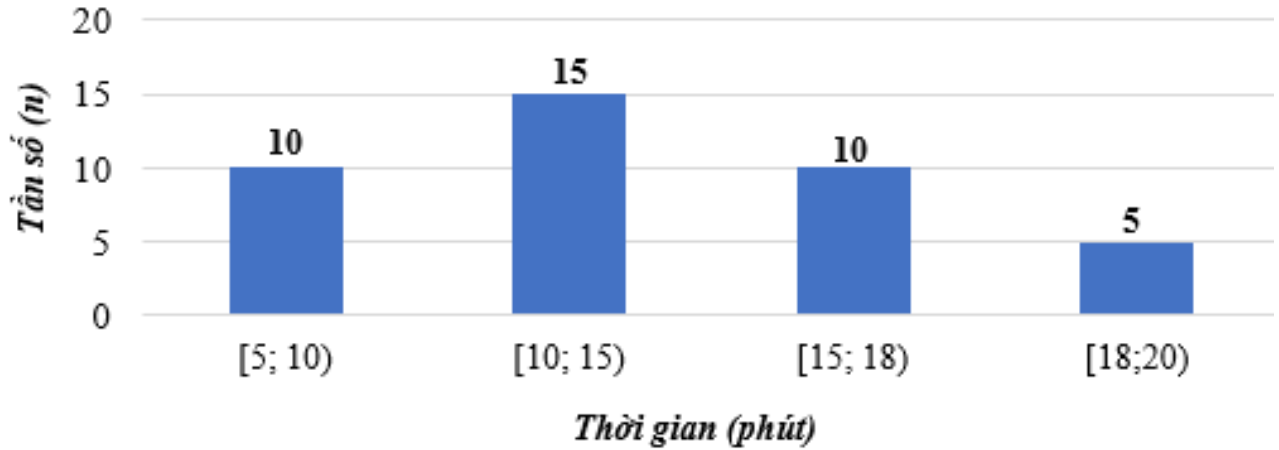


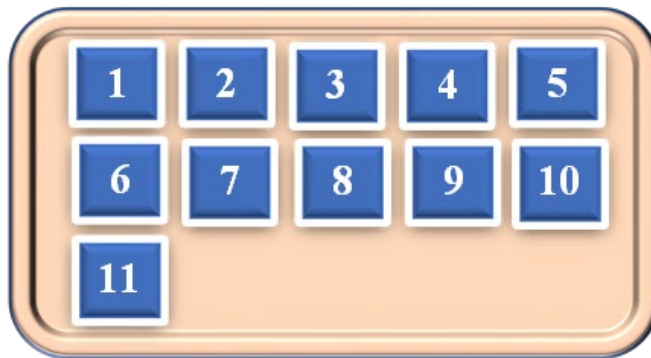
Bài I. (1,5 điểm)

1) Sau khi điều tra về thời gian làm một bài kiểm tra trắc nghiệm (đơn vị phút) của 40 học sinh, người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[18; 20)$.

2) Một khay có 11 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số tự nhiên từ 1 đến 11, hai thẻ khác nhau được ghi hai số khác nhau.



Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một thẻ trong khay” và biến cố M: “Số xuất hiện trên thẻ là bội của 2”. Tính xác suất của biến cố M.

Bài II. (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$ (với $x \geq 0; x \neq 1$).

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2) Cho $M = A + B$. Chứng minh $M = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$.

3) Tìm các số nguyên tố x để $M \leq \frac{1}{2}$.

Bài III. (2,5 điểm)

1) Bác An mua hai loại mặt hàng và phải trả tổng cộng 1 650 000 đồng, trong đó đã tính 150 000 đồng tiền thuế giá trị gia tăng (viết tắt là VAT). Biết rằng thuế VAT của mặt hàng thứ nhất là 12%; thuế VAT của mặt hàng thứ hai là 9%. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì bác An phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

2) Theo kế hoạch, một công nhân phải hoàn thành 60 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng do cải tiến kĩ thuật nên mỗi giờ người công nhân đó đã làm thêm được 2 sản phẩm. Vì vậy, chẳng những người công nhân đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 30 phút mà còn vượt mức 3 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người công nhân đó phải làm bao nhiêu sản phẩm? (Giả định số sản phẩm người đó làm được trong mỗi giờ là bằng nhau)

3) Phương trình $x^2 - 2x - m + 1 = 0$ (m là tham số) có một nghiệm là $x = 1 + \sqrt{7}$.

Tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$.

Bài IV. (4 điểm)

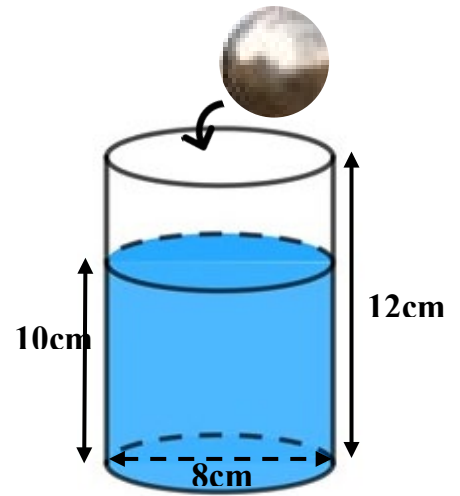
1) Một cốc nước có dạng hình trụ với đường kính đáy bằng 8 cm, chiều cao 12 cm và đang chứa lượng nước cao 10 cm.

a) Tính lượng nước đang có trong cốc.

(Lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn đến hàng đơn vị)

b) Người ta thả một viên bi bằng thép đặc (không thấm nước) có thể tích là $V = 4\pi$ (cm^3) vào trong cốc.

Hỏi mực nước trong cốc lúc này cao bao nhiêu cm và nước có bị tràn ra ngoài không? (Giả sử độ dày của thành cốc không đáng kể).



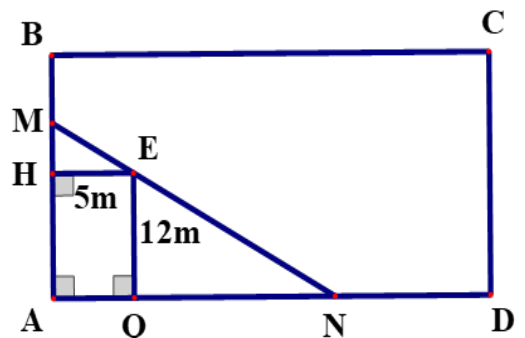
2) Cho ΔABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Đường cao BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh bốn điểm B, F, E, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Tia EF cắt tia CB tại M. Gọi K là giao điểm của MA và đường tròn (O). Chứng minh $MF \cdot ME = MB \cdot MC$ và $\Delta MFA \sim \Delta MKE$.

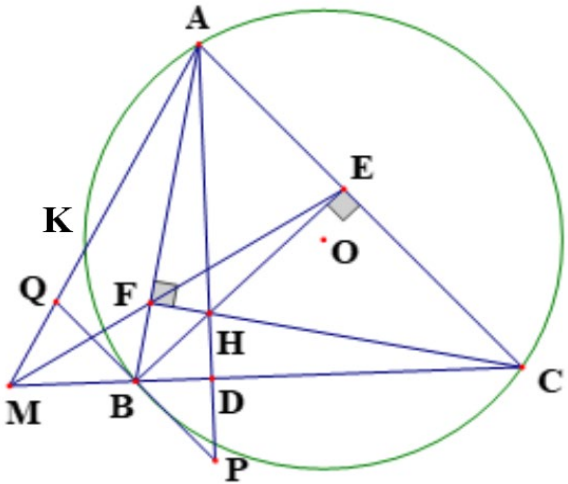
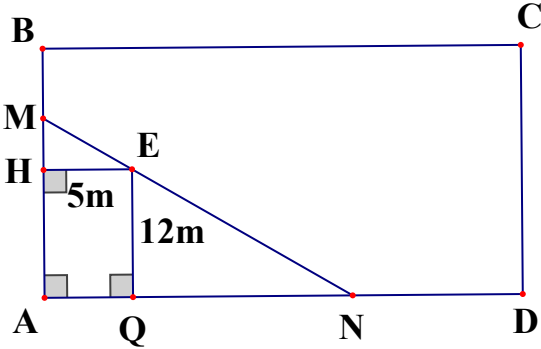
c) Tia AH cắt BC tại D. Đường thẳng qua B và song song với AC, cắt tia AD tại P, cắt đoạn thẳng AM tại Q. Chứng minh $BP = BQ$.

Bài V. (0,5 điểm) Nhà anh Minh có một cái ao nuôi cá hình chữ nhật ABCD, đợt này vừa có một loại cá giống mới nên anh đã giăng lưới quây lại để nuôi thử nghiệm trên một góc ao của mình. Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí M ở bờ AB đến một vị trí N ở bờ AD và phải đi qua một cái cọc cố định đã cắm sẵn ở vị trí E. Biết khoảng cách EH và EQ từ cọc E đến bờ AB, AD lần lượt là 5m và 12m. Hỏi diện tích nhỏ nhất của phần góc ao AMN mà anh Minh có thể quây được là bao nhiêu?



