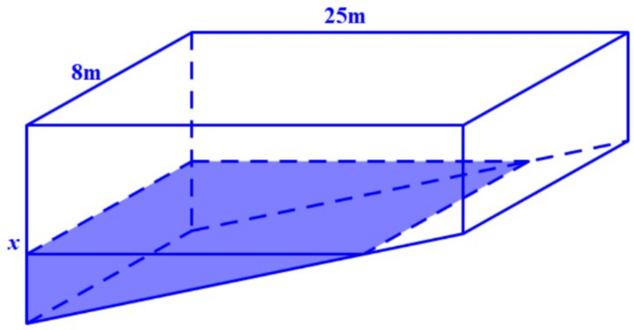
Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = 2$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = 5$. Gọi M là trung điểm BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)* .

Câu 21. Một lều cắm trại có dạng như hình vẽ dưới, khung lều được tạo thành từ hai parabol giống nhau có chung đỉnh O và thuộc hai mặt phẳng vuông góc nhau (một parabol đi qua A, O, C và một parabol đi qua B, D, O), bốn chân tạo thành hình vuông $ABCD$ có cạnh là $2\sqrt{2}(m)$, chiều cao tính từ đỉnh lều là $2(m)$. Biết mặt cắt của lều khi cắt bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABCD)$ luôn là một hình vuông. Tính thể tích của lều (đơn vị là m^3)





Câu 22. Tại khu nghỉ dưỡng Bocbandi ở Pù Luông Thanh Hóa, nhà đầu tư xây một cái bể bơi nhằm đáp ứng nhu cầu giải trí của khách du lịch. Theo bản thiết kế bể bơi hình chữ nhật chiều dài $25m$, chiều rộng $8m$, một đầu độ sâu là $1.2m$ và đầu kia là $2.2m$ (độ sâu là chiều cao tính từ đáy bể đến mép trên của bể), đáy bể được lát phẳng (*tham khảo hình vẽ). *Để bơm nước vào bể người ta lắp 1 máy bơm công suất $1m^3 / 1phut$. Trong thời gian bơm từ phút thứ 45 đến phút thứ 120 (bơm từ lúc bể không có nước, thì mực nước dâng lên được một độ cao là bao nhiêu. *(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị là met).*



------ HẾT ------

SỞ GD&ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT BÁ THƯỚC

(*Không kể thời gian phát đề*)

ĐÁP ÁN
MÔN TOÁN – Khối lớp 12
Thời gian làm bài : 90 phút

Phần đáp án câu trắc nghiệm:
Tổng câu trắc nghiệm: 22.

Câu \ Mã đề	*470*	*979*	*821*	*664*
1	**C**	**B**	**D**	**A**
2	**C**	**D**	**A**	**B**
3	**D**	**C**	**B**	**A**
4	**A**	**C**	**D**	**C**
5	**D**	**B**	**D**	**A**
6	**C**	**A**	**C**	**D**
7	**B**	**C**	**D**	**D**
8	**B**	**B**	**B**	**B**
9	**A**	**D**	**A**	**C**
10	**A**	**D**	**A**	**B**
11	**B**	**C**	**B**	**C**
12	**D**	**A**	**C**	**D**
13	**A-Đ, B-S, C-S, D-Đ.**	**A-Đ, B-S, C-Đ, D-S.**	**A-S, B-Đ, C-S, D-Đ.**	**A-S, B-S, C-Đ, D-S.**
14	**A-S, B-S, C-Đ, D-Đ.**	**A-Đ, B-Đ, C-S, D-Đ.**	**A-Đ, B-Đ, C-Đ, D-S.**	**A-S, B-Đ, C-Đ, D-S.**
15	**A-S, B-Đ, C-Đ, D-Đ.**	**A-S, B-S, C-Đ, D-S.**	**A-S, B-S, C-Đ, D-S.**	**A-S, B-Đ, C-Đ, D-S.**
16	**A-S, B-S, C-Đ, D-S.**	**A-Đ, B-Đ, C-S, D-S.**	**A-Đ, B-S, C-Đ, D-S.**	**A-S, B-Đ, C-Đ, D-Đ.**
17	**8**	**0,43**	**0,66**	**0,66**
18	**0,98**	**35**	**0,98**	**1,2**
19	**35**	**0,98**	**35**	**35**
20	**1,2**	**0,66**	**0,43**	**0,98**
21	**0,66**	**8**	**1,2**	**8**
22	**0,43**	**1,2**	**8**	**0,43**

Lời giải chi tiết

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

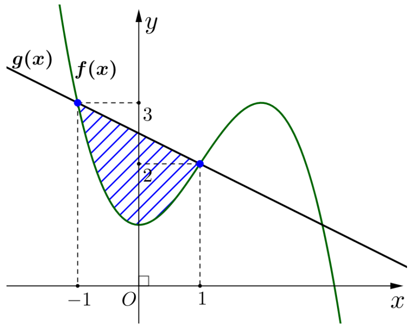
Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2025^x$

A. 2025^x+C. **B.** $\dfrac{2025^x}{\ln\left(2025\right)}+C$. **C.** 2025.2024^x+C. **D.** $2025x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int 2025^x\,\mathrm{d}x=\dfrac{2025^x}{\ln 2025}+C$.

