

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán 11

Thời gian làm bài: 150 phút

(Đề thi gồm 01 trang)

Họ và tên thí sinh: .....Số báo danh: .....

**Câu 1 (5 điểm)**

a) Giải phương trình  $2 \cos^2 x - 3 \sin x = 0$ .

b) Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, N, E$  lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng  $AD, SD$  và  $SC$ . Chứng minh rằng  $(MNE) // (SAB)$ .

**Câu 2 (5 điểm)**

a) Cho các số  $5x - y, 2x - 3y, x + 2y$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng, các số  $(y + 1)^2, xy + 1, (x - 1)^2$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tìm  $x, y$ .

b) Gieo một con xúc sắc 4 lần. Tính xác suất để mặt 6 chấm xuất hiện ít nhất 1 lần.

**Câu 3 (4 điểm)**

a) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $\log_2^2(2x) + \log_2 x + m - 1 = 0$  có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng  $(0; 1)$ .

b) Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi 
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^2 + 2024u_n}{2025}, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Đặt  $S_n = \frac{u_1}{u_2 - 1} + \frac{u_2}{u_3 - 1} + \dots + \frac{u_n}{u_{n+1} - 1}, n \in \mathbb{N}^*$ . Chứng minh rằng  $S_n < 2025, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 4 (4 điểm)**

Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA = SB = SC$ , đường cao  $SO$  của hình chóp  $S.ABC$  có độ dài bằng  $2a$ .

a) Chứng minh rằng  $SA \perp BC$ .

b)  $M$  là điểm thuộc đường cao  $AH$  của tam giác  $ABC$  ( $M$  khác  $A$  và  $H$ ). Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  và vuông góc với  $AH$  cắt hình chóp theo thiết diện. Tìm vị trí của  $M$  để diện tích thiết diện lớn nhất.

**Câu 5 (2 điểm).** Cho các số thực  $a, b, c$  lớn hơn 1, thỏa mãn

$$\log_{(ab+bc+ca)}(5a^2 + 16b^2 + 27c^2) + \log_{144} \sqrt{ab + bc + ca} = 2$$

Tính giá trị của biểu thức  $T = a - 2b + 3c$ .

-----**Hết**-----

(Lưu ý: Học sinh không được sử dụng máy tính. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)  
Chữ kí cán bộ coi thi số 1: ..... Chữ kí cán bộ coi thi số 2: .....

**ĐÁP ÁN – MÔN TOÁN – LỚP 11-NĂM HỌC 2023-2024**

<b>CÂU</b>	<b>NỘI DUNG</b>	<b>ĐIỂM</b>
<b>1a</b>	Giải phương trình $2\cos^2 x - 3\sin x = 0$ .	
<b>3đ</b>	PT đã cho tương đương với PT $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$	<b>1.0</b>
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -2 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$	
	* $\sin x = -2$ vô nghiệm;	
	* $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in Z$	<b>1.0</b>
	KL: Phương trình đã cho có 2 họ nghiệm là	
	$x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, (k \in Z)$	<b>1.0</b>
<b>1b</b>	Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AD, SD và SC. Chứng minh rằng $(MNE) // (SAB)$ .	
<b>2đ</b>	Hình vẽ. HS vẽ đúng hình	
	Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAD $\Rightarrow MN // SA \Rightarrow MN // (SAB) \quad (1)$	<b>0.5</b>
	Ta có NE là đường trung bình của tam giác SDC $\Rightarrow NE // CD$	<b>0.5</b>
	Do ABCD là h.b.h $\Rightarrow CD // AB \Rightarrow NE // AB \Rightarrow NE // (SAB) \quad (2)$	<b>0.5</b>
	Từ (1) và (2) suy ra $(MNE) // (SAB)$	<b>0.5</b>
<b>2a</b>	Cho các số $5x - y, 2x - 3y, x + 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng, các số	
<b>3đ</b>	$(y + 1)^2, xy + 1, (x - 1)^2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính $x, y$ .	
	$5x - y, 2x - 3y, x + 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng	
	$\Leftrightarrow 2(2x - 3y) = (x + 2y) + (5x - y)$ $\Leftrightarrow 2x + 7y = 0 \quad (1)$	<b>0.5</b>
	$(y + 1)^2, xy + 1, (x - 1)^2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân	
	$\Leftrightarrow (xy + 1)^2 = (y + 1)^2(x - 1)^2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} xy + 1 = (y + 1)(x - 1) \quad (2) \\ xy + 1 = (y + 1)(1 - x) \quad (3) \end{cases}$	<b>0.5</b>

	Từ (1) và (2) ta có HPT $\begin{cases} 2x+7y=0 \\ x-y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{14}{9} \\ y=-\frac{4}{9} \end{cases}$	<b>0,5</b>
	Từ (1) và (2) ta có HPT $\begin{cases} 2x+7y=0 \\ 2xy=-x+y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0, y=0 \\ x=\frac{9}{4}, y=-\frac{9}{14} \end{cases}$	<b>1,0</b>
	KL: $\begin{cases} x=\frac{14}{9} \\ y=-\frac{4}{9} \end{cases}, \begin{cases} x=\frac{9}{4} \\ y=-\frac{9}{14} \end{cases}, \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$	<b>0,5</b>
<b>2b</b>	Gieo một con xúc sắc 4 lần. Tính xác suất để mặt 6 chấm xuất hiện ít nhất 1 lần.	
<b>2đ</b>	Gọi $A_i$ là biến cố “Lần thứ $i$ xuất hiện mặt 6 chấm”, $i \in \{1;2;3;4\}$ suy ra các biến cố $A_i$ độc lập. A là biến cố “Mặt 6 chấm xuất hiện ít nhất 1 lần” $\Rightarrow \bar{A}$ :”Cả 4 lần đều không xuất hiện mặt 6 chấm” Ta có $P(A_i) = \frac{1}{6} \Rightarrow P(\bar{A}_i) = \frac{5}{6}$	<b>1,0</b>
	$P(\bar{A}) = P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 \bar{A}_4) = P(\bar{A}_1).P(\bar{A}_2).P(\bar{A}_3).P(\bar{A}_4) = \left(\frac{5}{6}\right)^4$ $\Rightarrow P(A) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4$	<b>1,0</b>
<b>3a</b>	Tìm tất cả các giá trị của $m$ để phương trình $\log_2^2 2x + \log_2 x + m - 1 = 0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0;1)$ .	
<b>2đ</b>	$\log_2^2 2x + \log_2 x + m - 1 = 0$ $\Leftrightarrow (1 + \log_2 x)^2 + \log_2 x + m - 1 = 0$ $\Leftrightarrow \log_2^2 x + 3\log_2 x + m = 0$	<b>0,5</b>
	Đặt $t = \log_2 x$ ; $x \in (0;1) \Rightarrow t < 0$ ta được PT $t^2 + 3t + m = 0$ (1)	<b>0,5</b>
	PT đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 1)$ $\Leftrightarrow$ PT (1) có 2 nghiệm âm phân biệt.	<b>0,5</b>

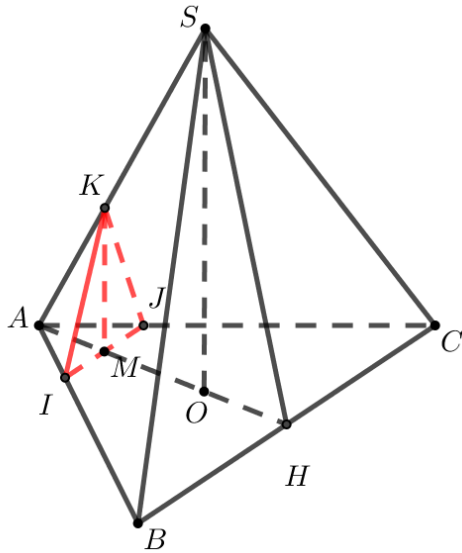
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9 - 4m > 0 \\ S = -\frac{b}{a} = -3 < 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{9}{4} \\ P = \frac{c}{a} = m > 0 \end{cases} \quad \text{Vậy } 0 < m < \frac{9}{4}$	<b>0,5</b>
<b>3b</b> <b>2đ</b>	<p>Cho dãy số <math>(u_n)</math> được xác định bởi <math display="block">\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^2 + 2024u_n}{2025}, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}</math></p> <p>Đặt <math>S_n = \frac{u_1}{u_2 - 1} + \frac{u_2}{u_3 - 1} + \dots + \frac{u_n}{u_{n+1} - 1}, n \in \mathbb{N}^*</math>. Chứng minh rằng <math>S_n &lt; 2025, \forall n \in \mathbb{N}^*</math></p>	
	<p>* Chứng minh <math>u_n \geq 2, \forall n</math>. (PP quy nạp)</p> <p>Ta có <math>u_1 \geq 2</math>, Ta có <math>u_{k+1} - u_k = \frac{u_k(u_k - 1)}{2025}</math></p> <p>Giả sử <math>u_k \geq 2 \Rightarrow u_{k+1} - u_k &gt; 0 \Rightarrow u_{k+1} &gt; u_k \geq 2</math></p> <p>Suy ra <math>u_n \geq 2, \forall n</math>.</p>	<b>0,5</b>
	<p>Ta có</p> $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n^2 - u_n}{2025} = \frac{u_n(u_n - 1)}{2025}$ $2025[(u_{n+1} - 1) - (u_n - 1)] = u_n(u_n - 1)$ $\Rightarrow \frac{u_n}{u_{n+1} - 1} = 2025 \left( \frac{1}{u_n - 1} - \frac{1}{u_{n+1} - 1} \right)$	<b>0,5</b>
	<p>Suy ra</p> $S_n = \frac{u_1}{u_2 - 1} + \frac{u_2}{u_3 - 1} + \dots + \frac{u_n}{u_{n+1} - 1}$ $= 2025 \left( \frac{1}{u_1 - 1} - \frac{1}{u_{n+1} - 1} \right) = 2025 \left( 1 - \frac{1}{u_{n+1} - 1} \right) = 2025 - \frac{2025}{u_{n+1} - 1}$	<b>0,5</b>
	<p>Do <math>u_n \geq 2, \forall n</math> nên <math>S_n &lt; 2025</math></p>	<b>0,5</b>
<b>4a</b> <b>2đ</b>	<p>Cho hình chóp <math>S.ABC</math> có đáy là tam giác đều cạnh <math>a</math>, <math>SA = SB = SC</math>, đường cao <math>SO</math> của hình chóp <math>S.ABC</math> có độ dài bằng <math>2a</math>.</p> <p>a) Chứng minh rằng <math>SA \perp BC</math></p>	
	<p>Từ <math>SA = SB = SC \Rightarrow OA = OB = OC \Rightarrow O</math> là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác <math>ABC \Rightarrow O</math> cũng là trực tâm của tam giác <math>ABC \Rightarrow AO \perp BC</math></p>	<b>1,0</b>
	<p>Ta có <math>\begin{cases} BC \perp SO \text{ (do } SO \perp (ABC)) \\ BC \perp AO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAO) \Rightarrow BC \perp SA</math></p>	<b>1,0</b>

**4b** b)  $M$  là điểm thuộc đường cao  $AH$  của tam giác  $ABC$  ( $M$  khác  $A$  và  $H$ ). Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  và vuông góc với  $AH$  cắt hình chóp theo thiết diện. Tìm vị trí của  $M$  để diện tích thiết diện lớn nhất.

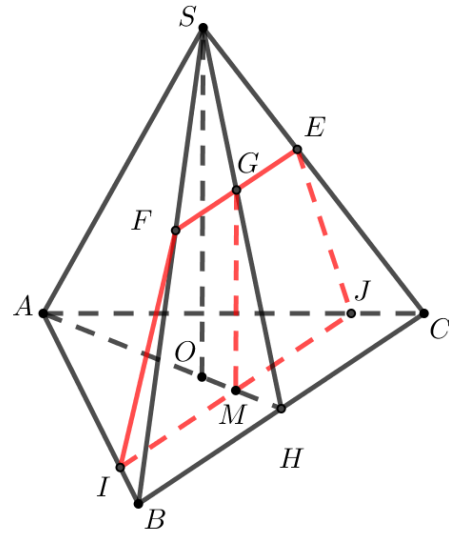
**2đ**

Vẽ đúng hình, dựng được thiết diện trong 2 trường hợp.

**0.5**



Hình 1



Hình 2

$(P)$  qua  $M$  và vuông góc với  $AH$  nên  $(P)$  song song với đường thẳng  $BC$ , đồng thời  $(P)$  song song hoặc chứa  $SO$ .

$$\text{Đặt } AM = x \left( 0 < x < \frac{a\sqrt{3}}{2} \right)$$

+TH1: Khi  $0 < x \leq \frac{a\sqrt{3}}{3}$  thì thiết diện là một tam giác  $KIJ$  (hình 1). Ta có:

$$\frac{KM}{SO} = \frac{AM}{AO} = \frac{3x}{a\sqrt{3}} \Rightarrow KM = 2x\sqrt{3}; \quad \frac{IJ}{BC} = \frac{AM}{AH} = \frac{2x}{a\sqrt{3}} \Rightarrow IJ = \frac{2x\sqrt{3}}{3}$$

Diện tích thiết diện khi đó là  $S = \frac{1}{2} KM \cdot IJ = 2x^2$ . Trong trường hợp này

diện tích thiết diện lớn nhất là  $S = \frac{2a^2}{3}$  khi  $x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

**0.5**

+ TH2: Khi  $\frac{a\sqrt{3}}{3} < x < \frac{a\sqrt{3}}{2}$  thì thiết diện là hình thang  $IJEF$  (hình 2).