----- Hết -----

	Giá tiền mặt hàng thứ hai chưa tính thuế VAT là y (đồng; $0 < y < 1500000$) Tổng số tiền hàng chưa tính thuế là $1650000 - 150000 = 1500000$ (đồng), ta có phương trình: $x + y = 1500000$ Số tiền thuế VAT của mặt hàng thứ nhất là $0,12x$ (đồng) Số tiền thuế VAT của mặt hàng thứ hai là $0,09y$ (đồng) Tổng số tiền thuế VAT là 150000 đồng, ta có phương trình: $0,12x + 0,09y = 150000$ Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 1500000 \\ 0,12x + 0,09y = 150000 \end{cases}$ Giải được $x = 500\ 000$ (tmđk); $y = 1000000$ (tmđk) Vậy giá tiền mặt hàng thứ nhất chưa tính thuế VAT là 500 000 đồng; giá tiền mặt hàng thứ hai chưa tính thuế VAT là 1 000 000 đồng	0,25 0,25 0,25 0,25
	2) Gọi số sản phẩm người công nhân phải làm trong một giờ là x (sản phẩm; $x \in \mathbb{N}^*$) Thời gian làm xong công việc theo kế hoạch là: $\frac{60}{x}$ (giờ) Số sản phẩm phải làm trong một giờ theo thực tế là : $x + 2$ (sp) Số sản phẩm làm được theo thực tế là: $60 + 3 = 63$ (sản phẩm) Thời gian làm xong công việc theo kế hoạch là: $\frac{63}{x + 2}$ (giờ) Từ đề bài, lập được phương trình: $\frac{60}{x} - \frac{63}{x + 2} = \frac{1}{2}$ Giải đúng $x = -20$ (ktmđk); $x = 12$ (tmđk) Số sản phẩm người công nhân phải làm trong một giờ là 12 sản phẩm	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	3) Thay $x = 1 + \sqrt{7}$ vào phương trình có: $(1 + \sqrt{7})^2 - 2(1 + \sqrt{7}) - m + 1 = 0$ $8 + 2\sqrt{7} - 2 - 2\sqrt{7} - m + 1 = 0$ $m = 7$ Có phương trình $x^2 - 2x - 6 = 0$ Áp dụng hệ thức Vi – ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -6 \end{cases}$ Ta có $A = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) = -6 \cdot 2 = -12$ Vậy $A = -12$	0,25 0,25
IV	1) a) Thể tích nước đang có trong cốc là: $V = \pi(8 : 2)^2 \cdot 10 \approx 503 \text{ (cm}^3\text{)}$	0,5
	b) Vì thể tích mực nước dâng lên bằng thể tích viên bi $V_{\text{nước dâng}} = \pi \cdot r^2 \cdot h_1 = 4\pi$ Suy ra $h_1 = 0,25$ (cm) Mực nước trong cốc sau khi thả viên bi là: $10 + 0,25 = 10,25 \text{ cm} < 12 \text{ cm}$ Vậy nước không bị tràn ra ngoài.	0,25 0,25

		
	2) Vẽ hình đúng đến câu a)	0,25
	a) Chứng minh B, E, C thuộc đường tròn đường kính BC	0,25
	Chứng minh B, F, C thuộc đường tròn đường kính BC	0,25
	Vậy bốn điểm B, F, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC.	0,25
	b) $MF \cdot ME = MB \cdot MC$	0,25
	$MB \cdot MC = MK \cdot MA$	0,25
	Suy ra: $ME \cdot MF = MK \cdot MA$	0,25
	Suy ra: $\Delta MFA \sim \Delta MKE$	0,25
	c) Chứng minh được H là trực tâm ΔABC suy ra bốn điểm B, F, D, H cùng thuộc đường tròn đường kính BH Suy ra $\widehat{HFD} = \widehat{HBD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HD) Xét đường tròn đường kính BC có $\widehat{EFC} = \widehat{EBC}$ Khi đó FC là tia phân giác $\widehat{EFD}$ Chứng minh được FB là phân giác trong tại đỉnh F của tam giác FMD Mà FC là phân giác ngoài tại đỉnh F tam giác FMD Suy ra $\frac{CD}{CM} = \frac{BD}{BM}$ nên $\frac{BM}{CM} = \frac{BD}{CD}$ Áp dụng hệ quả định lý Talet có: $\frac{BD}{CD} = \frac{BP}{AC}; \frac{MB}{MC} = \frac{QB}{AC}$ Suy ra $\frac{BP}{AC} = \frac{QB}{AC}$. Vậy $BP = BQ$	0,25
V		

	Đặt $QN = x(m)$, đk: $x > 0$ Vì $\triangle QEN \square \triangle HME$ nên $\frac{QE}{HM} = \frac{QN}{HE} \Rightarrow \frac{12}{HM} = \frac{x}{5} \Rightarrow HM = \frac{60}{x}(m)$ $\triangle AMN$ vuông tại A nên $S_{AMN} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot AN$ $= \frac{1}{2} \cdot \left(12 + \frac{60}{x}\right) \cdot (5 + x) = \left(6 + \frac{30}{x}\right) \cdot (5 + x)$ $= 30 + 6x + \frac{150}{x} + 30 = 60 + 6x + \frac{150}{x}$	0,25
	Chứng minh được $a + b \geq 2\sqrt{ab}$. Dấu “=” xảy ra khi $a = b$. $S_{AMN} = 60 + 6x + \frac{150}{x} \geq 60 + 2\sqrt{6x \cdot \frac{150}{x}} = 120$ Dấu “=” xảy ra khi $6x = \frac{150}{x}$ $x^2 = 25$ $x = \pm 5$ Mà $x > 0$ nên $x = 5$ Vậy diện tích nhỏ nhất của phần góc ao AMN mà anh Thịnh có thể quây được là $120m^2$.	0,25

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 9**
<https://thcs.toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-9>