Câu 2. Cho hai hàm số $f\left(x\right)=-\dfrac{1}{2}x^3+\dfrac{3}{2}x^2+1$ và $g\left(x\right)=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Diện tích phần gạch chéo trong hình bằng



A. 8. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào hình vẽ ta có hai cận lần lượt là -1 và 1.

Suy ra $S=\int\limits_{-1}^{1}\left|\left(-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}\right)-\left(-\dfrac{1}{2}x^3+\dfrac{3}{2}x^2+1\right)\right|\mathrm{d}x=2$.

Câu 3. Cho bảng số liệu khảo sát về tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của một loại bóng đèn:

Tuổi thọ	$[3;5)$	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$
Số bóng đèn	11	20	29	40	30

Giá trị của tứ phân vị thứ nhất là

A. $Q_1=\dfrac{87}{8}$. **B.** $Q_1=\dfrac{206}{29}$. **C.** $Q_1=\dfrac{37}{4}$. **D.** $Q_1=\dfrac{875}{232}$.

Lời giải

Cỡ mẫu $n=130$.

Gọi $x_1,x_2,...,x_{130}$ là mẫu số liệu tuổi thọ của các bóng đèn được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1,x_2,...,x_{11}\in[3;5)$; $x_{11},x_{12},...,x_{31}\in[5;7)$; $x_{32},x_{33},...,x_{60}\in[7;9)$; $x_{61},x_{62},...,x_{100}\in[9;11)$; $x_{101},x_{102},...,x_{130}\in[11;13)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{33} \in [7;9)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{130}{4} - (11+20)}{29}.(9-7) = \frac{206}{29}.$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) tâm $I(2;-1;0)$ và có đường kính bằng 8 là

A. $(S):(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=8$.

B. $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=16$.

C. $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=64$.

D. $(S):(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=64$.

Lời giải

Vì mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;0)$ và có đường kính bằng 8 nên bán kính $R=4$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=16$.

Câu 5. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\frac{-x^2-2x+5}{x+2}$ là

A. $y=-x$. **B.** $y=-x+1$. **C.** $y=x+2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Ta có $y=f(x)=\frac{-x^2-2x+5}{x+2}=-x+\frac{5}{x+2}$.

Khi đó, $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)+x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{5}{x+2}=0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)+x\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5}{x+2}=0$

Vậy đường thẳng $y=-x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x}>\frac{1}{32}$ là

A. $\{-5;1\}$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-5;1)$. **D.** $(-\infty;-5)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Ta có bất phương trình :

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x}>\left(\frac{1}{2}\right)^5 \Leftrightarrow x^2+4x<5 \Leftrightarrow x^2+4x-5<0 \Leftrightarrow -5<x<1.$$

Vậy $S=(-5;1)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-3y+2z-5=0$ và hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với mặt phẳng (P). Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;-3;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-3;-3;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(0;8;12)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(1;3;2)$.

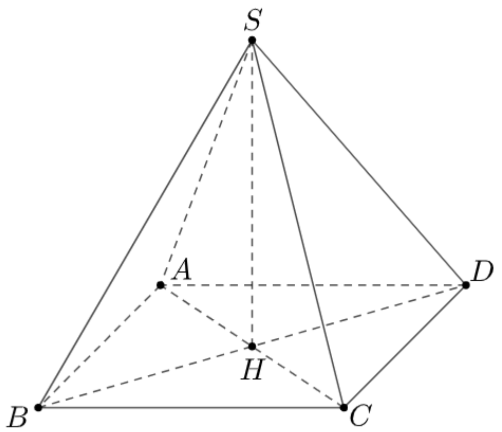
Lời giải

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{n_{(Q)}}\perp\overrightarrow{AB}\\ \overrightarrow{n_{(Q)}}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(0;8;12)$.

Câu 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi H là trung điểm của cạnh AC. Tìm mệnh đề **sai?**

A. $(SAC)\perp(SBD)$. **B.** $SH\perp(ABCD)$. **C.** $(SBD)\perp(ABCD)$. **D.** $CD\perp(SAD)$.

Lời giải



Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SH\perp(ABCD)$.

