

Bài I (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = 2\sqrt{27} - 3\sqrt{12} + \sqrt{98}$

b) $B = \sqrt{56} : \sqrt{8} + \sqrt{(4 - \sqrt{7})^2}$

c) $C = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - 1} + \frac{1}{\sqrt{3} - 2} + \frac{6}{\sqrt{6}} + 1$

d) $M = \frac{x - 25}{x + 5\sqrt{x}}$ với $x > 0$

Bài II (2,0 điểm) Giải các hệ phương trình, phương trình và bất phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$$

b) $\sqrt{4(x-5)} + \sqrt{9x-45} = \frac{10}{3}$

c) $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-5} = \frac{1}{3}$

d) $\frac{5\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \geq 0$

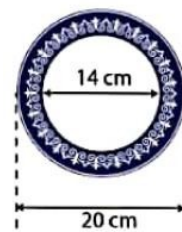
Bài III (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

1) Gia đình bạn Nam có một khu vườn hình chữ nhật để trồng rau sạch. Nếu tăng chiều dài thêm 3m và tăng chiều rộng thêm 2m thì diện tích khu vườn tăng 84m². Nếu giảm cả chiều dài và chiều rộng đi 1m để làm lối đi xung quanh thì diện tích khu vườn giảm 31m². Tính chiều dài và chiều rộng khu vườn ban đầu?

2) Để kịp thời chuyển 36 tấn hàng cứu trợ vào vùng lũ, đội vận chuyển đã huy động một số xe tải, dự định chia đều số hàng cho các xe. Ngay trước lúc khởi hành, địa phương điều động hỗ trợ thêm 3 xe nữa, nhờ vậy lượng hàng phải chở trên mỗi xe giảm xuống 1 tấn so với kế hoạch ban đầu. Hỏi ban đầu đội vận chuyển đã chuẩn bị bao nhiêu xe?

Bài IV (3,5 điểm)

1) Tính diện tích phần viền trắng men xanh của đĩa sứ trong hình vẽ bên (kết quả làm tròn đến phần nguyên đơn vị cm; $\pi \approx 3,14$).



2) Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$), có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H . Gọi O và I lần lượt là trung điểm của AH và BC .

a) Chứng minh 4 điểm B, D, C, E cùng thuộc một đường tròn và $ED < BC$

b) Chứng minh: $AE \cdot AB = AD \cdot AC$ và $OE \perp EI$.

c) Đường thẳng qua O vuông góc với AI cắt DE tại S . Chứng minh $SA \parallel BC$

Bài V (0,5 điểm).

Câu lạc bộ Mỹ thuật của một trường THCS đang chuẩn bị gian hàng gây quỹ tại “Ngày hội Sách và Sáng tạo năm 2025”. Câu lạc bộ quyết định làm hai loại thiệp chúc mừng handmade để bán gây quỹ ủng hộ trẻ em vùng cao. Thời gian làm 1 thiệp mẫu A (thiệp 3D, cắt giấy cầu kỳ) gấp hai lần thời gian làm 1 thiệp mẫu B (thiệp 2D trang trí đơn giản). Nếu chỉ làm thiệp mẫu B, trong 1 giờ các bạn hoàn thành được 60 thiệp. Trong một ngày, câu lạc bộ có 8 giờ làm việc. Ban tổ chức dự báo lượng khách và cho phép câu lạc bộ bày bán tối đa 200 thiệp mẫu A và 240 thiệp mẫu B trong mỗi ngày hội. Tiền lãi thu được khi bán một sản phẩm Thiệp mẫu A là 24 000 đồng/thiệp, Thiệp mẫu B: 18.000 đồng/thiệp. Hỏi: Trong một ngày hội, câu lạc bộ cần làm bao nhiêu thiệp mẫu A và mẫu B để thu được số tiền lãi cao nhất?

-----Hết-----

Bài	Nội dung	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1) Rút gọn các biểu thức sau:	
	a) $A = 2\sqrt{27} - 3\sqrt{12} + \sqrt{98}$ $A = 6\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 7\sqrt{2}$ $A = 7\sqrt{2}$	0,25 0,25
	b) $B = \sqrt{56} : \sqrt{8} + \sqrt{(4 - \sqrt{7})^2}$ $= \sqrt{56 : 8} + 4 - \sqrt{7} $ $= \sqrt{7} + 4 - \sqrt{7}$ $= 4$	0,25 0,25
	c) $C = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - 1} + \frac{1}{\sqrt{3} - 2} + \frac{6}{\sqrt{6}} + 1$ $C = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5} - 1)}{(\sqrt{5} - 1)} + \frac{(\sqrt{3} + 2)}{(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2)} + \sqrt{6} + 1$ $C = \sqrt{3} - \sqrt{3} - 2 + \sqrt{6} + 1$ $C = \sqrt{6} - 1$	0,25 0,25
	d) $M = \frac{x - 25}{x + 5\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 5)}$ $M = \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x}}$	0,25 0,25
Bài II 2,0 điểm	Giải các hệ phương trình, phương trình và bất phương trình sau:	
	a) $\begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ 2x - y = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ 6x - 3y = 18 \end{cases}$ $\begin{cases} 5x + 3y = 4 \\ 11x = 22 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$ Vậy hệ PT đã cho có nghiệm là $(x; y) = (2; -2)$	0,25 0,25

	$b) \sqrt{4(x-5)} + \sqrt{9x-45} = \frac{10}{3} \quad (\text{ĐK} : x \geq 5)$ $2\sqrt{x-5} + \sqrt{9(x-5)} = \frac{10}{3}$ $2\sqrt{x-5} + 3\sqrt{x-5} = \frac{10}{3}$ $(2+3)\sqrt{x-5} = \frac{10}{3}$ $5\sqrt{x-5} = \frac{10}{3}$ $\sqrt{x-5} = \frac{2}{3}$ $x-5 = \frac{4}{9}$ $x = \frac{49}{9} \quad (\text{TMĐK})$ Vậy PT đã cho có nghiệm là $x = \frac{49}{9}$	0,25
	$c) \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-5} = \frac{1}{3} \quad (\text{ĐK} : x \geq 0; x \neq 25)$ $3(\sqrt{x}-2) = \sqrt{x}-5$ $3\sqrt{x}-6 = \sqrt{x}-5$ $3\sqrt{x}-\sqrt{x} = -5+6$ $2\sqrt{x} = 1$ $\sqrt{x} = \frac{1}{2}$ $x = \frac{1}{4} \quad (\text{TMĐK})$ Vậy PT đã cho có nghiệm là $x = \frac{1}{4}$	0,25
	$d) \frac{7\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \geq 0 \quad (\text{ĐK} : x \geq 0; x \neq 4)$ Có $x \geq 0 (\text{ĐK}) \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow 7\sqrt{x} \geq 0$ nên TH1: $7\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (TMĐK) TH2: $d) \frac{7\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} > 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} > 0 \\ \sqrt{x}-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 4$ (TMĐK) Vậy $x = 0$ hoặc $x > 4$ là nghiệm của BPT	0,25
Bài III. (2,0 điểm)	Gọi x,y (m) lần lượt là chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật ban đầu (ĐK: $x > y > 1$) + Chiều dài sau khi tăng thêm 3m là $x + 3$(m), chiều rộng sau khi tăng thêm 2m là $y + 2$ (m) . Khi đó diện tích khu vườn tăng $84m^2$ ta có PT : $(x+3)(y+2) = xy + 84 \quad (1)$	0,25

	+ Chứng minh được $OI \perp ED$ + Chứng minh được $OP.OS = ON.OI; OP^2 = ON.OI \Rightarrow OA^2 = OP.OS$ + Chứng minh được $\triangle OPA \sim \triangle OAS$ nên góc $OAS = \text{góc} SPA = 90^\circ$ $\Rightarrow SA \perp AH$ + Chứng minh được $BC \perp AH$. Từ đó suy ra $SA // BC$ (đpcm)	
Bài V. (0,5 điểm)	Gọi số thiệp mẫu A (thiệp 3D) và thiệp mẫu B (thiệp 2D) mà CLB cần làm trong một ngày lần lượt là x, y ($x, y \in \mathbb{N}$). + Thời gian làm 1 thiệp mẫu B: 1/60 giờ. Thời gian làm 1 thiệp mẫu A: 2. 1/60 = 1/30 giờ. Thời gian làm x thiệp A và y thiệp B: $(2x + y)/60$ (giờ). + Trong một ngày, câu lạc bộ có 8 giờ làm việc nên ta có : $(2x + y)/60 \leq 8$ $2x + y \leq 480$. + Cho phép câu lạc bộ bày bán tối đa 200 thiệp mẫu A và 240 thiệp mẫu B trong mỗi ngày hội nên : $0 \leq x \leq 200$, $0 \leq y \leq 240$. + Tiền lãi thu được khi bán một sản phẩm Thiệp mẫu A là 24 000 đồng/thiệp, Thiệp mẫu B: 18.000 đồng/thiệp nên lợi nhuận (lãi) thu được là $T = 24x + 18y$ (nghìn đồng) + Chứng minh được $T \leq 7\,200$. Dấu “=” xảy ra khi $y = 240; x = 120$ (TMĐK) Giá trị lớn nhất: $T_{\max} = 7\,200$ (nghìn đồng). CLB nên làm 120 thiệp mẫu A và 240 thiệp mẫu B. Lợi nhuận cao nhất: 7.200.000 đồng.	0,25 0,25

Chú ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.