SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG NGÃI **TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ KHIẾT**	**KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024 LẦN 2** **MÔN: TOÁN** *Thời gian làm bài: 90 phút (không kể giao đề)* *(Đề thi gồm 50 câu trắc nghiệm)*
ĐỀ CHÍNH THỨC *(Đề gồm có 08 trang)*	

Mã đề 101

Họ tên: .... Số báo danh: .... Lớp: ....

Câu 1. Cho hình trụ có đường cao là h và bán kính đáy là r . Công thức diện tích toàn phần của hình trụ là

A. $S_{tp} = \pi rh + \pi r^2$.
B. $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2$.
C. $S_{tp} = 2\pi rh + \pi r^2$.
D. $S_{tp} = \pi rh + 2\pi r^2$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và mặt phẳng (Oyz) bằng

A. $45°$.
B. $30°$.
C. $90°$.
D. $60°$.

Câu 3. Cho số phức $z = 3 - 2i.$ Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z ?

A. $(-3;-2)$.
B. $(3;2)$.
C. $(3;-2)$.
D. $(-3;2)$.

Câu 4. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2.
B. -2.
C. 1.
D. -1.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. $1-\sqrt{3}$.
B. 1.
C. 2.
D. $1+\sqrt{3}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. $\widehat{SCA}$.
B. $\widehat{SCD}$.
C. $\widehat{ASC}$.
D. $\widehat{SCB}$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

A. $y' = x\ln 3$.
B. $y' = \dfrac{x}{\ln 3}$.
C. $y' = \dfrac{1}{x\ln 3}$.
D. $y' = \dfrac{\ln 3}{x}$.

Câu 8. Một hình nón có bán kính đáy $r = a$ và độ dài đường sinh $l = \sqrt{3}\,a.$ Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $3\pi a^2$.
B. $2\sqrt{3}\pi a^2$.
C. πa^2.
D. $\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(3x) < \log(x+4)$ là

A. $(0;2)$.
B. $(2;+\infty)$.
C. $(0;2]$.
D. $(-\infty;2)$.

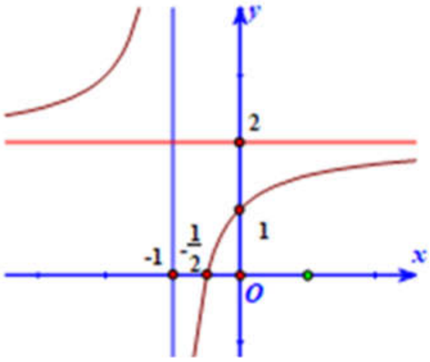
Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = x^{-\frac{1}{4}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $[0;+\infty)$.

Câu 11. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 9 và chiều cao bằng 5. Thể tích khối chóp bằng

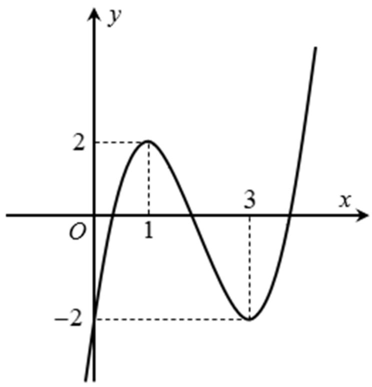
A. 25. **B.** 15. **C.** 8. **D.** 45.

Câu 12. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = x^2 - 2x$. **B.** $y = x^3 - 3x + 1$. **C.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **D.** $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

Câu 13. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các véctơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz. Tọa độ của véctơ $\vec{u} = 2\vec{j} - \vec{k}$ là

A. $(0;2;-1)$. **B.** $(2;0;-1)$. **C.** $(-1;0;2)$. **D.** $(2;-1;0)$.

Câu 15. Nếu cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1$, công bội $q = -3$ thì giá trị của u_2 bằng

A. -3. **B.** $\dfrac{1}{3}$ **C.** $\dfrac{-1}{3}$. **D.** 3.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là trục hoành.

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

Câu 17. Cho số phức $z=-3+i$. Phần thực của số phức z bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+3t\\ y=2-t\\ z=2\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(3;-1;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(3;-1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;1;0)$.

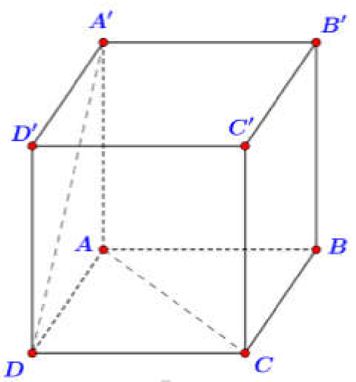
Câu 19. Số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ tập thể lớp gồm 35 học sinh để sắp xếp vào 3 vị trí lớp trưởng, lớp phó và bí thư là

A. $35!$. **B.** $3!$. **C.** A_{35}^3. **D.** C_{35}^3.

Câu 20. Với a là số thực dương khác 1, $\log_a\left(a^5\right)$ bằng

A. 5. **B.** -5 **C.** $-\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 21. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 22. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1-i)\overline{z}-3+i=0$. Phần ảo của số phức $\mathrm{w}=1-i.\overline{z}+z$ bằng

A. -3. **B.** $3i$. **C.** $-3i$. **D.** 3.

Câu 23. Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính $R=5$. Mặt phẳng (α) cách tâm I của mặt cầu một khoảng bằng 3 và cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C). Chu vi đường tròn (C) bằng

A. 16π. **B.** 2π. **C.** 8π. **D.** 4π.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-1;2)$ và $B(-1;5;4)$. Điểm đối xứng với trung điểm I của đoạn thẳng AB qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(-2;3;-1)$. **B.** $(1;2;0)$. **C.** $(1;2;-3)$. **D.** $(1;2;3)$.

Câu 25. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^3+x^2-5x$. **B.** $y=\dfrac{4x+3}{x-2}$. **C.** $y=-x^2+x+2024$. **D.** $y=-x^4-10$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;-2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{-4} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $4x - y - 2z + 12 = 0$. **B.** $4x - y - 2z + 15 = 0$.

C. $4x - y - 2z - 12 = 0$. **D.** $4x - y - 2z - 15 = 0$.

Câu 27. Cho hình chóp $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm của AC. Góc giữa hai đường thẳng OM và BC bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $120°$. **D.** $90°$.

Câu 28. Cho a, b là các số thực dương và $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a(a^3b) = 1$. Giá trị của $\log_{a^2} b$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

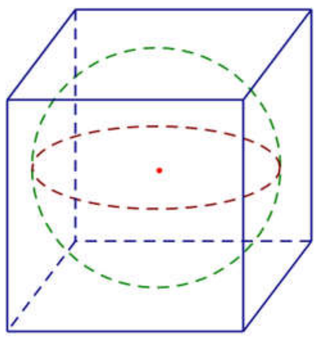
Câu 29. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 \; khi \; x \leq 0 \\ 2x^2 + 1 \; khi \; x > 0 \end{cases}$. Tích phân $\int_{\frac{1}{e}}^{e^2} \frac{f'(\ln x)}{x} dx$ bằng

A. -7. **B.** $\frac{19}{3}$. **C.** $\frac{26}{3}$. **D.** 7.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(4;-2;0)$ và trọng tâm $G(2;1;-1)$. Tọa độ của véctơ $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ là

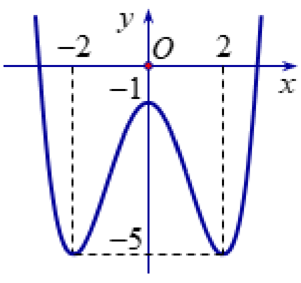
A. $(6;-9;3)$. **B.** $(6;-9;-3)$. **C.** $(-6;9;3)$. **D.** $(-6;9;-3)$.

Câu 31. Một quả bóng hình cầu có bán kính $15cm$ được đặt khít vào một hộp cứng dạng hình hộp chữ nhật (như hình vẽ bên dưới). Tính thể tích khối hộp đó.



A. $3375cm^3$. **B.** $27000cm^3$. **C.** $900\,cm^3$. **D.** $13500\,cm^3$.

Câu 32. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m - 1$ có bốn nghiệm thực phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 33. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'\left(x\right)=\frac{1}{2x-1}$ với mọi $x\neq\frac{1}{2}$, $f\left(0\right)=1$ và $f\left(1\right)=2.$ Giá trị của biểu thức $f\left(-1\right)+f\left(3\right)$ bằng

A. $\frac{1}{2}\ln 8+3.$ **B.** $\frac{1}{2}\ln 15+3.$ **C.** $\ln 8+3.$ **D.** $\ln 15+3.$

Câu 34. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $\left|z-3+i\right|=\left|z-2-i\right|$ là

A. đường thẳng có phương trình $2x-4y+5=0.$

B. đường thẳng có phương trình $2x+4y-5=0.$

C. đường thẳng có phương trình $2x-4y-5=0.$

D. đường thẳng có phương trình $2x+4y+5=0.$

Câu 35. Trong không gian *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=2-5t\\z=-3-t\end{cases},\left(t\in\mathbb{R}\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x+z-5=0.$ Đường thẳng Δ đi qua $M\left(0;-3;2\right),$ vuông góc với d và song song với $\left(P\right)$ có phương trình là

A. $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-2}{-2}.$ **B.** $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-2}{-2}.$

C. $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+2}{-2}.$ **D.** $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+2}{-2}.$

Câu 36. Có bao nhiêu số nguyên dương $m\in\left[1;2024\right]$ để phương trình $9^{(x-2)^2}-m.3^{x^2-4x+5}+4m-5=0$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. 2022. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2024.

Câu 37. Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{\sqrt{x-1}+m}{2\sqrt{x-1}+1}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của $m\in\left[-2024;2024\right]$ để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[1;10\right]$ lớn hơn 1. Số phần tử của tập S là

A. 2022. **B.** 4045. **C.** 2028. **D.** 2020.

Câu 38. Trong không gian *Oxyz*, cho điểm $I\left(-1;2;0\right)$ và đường thẳng $d:\frac{x-2}{-2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{1}.$ Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng d có phương trình là

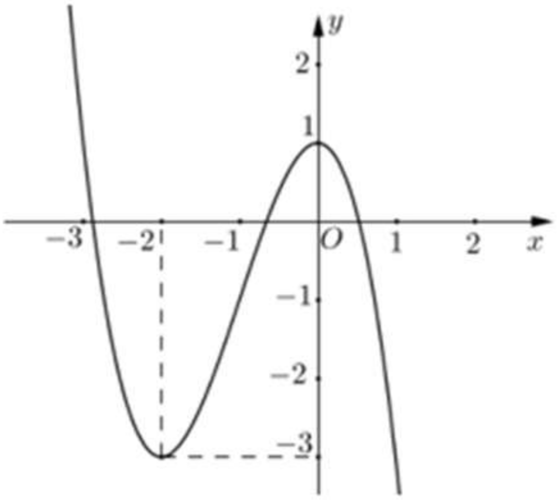
A. $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+z^2=50.$ **B.** $\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2+z^2=\frac{50}{9}.$

C. $\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2+z^2=50.$ **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+z^2=\frac{50}{9}.$

Câu 39. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều, góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C')$ và $(BB'C'C)$ bằng $45°$, hình chiếu vuông góc của C' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $6a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $48a^3\sqrt{6}$. **B.** $16a^3\sqrt{6}$. **C.** $32a^3\sqrt{6}$. **D.** $6a^3\sqrt{6}$.

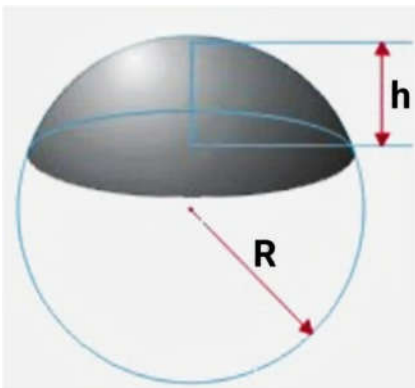
Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số $g(x)=f^2(x)+4f(x)+2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 41. Một chao đèn có chiều cao h là một phần mặt xung quanh của một mặt cầu có bán kính bằng R (như hình vẽ bên dưới). Vật liệu làm chao đèn là thủy tinh có giá 300.000 (đồng/dm^2). Bạn An cần đặt mua một cái chao đèn có bán kính R gấp hai lần chiều cao h và số tiền để làm chao đèn không vượt quá 10 triệu đồng. Hỏi An có thể mua được một chao đèn có chiều cao lớn nhất bằng bao nhiêu dm? (kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)



A. $2,30\,dm$. **B.** $1,62\,dm$. **C.** $1,63\,dm$. **D.** $2,31\,dm$.

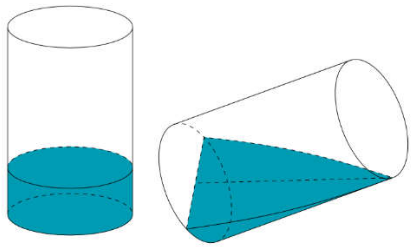
Câu 42. Cho hàm số $y=x^2-5x+8$ có đồ thị (C) và hai điểm $A(4;-1), B(10,5)$. Biết $M(x_0;y_0)$ là điểm thuộc đồ thị (C) sao cho diện tích tam giác MAB nhỏ nhất. Tính diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số (C), trục Ox và các đường thẳng $x=0, x=x_0$.

A. $S=\frac{40}{3}$. **B.** $S=\frac{21}{2}$. **C.** $S=\frac{26}{3}$. **D.** $S=\frac{35}{3}$.

Câu 43. Cho một đa giác đều 24 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác suất để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

A. $\dfrac{32}{253}$. **B.** $\dfrac{31}{253}$. **C.** $\dfrac{3}{46}$. **D.** $\dfrac{30}{253}$.

Câu 44. Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là $8cm$, chiều cao trong lòng cốc là $10cm$, đang đựng một lượng nước. Biết rằng khi nghiêng cốc nước vừa lúc nước chạm miệng cốc thì mực nước ở đáy trùng với đường kính đáy (như hình vẽ bên dưới). Thể tích lượng nước trong cốc bằng



A. $\dfrac{2560}{3}cm^3$. **B.** $\dfrac{1024}{3}cm^3$. **C.** $\dfrac{2560}{9}cm^3$. **D.** $\dfrac{1280}{3}cm^3$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;2), A(2;-3;4)$ và hai mặt phẳng $(P): x-y+2z-2=0$, $(Q): x+2y+z+1=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M, cắt $(P),(Q)$ lần lượt tại B,C sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến.

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{5}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-30}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{17}$.

C. $\dfrac{x-1}{26}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-15}$. **D.** $\dfrac{x-1}{24}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-14}$.

Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a tồn tại đúng 8 số thực x thỏa mãn $\left(x^4-4x^2-3+\log_4 2a\right)\left(2a.2^{2x^4-8x^2-3}+1\right)=-3$?

A. 515. **B.** 516. **C.** 513. **D.** 514.

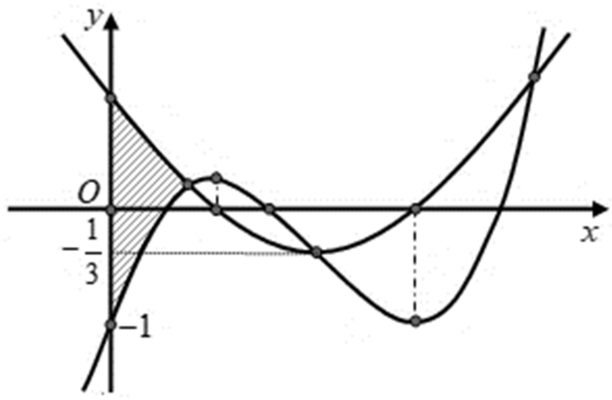
Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 4, $SA=4$ và đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thay đổi trên hai cạnh AB, AD sao cho mặt phẳng (SMC) vuông góc với mặt phẳng (SNC). Khi thể tích khối chóp $S.AMCN$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị của biểu thức $T=AM^2+AN^2$ bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 20. **D.** 32.

Câu 48. Xét các số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+3-2i|=2\sqrt{2}$. Tính giá trị của $P=a+3b$ khi biểu thức $M=|z+2+7i|+|z-6-i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P=3$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=11$. **D.** $P=7$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-1;\ g(x)=mx^2+nx+1$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Biết rằng $f''(2)=0$ và hai đồ thị hàm số đã cho cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3 thỏa $x_1+x_2+x_3=7$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ quay quanh trục Ox thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{2}{5};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{4}{5};1\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{4}{5}\right)$. **D.** $\left(1;\frac{6}{5}\right)$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $B(2;5;0)$, $C(4;7;0)$ và $E(1;1;2)$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua E và vuông góc với mặt phẳng (Oxy), Δ là giao tuyến của (Q) và (Oxy), $T=2d(B,(Q))+d(C,(Q))$. Khi T đạt giá trị lớn nhất, Δ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $Q(-13;6;0)$. **B.** $N(15;4;0)$. **C.** $P(19;-4;0)$. **D.** $M(18;-6;0)$.

----------- **HẾT** ----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.C	4.B	5.C	6.A	7.C	8.D	9.A	10.B
11.B	12.D	13.C	14.A	15.A	16.A	17.D	18.B	19.C	20.A
21.C	22.A.B	23.C	24.C	25.A	26.D	27.A	28.A	29.D	30.D
31.B	32.A	33.B	34.C	35.A	36.B	37.D	38.D	39.A	40.D
41.C	42.B	43.D	44.D	45.C	46.B	47.C	48.D	49.B	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hình trụ có đường cao là h và bán kính đáy là r. Công thức diện tích toàn phần của hình trụ là

A. $S_{tp} = \pi rh + \pi r^2$. **B.** $S_{tp} = 2\pi rh + 2\pi r^2$. **C.** $S_{tp} = 2\pi rh + \pi r^2$. **D.** $S_{tp} = \pi rh + 2\pi r^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{day} = 2\pi rh + 2\pi r^2$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và mặt phẳng (Oyz) bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn C

Ta có góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và mặt phẳng (Oyz) bằng $90°$.

Câu 3: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z?

A. $(-3;-2)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(3;-2)$. **D.** $(-3;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có số phức $z = 3 - 2i$ có điểm biểu diễn là $(3;-2)$.

Câu 4: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT ta có Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là -2.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ cắt trục trung tại điểm có tung độ bằng

A. $1-\sqrt{3}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $1+\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

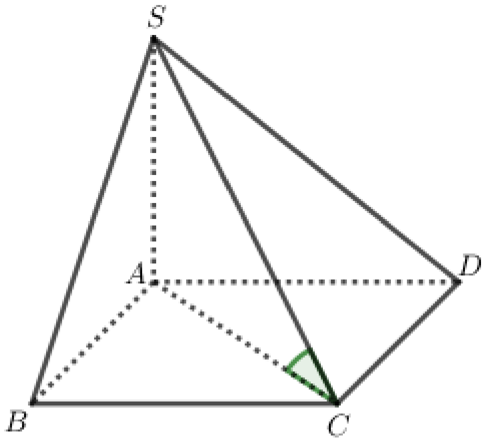
Xét $x = 0$ thì $y = 2$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại $(0;2)$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. $\widehat{SCA}$. **B.** $\widehat{SCD}$. **C.** $\widehat{ASC}$. **D.** $\widehat{SCB}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $SA \perp (ABCD)$ suy ra A là hình chiếu của S lên $(ABCD)$.

Nên CA là hình chiếu của CS lên $(ABCD)$.

Từ đó, góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA}$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

A. $y' = x.\ln 3$. **B.** $y' = \dfrac{x}{\ln 3}$. **C.** $y' = \dfrac{1}{x.\ln 3}$. **D.** $y' = \dfrac{\ln 3}{x}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y = \log_3 x$ nên $y' = \dfrac{1}{x.\ln 3}$.

Câu 8. Một hình nón có bán kính đáy $r = a$ và độ dài đường sinh $l = \sqrt{3}a$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng.

A. $3\pi a^2$. **B.** $2\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $S_{xq} = \pi r l = \pi.a.a\sqrt{3} = \sqrt{3}\pi a^3$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(3x) < \log(x+4)$ là

A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2]$. **D.** $(-\infty;2)$.

Chọn A

Điều kiện $x > 0$.

Khi đó ta có $\log(3x) < \log(x+4) \Leftrightarrow 3x < x + 4 \Leftrightarrow x < 2$.

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $(0;2)$.

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = x^{-\frac{1}{4}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Do $-\dfrac{1}{4} \notin \mathbb{Z}$ nên điều kiện xác định của hàm số là $x > 0$.

Suy ra tập xác định của hàm số là $(0;+\infty)$.

Câu 11. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 9 và chiều cao bằng 5. Thể tích khối chóp bằng

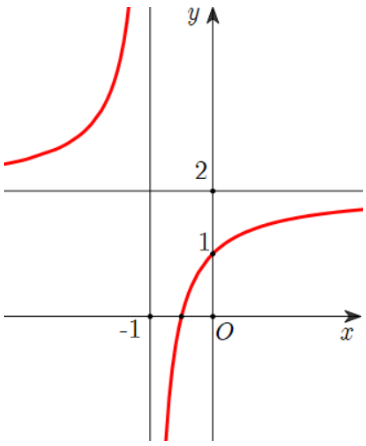
A. 25. **B.** 15. **C.** 8. **D.** 45.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.9.5=15$.

Câu 12. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ



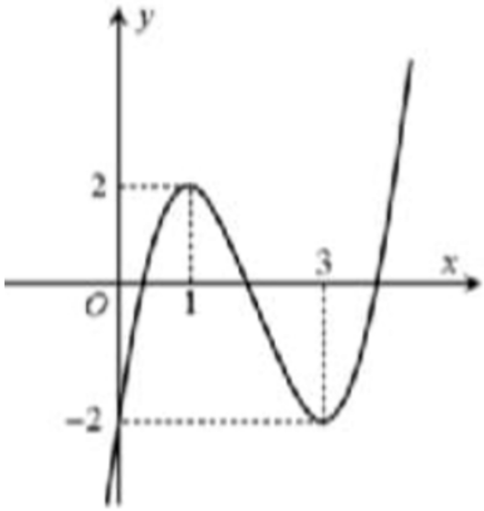
A. $y=x^2-2x$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=\frac{2x+1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị đã cho ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc nhất/bậc nhất. Do đó nhận đáp án $y=\frac{2x+1}{x+1}$.

Câu 13. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào sau đây

A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị suy ra hàm số đã cho đồng biến trong khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, gọi $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ lần lượt là các véc tơ trên các trục $Ox;Oy;Oz$. Toạ độ của véc tơ $\vec{u}=2\vec{j}-\vec{k}$ là ?

A. $(0;2;-1)$. **B.** $(2;0;-1)$ **C.** $(-1;0;2)$. **D.** $(2;-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

$\vec{u}=2\vec{j}-\vec{k}\Rightarrow\vec{u}(0;2;-1)$

Câu 15. Nếu cấp số nhân (u_n) có $u_1=1$, công bội $q=-3$ thì giá trị của u_2 bằng

A. -3. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $-\frac{1}{3}$ **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$u_2=u_1.q=1.(-3)=-3$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận ngang là trục hoành.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang .

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai tiệm cận ngang .

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận ngang là $y=1$.

Lời giải

Chọn A

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận ngang là trục hoành.

Câu 17. Cho số phức $z=-3+i$. Phần thực của số phức z bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Phần thực của số phức $z=-3+i$ bằng -3.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+3t\\y=2-t\\z=2\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u_1}=(-1;2;2)$. **B.** $\vec{u_1}=(3;-1;0)$. **C.** $\vec{u_1}=(3;-1;2)$. **D.** $\vec{u_1}=(3;1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+3t\\y=2-t\\z=2\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u_1}=(3;-1;0)$.

Câu 19. Số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ tập thể gồm 35 học sinh để sắp xếp vào ba vị trí lớp trưởng, lớp phó và bí thư là

A. $35!$. **B.** $3!$. **C.** A_{35}^3. **D.** C_{35}^3.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ tập thể gồm 35 học sinh để sắp xếp vào ba vị trí lớp trưởng, lớp phó và bí thư là A_{35}^{3}.

Câu 20. Với a là số thực dương khác 1, $\log_a\left(a^5\right)$ bằng

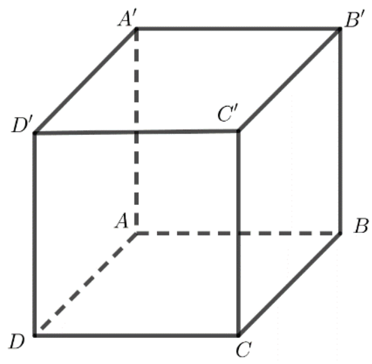
A. 5. **B.** -5. **C.** $-\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_a\left(a^5\right)=5$.