Đáp án A. Đúng vì $\begin{cases}BD\perp SH\\ BD\perp AC\end{cases}\Rightarrow BD\perp(SAC)\Rightarrow(SBD)\perp(SAC)$.

Đáp án B. Đúng.

Đáp án C. Đúng vì $SH\perp(ABCD)\Rightarrow(SBD)\perp(ABCD)$.

Đáp án D. Sai

Câu 9. Phương trình $3^{x-2}=\dfrac{1}{9}$ có nghiệm

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=\dfrac{19}{9}$.

Lời giải

$3^{x-2}=\dfrac{1}{9}\Leftrightarrow 3^{x-2}=3^{-2}\Leftrightarrow x-2=-2\Leftrightarrow x=0$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=0$.

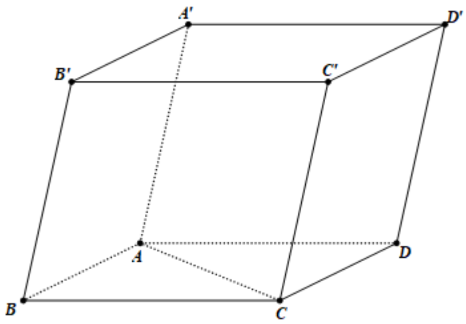
Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2=-2, u_3=1$. Số hạng u_4 của cấp số cộng là:

A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7

Lời giải

Chọn D. Áp dụng cấp số cộng tính được $d = u_3 - u_2 = 3 \Rightarrow u_4 = u_1 + 3d = u_2 + 2d = 4$.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$(minh họa như hình bên). Phát biểu nào sau đây là sai?



A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'C'}$.

B. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$.

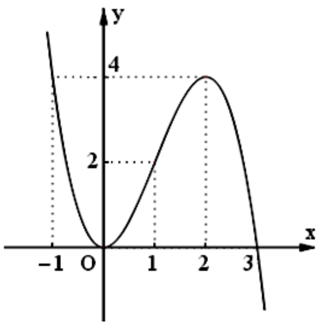
C. $\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD'}$.

D. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{B'D'}$

Lời giải

Chọn D. Theo qui tắc hình bình hành câu D sai.

Câu 12. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Phát biểu nào sau đây sai?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Điểm cực đại của hàm số là 4.

D. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(0;0)$.

Lời giải

Chọn C. Điểm cực đại của hàm số là $x = 2$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. **Trong mỗi ý a) , b) , c) , d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = -\sin x - \frac{1}{2}x$

a) $f(2\pi) = \pi$.

b) $f'(x) = -cosx - \frac{1}{2}$.

c) Phương trình $f'(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt trong khoảng $[0;\pi]$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[0;\pi]$ là $-\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

a) **Sai**

$f(2\pi)=-\sin(2\pi)-\frac{1}{2}2\pi=-\pi$.

b) **Đúng**

$f'(x)=-cosx-\frac{1}{2}$.

c) **Sai**

$$f'(x)=-cosx-\frac{1}{2}=0\Leftrightarrow cosx=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\\x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\quad(k\in\mathbb{Z})$$

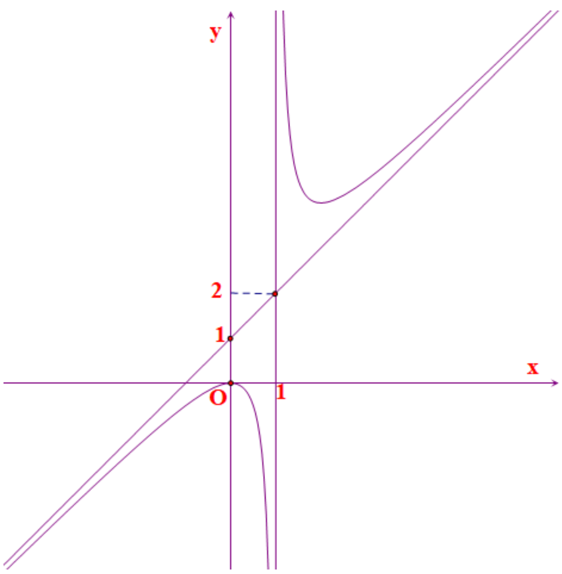
Ta có được phương trình có 1 nghiệm trong đoạn $[0;\pi]$ là nghiệm $x=\frac{2\pi}{3}$.

d) **Sai**

Vì phương trình $f'(x)=0$ có 1 nghiệm $x=\frac{2\pi}{3}$ trong đoạn $[0;\pi]$ nên ta xét:

$f(0)=0;f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{3};f(\pi)=-\frac{\pi}{2}$. Từ đây suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;\pi]$ là $-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{3}$.

