PHÒNG GD&ĐT LÂM THAO **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 6,7,8 CẤP HUYỆN**

ĐỀ CHÍNH THỨC

NĂM HỌC 2024 – 2025

MÔN THI: TOÁN 7

Thời gian làm bài: 90 phút không kể thời gian phát đề

(Đề thi gồm 02 trang)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN: (*6,0 điểm*)

Câu 1. Giá trị của x trong biểu thức: $\left(\sqrt{x}-1\right)^2=0,25$ là

A. $\frac{9}{4};\frac{1}{4}$. **B.** $-\frac{9}{4};-\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{9}{4};-\frac{1}{4}$. **D.** $-\frac{9}{4};\frac{1}{4}$.

Câu 2. Cho x,y là các số thỏa mãn $(x-3)^{2024}+|2x+3y-9|=0$. Giá trị của biểu thức $A=3x-4y$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 13.

Câu 3. Biết 50 người thợ may xong một lượng quần áo trong 12 ngày. Hỏi 30 người thợ may hết lượng quần áo đó trong bao nhiêu ngày? (Giả sử năng suất làm việc của mỗi người thợ là như nhau).

A. 10 ngày. **B.** 15 ngày. **C.** 20 ngày. **D.** 25 ngày.

Câu 4. Cho $\frac{x}{3}=\frac{y}{4};\frac{y}{5}=\frac{z}{6}$. Giá trị của biểu thức $M=\frac{2x+3y+4z}{3x+4y+5z}$ là

A. $\frac{168}{254}$. **B.** $\frac{186}{254}$. **C.** $\frac{168}{245}$. **D.** $\frac{186}{245}$.

Câu 5. Cho đa thức $F(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_1.x_2)=F(x_1).F(x_2)$ và $F(2)=5$. Khi đó $F(16)$ bằng

A. 5. **B.** 25. **C.** 125. **D.** 625.

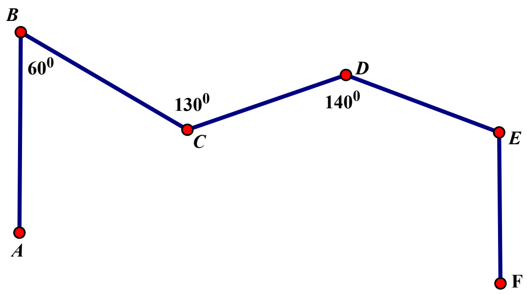
Câu 6. Cho đa thức $f(x)=x^2-3x+a$. Giá trị của a để đa thức $f(x)$ chia hết cho đa thức $x-2$ là

A. -2. **B.** -10. **C.** 2. **D.** 10.

Câu 7. Cho hình vẽ, biết $AB//EF$ và $\widehat{ABC}=60^0,\widehat{BCD}=130^0,\widehat{CDE}=140^0$. Số đo $\widehat{DEF}$ bằng

A. 105^0. **B.** 110^0.

C. 115^0. **D.** 120^0.



Câu 8. Cho tam giác ABC. Vẽ đoạn thẳng AD vuông góc với AB (D và C nằm khác phía với AB), $AD=AB$. Vẽ đoạn thẳng AE vuông góc với AC (E và B nằm khác phía với AC), $AE=AC$. Biết rằng $DE=BC$. Khi đó $\widehat{BAC}$ bằng

A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 120^0.

Câu 9. Cho tam giác ABC cân tại A, có $\widehat{A}=120^0;BC=6cm$. Đường vuông góc với AB tại A cắt BC ở D. Độ dài đoạn thẳng BD bằng

A. $2cm$. **B.** $4cm$. **C.** $5cm$. **D.** $6cm$.

Câu 10. Cho tam giác ABC có ba đường phân giác cắt nhau tại I. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\widehat{BIC}=90°+\dfrac{\widehat{A}}{2}\cdot$ **B.** $\widehat{BIC}=90°-\dfrac{\widehat{A}}{2}\cdot$ **C.** $\widehat{BIC}=90°+\dfrac{\widehat{B}}{2}\cdot$ **D.** $\widehat{BIC}=90°+\dfrac{\widehat{C}}{2}\cdot$

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A, có trọng tâm G. Biết $BC=6cm$. Khi đó AG bằng