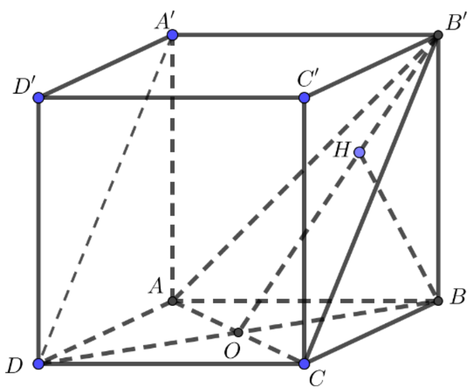
Câu 21. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có:

$$\left.\begin{array}{l} A'C//B'C \\ B'C\subset\left(AB'C\right) \\ A'C\not\subset\left(AB'C\right) \end{array}\right\}\Rightarrow A'C//\left(AB'C\right)$$

Do đó $\mathrm{d}\left(A'D,AC\right)=\mathrm{d}\left(A'D,\left(AB'C\right)\right)=\mathrm{d}\left(D,\left(AB'C\right)\right)=\mathrm{d}\left(B,\left(AB'C\right)\right)$

Vì $\left(BDD'B'\right)\perp\left(AB'C\right)=OB'$ nên ta kẻ $BH\perp OB'$ thì $BH\perp\left(AB'C\right)$

$$\Rightarrow d\left(B,\left(AB'C\right)\right)=BH=\frac{BO\cdot BB'}{\sqrt{BO^2+BB'^2}}=\frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}\cdot a}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+a^2}}=\frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy $d\left(AC,A'D\right)=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1-i)\overline{z}-3+i=0$. Phần ảo của số phức $w=1-i.\overline{z}+z$ bằng

A. -3. **B.** $3i$ **C.** $-3i$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết $(1-i)\overline{z}-3+i=0 \Leftrightarrow \overline{z}=\frac{3-i}{1-i}=2+i$.

$\Rightarrow z=2-i$.

Suy ra $w=4-3i$.

Câu 23. Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính $R=5$. Mặt phẳng (α) cách tâm I của mặt cầu một khoảng bằng 3 và cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C), Chu vi của đường tròn (C) bằng

A. 16π. **B.** 2π **C.** 8π. **D.** 4π.

Lời giải

Chọn C

Gọi r là bán kính của đường tròn (C).

Ta có: $R^2=d^2+r^2 \Leftrightarrow r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Vậy chu vi của đường tròn (C) là: $2\pi.4=8\pi$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-1;2)$ và $B(-1;5;4)$. Điểm đối xứng với trung điểm I của đoạn thẳng AB qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(-2;3;-1)$. **B.** $(1;2;0)$ **C.** $(1;2;-3)$. **D.** $(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I(1;2;3)$ nên điểm đối xứng của I qua (Oxy) là $(1;2;-3)$.

Câu 25. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^3+x^2-5x$. **B.** $y=\frac{4x+3}{x-2}$. **C.** $y=-x^2+x+2024$. **D.** $y=-x^4-10$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=-x^3+x^2-5x$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=-3x^2+2x-5=0$ (vô nghiệm), suy ra $y'<0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;-2)$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-3}{-4}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm qua M và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $4x-y-2z+12=0$. **B.** $4x-y-2z+15=0$.

C. $4x-y-2z-12=0$. **D.** $4x-y-2z-15=0$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng Δ có một vecto chỉ phương là $\vec{u}=(-4;1;2)$.

Mặt phẳng (P) vuông góc với Δ nên nhận $\vec{u}$ làm vectơ pháp tuyến

Phương trình mặt phẳng cần tìm là:

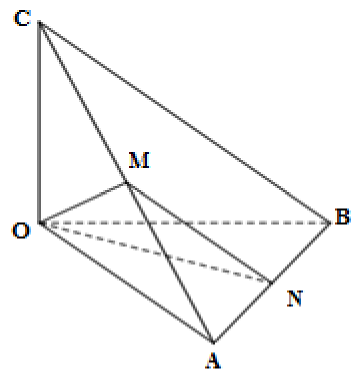
$-4(x-3)+1(y-1)+2(z+2)=0 \Leftrightarrow 4x-y-2z-15=0$.

Câu 27. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=OB=OC=a$. Gọi M là trung điểm của AC. Góc giữa hai đường thẳng OM và BC bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $120°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $AB=BC=AC=a\sqrt{2}$

Gọi N là trung điểm AB ta có $MN // BC$ và $MN=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Suy ra góc $\widehat{(OM,BC)}=\widehat{(OM,MN)}$

Xét tam giác OMN có $ON=OM=MN=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ nên OMN là tam giác đều

Suy ra $\widehat{OMN}=60°$. Vậy $\widehat{(OM,BC)}=\widehat{(OM,MN)}=\widehat{OMN}=60°$.

Câu 28. Cho a,b là các số thực dương và $a\neq 1$, $\log_a(a^3b)=1$. Giá trị $\log_{a^2} b$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_a(a^3b)=1 \Leftrightarrow \log_a a^3+\log_a b=1 \Leftrightarrow 3+\log_a b=1 \Leftrightarrow \log_a b=-2$

Ta lại có: $\log_{a^2} b=\dfrac{1}{2}\log_a b=\dfrac{1}{2}.(-2)=-1$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & khi\ x\le 0 \\ 2x^2+1 & khi\ x>0 \end{cases}$. Tích phân $\int\limits_{\frac{1}{e}}^{e^2} \dfrac{f'(\ln x)}{x}dx$ bằng

A. -7. **B.** $\dfrac{19}{3}$. **C.** $\dfrac{26}{3}$. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Xét $I=\int\limits_{\frac{1}{e}}^{e^2}\frac{f'(\ln x)}{x}\mathrm{d}x$, Đặt $t=\ln x\Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{1}{x}\mathrm{d}x$

Đổi cận: $x=\frac{1}{e}\to t=-1$; $x=e^2\to t=2$

$\Rightarrow I=\int\limits_{-1}^{2}f'(t)\mathrm{d}t=f(t)\Big|_{-1}^{2}=f(2)-f(-1)$.

Vì $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & khi\ x\le 0\\ 2x^2+1 & khi\ x>0\end{cases}$.

$\Rightarrow I=2.2^2+1-\left[(-1)^2+1\right]=7$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(4;-2;0)$ và trọng tâm $G(2;1;-1)$. Toạ độ của véctơ $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ là

A. $(6;-9;3)$. **B.** $(6;-9;-3)$. **C.** $(-6;9;3)$. **D.** $(-6;9;-3)$.

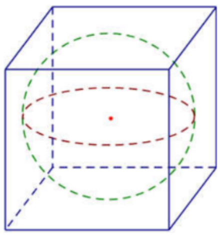
Lời giải

Chọn D

Gọi M là trung điểm của $BC\Rightarrow \overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$

Xét: $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}=2.\frac{3}{2}\overrightarrow{AG}=(-6;9;-3)$.

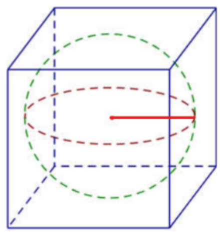
Câu 31. Một quả bóng hình cầu có bán kính $15\,\text{cm}$ được đặt khít vào một hộp cứng dạng hình hộp chữ nhật (như hình vẽ bên dưới). Tính thể tích khối hộp đó



A. $3375\ \text{cm}^3$. **B.** $27000\ \text{cm}^3$. **C.** $900\ \text{cm}^3$. **D.** $13500\ \text{cm}^3$.

Lời giải

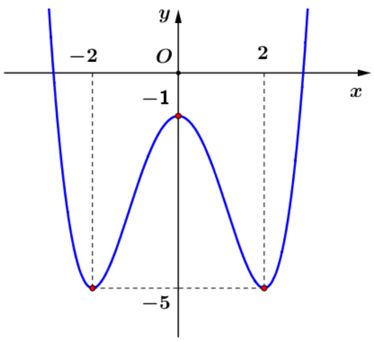
Chọn B



Đường kính của mặt cầu là $d=30\,\text{cm}$. Ta có đường kính của mặt cầu sẽ bằng với cạnh của hình lập phương:

$\Rightarrow V=30^3=27000\ \text{cm}^3$.

Câu 32. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(x\right)=m-1$ có bốn nghiệm thực phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm phương trình $f\left(x\right)=m-1$ là số giao điểm của đường thẳng $y=m-1$ và đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$.

Từ dạng hai đồ thị ta có đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 4 điểm khi và chỉ khi $-5<m-1<-1 \Leftrightarrow -4<m<0$.

Mà $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\left\{-3;-2;-1\right\}$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'\left(x\right)=\frac{1}{2x-1}$ với mọi $x\neq\frac{1}{2}$, $f\left(0\right)=1$ và $f\left(1\right)=2$. Giá trị của biểu thức $f\left(-1\right)+f\left(3\right)$ bằng

A. $\frac{1}{2}\ln 8+3$. **B.** $\frac{1}{2}\ln 15+3$. **C.** $\ln 8+3$. **D.** $\ln 15+3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f\left(x\right)=\int\frac{1}{2x-1}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln\left|2x-1\right|+C=\begin{cases}\frac{1}{2}\ln\left(2x-1\right)+C_1\,,x>\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}\ln\left(1-2x\right)+C_2\,,x<\frac{1}{2}\end{cases}$

Có $f\left(0\right)=1 \Rightarrow \frac{1}{2}\ln\left(1-2.0\right)+C_2=1 \Leftrightarrow C_2=1$

Có $f\left(1\right)=2 \Rightarrow \frac{1}{2}\ln\left(2.1-1\right)+C_1=2 \Leftrightarrow C_1=2$

Suy ra $f\left(-1\right)+f\left(3\right)=\frac{1}{2}\ln\left(1-2.\left(-1\right)\right)+1+\frac{1}{2}\ln\left(2.3-1\right)+2$

$=\frac{1}{2}\ln 3+\frac{1}{2}\ln 5+3=\frac{1}{2}\ln 15+3$.

Câu 34. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $\left|z-3+i\right|=\left|z-2-i\right|$ là

A. Đường thẳng có phương trình là $2x-4y+5=0$.

B. Đường thẳng có phương trình là $2x+4y-5=0$.

C. Đường thẳng có phương trình là $2x-4y-5=0$.

D. Đường thẳng có phương trình là $2x+4y+5=0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=x+yi$, $x,y\in\mathbb{R}$.

Điểm biểu diễn của $z=x+yi$ là $M\left(x;y\right)$.

Ta có $\left|z-3+i\right|=\left|z-2-i\right| \Leftrightarrow \left(x-3\right)^2+\left(y+1\right)^2=\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2$

$\Leftrightarrow 2x-4y-5=0$.

Vậy $M\left(x;y\right)$ thuộc đường thẳng $2x-4y-5=0$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=2-5t;t\in\mathbb{R}\\z=-3-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):2x+z-5=0$.

Đường thẳng Δ đi qua $M(0;-3;2)$ vuông góc với d và song song với (P) có phương trình là

A. $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-2}{-2}$.

B. $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-2}{-2}$.

C. $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+2}{-2}$.

D. $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+2}{-2}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=2-5t;t\in\mathbb{R}\\z=-3-t\end{cases}$ có VTCP $\vec{u}(3;-5;-1)$;

Mặt phẳng $(P):2x+z-5=0$ có VTPT là $\vec{n}(2;0;1)$.

Vì đường thẳng Δ vuông góc với d và song song với (P) nên VTCP của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\vec{u},\vec{n}\right]=(-5;-5;10)=-5(1;1;-2)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-2}{-2}$.

Câu 36. Có bao nhiêu số nguyên dương $m\in[1;2024]$ để phương trình $9^{(x-2)^2}-m.3^{x^2-4x+5}+4m-5=0$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. 2022.

B. 2020.

C. 2021.

D. 2024.

Lời giải

Chọn B

Ta có $9^{(x-2)^2}-m.3^{x^2-4x+5}+4m-5=0\Leftrightarrow 9^{(x-2)^2}-3m.3^{(x-2)^2}+4m-5=0$ (1).

Đặt $t=3^{(x-2)^2}$, ĐK: $t\ge 1$.

Phương trình trở thành $t^2-3m.t+4m-5=0$ (2)

Để phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $t_1>t_2>1$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\(t_1-1)+(t_2-1)>0\\(t_1-1)(t_2-1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9m^2-16m+20>0\\t_1+t_2>2\\t_1t_2-(t_1+t_2)+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4m-5>2\\4m-5-3m+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>\frac{5}{4}\\m>4\end{cases}\Leftrightarrow m>4.$$

Vì m nguyên dương và $m\in[1;2024]$ nên $m\in\{5;...;2024\}$ nên có 2020 số.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)=\frac{\sqrt{x-1}+m}{2\sqrt{x-1}+1}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của $m\in[-2024;2024]$ để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1;10]$ lớn hơn 1. Số phần tử của tập S là

A. 2022.

B. 4045.

C. 2028.

D. 2020.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=[1;+\infty)$

Đặt $t=\sqrt{x-1}$, với $x\in[1;10]\Rightarrow t\in[0;3]$.

Khi đó, hàm số trở thành $g(t)=\dfrac{t+m}{2t+1}\Rightarrow g'(t)=\dfrac{1-2m}{(2t+1)^2}$

Trường hợp 1: $1-2m\ge 0\Leftrightarrow m\le\dfrac{1}{2}\Rightarrow g'(t)\ge 0,\forall t\in[0;3]$ nên $g(t)$ đồng biến trên $[0;3]$.

Do đó $\min\limits_{[1;10]}f(x)=\min\limits_{[0;3]}g(t)=g(0)=m>1$

Kết hợp với $m\le\dfrac{1}{2}$, suy ra không có giá trị m thoả mãn.

Trường hợp 2: $1-2m\le 0\Leftrightarrow m\ge\dfrac{1}{2}\Rightarrow g'(t)\le 0,\forall t\in[0;3]$ nên $g(t)$ nghịch biến trên $[0;3]$.

Do đó $\min\limits_{[1;10]}f(x)=\min\limits_{[0;3]}g(t)=g(3)=\dfrac{3+m}{7}>1\Leftrightarrow m>4$

Kết hợp với $m\ge\dfrac{1}{2}$ ta được $m>4$.

Mà m nguyên, $m\in[-2024;2024]$ suy ra $m\in\{5;6;...;2024\}$. Vậy có 2020 số.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(-1;2;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Mặt cầu tâm (S) có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng d có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=50$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=\dfrac{50}{9}$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=50$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=\dfrac{50}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Bán kính phương trình mặt cầu tâm I là khoảng cách từ I đến đường thẳng d.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa điểm I và vuông góc với d

Suy ra $(P)\begin{cases}Qua\,I(-1;2;0)\\ vtpt\ \vec{n}=(-2;2;1)\end{cases}$ nên phương trình mặt phẳng (P) là

$-2(x+1)+2(y-2)+1(z-0)=0\Leftrightarrow -2x+2y+z-6=0$.

Gọi M là giao điểm của mặt phẳng (P) với đường thẳng $d\Rightarrow M(2-2t;1+2t;1+t)$.

Mà $M\in(P)$ nên ta có: $-2(2-2t)+2(1+2t)+(1+t)-6=0\Leftrightarrow 9t=7\Leftrightarrow t=\dfrac{7}{9}$

$\Rightarrow M\left(\dfrac{4}{9};\dfrac{23}{9};\dfrac{16}{9}\right)\Rightarrow\overrightarrow{IM}=\left(\dfrac{13}{9};\dfrac{5}{9};\dfrac{16}{9}\right)$.

Khi đó $R=\left|\overrightarrow{IM}\right|=\sqrt{\left(\dfrac{13}{9}\right)^2+\left(\dfrac{5}{9}\right)^2+\left(\dfrac{16}{9}\right)^2}=\dfrac{5\sqrt{2}}{3}$.

Vậy phương trình mặt cầu tâm (S) là $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=\dfrac{50}{9}$.

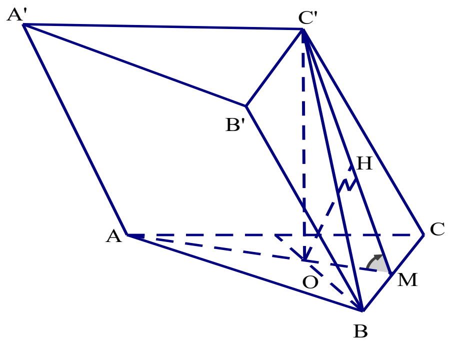
Câu 39. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều, góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C')$ và $(BB'C'C)$ bằng 45^0, hình chiếu vuông góc của C' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm

ΔABC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $6a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $48a^3\sqrt{6}$. **B.** $16a^3\sqrt{6}$ **C.** $32a^3\sqrt{6}$. **D.** $6a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là trọng tâm tam giác $\Delta ABC \Rightarrow C'O \perp (ABC) \Rightarrow C'O \perp BC$

Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow BC \perp AM$ (do ΔABC đều)

Suy ra $BC \perp (C'OM) \Rightarrow BC \perp C'M$.

Ta có $((A'B'C'),(BB'C'C)) = ((ABC),(BB'C'C)) = (AM, C'M) = \widehat{C'MO} = 45^0$.

Mặt khác $d(AA', BC) = d(A,(BCC'B')) = 6a \Rightarrow d(O,(BCC'B')) = 2a$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên $C'M$ hay $OH \perp C'M$

Mà $BC \perp (C'OM) \Rightarrow BC \perp OH$

Suy ra $OH \perp (BCC'B') \Rightarrow d(O,(BCC'B')) = OH = 2a$.

Giả sử $AB = x (x > 0) \Rightarrow AM = \dfrac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OM = \dfrac{1}{3}AM = \dfrac{x\sqrt{3}}{6}$.

Xét tam giác $C'OM$ vuông tại O ta có $C'O = OM.\tan 45^0 = \dfrac{x\sqrt{3}}{6}.1 = \dfrac{x\sqrt{3}}{6}$.

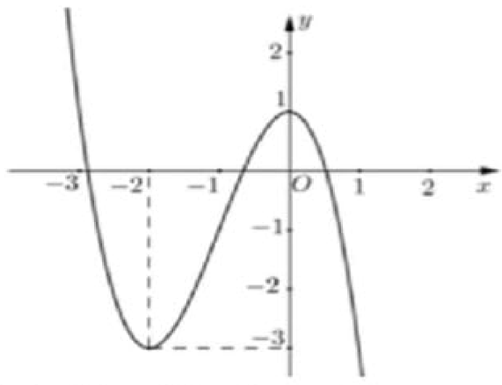
Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác $C'OM$ ta có

$\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{C'O^2} + \dfrac{1}{OM^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{4a^2} = \dfrac{12}{x^2} + \dfrac{12}{x^2} \Leftrightarrow x = 4\sqrt{6}a$.

Khi đó $C'O = \dfrac{4\sqrt{6}a\sqrt{3}}{6} = 2\sqrt{2}a$.

Vậy thể tích $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.C'O = \dfrac{(4\sqrt{6}a)^2\sqrt{3}}{4}.2\sqrt{2}a = 48a^3\sqrt{6}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số $g(x)=f^2(x)+4f(x)+2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2 **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Đạo hàm $g'(x)=2f'(x)f(x)+4f'(x)=2f'(x)(f(x)+2)$

Xét $g'(x)=0 \Leftrightarrow 2f'(x)(f(x)+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f(x)+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f(x)=-2 \end{array}\right.$.

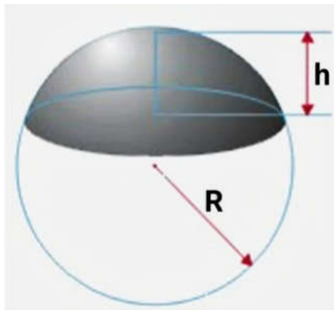
Với $f'(x)=0$ phương trình có 2 nghiệm.

Với $f(x)=-2$ phương trình có 3 nghiệm.

Vậy tổng phương trình có 5 nghiệm.

Câu 41. Một chao đèn có chiều cao h là một phần mặt xung quanh của một mặt cầu có bán kính bằng R (như hình vẽ bên dưới). Vật liệu làm chao đèn là thủy tinh có giá 300.000 (đồng/ dm^2).

Bạn An cần đặt mua một cái chao đèn có bán kính R gấp hai lần chiều cao h và số tiền để làm chao đèn không vượt quá 10 triệu đồng. Bạn An có thể mua được một chao đèn có chiều cao lớn nhất bằng bao nhiêu *dm*? (kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)



A. $2,30\,dm$. **B.** $1,62\,dm$. **C.** $1,63\,dm$. **D.** $2,31\,dm$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của chao đèn là $S=2\pi Rh=2\pi(2h)h=4\pi h^2$.

Vì số tiền làm chao đèn không vượt quá 10 triệu đồng nên ta có

$4\pi h^2.300000 \le 10000000 \Leftrightarrow h \le 1,628$.

Câu 42. Cho hàm số $y=x^2-5x+8$ có đồ thị (C) và hai điểm $A(4;-1)$, $B(10;5)$. Biết $M(x_0;y_0)$ là điểm thuộc đồ thị (C) sao cho diện tích tam giác MAB nhỏ nhất. Tính diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số (C), trục Ox và các đường thẳng $x=0$, $x=x_0$.

A. $\frac{40}{3}$. **B.** $\frac{21}{2}$. **C.** $\frac{26}{3}$. **D.** $\frac{35}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$M(x_0;y_0)$ là điểm thuộc đồ thị (C) nên $y_0=x_0^2-5x_0+8$.

$A(4;-1),B(10;5)\Rightarrow AB=6\sqrt{2}$.

Phương trình đường thẳng AB: $x-y-5=0$.

$$S_{MAB}=\frac{1}{2}.AB.d(M,AB)=\frac{1}{2}.6\sqrt{2}.\frac{\left|x_0-x_0^2+5x_0-8-5\right|}{\sqrt{2}}=3.\left|x_0^2-6x_0+13\right|=3.\left|(x_0-3)^2+4\right|\geq 12$$

Từ đó ta có $\min S_{MAB}=12\Leftrightarrow x_0=3$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tính là $S=\int_0^3\left|x^2-5x+8\right|dx=\frac{21}{2}$.

Câu 43. Cho một đa giác đều 24 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác suất để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

A. $\frac{32}{253}$. **B.** $\frac{31}{253}$. **C.** $\frac{3}{46}$. **D.** $\frac{30}{253}$.

Lời giải

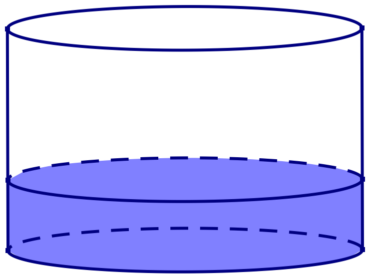
Chọn D

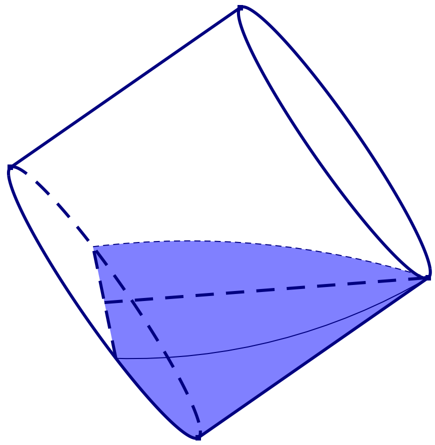
Cố định một đỉnh bất kì, ta sẽ đếm số tam giác cân không đều tại đỉnh đó mà các đỉnh của tam giác là các đỉnh của đa giác đã cho. Gọi đỉnh đó là A, dựng đường kính AB với đường tròn (O). Dễ thấy B cũng là một đỉnh của đa giác đều đã cho. Đường kính AB chia 22 đỉnh còn lại của đa giác thành hai phần bằng nhau, đối xứng qua nó, mỗi phần 11 đỉnh. Chọn một điểm bất kì ở một bên thì chỉ có duy nhất một cách chọn điểm đối xứng của điểm đó qua đường kính AB để hai đỉnh được chọn cùng với đỉnh A tạo thành một tam giác cân. Tuy nhiên trong đó có 1 cách chọn điểm để tạo thành tam giác đều. Do đó số tam giác cân (không đều) tại A là $11-1=10$ tam giác.

Số tam giác cân (không đều) có các đỉnh là đỉnh của đa giác đã cho là $24\cdot 10=240$.

Xác suất cần tìm là $\frac{240}{C_{24}^3}=\frac{30}{253}$.

Câu 44. Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là $8\,\text{cm}$, chiều cao trong lòng cốc là $10\,\text{cm}$, đang đựng một lượng nước. Biết rằng khi nghiêng cốc nước vừa lúc nước chạm miệng cốc thì mực nước ở đáy trùng với đường kính đáy (như hình vẽ bên dưới). Thể tích lượng nước trong cốc bằng

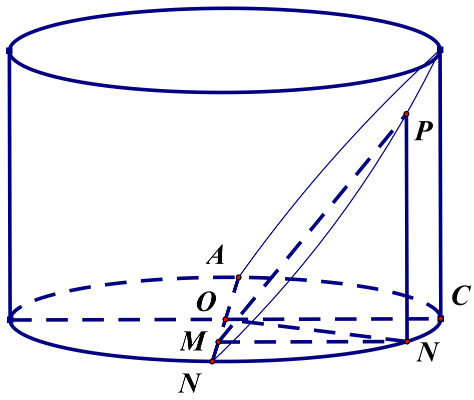




A. $\frac{2560}{3}\text{cm}^3$. **B.** $\frac{1024}{3}\text{cm}^3$. **C.** $\frac{2560}{9}\text{cm}^3$. **D.** $\frac{1280}{3}\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn D



Chọn hệ trục tọa độ Oxy với tia Ox trùng với tia OA, tia Oy trùng với tia OC. Mặt cắt của nước là tam giác PMN.

Đặt $OM = x \Rightarrow MN = \sqrt{ON^2 - x^2} = \sqrt{8^2 - x^2} = \sqrt{64 - x^2}$.

Mà $\frac{MN}{R} = \frac{PN}{h} \Leftrightarrow PN = \frac{MN \cdot h}{R} = \frac{5\sqrt{64 - x^2}}{4}$.

Suy ra diện tích thiết diện $S(x) = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot PN = \frac{5}{8}(64 - x^2)$.

Vậy thể tích nước trong cốc $V = \int_{-8}^{8} S(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1280}{3}(\text{cm}^3)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;2), A(2;-3;4)$ và hai mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 2 = 0, (Q): x + 2y + z + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M, cắt $(P), (Q)$ lần lượt tại B, C sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm trung tuyến.

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{5}$.

B. $\frac{x-1}{-30} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{17}$.

C. $\frac{x-1}{26} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-15}$.

D. $\frac{x-1}{24} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-14}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi (R) là mặt phẳng qua $M(1;1;2)$ và vuông góc với AM. Khi đó (R): $x - 4y + 2z - 1 = 0$.

Ta có $B\in(P)\cap(R)$ nên toạ độ thoả mãn hệ $\begin{cases}x-y+2z-2=0\\x-4y+2z-1=0\end{cases}\Rightarrow B\left(\frac{7}{3}-2b;\frac{1}{3};b\right)$.

Ta có C đối xứng với $B\left(\frac{7}{3}-2b;\frac{1}{3};b\right)$ qua $M(1;1;2)$ nên $C\left(-\frac{1}{3}+2b;\frac{5}{3};4-b\right)$.

Vì $C\left(-\frac{1}{3}+2b;\frac{5}{3};4-b\right)$ nằm trên $(Q):x+2y+z+1=0\Rightarrow -\frac{1}{3}+2b+\frac{10}{3}+4-b+1=0\Rightarrow b=-8$

$\Rightarrow B=\left(\frac{55}{3};\frac{1}{3};-8\right)\Rightarrow \overrightarrow{MB}=\left(\frac{52}{3};-\frac{2}{3};-\frac{30}{3}\right)=\frac{2}{3}(26;-1;-15)$.

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta\equiv BM:\ \frac{x-1}{26}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{-15}$.

Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a tồn tại đúng 8 số thực x thoả mãn $\left(x^4-4x^2-3+\log_4 2a\right)\left(2a.2^{2x^4-8x^2-3}+1\right)=-3$

A. 515. **B.** 512. **C.** 513. **D.** 514.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=x^4-4x^2+\log_4 2a\Rightarrow x^4-4x^2=t-\frac{1}{2}\log_2 2a$.

Khi đó phương trình trở thành: $(t-3)\left(2^{2t-3}+1\right)=-3\Rightarrow t-3=-\frac{3}{2^{2t-3}+1}\Leftrightarrow f(t)=t-3+\frac{3}{2^{2t-3}+1}=0\ (*)$

Ta có $f'(t)=1-\frac{6.2^{2t-3}.\ln 2}{\left(2^{2t-3}+1\right)^2}=0\Leftrightarrow\left(2^{2t-3}+1\right)^2=6\ln 2.2^{2t-3}$

Đặt $m=2^{2t-3}>0$. Phương trình trở thành: $(m+1)^2=6\ln 2.m\Leftrightarrow m^2+2(1-3\ln 2)m+1=0$

Nên $f'(t)=0$ có đúng hai nghiệm nên $f(t)=0$ có tối đa ba nghiệm.

Ta thấy $f(1)=f\left(\frac{3}{2}\right)=f(2)=0$ nên $f(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=\frac{3}{2}\\t=2\end{array}\right.$

Vậy $\left[\begin{array}{l}x^4-4x^2+\log_4 2a=1\\x^4-4x^2+\log_4 2a=\frac{3}{2}\\x^4-4x^2+\log_4 2a=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x^2-x^4=\log_4 2a-1\ \ (1)\\4x^2-x^4=\log_4 2a-\frac{3}{2}\ (2)\\4x^2-x^4=\log_4 2a-2\ \ (3)\end{array}\right.$.

Ta thấy các đường thẳng $y=\log_4 2a-1;\ y=\log_4 2a-\frac{3}{2};\ y=\log_4 2a-2$ đôi một song song.

Ta lập bảng biến thiên của hàm số $g(x)=4x^2-x^4$

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Vậy phương trình có đúng 8 nghiệm khi và chỉ khi:

TH1: Các phương trình (2), (3) mỗi phương trình có 4 nghiệm

$$\begin{cases} \log_4 2a - 1 > 4 \\ 0 < \log_4 2a - \dfrac{3}{2} < 4 \\ 0 < \log_4 2a - 2 < 4 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < \log_4 2a < 5{,}5 \Leftrightarrow 1024 < 2a < 2048 \Leftrightarrow 512 < a < 1024$$

Khi đó có 511 giá trị

TH2: Phương trình (1) có 2 nghiệm, phương trình (2) có 4 nghiệm, phương trình (3) có 2 nghiệm

$$\begin{cases} \log_4 2a - 1 = 4 \\ 0 < \log_4 2a - \dfrac{3}{2} < 4 \\ \log_4 2a - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 512 \\ 4 < a < 8 \end{cases} \Rightarrow \text{ loại}$$

TH3: Phương trình (1) có 4 nghiệm, phương trình (2) và (3) mỗi phương trình có 2 nghiệm

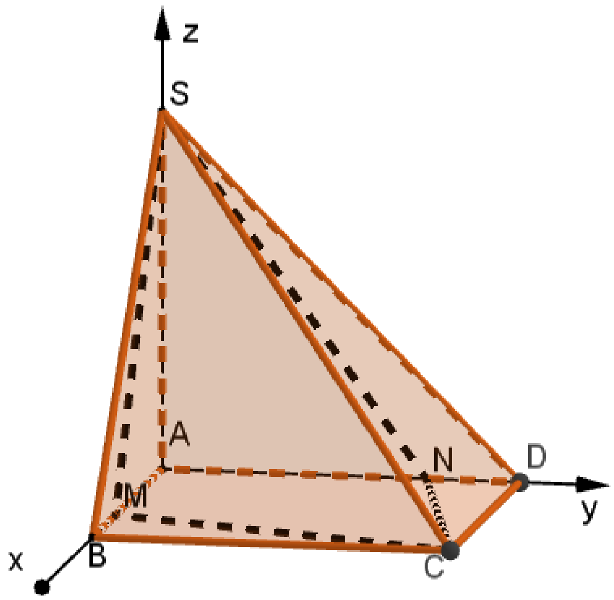
$$\begin{cases} 0 < \log_4 2a - 1 < 4 \\ \log_4 2a - \dfrac{3}{2} < 0 \\ \log_4 2a - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < \log_4 2a < 1{,}5 \Leftrightarrow 4 < 2a < 8 \Leftrightarrow 2 < a < 4 \Rightarrow a = 3$$

Vậy có tất cả 512 giá trị của a thoả mãn.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 4, $SA = 4$ và vuông góc với mặt phẳng $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thay đổi trên hai cạnh AB và AD sao cho mặt phẳng (SMC) vuông góc với mặt phẳng (SNC). Khi thể tích khối chóp $S.AMCN$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị của $T = AM^2 + AN^2$ bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 20. **D.** 32.

Lời giải



Chọn hệ trục $Oxyz$ sao cho $A \equiv O; B(4;0;0); C(4;4;0); D(0;4;0); S(0;0;4)$

Đặt $AM = a(a \leq 4), BM = b(b \leq 4)$ suy ra $M(a;0;0)$ và $N(0;b;0)$

Mặt phẳng $(SCM) \perp (SCN) \Leftrightarrow 4(a+b) + ab - 32 = 0$

Nếu $b \leq 4 \Rightarrow \dfrac{32-4a}{a+4} \leq 4 \Rightarrow a \geq 2$, tương tự ta có $2 \leq a, b \leq 4$

Thể tích khối chóp $V_{S.AMCN} = \dfrac{1}{3} SA.S_{AMCN} = \dfrac{8}{3}(a+b) = \dfrac{8}{3}\left(a + \dfrac{32-4a}{a+4}\right)$

Xét hàm số $f(a) = a + \dfrac{32-4a}{a+4} = \dfrac{a^2+32}{a+4}$

Ta có $f'(a) = \dfrac{a^2+8a-32}{(a+4)^2}$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -4+4\sqrt{3} \\ a = -4-4\sqrt{3} \end{array}\right.$$

$a = 2 \Rightarrow f(2) = 6$

$a = -4+4\sqrt{3} \Rightarrow f\left(-4+4\sqrt{3}\right) = -8+8\sqrt{3}$

$a = 4 \Rightarrow f(4) = 6$

Thể tích khối chóp $S.AMCN$ lớn nhất khi $a = 4; b = 2$ hoặc $a = 2; b = 4$

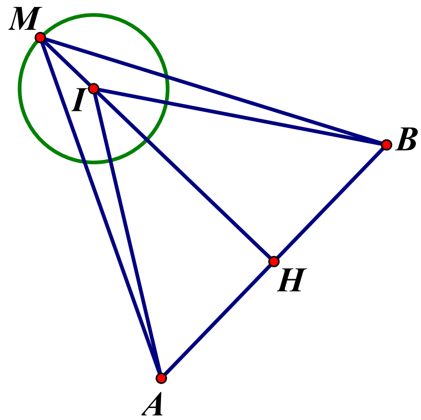
Vậy $T = AM^2 + AN^2 = 20$.

Câu 48. Xét số phức $z = a + bi\ (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+3-2i| = 2\sqrt{2}$. Tính giá trị của $P = a + 3b$ khi biểu thức $M = |z+2+7i| + |z-6-i|$ đạt giá trị lớn nhât.

A. $P = 3$. **B.** $P = -1$. **C.** $P = 11$. **D.** $P = 7$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M, A, B lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z, $2+7i$ và $6+i$

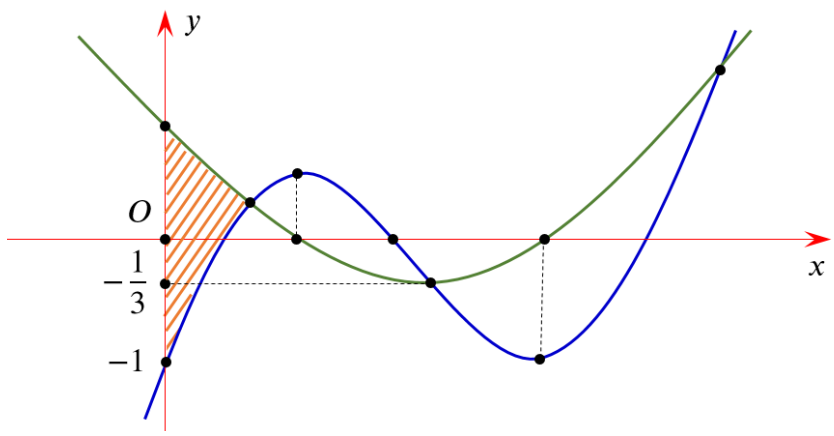
Khi đó M nằm trên đường tròn (C) tâm $I(-3;2)$ và bán kính $R=2\sqrt{2}$

Và $M_o = MA+MB \le \sqrt{2\left(MA^2+MB^2\right)} = \sqrt{2\left(2HM^2+\frac{AB^2}{2}\right)}$ với H là trung điểm của AB

$AB=8\sqrt{2}$ cố định nên $MA+MB$ lớn nhất khi MH lớn nhất hay $M;I;H$ thẳng hàng và $MH = MI+R$ hay $\overrightarrow{IM} = \frac{-2}{5}\overrightarrow{IH} \Leftrightarrow z+3-2i=-2+2i \Leftrightarrow z=-5+4i$

Vậy $P=a+3b=-5+3.4=7$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-1$; $g(x)=mx^2+nx+1$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết rằng $f''(2)=0$ và hai đồ thị hàm số đã cho cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1+x_2+x_3=7$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ quay quanh trục Ox thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{2}{5};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{4}{5};1\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{4}{5}\right)$. **D.** $\left(1;\frac{6}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn B

+ Từ đồ thị ta thấy: tại các điểm $x=x_0$ thì $\begin{cases} f'(x_0)=0 \\ g(x_0)=0 \end{cases}$. Do đó: $f'(x)=k.g(x)$

Khi đó $f''(2)=0 \Rightarrow g'(2)=0 \Rightarrow \begin{cases} 2m.2+n=0 \\ m.4+2n+1=-\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=\frac{1}{3} \\ n=-\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow g(x)=\frac{x^2}{3}-\frac{4x}{3}+1$.

Suy ra: $f'(x)=k\left(\frac{x^2}{3}-\frac{4x}{3}+1\right)$

$\Rightarrow f(x)=k\left(\frac{x^3}{9}-\frac{2x^2}{3}+x\right)-1$.

+ Xét $f(x)-g(x)=\frac{k}{9}x^3-\frac{2k+1}{3}x^2+\frac{3k+4}{3}x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=x_2 \\ x=x_3 \end{array}\right.$.

Từ giả thiết: $x_1+x_2+x_3=7 \Rightarrow \frac{2k+1}{3}:\frac{k}{9}=7 \Rightarrow k=3$.

Suy ra: $f(x)-g(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{7}{3}x^2+\frac{13}{3}x-2$.

+ $f(x)-g(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\frac{5-\sqrt{13}}{2} \\ x=\frac{5+\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$.

Và $f(x)=0 \Rightarrow \frac{x^3}{3}-2x^2+3x-1=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x\approx 3,88 \\ x\approx 1,65 \\ x\approx 0,468 \end{array}\right.$

+ Vậy $V=\pi\int\limits_0^{0,468} g^2(x)\mathrm{d}x+\pi\int\limits_{0,468}^{\frac{5-\sqrt{13}}{2}}\left[g^2(x)-f^2(x)\right]\mathrm{d}x \approx 0,8531 \in \left(\frac{4}{5};1\right)$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $B(2;5;0)$, $C(4;7;0)$ và $E(1;1;2)$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua E và vuông góc với mặt phẳng (Oxy), Δ là giao tuyến của (Q) và (Oxy), $T=2d(B,(Q))+d(C,(Q))$. Khi T đạt giá trị lớn nhất, Δ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $Q(-13;6;0)$. **B.** $N(15;4;0)$. **C.** $P(19;-4;0)$. **D.** $M(18;-6;0)$.

Lời giải

Chọn A

+ Mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (Oxy) nên (Q) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;0)$

$\Rightarrow (Q): a(x-1)+b(y-1)=0 \Rightarrow (Q): ax+by-a-b=0$.

+ Ta có: $d(B;(Q))=\frac{|a+4b|}{\sqrt{a^2+b^2}}$; $d(C;(Q))=\frac{|3a+6b|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Rightarrow T=\frac{|2a+8b|+|3a+6b|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

+ TH1: $b=0 \Rightarrow (Q): x=1 \Rightarrow T=2+3=5$.

+ TH2: $b\neq 0 \Rightarrow T=\frac{2\left|\frac{a}{b}+4\right|+3\left|\frac{a}{b}+2\right|}{\sqrt{\left(\frac{a}{b}\right)^2+1}} \overset{t=\frac{a}{b}}{\Rightarrow} T=\frac{2|t+4|+3|t+2|}{\sqrt{t^2+1}}$.

+ Khảo sát hàm số $y=\dfrac{2|t+4|+3|t+2|}{\sqrt{t^2+1}}=\begin{cases}\dfrac{-5t-14}{\sqrt{t^2+1}}=g(t); & t<-4\\ \dfrac{-t+2}{\sqrt{t^2+1}}=h(t);-4\le t\le -2 & \\ \dfrac{5t+14}{\sqrt{t^2+1}}=k(t);t>-2 & \end{cases}$.

Khi đó: $g'(t)=\dfrac{14x-5}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}}$; $h'(t)=\dfrac{-2x-1}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}}$; $k'(t)=\dfrac{5-14x}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}}$.

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$		-4		-2		$\frac{5}{14}$		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	$\|\|$	$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(t)$	5	$\searrow$	$\frac{6}{\sqrt{17}}$	$\nearrow$	$\frac{4}{\sqrt{5}}$	$\nearrow$	$\sqrt{221}$	$\searrow$	5

Từ bảng biến thiên, ta suy ra giá trị lớn nhất của biểu thức T bằng $\sqrt{221}$; dấu "$=$" xảy ra khi $t=\dfrac{a}{b}=\dfrac{5}{14}$. Lúc này ta có phương trình mặt phẳng (Q) là: $5x+14y-19=0$.

+ Δ là giao tuyến của (Q) và (Oxy) suy ra các điểm nằm trên Δ đều thỏa mãn hệ phương trình: $\begin{cases}5x+14y-19=0\\ z=0\end{cases}$. Ta chọn được điểm $Q(-13;6;0)$.