Câu 2. Đồ thị của hàm số $y=ax+b+\frac{c}{x+d}$ là hình dưới đây



a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

b) $\lim\limits_{x \to 1^+} y = -\infty$.

c) Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x + 1$.

d) Tổng $a + b + c + d = 2$.

Lời giải

a) **Đúng**

b) Sai

Từ đồ thị ta có $\lim\limits_{x \to 1^+} y = +\infty$

c) Đúng

Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số qua hai điểm $(0;1)$ và $(1;2)$ có phương trình là

$\frac{x-0}{1-0} = \frac{y-1}{2-1} \Rightarrow y = x + 1$

d) Đúng

Đồ thị của hàm số $y = ax + b + \frac{c}{x+d}$ có phương trình đường tiệm cận đứng là $x = -d$, phương trình đường tiệm cận xiên là $y = ax + b$

Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x + 1$, nên $a = b = 1$

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị làm số là $x = 1$, nên $d = -1$

Đồ thị hàm số qua $O(0;0)$, nên $0 = 0 + b + \frac{c}{0+d} \Rightarrow c = -bd = 1$

Vậy $a + b + c + d = 2$.

Câu 3. Trong cuộc thi tìm kiếm năng khiếu âm nhạc do đoàn trường THPT Bá Thước tổ chức, ban tổ chức tổ chức ba vòng thi: vòng sơ khảo, vòng bán kết và vòng chung kết. Biết rằng, ban tổ chức sẽ chọn ra 50% đội thi đã đăng kí để vào vòng sơ khảo. Khi kết thúc vòng sơ khảo, ban tổ chức sẽ chọn ra 30% đội thi của vòng sơ khảo để vào vòng bán kết. Khi kết thúc vòng bán kết, ban tổ chức sẽ chọn ra 20% đội thi của vòng bán kết để vào vòng chung kết. Chọn ngẫu nhiên một đội thi đã đăng kí tham dự cuộc thi này.

a) Xác suất để đội thi được chọn lọt vào vòng sơ khảo là $0,5$.

b) Xác suất để đội thi được chọn lọt vào vòng bán kết là $0,3$.

c) Xác suất để đội thi được chọn lọt vào vòng chung kết là $0,03$.

d) Biết rằng đội thi được chọn không lọt vào vòng chung kết. Khi đó, xác suất đội thi ấy lọt vào vòng sơ khảo nhỏ hơn $0,4$.

Lời giải

Gọi A, B, C lần lượt là biến cố đội thi được chọn lọt vào vòng sơ khảo, vòng bán kết và vòng chung kết.

a) Đúng: Vì ban tổ chức sẽ chọn ra 50% đội thi đã đăng kí để vào vòng sơ khảo nên $P(A) = 0,5$.

b) Sai: $P(B) = P(AB) = P(B \mid A) \cdot P(A) = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15$

c) Đúng: $P(C) = P(ABC) = P(C \mid AB) \cdot P(AB) = 0,2 \cdot 0,15 = 0,03$.

d) Sai: $P(\overline{C} \mid A) = 1 - P(C \mid A) = 1 - \frac{P(CA)}{P(A)} = 1 - \frac{P(C)}{P(A)} = 0,94$.

Áp dụng công thức Bayes, ta có: $P(A \mid \overline{C}) = \frac{P(\overline{C} \mid A) \cdot P(A)}{P(\overline{C})} = \frac{0,94 \cdot 0,5}{1 - 0,03} = \frac{47}{97} > 0,4$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$, $B(-3;0;2)$, mặt phẳng $(P): x-y+z-4=0$ và các đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}, \Delta_2: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+2}{2}$, $\Delta_3: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$ và $\Delta_4: \begin{cases} x=-2+3t \\ y=2-t \\ z=-3 \end{cases}$.

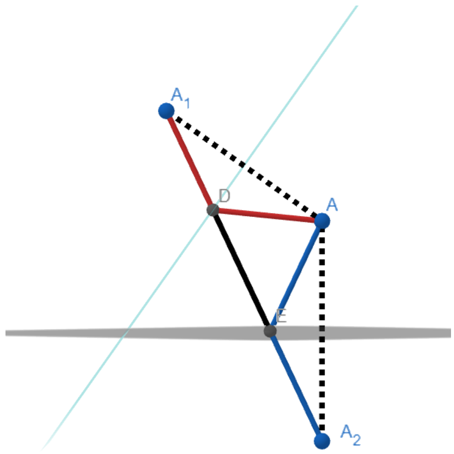
a) Phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x-1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=5$.

b) Gọi D là điểm thay đổi trên mặt phẳng (P) và E là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy). Chu vi tam giác ADE có giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{11}$.

c) Đường thẳng Δ cắt cả 4 đường thẳng $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$ có một véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=(3;2;2)$.

d) Nếu mặt phẳng (α) đi qua A cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại M, N, P sao cho tam giác MNP có trọng tâm là A thì phương trình của (α) là $2x+y+z-6=0$.