A. $1,5cm.$ **B.** $2cm.$ **C.** $1cm.$ **D.** $3cm.$

Câu 12. Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc một lần. Gọi $\dfrac{a}{b}$ (với a,b nguyên tố cùng nhau) là xác suất của biến cố "Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số chia hết cho 2". Giá trị của biểu thức 2025^a+4b-4 là

A. 2029. **B.** 4029. **C.** 2024. **D.** 2025.

II. PHẦN TỰ LUẬN: (*14,0 điểm*)

Câu 1. (*3,0 điểm*)

1.1. Chứng minh rằng $A=75\left(4^{2025}+4^{2024}+...+4^2+4+1\right)+25$ chia hết cho 100.

1.2. Tìm các số nguyên tố p thỏa mãn 2^p+p^2 là số nguyên tố.

Câu 2. (*4,0 điểm*)

2.1. Cho dãy tỉ số $\dfrac{2a+b+c+d}{a}=\dfrac{a+2b+c+d}{b}=\dfrac{a+b+2c+d}{c}=\dfrac{a+b+c+2d}{d}$ (với $a,b,c,d\neq 0$). Chứng minh rằng biểu thức $Q=\dfrac{a+b}{c+d}+\dfrac{b+c}{d+a}+\dfrac{c+d}{a+b}+\dfrac{d+a}{b+c}$ có giá trị là số nguyên.

2.2. Cho đa thức $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a,b,c,d\in\mathbb{Z}$. Biết $f(x)\,\vdots\,5$ với mọi $x\in\mathbb{Z}$. Chứng minh rằng a,b,c,d đều chia hết cho 5.

Câu 3. (*5,0 điểm*)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm BC. Lấy điểm D trên đoạn thẳng AB (D khác A và B), trên tia đối của tia CA lấy điểm K sao cho $CK=BD$; DK cắt BC tại I. Kẻ DP vuông góc với BC tại P và KQ vuông góc với BC tại Q.

a) Chứng minh rằng: $\Delta BDP=\Delta CKQ$ và I là trung điểm DK.

b) Đường vuông góc với DK tại I cắt AM tại S. Tính góc $\widehat{SCK}$?

c) Đường thẳng vuông góc với MD tại M cắt AC tại E.

Chứng minh rằng: $MD+ME\geq AD+AE$.

Câu 4. (*2,0 điểm*)

Tìm các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $(x+y-2)^2+7=\dfrac{14}{|y-1|+|y-3|}$

------------------------------- **Hết**-------------------------------

Họ và tên thí sinh :.. Số báo danh ....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

PHÒNG GD&ĐT LÂM THAO

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM
MÔN TOÁN

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN: (*6,0 điểm*) *Mỗi câu đúng được 0,5 điểm*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	B	C	D	D	C	B	A	B	A	B	A

II. PHẦN TỰ LUẬN: (*14,0 điểm*)

Câu 1. (*3,0 điểm*)

1.1. Chứng minh rằng $A=75\left(4^{2025}+4^{2024}+...+4^2+4+1\right)+25$ chia hết cho 100.

1.2. Tìm các số nguyên tố p thỏa mãn 2^p+p^2 là số nguyên tố.

1.1 (1,5 điểm). Chứng minh rằng $A=75\left(4^{2025}+4^{2024}+...+4^2+4+1\right)+25$ chia hết cho 100.	**1,5**
Đặt $B=4^{2025}+4^{2024}+...+4^2+4+1$ Ta có $4B=4^{2026}+4^{2025}+...+4^3+4^2+4$ Lấy $4B-B=4^{2026}-1 \Rightarrow B=\dfrac{4^{2026}-1}{3}$ thay vào biểu thức A ta được	0,75
$A=75.\dfrac{4^{2026}-1}{3}+25=25\left(4^{2026}-1\right)+25=25.4^{2026}=100.4^{2025}\,\vdots\,100$	0,75
1.2 (1,5 điểm). Tìm các số nguyên tố p thỏa mãn 2^p+p^2 là số nguyên tố.	**1,5**
Với $p=2 \Rightarrow 2^p+p^2=2^2+2^2=8$ là hợp số => loại Với $p=3 \Rightarrow 2^p+p^2=2^3+3^2=17$ là số nguyên tố => thỏa mãn	0,5
Với $p>3$, vì p là số nguyên tố nên p lẻ, do đó $p=2k+1\left(k\in\mathbb{N},k>1\right)$ Ta có: $\begin{cases}2^p=2^{2k+1}\equiv 2\left(\bmod 3\right)\\ p^2\equiv 1\left(\bmod 3\right)\end{cases}$ $\Rightarrow 2^p+p^2\equiv 0\left(\bmod 3\right)\Rightarrow 2^p+p^2\,\vdots\,3$ và lớn hơn 3 nên 2^p+p^2 là hợp số => loại Vậy $p=3$	0,25 0,25 0,25 0,25

