

Họ và tên.....SBD.....Phòng thi .....

**Câu 1.** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý,  $\log(a^5 b^{10})$  bằng

- A.  $5 \log(ab)$ .                      B.  $10 \log(ab)$ .                      C.  $5 \log a + 10 \log b$ .                      D.  $\frac{1}{2} \log a + \log b$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$		$-2$		$1$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘		$1$	↗		$5$
							$-\infty$

Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 1)$ .                      B.  $(-2; 0)$ .                      C.  $(-\infty; -2)$ .                      D.  $(-2; +\infty)$ .

**Câu 3.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A.  $y = \ln x$ .                      B.  $y = \log_{\frac{5}{2}} x$ .                      C.  $y = \log x$ .                      D.  $y = \log_{\frac{2}{3}} x$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{6}x^3 + ax^2 + bx + c, (a, b, c \in \mathbb{R})$  thỏa mãn  $f(0) = f(1) = f(2)$ . Tổng giá trị

lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $c$  để hàm số  $g(x) = f(f(x^2 + 2))$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$  là

- A.  $\sqrt{3}$ .                      B.  $1 + \sqrt{3}$ .                      C.  $1$ .                      D.  $1 - \sqrt{3}$ .

**Câu 5.** Một hình trụ có chiều cao bằng 3 và bán kính đáy bằng 5. Thể tích của khối trụ đã cho là

- A.  $75\pi$ .                      B.  $25\pi$ .                      C.  $45\pi$ .                      D.  $15\pi$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 10]$  thỏa mãn  $\int_0^{10} f(x) dx = 7, \int_2^{10} f(x) dx = 1$ . Tính

$$P = \int_0^1 f(2x) dx.$$

- A.  $P = 12$ .                      B.  $P = -6$ .                      C.  $P = 6$ .                      D.  $P = 3$ .

**Câu 7.** Số các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 - (12m - 15)x + 7$  đồng biến trên khoảng

$(-\infty; +\infty)$  là

- A. 6.                      B. 7.                      C. 5.                      D. 8.

**Câu 8.** Giả sử phương trình  $25^x + 15^x = 6 \cdot 9^x$  có một nghiệm duy nhất được viết dưới dạng  $\frac{a}{\log_b c - \log_b d}$

, với  $a$  là số nguyên dương và  $b, c, d$  là các số nguyên tố. Tính  $S = a^2 + b + c + d$

- A.  $S = 19$ .                      B.  $S = 12$ .                      C.  $S = 14$ .                      D.  $S = 11$ .

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1; 1; -2), B(2; 0; 3)$  và  $C(-2; 4; 1)$ . Mặt phẳng đi qua điểm  $A$  và

vuông góc với đường thẳng  $BC$  có phương trình là

- A.  $2x+2y+z-2=0$ .    B.  $2x-2y+z+2=0$ .    C.  $x+y-2z-6=0$ .    D.  $x+y-2z+2=0$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ . Tính diện tích của mặt cầu  $(S)$ .

- A.  $4\pi$ .    B.  $64\pi$ .    C.  $\frac{32\pi}{3}$ .    D.  $16\pi$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  thỏa mãn

$$f(1+4\sin x) - \sin x \cdot f(3-2\cos 2x) = 6\sin x + 1, \quad \forall x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$
 Khi đó  $I = \int_{-3}^1 f(x) dx$  bằng

- A. 16.    B. 8.    C. -2.    D. -24.

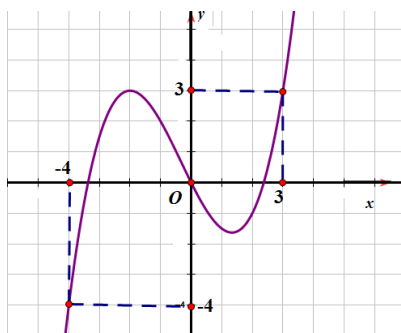
**Câu 12.** Cho hình chóp  $SABC$  có  $SA = x, BC = y, AB = AC = SB = SC = 1$ . Thể tích khối chóp  $SABC$  đạt giá trị lớn nhất khi tổng  $x + y$  bằng

- A.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$     B.  $4\sqrt{3}$     C.  $\frac{4}{\sqrt{3}}$     D.  $\sqrt{3}$

**Câu 13.** Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số  $(C): y = x^3 + x + 5$  và đường thẳng  $(d): y = -2x + 1$  là

- A.  $(-1; 3)$ .    B.  $(0; 5)$ .    C.  $(0; 1)$ .    D.  $(1; -1)$ .

**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên.



Hàm số  $g(x) = f(3x^2 - 1) - \frac{9}{2}x^4 + 3x^2$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}; \frac{-\sqrt{3}}{3}\right)$ .    B.  $\left(0; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ .    C.  $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ .    D.  $(1; 2)$ .

**Câu 15.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và dấu của đạo hàm cho bởi bảng sau

$x$	$-\infty$		$-3$		$-2$		$-1$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+	

Hàm số  $f(x)$  có mấy điểm cực trị?

- A. 2.    B. 1.    C. 5.    D. 3.

**Câu 16.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(x-1) = 4$  là

- A.  $x = 2$ .    B.  $x = 15$ .    C.  $x = 17$ .    D.  $x = 9$ .

**Câu 17.** Tập xác định của hàm số  $y = f(x) = \log_2(2x+1)$  là

- A.  $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .    B.  $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .    C.  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .    D.  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

**Câu 18.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và  $u_2 = 9$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 27.    B. -6.    C. 3.    D. 6.

**Câu 19.** Cho tam giác đều  $ABC$  có diện tích bằng  $s_1$  và  $AH$  là đường cao. Quay tam giác  $ABC$  quanh đường thẳng  $AH$  ta thu được hình nón có diện tích xung quanh bằng  $s_2$ . Tính  $\frac{s_1}{s_2}$ .

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$ .                      B.  $\frac{4}{\pi\sqrt{3}}$ .                      C.  $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$ .

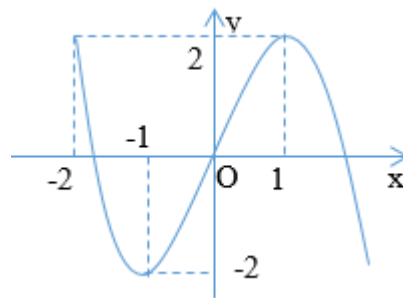
**Câu 20.** Cho hình nón có chiều cao  $h$ , đường sinh  $l$  và bán kính đường tròn đáy bằng  $R$ . Diện tích toàn phần của hình nón bằng

- A.  $\pi R(l+R)$ .                      B.  $\pi R(2l+R)$ .                      C.  $2\pi R(l+R)$ .                      D.  $\pi R(l+2R)$ .

**Câu 21.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3;1;2)$  trên trục  $Oy$  là điểm

- A.  $F(0;1;0)$ .                      B.  $L(0;-1;0)$ .                      C.  $E(3;0;2)$ .                      D.  $S(-3;0;-2)$ .