Lời giải



a) Sai.

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(-1;1;2)$ và bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\sqrt{5}$

Do đó phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=5$.

b) Đúng.

Kiểm tra trực tiếp, ta thấy $A \notin (P)$ và $A \notin (Oxy)$.

Gọi A_1, A_2 lần lượt là điểm đối xứng với A qua (P) và (Oxy). Suy ra $A_1(3;0;4)$ và $A_2(1;2;-2)$.

Ngoài ra, do điểm A, hai mặt phẳng (P) và (Oxy) cố định nên hai điểm A_1, A_2 cố định.

Khi đó, với mọi $D \in (P), E \in (Oxy)$, ta có $DA = DA_1, EA = EA_2$.

Chu vi ΔADE:

$P(\Delta ADE) = AD + DE + EA = A_1D + DE + EA_2 \geq A_1A_2 = 2\sqrt{11}$

Dấu $"="$ xảy ra khi A_1, D, E, A_2 thẳng hàng.

Khi đó $D = A_1A_2 \cap (P) \Rightarrow D\left(\frac{12}{5}; \frac{3}{5}; \frac{11}{5}\right)$ và $E = A_1A_2 \cap (Oxy) \Rightarrow E\left(\frac{5}{3}; \frac{4}{3}; 0\right)$.

c) Sai.

Dễ thấy $\Delta_1 \cap \Delta_2 = C(1;0;-2)$ và $\left[\overrightarrow{u_{\Delta_1}}, \overrightarrow{u_{\Delta_2}}\right] = (0;-5;-5)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 là $(\alpha): y + z + 2 = 0$.

Gọi $D = \Delta_3 \cap \alpha \Rightarrow D(-2;-1;-1)$ và $E = \Delta_4 \cap \alpha \Rightarrow E(1;1;-3)$. Suy ra $\overrightarrow{DE} = (3;2;-2)$.

Dễ thấy $\overrightarrow{DE} = (3;2;-2)$ và $\overrightarrow{u_{\Delta_1}} = (2;1;-1)$ không cùng phương; $\overrightarrow{DE} = (3;2;-2)$ và $\overrightarrow{u_{\Delta_2}} = (1;-2;2)$ không cùng phương.

Suy ra đường thẳng DE cắt cả hai đường thẳng Δ_1, Δ_2.

Mà $D = \Delta_3 \cap \alpha$ và $E = \Delta_4 \cap \alpha$ nên đường thẳng DE cắt cả bốn đường thẳng $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$.

Do đó, một véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta} = (3;2;-2)$.

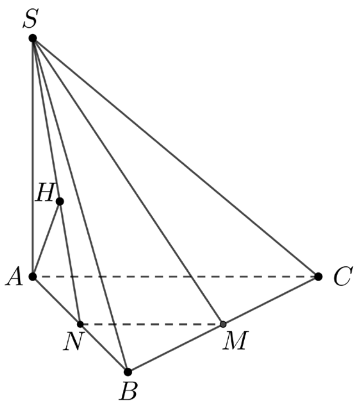
d) Đúng.

Ta thấy mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + z - 6 = 0$ cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại $M(3;0;0)$, $N(0;6;0)$ $P(0;0;6)$. Dễ dàng kiểm tra được điểm $A(1;2;2)$ chính là trọng tâm của tam giác MNP.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = 2$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = 5$. Gọi M là trung điểm BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).*

Lời giải



Gọi N là trung điểm AB. Xét tam giác ABC có MN là đường trung bình. Suy ra $AC \parallel MN$.

Ta có $\begin{cases} AC \parallel MN \\ MN \subset (SMN) \\ AC \not\subset (SMN) \end{cases} \Rightarrow AC \parallel (SMN)$.

Do đó $d(AC, SM) = d(AC, (SMN)) = d(A, (SMN))$.

Trong (SAB), vẽ $AH \perp SN$ tại H.