Câu 2. (*4,0 điểm*)

2.1. Cho dãy tỉ số $\dfrac{2a+b+c+d}{a}=\dfrac{a+2b+c+d}{b}=\dfrac{a+b+2c+d}{c}=\dfrac{a+b+c+2d}{d}$ (với $a,b,c,d\neq 0$). Chứng minh rằng biểu thức $Q=\dfrac{a+b}{c+d}+\dfrac{b+c}{d+a}+\dfrac{c+d}{a+b}+\dfrac{d+a}{b+c}$ có giá trị là số nguyên.

2.2. Cho đa thức $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a,b,c,d\in\mathbb{Z}$. Biết $f\left(x\right)\,\vdots\,5$ với mọi $x\in\mathbb{Z}$. Chứng minh rằng a,b,c,d đều chia hết cho 5.

2.1. Cho dãy tỉ số $\dfrac{2a+b+c+d}{a}=\dfrac{a+2b+c+d}{b}=\dfrac{a+b+2c+d}{c}=\dfrac{a+b+c+2d}{d}$ (với $a,b,c,d\neq 0$). Chứng minh rằng biểu thức $Q=\dfrac{a+b}{c+d}+\dfrac{b+c}{d+a}+\dfrac{c+d}{a+b}+\dfrac{d+a}{b+c}$ có giá trị là số nguyên.	**2,0**
Từ $\dfrac{2a+b+c+d}{a}=\dfrac{a+2b+c+d}{b}=\dfrac{a+b+2c+d}{c}=\dfrac{a+b+c+2d}{d}$ suy ra $\dfrac{2a+b+c+d}{a}-1=\dfrac{a+2b+c+d}{b}-1=\dfrac{a+b+2c+d}{c}-1=\dfrac{a+b+c+2d}{d}-1$ $\dfrac{a+b+c+d}{a}=\dfrac{a+b+c+d}{b}=\dfrac{a+b+c+d}{c}=\dfrac{a+b+c+d}{d}=k$	0,5
- Nếu $a+b+c+d\neq 0\Rightarrow a=b=c=d$ Khi đó $Q=1+1+1+1=4\in\mathbb{Z}$	0,75
- Nếu $a+b+c+d=0\Rightarrow\begin{cases}a+b=-(c+d)\\b+c=-(d+a)\\c+d=-(a+b)\\d+a=-(b+c)\end{cases}$ Khi đó $Q=-1-1-1-1=-4\in\mathbb{Z}$ Vậy giá trị của biểu thức Q là số nguyên	0,75
2.2. Cho đa thức $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a,b,c,d\in\mathbb{Z}$. Biết $f(x)\vdots 5$ với mọi $x\in\mathbb{Z}$. Chứng minh rằng a,b,c,d đều chia hết cho 5.	**2,0**
Vì $f(x)\vdots 5$ với mọi $x\in\mathbb{Z}$ nên Với $x=0\Rightarrow f(0)=d\vdots 5$ Với $x=1\Rightarrow f(1)=a+b+c+d\vdots 5\ mà\ d\vdots 5\Rightarrow a+b+c\vdots 5$ (1) Với $x=-1\Rightarrow f(1)=-a+b-c+d\vdots 5\ mà\ d\vdots 5\Rightarrow -a+b-c\vdots 5$ (2) Từ (1) và (2) say ra $2b\vdots 5\ mà\ (2,5)=1\Rightarrow b\vdots 5$	0,25 0,25 0,25 0,25
Với $x=2\Rightarrow f(2)=8a+4b+2c+d\vdots 5\ mà\ b,d\vdots 5\Rightarrow 8a+2c\vdots 5$ (3) Từ (1) suy ra $a+c\vdots 5\Rightarrow 2a+2c\vdots 5$ (4) Từ (3) và (4) suy ra $6a\vdots 5,\ mà\ (5,6)=1\Rightarrow a\vdots 5\Rightarrow c\vdots 5$ Vậy a,b,c,d đều chia hết cho 5.	0,25 0,25 0,25 0,25