Ta có:

	$\frac{IJ}{BC} = \frac{AM}{AH} = \frac{2x}{a\sqrt{3}} \Rightarrow IJ = \frac{2x\sqrt{3}}{3};$ $\frac{EF}{BC} = \frac{SG}{SH} = \frac{OM}{OH} = \frac{\left(x - \frac{a\sqrt{3}}{3}\right)}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} \Rightarrow EF = 2(x\sqrt{3} - a)$ $\frac{GM}{SO} = \frac{HM}{HO} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2} - x\right)}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} \Rightarrow GM = 2(3a - 2x\sqrt{3}).$ <p>Diện tích thiết diện khi đó là</p> $S = \frac{1}{2}(IJ + EF).GM = \frac{2}{3}(4x\sqrt{3} - 3a)(3a - 2x\sqrt{3}) = \frac{1}{3}(4x\sqrt{3} - 3a)(6a - 4x\sqrt{3}).$	<b>0.5</b>
	<p>Khi đó <math>S = \frac{1}{3}(4x\sqrt{3} - 3a)(6a - 4x\sqrt{3}) \leq \frac{1}{3} \left( \frac{4x\sqrt{3} - 3a + 6a - 4x\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{3a^2}{4}</math></p> <p>Trong trường hợp này diện tích thiết diện lớn nhất là <math>S = \frac{3a^2}{4}</math> khi <math>x = \frac{3a\sqrt{3}}{8}</math>.</p> <p>Kết hợp 2 trường hợp ta có diện tích thiết diện lớn nhất là <math>S = \frac{3a^2}{4}</math> khi</p> $x = \frac{3a\sqrt{3}}{8}$	<b>0.5</b>
<b>5</b> <b>2đ</b>	<p>Cho <math>a, b, c &gt; 1</math> thỏa mãn <math>\log_{(ab+bc+ca)}(5a^2 + 16b^2 + 27c^2) + \log_{144} \sqrt{ab+bc+ca} = 2</math>. Giá trị của biểu thức <math>T = a - 2b + 3c</math>.</p> <p>Ta có:</p> $5a^2 + 16b^2 + 27c^2 - 12ab - 12ac - 12bc = 3(a - 2b)^2 + (2b - 3c)^2 + 2(a - 3c)^2 \geq 0.$ <p>Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi <math>a = 2b = 3c</math> (1).</p> <p>Suy ra <math>5a^2 + 16b^2 + 27c^2 \geq 12(ab + bc + ca)</math>.</p> $\Rightarrow \log_{ab+bc+ca}(5a^2 + 16b^2 + 27c^2) \geq \log_{ab+bc+ca} [12(ab + bc + ca)] = 1 + \log_{ab+bc+ca} 12$ <p>(Do <math>ab + bc + ca &gt; 1</math>)</p>	<b>0.5</b>

	<p>Biểu thức đã cho:</p> $\log_{ab+bc+ca} (5a^2 + 16b^2 + 27c^2) + \log_{144} \sqrt{ab+bc+ca}$ $\geq 1 + \log_{ab+bc+ca} 12 + \frac{1}{4} \log_{12} (ab+bc+ca)$ $\geq 2 \cdot \sqrt{\log_{ab+bc+ca} 12 \cdot \frac{1}{4} \log_{12} (ab+bc+ca)} + 1 = 1 + 1 = 2.$ <p>Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi</p> $\log_{ab+bc+ca} 12 = \frac{1}{4} \cdot \log_{12} (ab+bc+ca) \Leftrightarrow ab+bc+ca = 12^2 \quad (2)$	<b>0.5</b>
	<p>Từ (1) và (2) suy ra đẳng thức đã cho xảy ra khi</p> $\begin{cases} a = 2b = 3c \\ ab + bc + ca = 12^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = 6 \\ c = 4 \end{cases} .$ <p>Suy ra <math>a - 2b + 3c = 12</math>.</p>	<b>0.5</b>

**Chú ý:** Lời giải đúng theo cách khác vẫn chấm điểm tối đa.