Ta có $\begin{cases} MN \perp AB \left(\text{vì } MN \parallel AC, AC \perp AB\right) \\ MN \perp SA \left(\text{vì } SA \perp (ABC), MN \subset (ABC)\right) \\ AB \cap SA = A \text{ trong } (SAB) \end{cases} \Rightarrow MN \perp (SAB)$.

Mà $AH \subset (SAB)$ nên $MN \perp AH$.

Ta có $\begin{cases} AH \perp MN (\text{cmt}) \\ AH \perp SN \\ MN \cap SN = N \text{ trong } (SMN) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SMN)$ tại H.

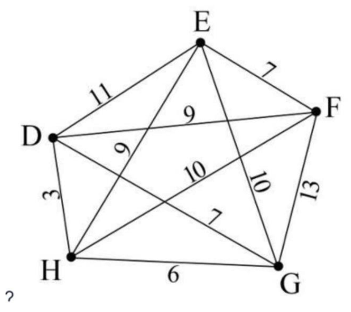
Do đó $d(A, (SMN)) = AH$.

Xét tam giác SAN vuông tại A có AH là đường cao có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{SA^2} \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{5^2} \Rightarrow AH = \frac{5\sqrt{26}}{26}.$$

Vậy $d(AC, SM) = AH = \dfrac{5\sqrt{26}}{26} \approx 0{,}98$.

Câu 2. Từ kho D xe bưu chính đến lấy thư từ các hộp thư tại E, F, G và H rồi quay lại kho. Sơ đồ bên hiển thị thời gian xe bưu chính di chuyển giữa các hộp thư (đơn vị: phút). Thời gian ngắn nhất để xe bưu chính thực hiện điều đó là bao nhiêu phút?



Lời giải

Áp dụng thuật toán láng giềng gần nhất, ta sẽ ưu tiên cho xe bưu chính di chuyển đến những hộp thư gần nhất và chưa được đi đến trước đó.

$\Rightarrow$ Quãng đường đi của xe là: $D \to H \to G \to E \to F \to D$.

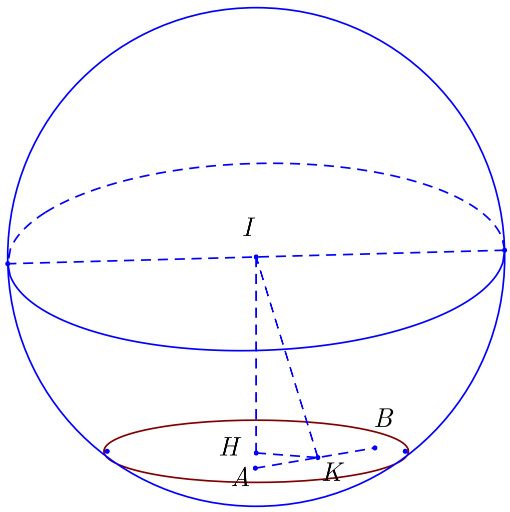
$\Rightarrow$ Thời gian ngắn nhất để xe bưu chính thực hiện điều đó là: 35 phút.

Câu 3. Một nghệ sĩ điêu khắc đang tạo ra một tác phẩm nghệ thuật bằng cách cắt các đĩa tròn từ một khối đá cẩm thạch lớn. Khối đá cẩm thạch này có hình dạng một khối cầu với phương trình:

$x^2+y^2+z^2-2x-4z-7=0$. Để tạo ra các đường cắt chính xác, nghệ sĩ sử dụng một máy cắt phẳng được điều khiển bằng một hệ thống đường ray có phương trình $(d): \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Mỗi lần điều chỉnh độ nghiêng của máy cắt sẽ tạo ra các đĩa tròn có bán kính r khác nhau. Biết rằng bán kính của các đĩa thay đổi từ r_2 (nhỏ nhất) đến r_1 (lớn nhất). Hỏi tỉ lệ $\frac{r_1}{r_2}$ giữa bán kính lớn nhất và nhỏ nhất của các đĩa kim loại là bao nhiêu? *(làm tròn đến hàng phần chục)*

Lời giải

Đáp án: 1,2



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;2)$ và bán kính $R=2\sqrt{3}$.

Gọi hình chiếu vuông góc của I trên d là K. Giả sử hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) là H khi đó $IH \perp d$. Do đó nếu hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) mà nằm trên đường thẳng d thì chỉ có thể trùng với điểm H. Mà tam giác IKH luôn vuông góc tại H do đó khoảng cách từ I đến (P) lớn nhất khi $H \equiv K$. Vậy khoảng cách từ I đến (P) lớn nhất là khoảng cách từ I đến d.

Từ phương trình đường thẳng (d) ta có $VTCP: \vec{u}(1;1;2); M(1;0;-1) \in d, \overrightarrow{IM}(0;0;-3)$.

Khoảng cách lớn nhất là: $d=\frac{\left|\left[\overrightarrow{IM};\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\frac{\sqrt{(-3)^2+3^2+(0)^2}}{\sqrt{(1)^2+(1)^2+(2)^2}}=\sqrt{3}$.

Ta có bán kính của thiết diện bằng $r=\sqrt{R^2-IH^2}$.

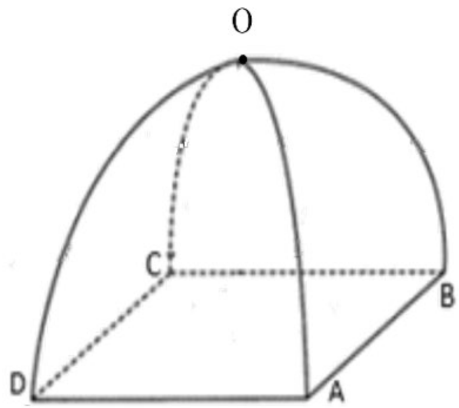
Bán kính của thiết diện lớn nhất chính là bán kính của khối cầu $r_1=R=2\sqrt{3}$.

Bán kính của thiết diện nhỏ nhất khi khoảng cách từ I đến (P) lớn nhất $IH=d=\sqrt{3}$.

Suy ra $r_2=\sqrt{R^2-IH^2}=\sqrt{R^2-d^2}=3$.

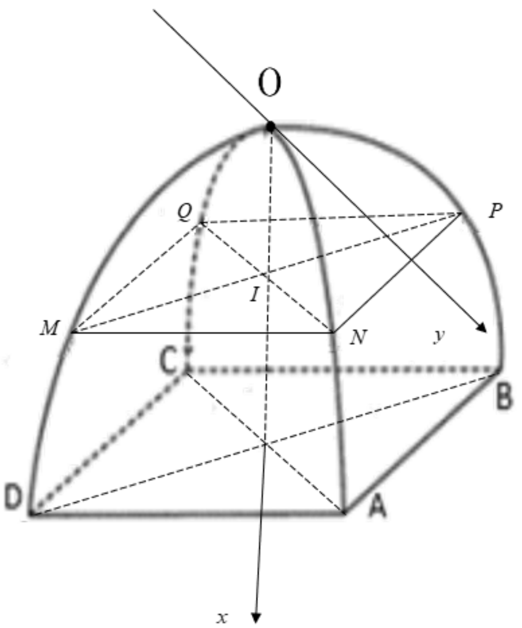
Vậy $\frac{r_1}{r_2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\approx 1,2$.

Câu 4. Một lều cắm trại có dạng như hình vẽ dưới, khung lều được tạo thành từ hai parabol giống nhau có chung đỉnh O và thuộc hai mặt phẳng vuông góc nhau (một parabol đi qua A, O, C và một parabol đi qua B, D, O), bốn chân tạo thành hình vuông $ABCD$ có cạnh là $2\sqrt{2}(m)$, chiều cao tính từ đỉnh lều là $2(m)$. Biết mặt cắt của lều khi cắt bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABCD)$ luôn là một hình vuông. Tính thể tích của lều (đơn vị là m^3)



Lời giải

Đáp án: 8



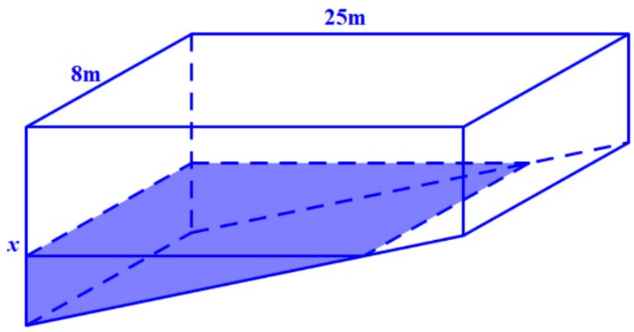
Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ với đơn vị trên các trục là mét. Mặt phẳng (α) vuông góc với trục Ox tại x cắt cái lều theo thiết diện là hình vuông $MNPQ$ với $OI = x$. Xét parabol $(P): y^2 = ax$ nằm trong mặt phẳng Oxy đi qua 3 điểm O, C, A với $C(2;-2); A(2;2) \Rightarrow (P): y^2 = 2x$

Ta có $N(x; y_N) \in (P) \Rightarrow y_N^2 = 2x \Rightarrow y_N = \sqrt{2x} \Rightarrow QN = 2\sqrt{2x} \Rightarrow MN = 2\sqrt{x}$

Vậy diện tích hình vuông $MNPQ$ là

Vậy thể tích lều là $\int_0^2 S(x)dx = \int_0^2 4xdx = 8\left(m^3\right)$

Câu 5: Tại khu nghỉ dưỡng Bocbandi ở Pù Luông Thanh Hóa, nhà đầu tư xây một cái bể bơi nhằm đáp ứng nhu cầu giải trí của khách du lịch. Theo bản thiết kế bể bơi hình chữ nhật chiều dài $25m$, chiều rộng $8m$, một đầu độ sâu là $1.2m$ và đầu kia là $2.2m$ (độ sâu là chiều cao tính từ đáy bể đến mép trên của bể), đáy bể được lát phẳng (*tham khảo hình vẽ*). Để bơm nước vào bể người ta lắp 1 máy bơm công suất $1m^3/1phut$. Trong thời gian bơm từ phút thứ 45 đến phút thứ 120, tính từ lúc bắt đầu bơm (bơm từ lúc bể không có nước), thì mực nước dâng lên được một độ cao là bao nhiêu. *(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị là met).*



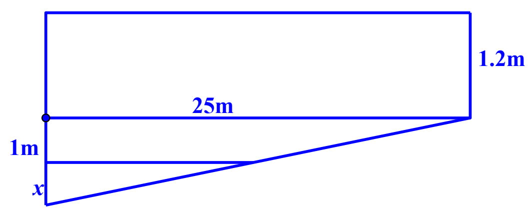
Lời giải

Gọi x là chiều cao của mực nước sau khi bắt đầu bơm t (phút).

Mỗi phút máy bơm được $1m^3$ nên sau t (phút) máy bơm được lượng nước là $t\left(m^3\right)$.

Nếu $x \le 1$

Khi đó mặt nước cùng đáy bể và thành bể tạo thành hình lăng trụ tam giác với đáy là tam giác vuông có 1 cạnh là x cạnh còn lại là $25x$



Nên thể tích nước là: $\frac{x.25x}{2}.8 = 100x^2$.

Từ đó ta có: $100x^2 = t$.

$x \le 1 \Rightarrow t \le 100$.

Nếu $1 < x \le 2.2$ thì phần bể nghiêng đầy nên lượng nước trong bể là $100 + (x-1).25.8 = 200x - 100$.

Nên $200x - 100 = t \Rightarrow 100 < t \le 340$

Vậy, sau 45 phút thì chiều cao của mực nước trong bể là $x = \frac{\sqrt{45}}{10}m$

Sau 120 phút thì mực nước trong bể là $x = \frac{t+100}{200} = 1.1m$

Vậy trong thời gian từ $45p$ đến $120p$ thì mực nước tron bể dâng lên được 1 khoảng là $0.43m$.

Câu 6. Có hai chiếc hộp, hộp I có 5 quả bóng đỏ và 3 quả bóng vàng, hộp II có 4 quả bóng đỏ và 6 quả bóng vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I rồi chuyển (bỏ) vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên hai quả bóng từ hộp II. Biết rằng trong hai quả bóng lấy ra từ hộp II có ít nhất một quả màu đỏ. Tính xác suất để quả bóng được chuyển từ hộp I sang là quả bóng màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: $0,66$.

+ Gọi A là biến cố "quả bóng lấy ra từ hộp I qua là quả bóng màu đỏ” và B là cố "trong hai quả lấy ra từ hộp II có ít nhất một quả màu đỏ”

Cần tính $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{n(AB)}{n(B)}$

Đếm $n(B)$: Chia hai trường hợp

Trường hợp 1. Lấy một quả đỏ từ hộp I sang hộp II, rồi lấy hai quả bóng lấy ra từ hộp II có ít nhất một quả màu đỏ, có $5\left(C_{11}{}^{2}-C_{6}{}^{2}\right)=200$ cách

Trường hợp 2. Lấy một quả vàng từ hộp 1 sang hộp 2, rồi lấy hai quả bóng lấy ra từ hộp II có ít nhất một quả màu đỏ, có $3\left(C_{11}{}^{2}-C_{7}{}^{2}\right)=102$ cách

Suy ra $n(B)=200+102=302$ cách

Đếm $n(AB)$.

“AB là biến cố lấy một quả đỏ từ hộp I sang hộp II rồi hai quả bóng lấy ra từ hộp II có ít nhất một quả màu đỏ từ hộp 2 ra ngoài”

Suy ra $n(AB)=5\left(C_{11}{}^{2}-C_{6}{}^{2}\right)=200$ cách

Vậy $P(A|B)=\dfrac{200}{302}\approx 0,66$.