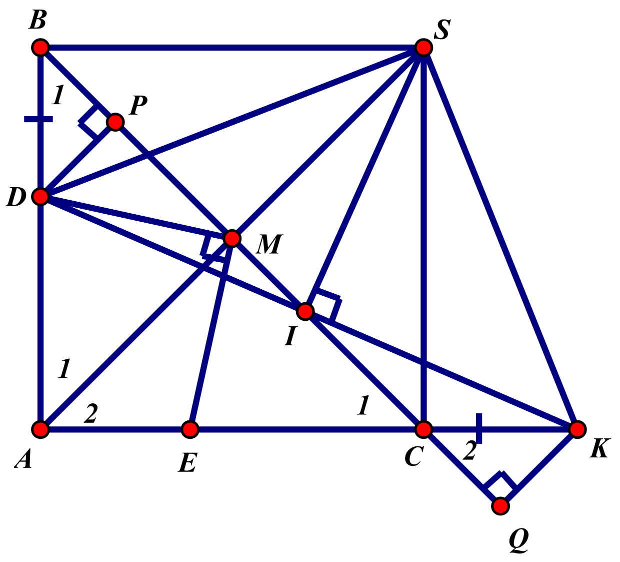
Câu 3. (*5,0 điểm*)

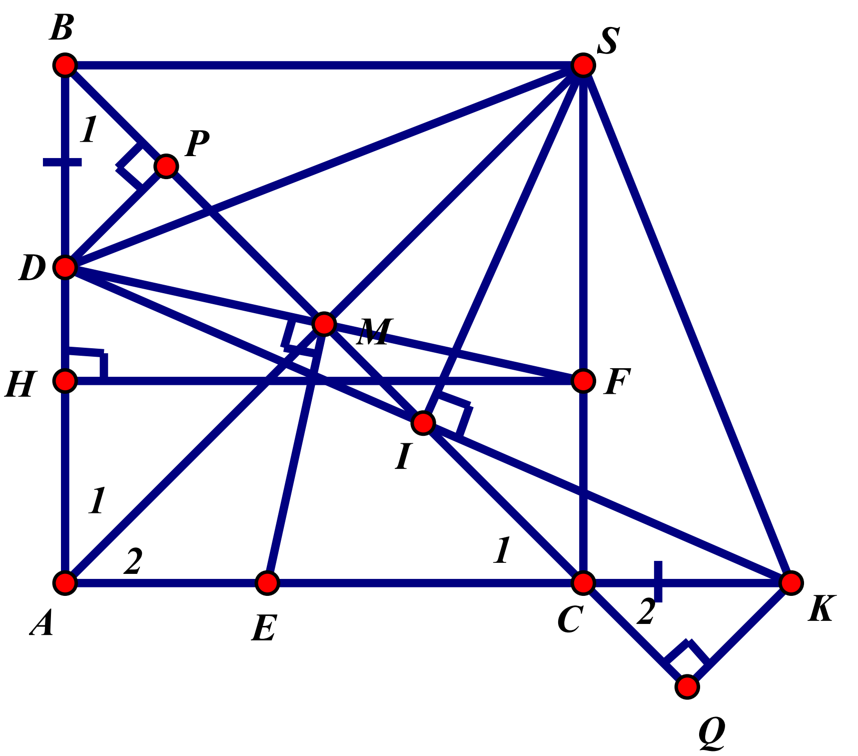
Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm BC. Lấy điểm D trên đoạn thẳng AB (D khác A và B), trên tia đối của tia CA lấy điểm K sao cho $CK=BD$; DK cắt BC tại I. Kẻ DP vuông góc với BC tại P và KQ vuông góc với BC tại Q.

a) Chứng minh rằng: $\Delta BDP=\Delta CKQ$ và I là trung điểm DK.

b) Đường vuông góc với DK tại I cắt AM tại S. Tính $\widehat{SCK}$?

c) Đường thẳng vuông góc với MD tại M cắt AC tại E. Chứng minh rằng: $MD + ME \geq AD + AE$.