**Câu 22.** Cho hàm số  $y=f(x)$  có đồ thị như hình bên. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để phương trình  $9^{f(x)}+9m=m.3^{f(x)}+3^{f(x)+2}$  có đúng 5 nghiệm thực phân biệt.



- A. 9.                      B. 7.                      C. 8.                      D. 10.

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$ , biết  $\int_0^9 f(x)dx=9$  và  $F(0)=3$ . Tính  $F(9)$

- A.  $F(9)=-12$ .                      B.  $F(9)=-6$ .                      C.  $F(9)=12$ .                      D.  $F(9)=6$ .

**Câu 24.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua các điểm  $A;B$  và trung điểm  $M$  của  $SC$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  chia hình chóp đã cho thành hai phần có thể tích lần lượt  $V_1;V_2$  với  $V_1 < V_2$ . Tỷ số  $\frac{V_1}{V_2}$  bằng

- A.  $\frac{3}{5}$ .                      B.  $\frac{1}{4}$ .                      C.  $\frac{5}{8}$ .                      D.  $\frac{3}{8}$ .

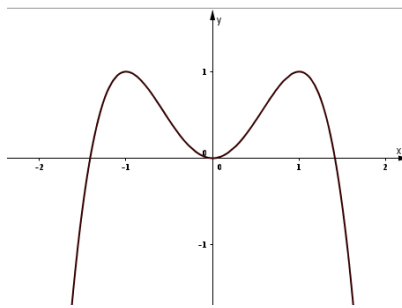
**Câu 25.** Trong không gian  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(P):2x+y-z+3=0$ . Điểm nào sau đây **không** thuộc  $(P)$ ?

- A.  $I(5;-7;6)$ .                      B.  $T(1;-1;1)$ .                      C.  $V(0;-2;1)$ .                      D.  $Q(2;-3;4)$ .

**Câu 26.** Khi cắt khối trụ  $(T)$  bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục của trụ  $(T)$  một khoảng bằng  $a\sqrt{2}$  ta được thiết diện là hình vuông có diện tích bằng  $8a^2$ . Tính diện tích toàn phần của hình trụ.

- A.  $8\sqrt{2}\pi a^2$ .                      B.  $8\pi a^2$ .                      C.  $(8+8\sqrt{2})\pi a^2$ .                      D.  $(4+\sqrt{2})\pi a^2$ .

**Câu 27.** Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như đường cong trong hình bên?



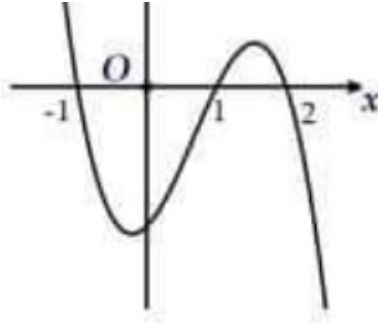
A.  $y = x^3 + 3x^2$ .

B.  $y = -x^3 + 3x$ .

C.  $y = x^4 - 2x^2$ .

D.  $y = -x^4 + 2x^2$ .

**Câu 28.** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên dưới



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A.  $f(1) < f(2)$ .

B.  $f(2) > f(3)$ .

C.  $f(-1) > f(1)$ .

D.  $f(-2) > f(-1)$ .

**Câu 29.** Xét tích phân  $I = \int_0^4 e^{\sqrt{2x+1}} dx$ , nếu đặt  $u = \sqrt{2x+1}$  thì  $I$  bằng

A.  $\frac{1}{2} \int_1^3 e^u du$ .

B.  $\int_1^3 ue^u du$ .

C.  $\frac{1}{2} \int_1^3 ue^u du$

D.  $\int_0^4 ue^u du$ .

**Câu 30.** Tìm giá trị nhỏ nhất  $m$  của hàm số  $f(x) = -\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x + 1$  trên  $[0; 2]$

A.  $m = \frac{8}{3}$ .

B.  $m = \frac{1}{3}$ .

C.  $m = 0$ .

D.  $m = 1$ .

**Câu 31.** Tập nghiệm của bất phương trình  $5^{2x+1} \leq 25$  là

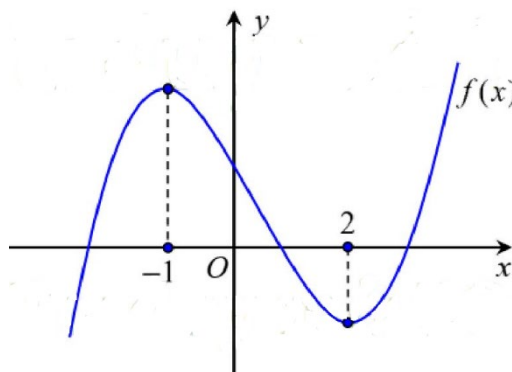
A.  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ .

B.  $\left(-\infty; \frac{-1}{2}\right]$ .

C.  $\left(-\infty; \frac{-1}{2}\right)$ .

D.  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$ .

**Câu 32.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Giá trị của biểu thức  $T = f(2) - f(0)$  bằng

A. -10.

B. 4.

C. 6.

D. -8.

**Câu 33.** Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng  $a$

A.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

B.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

D.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

**Câu 34.** Cho số thực dương  $x$  thỏa mãn  $\sqrt{x^{53}\sqrt[3]{x^2}} = x^{\frac{a}{b}}$ , với  $a, b$  là các số nguyên dương và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tổng  $T = a + b$  bằng

A. 23.

B. 8.

C. 11.

D. 25.

**Câu 35.** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = \log_5 x$  là

A.  $y' = x \ln 5$ .

B.  $y' = \frac{1}{x \ln 5}$ .

C.  $y' = \frac{x}{\ln 5}$ .

D.  $y' = \frac{\ln 5}{x}$ .

**Câu 36.** Xét  $f(x), g(x)$  là các hàm số có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Phát biểu nào sau đây **sai**?

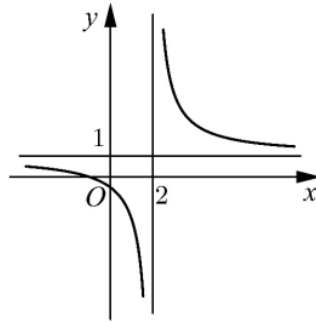
A.  $\int f(x)d(g(x)) = f(x).g(x) - \int g(x).d(f(x))$

B.  $\int (f(x))^2 dx = \left(\int f(x)dx\right)^2$ .

C.  $\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$ .

D.  $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ .

**Câu 37.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $a, b, c, d$  là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A.  $y' > 0, \forall x \neq 1$

B.  $y' < 0, \forall x \neq 2$

C.  $y' > 0, \forall x \neq 2$

D.  $y' < 0, \forall x \neq 1$

**Câu 38.** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh gồm cả nam và nữ từ một nhóm gồm 10 học sinh gồm 4 nam 6 nữ?

A.  $C_4^1 + C_6^1$ .

B.  $C_{10}^2$ .

C.  $A_{10}^2$ .

D.  $C_4^1.C_6^1$ .

**Câu 39.** Tập xác định của hàm số  $y = (2-x)^{\frac{1}{2}}$  là

A.  $(-\infty; 2)$ .

B.  $(-\infty; 2]$ .

C.  $(2; +\infty)$ .

D.  $[2; +\infty)$ .

**Câu 40.** Xét các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $\log_2(x-1) + \log_2(y-1) = 1$ . Khi biểu thức  $P = 2x + 3y$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $3x - 2y = a + b\sqrt{3}$  với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Tính  $T = ab$ ?

A.  $T = 7$ .

B.  $T = \frac{7}{3}$ .

C.  $T = 9$ .

D.  $T = \frac{5}{3}$ .

**Câu 41.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABC)$  và  $SA = 2a$ . Khi  $SB = 4a$  thì góc giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng

A.  $60^\circ$ .

B.  $90^\circ$ .

C.  $45^\circ$ .

D.  $30^\circ$ .

**Câu 42.** Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\log_2(2x-1) < 2$  là

A.  $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$ .

B.  $\left(0; \frac{5}{2}\right)$ .

C.  $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$ .

D.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ .

**Câu 43.** Cho  $\log_2(x^2 + y^2) = 1 + \log_2 xy$  ( $xy > 0$ ). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

A.  $x > y$ .

B.  $x = y$ .

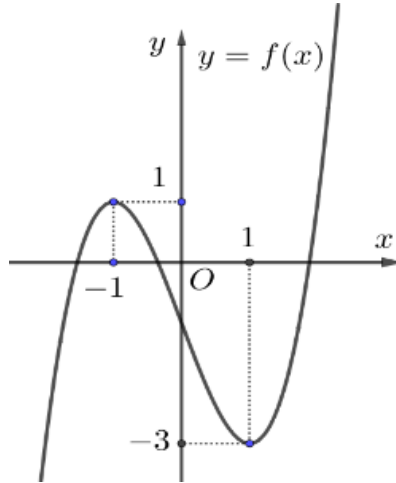
C.  $x < y$ .

D.  $x = y^2$ .

**Câu 44.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $SD$ , hãy tính theo  $a$  khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(SAC)$ .

- A.  $\frac{1513.a}{89}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{1513}}{\sqrt{89}}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{1513}}{89}$ .      D.  $\frac{1513.a}{\sqrt{89}}$ .

**Câu 45.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình  $|f(x) - 1| = 2$  bằng



- A. 5.      B. 4.      C. 2.      D. 1.

**Câu 46.** Cho phương trình  $\log_3 \frac{2x^2 - x + m}{x^2 + 1} = x^2 + x + 4 - m$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in [-2022; 2022]$  để phương trình có hai nghiệm trái dấu?

- A. 2016.      B. 2019.      C. 2022.      D. 2021.

**Câu 47.** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{x}{x-1}$  là

- A.  $x = 0$ .      B.  $y = 1$ .      C.  $x = 1$ .      D.  $y = 0$ .

**Câu 48.** Cho khối lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình thoi  $ABCD$  tâm  $O$  có  $AC = 2a$ ,  $BD = 2a\sqrt{3}$ . Hình chiếu vuông góc của  $B'$  xuống mặt đáy trùng với trung điểm  $H$  của  $OB$ . Đường thẳng  $B'C$  tạo với mặt đáy một góc  $45^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

- A.  $2a^3\sqrt{7}$ .      B.  $a^3\sqrt{21}$ .      C.  $2a^3\sqrt{3}$ .      D.  $3a^3\sqrt{21}$ .

**Câu 49.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hai điểm  $A(2; -1; 3)$  và  $B(4; 3; -1)$ . Tọa độ của vectơ  $\overline{AB}$  bằng

- A.  $\overline{AB} = (3; 1; 1)$ .      B.  $\overline{AB} = (6; 2; 2)$ .      C.  $\overline{AB} = (2; 4; -4)$ .      D.  $\overline{AB} = (8; -3; -3)$ .

**Câu 50.** Biết  $\log_3 4 = a$  và  $T = \log_{12} 18$ . Phát biểu nào sau đây đúng?

- A.  $T = \frac{a+2}{2a+2}$ .      B.  $T = \frac{a+4}{2a+2}$ .      C.  $T = \frac{\sqrt{a+2}}{a+1}$ .      D.  $T = \frac{\sqrt{a-2}}{a+1}$ .

----- HẾT -----

Họ và tên.....SBD.....Phòng thi .....

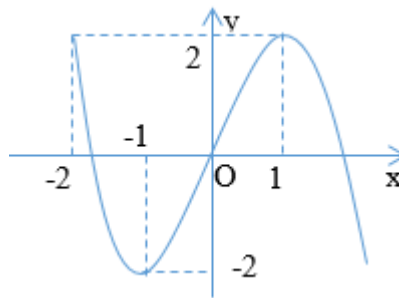
**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và dấu của đạo hàm cho bởi bảng sau

$x$	$-\infty$		$-3$		$-2$		$-1$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+	

Hàm số  $f(x)$  có mấy điểm cực trị?

- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 5.                                      D. 1.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để phương trình  $9^{f(x)} + 9m = m \cdot 3^{f(x)} + 3^{f(x)+2}$  có đúng 5 nghiệm thực phân biệt.



- A. 10.                                      B. 8.                                      C. 9.                                      D. 7.

**Câu 3.** Một hình trụ có chiều cao bằng 3 và bán kính đáy bằng 5. Thể tích của khối trụ đã cho là

- A.  $25\pi$ .                                      B.  $75\pi$ .                                      C.  $15\pi$ .                                      D.  $45\pi$ .

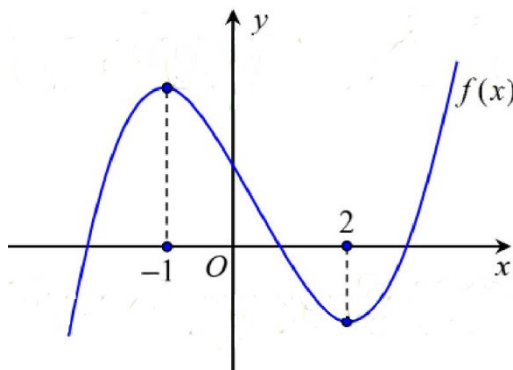
**Câu 4.** Cho hình nón có chiều cao  $h$ , đường sinh  $l$  và bán kính đường tròn đáy bằng  $R$ . Diện tích toàn phần của hình nón bằng

- A.  $\pi R(2l + R)$ .                                      B.  $\pi R(l + R)$ .                                      C.  $2\pi R(l + R)$ .                                      D.  $\pi R(l + 2R)$ .

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3;1;2)$  trên trục  $Oy$  là điểm

- A.  $L(0; -1; 0)$ .                                      B.  $E(3; 0; 2)$ .                                      C.  $S(-3; 0; -2)$ .                                      D.  $F(0; 1; 0)$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới.





trị nhỏ nhất thì  $3x - 2y = a + b\sqrt{3}$  với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Tính  $T = ab$ ?

- A.  $T = 9$ .                      B.  $T = \frac{7}{3}$ .                      C.  $T = 7$ .                      D.  $T = \frac{5}{3}$ .

**Câu 18.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$		$-2$		$1$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		$1$		$5$		$-\infty$

Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 0)$ .                      B.  $(-\infty; -2)$ .                      C.  $(-\infty; 1)$ .                      D.  $(-2; +\infty)$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 10]$  thỏa mãn  $\int_0^{10} f(x) dx = 7, \int_2^{10} f(x) dx = 1$ . Tính

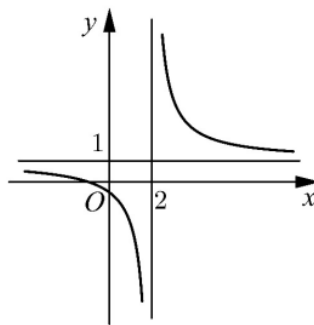
$$P = \int_0^1 f(2x) dx.$$

- A.  $P = 12$ .                      B.  $P = -6$ .                      C.  $P = 6$ .                      D.  $P = 3$ .

**Câu 20.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A.  $y = \log x$ .                      B.  $y = \ln x$ .                      C.  $y = \log_{\frac{5}{2}} x$ .                      D.  $y = \log_{\frac{2}{3}} x$ .

**Câu 21.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  với  $a, b, c, d$  là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

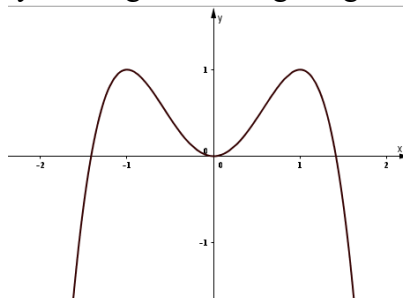


- A.  $y' < 0, \forall x \neq 2$                       B.  $y' > 0, \forall x \neq 1$                       C.  $y' > 0, \forall x \neq 2$                       D.  $y' < 0, \forall x \neq 1$

**Câu 22.** Số các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 - (12m - 15)x + 7$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$  là

- A. 5.                      B. 8.                      C. 6.                      D. 7.

**Câu 23.** Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.  $y = x^3 + 3x^2$ .                      B.  $y = -x^4 + 2x^2$ .                      C.  $y = x^4 - 2x^2$ .                      D.  $y = -x^3 + 3x$ .

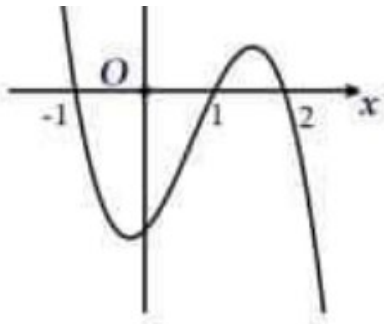
**Câu 24.** Cho  $\log_2(x^2 + y^2) = 1 + \log_2 xy$  ( $xy > 0$ ). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

- A.  $x > y$ .                      B.  $x = y$ .                      C.  $x < y$ .                      D.  $x = y^2$ .

**Câu 25.** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = \log_5 x$  là

- A.  $y' = \frac{\ln 5}{x}$ .                      B.  $y' = \frac{1}{x \ln 5}$ .                      C.  $y' = \frac{x}{\ln 5}$ .                      D.  $y' = x \ln 5$ .

**Câu 26.** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên dưới



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $f(1) < f(2)$ .                      B.  $f(-2) > f(-1)$ .                      C.  $f(-1) > f(1)$ .                      D.  $f(2) > f(3)$ .

**Câu 27.** Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số  $(C): y = x^3 + x + 5$  và đường thẳng  $(d): y = -2x + 1$  là

- A.  $(0; 1)$ .                      B.  $(1; -1)$ .                      C.  $(-1; 3)$ .                      D.  $(0; 5)$ .

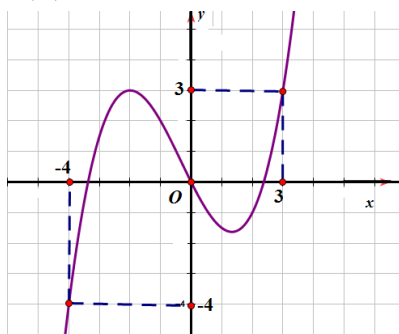
**Câu 28.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1; 1; -2)$ ,  $B(2; 0; 3)$  và  $C(-2; 4; 1)$ . Mặt phẳng đi qua điểm  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $BC$  có phương trình là

- A.  $x + y - 2z + 2 = 0$ .                      B.  $x + y - 2z - 6 = 0$ .                      C.  $2x + 2y + z - 2 = 0$ .                      D.  $2x - 2y + z + 2 = 0$ .

**Câu 29.** Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng  $a$

- A.  $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$ .                      B.  $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$ .                      C.  $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$ .                      D.  $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 30.** Cho hàm số  $f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên.



Hàm số  $g(x) = f(3x^2 - 1) - \frac{9}{2}x^4 + 3x^2$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1; 2)$ .                      B.  $\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}; \frac{-\sqrt{3}}{3}\right)$ .                      C.  $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ .                      D.  $\left(0; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ .

**Câu 31.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình  $|f(x) - 1| = 2$  bằng



- A.  $10 \log(ab)$ .      B.  $5 \log(ab)$ .      C.  $5 \log a + 10 \log b$ .      D.  $\frac{1}{2} \log a + \log b$ .

**Câu 41.** Xét tích phân  $I = \int_0^4 e^{\sqrt{2x+1}} dx$ , nếu đặt  $u = \sqrt{2x+1}$  thì  $I$  bằng

- A.  $\frac{1}{2} \int_1^3 e^u du$ .      B.  $\int_1^3 ue^u du$ .      C.  $\frac{1}{2} \int_1^3 ue^u du$       D.  $\int_0^4 ue^u du$ .

**Câu 42.** Cho khối lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình thoi  $ABCD$  tâm  $O$  có  $AC = 2a$ ,  $BD = 2a\sqrt{3}$ . Hình chiếu vuông góc của  $B'$  xuống mặt đáy trùng với trung điểm  $H$  của  $OB$ . Đường thẳng  $B'C$  tạo với mặt đáy một góc  $45^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

- A.  $2a^3\sqrt{7}$ .      B.  $3a^3\sqrt{21}$ .      C.  $a^3\sqrt{21}$ .      D.  $2a^3\sqrt{3}$ .

**Câu 43.** Cho số thực dương  $x$  thỏa mãn  $\sqrt{x^5} \sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{a}{b}}$ , với  $a, b$  là các số nguyên dương và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tổng  $T = a + b$  bằng

- A. 8.      B. 23.      C. 25.      D. 11.

**Câu 44.** Biết  $\log_3 4 = a$  và  $T = \log_{12} 18$ . Phát biểu nào sau đây đúng?

- A.  $T = \frac{\sqrt{a}-2}{a+1}$       B.  $T = \frac{a+4}{2a+2}$ .      C.  $T = \frac{\sqrt{a}+2}{a+1}$       D.  $T = \frac{a+2}{2a+2}$ .

**Câu 45.** Cho tam giác đều  $ABC$  có diện tích bằng  $s_1$  và  $AH$  là đường cao. Quay tam giác  $ABC$  quanh đường thẳng  $AH$  ta thu được hình nón có diện tích xung quanh bằng  $s_2$ . Tính  $\frac{s_1}{s_2}$ .

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$ .      C.  $\frac{4}{\pi\sqrt{3}}$ .      D.  $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}$ .

**Câu 46.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABC)$  và  $SA = 2a$ . Khi  $SB = 4a$  thì góc giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng

- A.  $60^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

**Câu 47.** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh gồm cả nam và nữ từ một nhóm gồm 10 học sinh gồm 4 nam 6 nữ?

- A.  $C_{10}^2$ .      B.  $A_{10}^2$ .      C.  $C_4^1 \cdot C_6^1$ .      D.  $C_4^1 + C_6^1$ .

**Câu 48.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{6}x^3 + ax^2 + bx + c$ , ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $f(0) = f(1) = f(2)$ . Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $c$  để hàm số  $g(x) = f(f(x^2 + 2))$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$  là

- A.  $1 + \sqrt{3}$ .      B.  $1 - \sqrt{3}$ .      C. 1.      D.  $\sqrt{3}$ .

**Câu 49.** Nghiệm của phương trình  $\log_2(x-1) = 4$  là

- A.  $x = 9$ .      B.  $x = 15$ .      C.  $x = 2$ .      D.  $x = 17$ .

**Câu 50.** Tập nghiệm của bất phương trình  $5^{2x+1} \leq 25$  là

- A.  $\left(-\infty; \frac{-1}{2}\right)$ .      B.  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$ .      C.  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ .      D.  $\left(-\infty; \frac{-1}{2}\right]$ .

----- HẾT -----

**TRƯỜNG THPT TRIỆU SƠN 2**

(ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC)  
(Đáp án gồm 11 trang)

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG  
THEO ĐỊNH HƯỚNG THI TỐT NGHIỆP THPT**

NĂM HỌC 2023-2024

**MÔN: TOÁN - LỚP 12**

Ngày thi: 29 tháng 1 năm 2024

Mã đề Câu	101	102	103	104
01	C	A	A	C
02	B	B	C	B
03	D	B	A	D
04	C	B	A	C
05	A	D	A	D
06	D	D	C	B
07	B	B	B	A
08	D	B	C	A
09	B	A	C	B
10	D	B	B	B
11	D	A	D	D
12	C	C	D	B
13	A	B	D	A
14	A	D	C	B
15	A	B	B	A
16	C	A	B	B
17	D	D	A	C
18	C	A	D	A
19	A	D	D	B
20	A	D	A	A
21	A	A	A	A
22	C	D	C	B
23	C	B	B	C
24	A	B	A	B
25	B	B	D	B
26	C	B	B	D
27	D	C	D	C
28	D	D	A	D
29	B	A	D	C
30	B	B	B	D
31	D	C	C	A
32	A	D	B	A
33	C	C	C	D
34	A	A	B	D
35	B	B	D	D
36	B	D	B	B
37	B	C	C	D
38	D	A	A	B
39	A	B	A	A
40	D	C	B	C
41	D	B	D	D
42	D	C	A	B
43	B	B	B	B
44	C	B	B	C
45	B	B	D	C

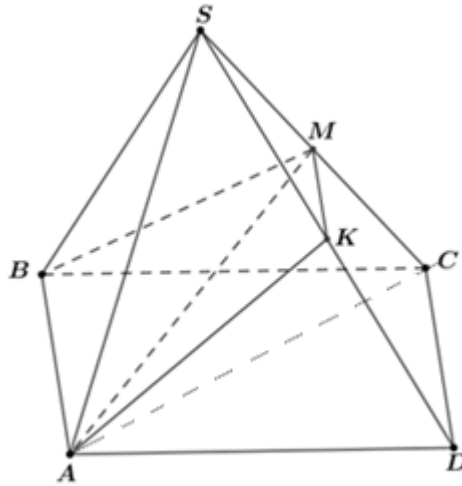
46	B	B	B	A
47	C	C	D	B
48	B	C	A	B
49	C	D	C	D
50	B	B	B	A

**ĐÁP ÁN MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG VÀ VẬN DỤNG CAO**

**Câu 1.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua các điểm  $A; B$  và trung điểm  $M$  của  $SC$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  chia hình chóp đã cho thành hai phần có thể tích lần lượt  $V_1; V_2$  với  $V_1 < V_2$ . Tỷ số  $\frac{V_1}{V_2}$  bằng

- A.  $\frac{1}{4}$ .                      **B.  $\frac{3}{5}$ .**                      C.  $\frac{3}{8}$ .                      D.  $\frac{5}{8}$ .

**Lời giải**



Qua  $M$  kẻ đường thẳng song song với  $CD$  cắt  $SD$  tại  $K$ , khi đó mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt khối chóp theo thiết

diện  $ABMK$ .

Ta có

$$V_{SABC} = V_{SADC}; V_1 = V_{SABM} + V_{SAMK}; V_2 = V_{SABC} - V_{SABM} + V_{SACD} - V_{SAMK} = 2V_{SABC} - (V_{SABM} + V_{SAMK}).$$

$$\frac{V_{SAMK}}{V_{SACD}} = \frac{SA \cdot SM \cdot SK}{SA \cdot SC \cdot SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{SAMK} = \frac{1}{4} V_{SACD} = \frac{1}{4} V_{SABC}.$$

$$\frac{V_{SABM}}{V_{SABC}} = \frac{SA \cdot SM \cdot SB}{SA \cdot SC \cdot SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{SABM} = \frac{1}{2} V_{SABC}.$$

$$V_1 = V_{SABM} + V_{SAMK} = \frac{1}{2} V_{SABC} + \frac{1}{4} V_{SABC} = \frac{3}{4} V_{SABC}.$$

$$V_2 = 2V_{SABC} - (V_{SABM} + V_{SAMK}) = 2V_{SABC} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) V_{SABC} = \frac{5}{4} V_{SABC}.$$

Khi đó  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{3}{4} V_{SABC}}{\frac{5}{4} V_{SABC}} = \frac{3}{5}.$

- Câu 2.** Giả sử phương trình  $25^x + 15^x = 6.9^x$  có một nghiệm duy nhất được viết dưới dạng  $\frac{a}{\log_b c - \log_b d}$ , với  $a$  là số nguyên dương và  $b, c, d$  là các số nguyên tố. Tính  $S = a^2 + b + c + d$
- A.  $S = 19$ .                      B.  $S = 14$ .                      C.  $S = 11$ .                      D.  $S = 12$ .

**Lời giải**

$$25^x + 15^x = 6.9^x \Leftrightarrow 25^x + 15^x - 6.9^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{25}{9}\right)^x + \left(\frac{5}{3}\right)^x - 6 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^x = 2$$

$$\Leftrightarrow x = \log_{\frac{5}{3}} 2 = \frac{1}{\log_2 5 - \log_2 3}.$$

$$\text{Vậy } a = 1, b = 2, c = 5, d = 3 \Rightarrow S = 11.$$

- Câu 3:** Cho phương trình  $\log_3 \frac{2x^2 - x + m}{x^2 + 1} = x^2 + x + 4 - m$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in [-2022; 2022]$  để phương trình có hai nghiệm trái dấu?
- A. 2022.                      B. 2021.                      C. 2016.                      D. 2019.

**Lời giải**

$$\text{Điều kiện: } \frac{2x^2 - x + m}{x^2 + 1} > 0 \Leftrightarrow 2x^2 - x + m > 0.$$

$$\text{Ta có: } \log_3 \frac{2x^2 - x + m}{x^2 + 1} = x^2 + x + 4 - m$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (2x^2 - x + m) - \log_3 (x^2 + 1) = (3x^2 + 3) - (2x^2 - x + m) + 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (2x^2 - x + m) + (2x^2 - x + m) = \log_3 (x^2 + 1) + 1 + (3x^2 + 3)$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (2x^2 - x + m) + (2x^2 - x + m) = \log_3 (3x^2 + 3) + (3x^2 + 3), (*)$$

$$\text{Xét hàm số: } f(t) = \log_3 t + t \text{ với } t > 0.$$

$$\text{Ta có: } f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0.$$

$$\Rightarrow \text{Hàm số } f(t) \text{ đồng biến trên khoảng } (0; +\infty).$$

$$\text{Khi đó: } (*) \Leftrightarrow f(2x^2 - x + m) = f(3x^2 + 3)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - x + m = 3x^2 + 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x + 3 - m = 0, (**)$$

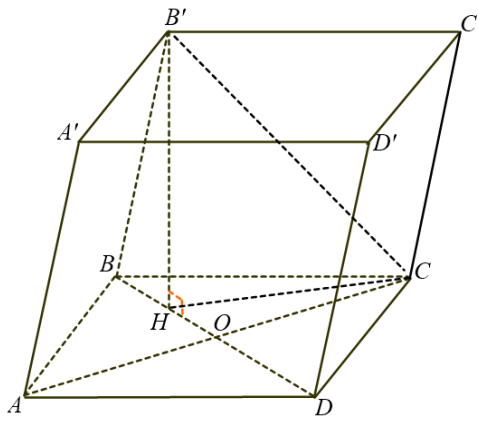
Phương trình đã cho có 2 nghiệm trái dấu  $\Leftrightarrow$  phương trình  $(**)$  có 2 nghiệm trái dấu

$$\Leftrightarrow 1.(3 - m) < 0 \Leftrightarrow m > 3.$$

Mà  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $m \in [-2022; 2022]$  nên  $m \in \{4; 5; 6; \dots; 2022\} \Rightarrow$  Có 2019 số nguyên  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Câu 4:** Cho khối lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình thoi  $ABCD$  tâm  $O$  có  $AC = 2a$ ,  $BD = 2a\sqrt{3}$ . Hình chiếu vuông góc của  $B'$  xuống mặt đáy trùng với trung điểm  $H$  của  $OB$ . Đường thẳng  $B'C$  tạo với mặt đáy một góc  $45^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là
- A.  $2a^3\sqrt{7}$ .                      B.  $2a^3\sqrt{3}$ .                      C.  $3a^3\sqrt{21}$ .                      D.  $a^3\sqrt{21}$ .

**Lời giải**



Ta có  $HO = \frac{BD}{4} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$  và  $OC = \frac{AC}{2} = a$ .

Xét tam giác  $OHC$  vuông tại  $O$  có:  $HC = \sqrt{OH^2 + OC^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$ .

Ta có  $(B'C, (ABCD)) = (B'C, HC) = \widehat{B'CH} = 45^\circ$ .

Xét  $\Delta B'CH$  vuông tại  $H$  và  $\widehat{B'CH} = 45^\circ$ . Suy ra  $\Delta B'CH$  vuông cân tại  $H$ .

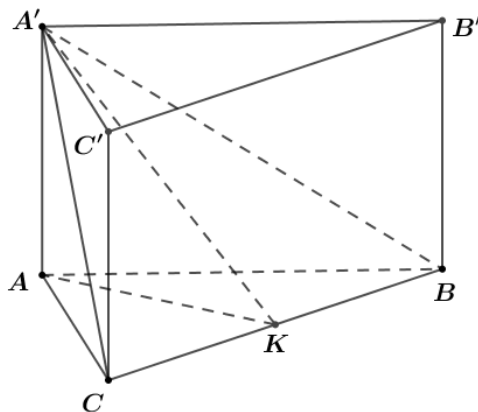
Do đó  $B'H = HC = \frac{a\sqrt{7}}{2}$ .

Vậy  $V_{ABCD.A'B'C'D'} = B'H \cdot S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{7}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a\sqrt{3} = a^3\sqrt{21}$ .

**Câu 5:** Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh bằng  $a$ . Biết mặt phẳng  $(A'BC)$  tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho là

- A.  $\frac{2a^2\sqrt{3}}{4}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .      C.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ .      D.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Lời giải**



Do đáy  $ABC$  đều nên các cạnh  $A'B = A'C$ . Kẻ  $A'K \perp BC \Rightarrow \widehat{AKA'} = 60^\circ$  và  $AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ;

$$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Xét  $\Delta A'AK$ :  $AA' = \tan 60^\circ \cdot AK = \sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}$ .

Khi đó  $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  thỏa mãn:

$$f(1+4\sin x) - \sin x \cdot f(3-2\cos 2x) = 6\sin x + 1, \forall x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]. \text{ Khi đó } I = \int_{-3}^1 f(x) dx \text{ bằng:}$$

- A. -2.                      **B. -24.**                      C. 8.                      D. 16.

**Lời giải**

+ Ta có:

$$f(1+4\sin x) - \sin x \cdot f(3-2\cos 2x) = 6\sin x + 1$$

$$\Rightarrow \cos x \cdot f(1+4\sin x) - \cos x \cdot \sin x \cdot f(3-2\cos 2x) = 6\sin x \cdot \cos x + \cos x$$

$$\Leftrightarrow \cos x \cdot f(1+4\sin x) - \frac{1}{2} \sin 2x \cdot f(3-2\cos 2x) = 3\sin 2x + \cos x \quad (*)$$

+ Lấy tích phân từ  $-\frac{\pi}{2}$  đến 0 hai vế của (\*) ta được:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \cos x \cdot f(1+4\sin x) dx - \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin 2x \cdot f(3-2\cos 2x) dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 (3\sin 2x + \cos x) dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f(1+4\sin x) d(1+4\sin x) - \frac{1}{8} \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f(3-2\cos 2x) d(3-2\cos 2x) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 (3\sin 2x + \cos x) dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} \int_{-3}^1 f(t) dt - \frac{1}{8} \int_5^1 f(t) dt = -2 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \int_{-3}^1 f(t) dt + \frac{1}{8} \int_1^5 f(t) dt = -2 \quad (1)$$

+ Lấy tích phân từ 0 đến  $\frac{\pi}{2}$  hai vế của (\*) ta được:

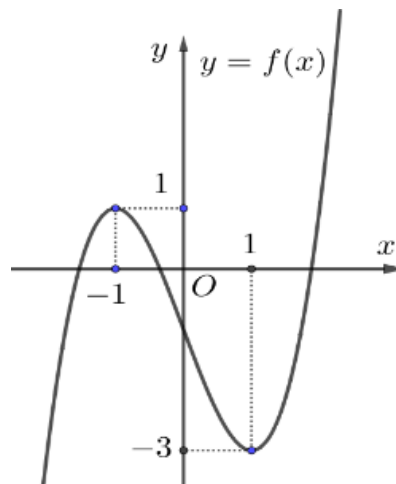
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(1+4\sin x) dx - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot f(3-2\cos 2x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (3\sin 2x + \cos x) dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(1+4\sin x) d(1+4\sin x) - \frac{1}{8} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(3-2\cos 2x) d(3-2\cos 2x) = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4} \int_1^5 f(t) dt - \frac{1}{8} \int_1^5 f(t) dt = 4 \Leftrightarrow \int_1^5 f(t) dt = 32 \quad (2). \text{ Từ (1) và (2) ta có: } \int_{-3}^1 f(x) dx = -24$$

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình  $|f(x) - 1| = 2$  bằng

- A. 1.                      **B. 4.**                      C. 5.                      D. 2.

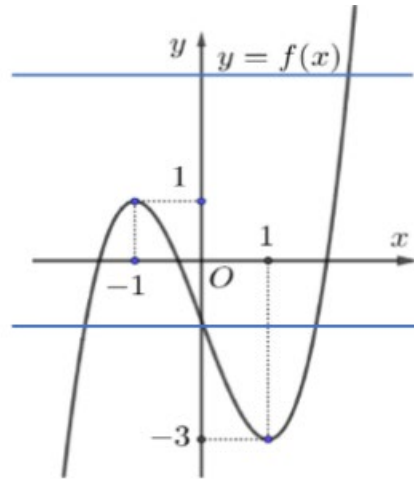


**Lời giải**

**Chọn B**

$$D = \mathbb{R}.$$

Ta có  $|f(x)-1|=2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)-1=2 \\ f(x)-1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=3 \\ f(x)=-1 \end{cases}$ .



Ta thấy:

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = 3$  cắt nhau tại 1 điểm (giả sử là  $A$ ).

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = -1$  cắt nhau tại 3 điểm phân biệt khác với  $A$ .

Do đó phương trình  $|f(x)-1|=2$  có 4 nghiệm thực phân biệt.

**Câu 8.** Xét các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $\log_2(x-1) + \log_2(y-1) = 1$ . Khi biểu thức  $P = 2x + 3y$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $3x - 2y = a + b\sqrt{3}$  với  $a, b \in \mathbb{Q}$ . Tính  $T = ab$ ?

- A.  $T = 9$ .                      B.  $T = \frac{7}{3}$ .                      C.  $T = \frac{5}{3}$ .                      D.  $T = 7$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện:  $\begin{cases} x-1 > 0 \\ y-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ y > 1 \end{cases}$

Khi đó:  $\log_2(x-1) + \log_2(y-1) = 1 \Leftrightarrow (x-1)(y-1) = 2 \Leftrightarrow y-1 = \frac{2}{x-1} \Leftrightarrow y = \frac{2}{x-1} + 1$

Suy ra:  $P = 2x + 3y = 2x + \frac{6}{x-1} + 3 \Rightarrow P' = 2 - \frac{6}{(x-1)^2}$

$P' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{3} \text{ (N)} \\ x = 1 - \sqrt{3} \text{ (L)} \end{cases}$

Bảng biến thiên

$x$	1	$1 + \sqrt{3}$	$+\infty$	
$P'$		-	0	+
$P$	$+\infty$		$4\sqrt{3} + 5$	$+\infty$

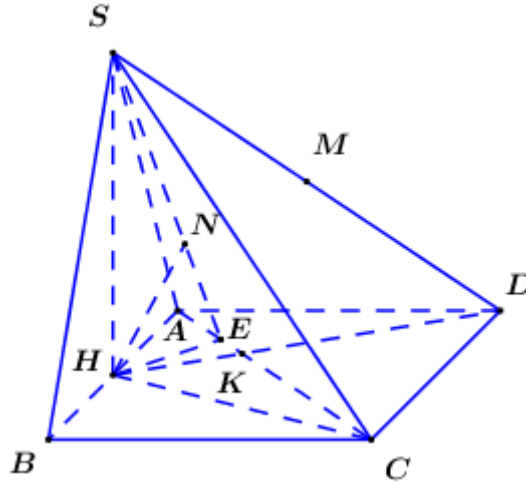
Dựa vào bảng biến thiên, ta có:  $P_{\min} = 4\sqrt{3} + 5 \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{3} \Rightarrow y = \frac{2\sqrt{3} + 3}{3}$ .

$$\text{Do đó: } 3x - 2y = 3(1 + \sqrt{3}) - 2\left(\frac{2\sqrt{3} + 3}{3}\right) = 1 + \frac{5}{3}\sqrt{3} \Rightarrow a = 1; b = \frac{5}{3} \Rightarrow T = ab = \frac{5}{3}.$$

**Câu 9.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $SD$ , hãy tính theo  $a$  khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(SAC)$ .

- A.  $\frac{a\sqrt{1513}}{\sqrt{89}}$ .      B.  $\frac{1513.a}{89}$ .      C.  $\frac{1513.a}{\sqrt{89}}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{1513}}{89}$ .

**Lời giải**



Gọi  $H$  là trung điểm  $AB$ . Vì  $\Delta SAB$  cân tại  $S$  nên  $SH \perp AB$ .

Ta có:  $\begin{cases} (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \subset (ABCD), SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ .

Gọi  $K = HD \cap AC$ . Áp dụng định lí T-aet ta có  $\frac{DK}{HK} = \frac{DC}{AH} = 2 \Rightarrow DK = 2HK$ .

Ta có  $MD \cap (SAC) = S \Rightarrow \frac{d(M; (SAC))}{d(D; (SAC))} = \frac{SM}{SD} = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow d(M; (SAC)) = \frac{1}{2} d(D; (SAC)).$$

Lại có  $DH \cap (SAC) = K$  nên  $\frac{d(D; (SAC))}{d(H; (SAC))} = \frac{DK}{HK} = 2 \Rightarrow d(D; (SAC)) = 2d(H; (SAC))$ .

Do đó  $d(M; (SAC)) = d(H; (SAC))$

Trong  $(ABCD)$  kẻ  $HE \perp AC (E \in AC)$ , trong  $(SHE)$  kẻ  $HN \perp SE (N \in SE)$  ta có:

$$\begin{cases} AC \perp HE \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHE) \Rightarrow AC \perp HN$$

$$\begin{cases} HN \perp SE \\ HN \perp AC \end{cases} \Rightarrow HN \perp (SAC) \Rightarrow d(H; (SAC)) = HN$$

Vì  $SH \perp (ABCD)$  nên  $HC$  là hình chiếu vuông góc của  $SC$  lên  $(ABCD)$ .

$$\Rightarrow \angle(SC; (ABCD)) = \angle(SC; HC) = \angleSCH = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta SHC \text{ vuông cân tại } H \Rightarrow SH = HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}.$$



Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SA, BC$  và đặt  $2a = x, 2b = y$ .

$$BC \perp AN, BC \perp SN \Rightarrow BC \perp (SAN) \Rightarrow V_{SABC} = V_{BSAN} + V_{CSAN} = 2V_{BSAN} = \frac{1}{3} BC \cdot S_{SAN}$$

$$AN^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = 1 - b^2 \Rightarrow MN^2 = AN^2 - MA^2 = 1 - b^2 - a^2$$

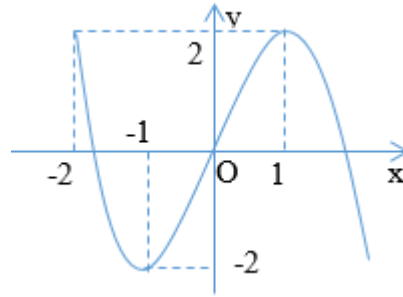
$$\Rightarrow S_{SAN} = \frac{1}{2} SA \cdot NM = a\sqrt{1 - a^2 - b^2}$$

$$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} 2ab\sqrt{1 - a^2 - b^2} \Rightarrow V^2_{SABC} = \frac{1}{9} \cdot 4a^2b^2 \cdot (1 - a^2 - b^2) \leq \frac{4}{9} \cdot \left( \frac{a^2 + b^2 + 1 - a^2 - b^2}{3} \right)^3$$

$$\Rightarrow V^2_{SABC} \leq \frac{4}{243}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow a^2 = b^2 = 1 - a^2 - b^2 \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow x + y = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để phương trình  $9^{f(x)} + 9m = m \cdot 3^{f(x)} + 3^{f(x)+2}$  có đúng 5 nghiệm thực phân biệt.



**A.** 8.

**B.** 9.

**C.** 7.

**D.** 10.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$9^{f(x)} + 9m = m \cdot 3^{f(x)} + 3^{f(x)+2} \Leftrightarrow 3^{2f(x)} - 3^{f(x)+2} = m(3^{f(x)} - 9) \Leftrightarrow 3^{f(x)}(3^{f(x)} - 9) = m(3^{f(x)} - 9)$$

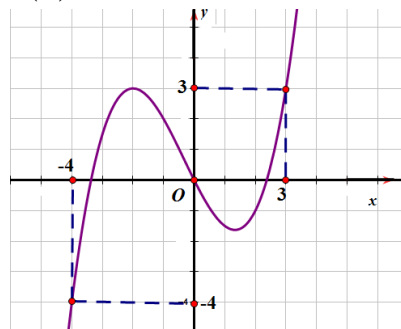
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{f(x)} = 9 \\ 3^{f(x)} = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 & (1) \\ f(x) = \log_3 m & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow f(x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1(\text{kép}) \end{cases}$$

Để PT có đúng 5 nghiệm thực phân biệt  $\Leftrightarrow (2)$  có đúng 3 nghiệm thực khác  $-2; 1$

$$\Leftrightarrow -2 < \log_3 m < 2 \Leftrightarrow \frac{1}{9} < m < 9 \Rightarrow m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

**Câu 13:** Cho hàm số  $f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên.



Hàm số  $g(x) = f(3x^2 - 1) - \frac{9}{2}x^4 + 3x^2$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.**  $\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ .    **B.**  $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ .    **C.**  $\left(0; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ .    **D.**  $(1; 2)$ .

**Lời giải**

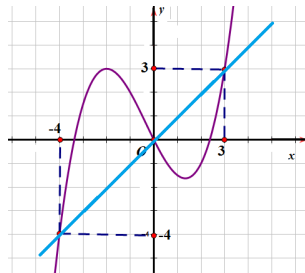
**Chọn A**

Ta có:

$$g(x) = f(3x^2 - 1) - \frac{9}{2}x^4 + 3x^2 \Rightarrow g'(x) = 6xf'(3x^2 - 1) - 18x^3 + 6x = 6x(f'(3x^2 - 1) - 3x^2 + 1).$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(3x^2 - 1) = 3x^2 - 1 \end{cases}$$

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số  $y = f'(t)$  và  $y = t$ .



Từ đồ thị ta có:  $f'(t) = t \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4 \\ t = 0 \\ t = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 - 1 = -4 \\ 3x^2 - 1 = 0 \\ 3x^2 - 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pm 1}{\sqrt{3}} \\ x = \frac{\pm 2}{\sqrt{3}} \end{cases}$ .

Vì  $g'(3) = 18(f'(26) - 26)$  từ đồ thị ta có  $f'(26) > 26$ . Ta có bảng xét dấu:

<b>x</b>	$-\infty$	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$+\infty$
<b>y'</b>	-	0	+	0	-	0	+

Từ BBT suy ra đáp án A.

**Câu 14:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{6}x^3 + ax^2 + bx + c, (a, b, c \in \mathbb{R})$  thỏa mãn  $f(0) = f(1) = f(2)$ . Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $c$  để hàm số  $g(x) = f(f(x^2 + 2))$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$  là

**A.**  $1 + \sqrt{3}$ .

**B.**  $1 - \sqrt{3}$ .

**C.** 1.

**D.**  $\sqrt{3}$ .

**Lời giải.**

+) Ta có  $f(0) = f(1) = f(2) \Leftrightarrow c = \frac{1}{6} + a + b + c = \frac{4}{3} + 4a + 2b + c \Rightarrow a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{3}$ .

Vậy  $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + c$ . Đạo hàm  $f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{3}$ .

Bảng biến thiên

<b>x</b>	$-\infty$	$\frac{3 - \sqrt{3}}{3}$	$\frac{3 + \sqrt{3}}{3}$	$+\infty$	
<b>f'(x)</b>	+	0	-	0	+
<b>f(x)</b>	$-\infty$	$\frac{\sqrt{3}}{27} + c$	$-\frac{\sqrt{3}}{27} + c$	$+\infty$	

+) Ta có  $g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 + 2) \cdot f'(f(x^2 + 2))$ .

$$y_{cbt} \Leftrightarrow g'(x) \leq 0 \quad \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow f'(x^2+2) \cdot f'(f(x^2+2)) \leq 0 \quad \forall x \in (0;1) \quad (*).$$

+) Vì  $x^2+2 > 2 \quad \forall x \in (0;1)$  nên từ bảng biến thiên suy ra  $f'(x^2+2) > 0 \quad \forall x \in (0;1)$ .

$$\text{Vậy } (*) \Leftrightarrow f'(f(x^2+2)) \leq 0 \quad \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{3}}{3} \leq f(x^2+2) \leq \frac{3+\sqrt{3}}{3} \quad \forall x \in (0;1) \quad (**).$$

+) Với  $x \in (0;1) \Rightarrow x^2+2 \in (2;3)$  mà hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(2;3)$  nên

$$(**) \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{3}}{3} \leq f(2) < f(3) \leq \frac{3+\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} c \geq \frac{3-\sqrt{3}}{3} \\ 1+c \leq \frac{3+\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{3}}{3} \leq c \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Vậy tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của  $c$  bằng  $\frac{3-\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = 1$ .