Vẽ hình, viết GT, KL  	0,25
a) Chứng minh rằng: $\Delta BDP = \Delta CKQ$ và I là trung điểm DK.	**1,75**
Vì tam giác *ABC* vuông cân tại *A* nên $\widehat{B_1} = \widehat{C_1} = 45^0$, mà $\widehat{C_2} = \widehat{C_1}$ (2 góc đối đỉnh) nên $\widehat{B_1} = \widehat{C_2}$ Xét tam giác *BDP* và tam giác *CKQ*, ta có *BD* = *CK* (gt) $\widehat{BPD} = \widehat{CQK} = 90^0$ $\widehat{B_1} = \widehat{C_2}$ Suy ra $\Delta BDP = \Delta CKQ$ (CH-GN)	1,0
=> *DP* = *KQ* (cạnh tương ứng) Ta có DP // KQ (cùng vuông góc với BC) => $\widehat{PDI} = \widehat{QKI}$ Xét tam giác *DPI* và tam giác *KQI*, ta có *DP* = *KQ* (cmt) $\widehat{DPI} = \widehat{KQI} = 90^0$ $\widehat{PDI} = \widehat{QKI}\ (cmt)$ Suy ra $\Delta DPI = \Delta KQI$ (g.c.g) => *DI* = *KI* (cạnh tương ứng) => *DI* = *KI* (cạnh tương ứng) => I là trung điểm của *DK*	0,75
b) Đường vuông góc với DK tại I cắt AM tại S. Tính $\widehat{SCK}$?	**2,0**
Vì *AM* là trung tuyến trong tam giác cân nên *AM* cũng là phân giác của góc *A* Chứng minh $\Delta ABS = \Delta ACS\ (c.g.c) \Rightarrow \widehat{ABS} = \widehat{ACS}\quad (1)$ và *SB* = *SC* Vì *S* thuộc trung trực của DK => *SD* = *SK*	1,0
Chứng minh $\Delta SBD = \Delta SCK\ (c.c.c) \Rightarrow \widehat{SBD} = \widehat{SCK}\ hay\ \widehat{ABS} = \widehat{SCK}\ (2)$ Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ACS} = \widehat{SCK}$, $mà\ \widehat{ACS} + \widehat{SCK} = 180^0 \Rightarrow \widehat{ACS} = \widehat{SCK} = 90^0$	1,0
c) Đường thẳng vuông góc với MD tại M cắt AC tại E. Chứng minh rằng: $MD + ME \geq AD + AE$.	**1,0**

	
Gọi giao điểm của *DM* với *SC* là *F*. Chứng minh $\Delta MDB = \Delta MFC \Rightarrow MD = MF \Rightarrow M$ là trung điểm của *DF* Từ *F* kẻ $FH \perp AB$ tại *H*. Chứng minh $\Delta FAH = \Delta AFC \Rightarrow FH = AC$ Do $\Delta AMD = \Delta CME \Rightarrow AD = CE \Rightarrow AD + AE = AC$. Do $MD = ME$ nên $MD + ME = 2MD = DF$ Mặt khác $DF \geq HF \Rightarrow DF \geq AC$ hay $MD + ME \geq AD + AE$ Dấu "=" khi $MD \perp AB$.	0,25 0,25 0,25 0,25

Câu 4. (*2,0 điểm*). Tìm các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $(x+y-2)^2+7=\dfrac{14}{|y-1|+|y-3|}$

Vì $(x+y-2)^2 \geq 0 \Rightarrow (x+y-2)^2+7 \geq 7$ và $|y-1|+|y-3|=|y-1|+|3-y| \geq |y-1+3-y|=2 \Rightarrow \dfrac{14}{|y-1|+|y-3|} \leq \dfrac{14}{2}=7$ dấu "=" xảy ra khi $(y-1)(3-y) \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq 3$	1,0
nên theo bài ra ta có: $\begin{cases}(x+y-2)^2+7=7\\ \dfrac{14}{|y-1|+|y-3|}=7\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+y-2=0\\ 1 \leq y \leq 3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2-y\\ y \in \{1;2;3\}\end{cases}$ (do *x*, *y* nguyên) Vậy $(x;y) \in \{(1;1);(0;2);(-1;3)\}$	1,0

------------------------------- **Hết**------------------------------

Lưu ý: HS làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa