

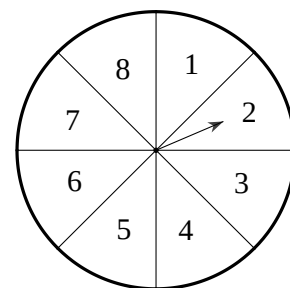
Bài I. (1,5 điểm)

- 1) Toàn bộ học sinh của lớp 9H tham gia khảo sát về chiều cao và kết quả thu được bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm chiều cao (cm)	[140; 148)	[148; 156)	[156; 164)	[164; 172)
Số học sinh	5	15	12	8

- a) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của kết quả khảo sát về chiều cao theo các nhóm chiều cao trên.
- b) Bạn Nam có nhận định rằng tỉ lệ các bạn học sinh của lớp 9H có chiều cao từ 156 cm trở lên là 40%. Hỏi nhận định của Nam có đúng không? Tại sao?

- 2) Trong một trò chơi, có một bánh xe được gắn vào một trục quay vuông góc với mặt đất có mũi tên ở tâm. Bánh xe được chia làm tám hình quạt như nhau và được đánh số từ 1 đến 8. Người chơi quay bánh xe một lần. Người chơi trúng giải thưởng nếu mũi tên dừng lại ở hình quạt mang số chia hết cho 4. Tính xác suất của biến cố A: “Người chơi trúng giải thưởng”.



Bài II. (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{2x-3}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 9$.

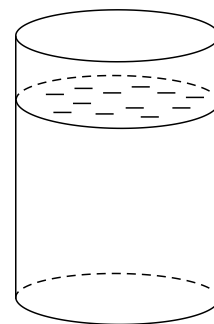
- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.
- 2) Chứng minh $B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$.
- 3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $A - B < 0$.

Bài III. (2,5 điểm)

- 1) Nhằm kích cầu mua sắm nhân dịp chào hè năm 2025, một cửa hàng điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng. Giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh loại M và một chiếc điều hoà loại N có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng. Trong dịp này cửa hàng đã giảm 40% giá bán của một chiếc tủ lạnh loại M và 25% giá bán của một chiếc điều hoà loại N. Chú Bình đã đến cửa hàng mua hai món đồ trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi sản phẩm trên là bao nhiêu?
- 2) Một người công nhân dự định được giao làm 70 sản phẩm trong thời gian nhất định. Nhưng thực tế người công nhân đó phải làm 84 sản phẩm. Vì vậy mặc dù người đó đã làm mỗi giờ thêm 1 sản phẩm, song thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm hơn so với dự định là 35 phút. Hỏi theo dự định, mỗi giờ người công nhân đó làm bao nhiêu sản phẩm? Biết rằng khả năng của người đó làm được không quá 10 sản phẩm mỗi giờ.
- 3) Cho phương trình $x^2 - 3x + m = 0$ có một nghiệm là $x = \frac{3-\sqrt{13}}{2}$. Tính bình phương hiệu các nghiệm của phương trình đó.

Bài IV. (4,0 điểm)

- 1) Một cốc nước dạng hình trụ có chiều cao 10 cm và đường kính đáy 6 cm . Lấy $\pi \approx 3,14$.
- a) Tính thể tích tối đa của cốc nước. Giả sử độ dày của thành cốc là không đáng kể.
- b) Cho biết mực nước trong cốc đang bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của cốc. Bạn An thả 4 viên bi sắt đặc có dạng hình cầu giống hệt nhau với đường kính là 3 cm và các viên bi này chìm hoàn toàn trong cốc nước. Hỏi nước trong cốc có bị tràn ra ngoài hay không? Vì sao?



- 2) Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB . Kẻ dây CD không đi qua tâm vuông góc với AB tại điểm I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E bất kì trên cung nhỏ BC (E khác B và C), AE cắt CD tại K .
- a) Chứng minh bốn điểm K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn.
- b) Gọi P là giao điểm của tia BE và tia DC , Q là giao điểm của AP và BK . Chứng minh $AK \cdot AE = AI \cdot AB$ và IK là tia phân giác của góc $\widehat{EIQ}$.
- c) Gọi T là trung điểm của KP . Chứng minh khi dây CD thay đổi và vuông góc với AB thì đường tròn ngoại tiếp tam giác TQE luôn đi qua một điểm cố định.

Bài V. (0,5 điểm)

Một người dùng một dải ruy băng dài 130 cm để bọc quanh hộp quà hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông. Khi bọc quà, người đó dùng 10 cm của sợi dây để thắt nơ ở trên nắp hộp (như hình minh họa). Hỏi dải ruy băng đó có thể bọc được hộp quà có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?



--- HẾT ---

Học sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên học sinh: Lớp: Trường THCS

Cán bộ coi thi số 1: Trường THCS

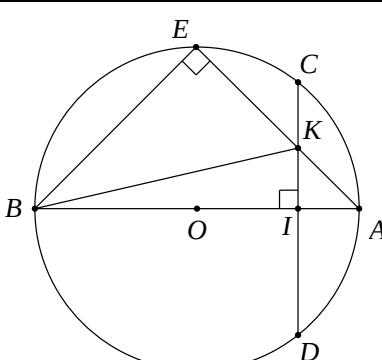
Cán bộ coi thi số 2: Trường THCS

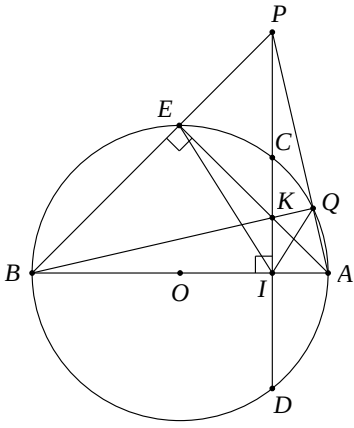
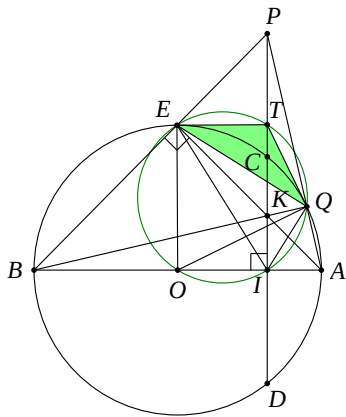
ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

BÀI	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM				
I	1a	Toàn bộ học sinh của lớp 9H tham gia khảo sát về chiều cao và kết quả thu được bảng tần số ghép nhóm như sau:	0,5				
		Nhóm chiều cao (cm)		[140; 148)	[148; 156)	[156; 164)	[164; 172)
		Số học sinh		5	15	12	8
		Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của kết quả khảo sát về chiều cao theo các nhóm chiều cao trên.					
	Nhóm chiều cao (cm)	[140; 148)	[148; 156)	[156; 164)	[164; 172)	0,5	
	Tần số tương đối	12,5%	37,5%	30%	20%		
	Lưu ý: Tính sai tần số tương đối của 1 hoặc 2 nhóm – 0,25đ						
	Tính sai tần số tương đối của 3 hoặc 4 nhóm: không cho điểm						
	1b	Bạn Nam có nhận định rằng tỉ lệ các bạn học sinh của lớp 9H có chiều cao từ 156 cm trở lên là 40%. Hỏi nhận định của Nam có đúng không? Tại sao?	0,25				
		Số phần trăm học sinh cao từ 156 cm trở lên là 30% + 20% = 50% Vậy nhận định của Nam là sai. Lưu ý: HS chỉ trả lời đúng hoặc sai mà không giải thích thì không cho điểm.	0,25				
2	Trong một trò chơi, có một bánh xe được gắn vào một trục quay vuông góc với mặt đất có mũi tên ở tâm. Bánh xe được chia làm tám hình quạt như nhau và được đánh số từ 1 đến 8. Người chơi quay bánh xe một lần. Người chơi trúng giải thưởng nếu mũi tên dừng lại ở hình quạt mang số chia hết cho 4. Tính xác suất của biến cố A: “Người chơi trúng giải thưởng”.	0,75					
	Chỉ ra có 8 kết quả có thể xảy ra.	0,25					
	Xét biến cố A: “Người chơi trúng giải thưởng”. Chỉ ra 2 kết quả thuận lợi cho biến cố A.	0,25					
	Xác suất của biến cố A là $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.	0,25					
	Lưu ý: - HS không nêu các kết quả có thể tính 1 lỗi nhỏ, không nêu các kết quả thuận lợi cho biến cố tính 1 lỗi nhỏ. Trong toàn ý 2 bài I có từ 02 lỗi nhỏ trở lên -0,25đ và chỉ trừ 01 lần. - HS không ghi các kết quả là đồng khả năng thì không trừ điểm.						
II	1	Cho hai biểu thức $A = \frac{x}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{2x-3}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 9$. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.	0,5				
		Thay và tính được $A = 16$.	0,5				
		Lưu ý: - Không ghi TMDK thì không trừ điểm; thay trực tiếp $x = 16$ vào biểu thức A thì không trừ điểm - Thay $x = 16$ mà chưa tính ra kết quả được 0,25đ/0,5đ Chỉ có kết quả $A = 16$ mà không thay $x = 16$ thì được 0,25đ/0,5đ					
	2	Chứng minh $B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$.	0,5				
		$B = \frac{2x-3}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 9$.					

		$B = \frac{2x-3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} - \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$	0,25
		$B = \frac{2x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$	
		$B = \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$	0,25
		$B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$	
		Lưu ý: - Thiếu ĐKXD không trừ điểm nhưng tính 1 lỗi nhỏ. Cả bài II có 2 lỗi nhỏ -0,25đ và chỉ trừ 01 lần. - HS không kết luận thì không trừ điểm. - HS làm tắt từ 2 bước biến đổi trở lên -0,25đ - HS viết nhầm dấu mà kết quả sau vẫn đúng thì trừ điểm bước đó - HS viết thiếu dấu () ở tử hoặc mẫu và kết quả sau vẫn đúng thì trừ điểm bước đó nhưng tối đa -0,25đ; viết thiếu dấu () ở tử hoặc mẫu nhưng kết quả sau sai thì sai từ bước nào trừ điểm từ bước đó.	
		Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $A - B < 0$.	0,5
		$A - B < 0$ $\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-3} < 0$ $\sqrt{x} - 3 < 0$ và $(\sqrt{x} - 1)^2 \neq 0$	0,25
	3	$x < 9$ và $x \neq 1$ Kết hợp điều kiện ta được $0 < x < 9$ và $x \neq 1$. Vì x nguyên nên $x \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Vậy $x \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ thì thỏa mãn yêu cầu.	0,25
		Lưu ý: - HS tính $A - B$ sai thì không chấm - HS thiếu điều kiện $(\sqrt{x} - 1)^2 \neq 0$ hay thừa giá trị $x = 1$ thì -0,25đ - HS không lập luận nhưng thử lại và loại $x = 1$ thì không trừ điểm - HS không kết luận không trừ điểm	
	III 1	Nhằm kích cầu mua sắm nhân dịp chào hè năm 2025, một cửa hàng điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng. Giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh loại M và một chiếc điều hoà loại N có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng. Trong dịp này cửa hàng đã giảm 40% giá bán của một chiếc tủ lạnh loại M và 25% giá bán của một chiếc điều hoà loại N. Chú Bình đã đến cửa hàng mua hai món đồ trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi sản phẩm trên là bao nhiêu?	1,0
		Gọi giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh loại M và một chiếc điều hoà loại N lần lượt là x, y ($0 < x, y < 25,4$; triệu đồng)	0,25
		Vì giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh loại M và một chiếc điều hoà loại N có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng nên ta có $x + y = 25,4$	
		Số tiền một chiếc tủ lạnh loại M sau khi giảm là $0,6x$ triệu đồng Số tiền một chiếc điều hoà loại N sau khi giảm là $0,75y$ triệu đồng Ta có phương trình $0,6x + 0,75y = 16,77$	0,25
		Giải hệ ta được $x = 15,2$; $y = 10,2$	0,25
		Kết luận:	0,25
		Lưu ý: - HS đặt ẩn nhưng không ghi giá niêm yết, giá đã giảm ... nhưng phân làm sau vẫn đúng thì -0,25đ toàn bài.	

		- HS đặt ẩn mà không có điều kiện nhưng cuối bài thử lại kết quả thì không trừ điểm, thiếu điều kiện và không thử lại thì -0,25đ - Nếu chỉ có điều kiện $x, y > 0$ thì không trừ điểm. - Thiếu 02 chỗ có đơn vị trở lên tính 1 lỗi nhỏ. Có từ 02 lỗi nhỏ trở lên - 0,25đ và chỉ trừ 01 lần trong toàn bài III. - Sai từ 02 chỗ có đơn vị trở lên -0,25đ và chỉ trừ 01 lần trong bài này - Thiếu kết luận cuối cùng của bài -0,25đ - HS ghi “Sử dụng máy tính ta giải hệ được $x = \dots$” thì không trừ điểm nhưng tính một lỗi nhỏ. Có từ 02 lỗi nhỏ trở lên -0,25đ và chỉ trừ 01 lần trong toàn bài III.	
		Một người công nhân dự định được giao làm 70 sản phẩm trong thời gian nhất định. Nhưng thực tế người công nhân đó phải làm 84 sản phẩm. Vì vậy mặc dù người đó đã làm mỗi giờ thêm 1 sản phẩm, song thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm hơn so với dự định là 35 phút. Hỏi theo dự định, mỗi giờ người công nhân đó làm bao nhiêu sản phẩm? Biết rằng khả năng của người đó làm được không quá 10 sản phẩm mỗi giờ.	1,0
	2	Gọi số sản phẩm làm mỗi giờ theo dự định của công nhân là x (sản phẩm, $x \in N^*, x \leq 10$). Số sản phẩm làm mỗi giờ theo thực tế của công nhân là $x + 1$ (sản phẩm)	0,25
		Thời gian làm dự định của công nhân là $\frac{70}{x}$ giờ. Thời gian làm thực tế của công nhân là $\frac{84}{x+1}$ giờ.	0,25
		Ta có phương trình $\frac{84}{x+1} - \frac{70}{x} = \frac{35}{60} = \frac{7}{12}$ Giải phương trình ta có $x = 8$ (thỏa mãn); $x = 15$ (loại)	0,25
		Kết luận:	0,25
		Lưu ý: - HS đặt ẩn nhưng không ghi rõ thực tế, kế hoạch, ...nhưng phần làm sau vẫn đúng thì -0,25đ toàn bài. - HS thiếu điều kiện $x \leq 10$ và cuối bài vẫn lập luận để tìm ra đúng giá trị của x thì không trừ điểm; nếu thiếu điều kiện $x \leq 10$ và cuối bài không lập luận để tìm ra đúng giá trị của x thì -0,25đ - HS thiếu điều kiện $x \in N^*$ thì không trừ điểm. - Thiếu 02 chỗ có đơn vị trở lên tính 1 lỗi nhỏ. Có từ 02 lỗi nhỏ trở lên - 0,25đ và chỉ trừ 01 lần trong toàn bài III. - Sai từ 02 chỗ có đơn vị trở lên -0,25đ và chỉ trừ 01 lần trong bài này - Thiếu kết luận cuối cùng của bài -0,25đ - HS không giải phương trình mà bấm máy tìm được $x = \dots$ thì -0,25đ.	
		Cho phương trình $x^2 - 3x + m = 0$ có một nghiệm là $x = \frac{3-\sqrt{13}}{2}$. Tính bình phương hiệu các nghiệm của phương trình đó.	0,5
		Thay $x = \frac{3-\sqrt{13}}{2}$ vào phương trình tìm được $m = -1$.	0,25
		Tính được bình phương hiệu các nghiệm của phương trình bằng 13.	0,25
	3	Lưu ý: - HS không thay x để tìm $m = -1$ nhưng vẫn lập luận tìm m để phương trình có hai nghiệm và tính đúng yêu cầu thì không trừ điểm; không lập luận tìm m để phương trình có hai nghiệm và tính đúng yêu cầu thì -0,25 - Khi tìm được $m = -1$: + HS thay vào tìm 2 nghiệm cụ thể rồi tính theo yêu cầu đề bài. Nếu tính đúng thì không trừ điểm.	

		+ HS không chỉ ra 2 nghiệm cụ thể nhưng nêu hệ thức Viète đúng và tính đúng yêu cầu của bài thì không trừ điểm. + HS không chỉ ra 2 nghiệm cụ thể, không nêu hệ thức Viète nhưng vẫn tính đúng yêu cầu của bài thì được tối đa 0,25đ/0,5đ.		
IV	1a	Một cốc nước dạng hình trụ có chiều cao 10 cm và đường kính đáy 6 cm. Lấy $\pi \approx 3,14$. Tính thể tích tối đa của cốc nước. Giả sử độ dày của thành cốc là không đáng kể.	0,5	
		Bán kính đáy của cốc nước là $R = 6:2 = 3\text{ cm}$.	0,25	
		Thể tích tối đa của cốc nước là $V = \pi R^2 h \approx 3,14.3^2.10 = 282,6\text{ cm}^3$.	0,25	
		Lưu ý: - HS viết đúng công thức tính thể tích khối trụ nhưng sai kết quả thì được 0,25đ/0,5đ của ý 1a). - HS để nguyên π hoặc lấy giá trị của π trong máy tính thì -0,25đ - HS thay π nhưng không dùng dấu $\approx$ thì không trừ điểm nhưng tính 01 lỗi nhỏ. Trong toàn ý 1 bài IV có từ 02 lỗi nhỏ trở lên thì -0,25đ và chỉ trừ 01 lần. - HS ghi thiếu đơn vị tính 1 lỗi nhỏ. Trong toàn ý 1 bài IV có từ 02 lỗi nhỏ trở lên thì -0,25đ và chỉ trừ 01 lần. - HS ghi sai đơn vị thì -0,25đ. - HS không kết luận thì không trừ điểm.		
	1b	Cho biết mực nước trong cốc đang bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của cốc. Bạn An thả 4 viên bi sắt đặc có dạng hình cầu giống hệt nhau với đường kính là 3 cm và các viên bi này chìm hoàn toàn trong cốc nước. Hỏi nước trong cốc có bị tràn ra ngoài hay không? Vì sao?	0,5	
		Thể tích của một viên bi sắt là $\frac{4}{3} \cdot \pi r^3 \approx \frac{4}{3} \cdot 3,14.1,5^3 = 14,13\text{ cm}^3$.	0,25	
		Thể tích của 4 viên bi sắt là $V' = 4.14,13 = 56,52\text{ cm}^3$.		
		Thể tích còn lại của cốc là $\frac{1}{4} \cdot V = 70,65\text{ cm}^3$.	0,25	
		Vì $V' < \frac{1}{4} \cdot V$ nên nước trong cốc không bị tràn ra ngoài.		
		Lưu ý: - HS thay π nhưng không dùng dấu $\approx$ thì không trừ điểm nhưng tính 1 lỗi nhỏ. Trong toàn ý 1 bài IV có từ 02 lỗi nhỏ trở lên thì -0,25đ và chỉ trừ 01 lần. - HS ghi thiếu đơn vị tính 1 lỗi nhỏ. Trong toàn ý 1 bài IV có từ 02 lỗi nhỏ trở lên thì -0,25đ và chỉ trừ 01 lần. - HS ghi sai đơn vị thì -0,25đ. - HS chỉ trả lời nước trong cốc bị tràn hoặc không thì không chấm điểm.		
	2a	Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB. Kẻ dây CD không đi qua tâm vuông góc với AB tại điểm I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E bất kỳ trên cung nhỏ BC (E khác B và C), AE cắt CD tại K. Chứng minh K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn.	1,0	
			Vẽ hình đúng đến ý a)	0,25
			- Chỉ ra được $\widehat{KEB} = 90^\circ$.	0,25
		- Chỉ ra được K, E, B cùng thuộc đường tròn đường kính KB.	0,25	
		- Chỉ ra được K, I, B cùng thuộc đường tròn đường kính KB.		
		Vậy bốn điểm K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn.	0,25	

	2b	Gọi P là giao điểm của tia BE và tia DC , Q là giao điểm của AP và BK . Chứng minh $AK.AE = AI.AB$ và IK là tia phân giác của góc EIQ .		1,5
			• Chứng minh $\Delta AIK \sim \Delta AEB$ (g.g) Suy ra $\frac{AI}{AE} = \frac{AK}{AB}$ hay $AK.AE = AI.AB$	0,5
			• Do K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn nên $KEBI$ là tứ giác nội tiếp. Suy ra $\widehat{KIE} = \widehat{KBE}$ hay $\widehat{KIE} = \widehat{QBE}$.	0,25
			Chỉ ra K là trực tâm của tam giác APB nên $BK \perp AP$ hay $\widehat{BQA} = 90^\circ$. Suy ra $Q \in (O)$ nên $\widehat{QAE} = \widehat{QBE}$.	0,25
			Chứng minh $AQKI$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{QAK} = \widehat{QIK}$ hay $\widehat{QAE} = \widehat{QIK}$. Vậy $\widehat{KIE} = \widehat{QIK}$ nên IK là tia phân giác của góc EIQ .	0,25
IV	2c	Gọi T là trung điểm của KP . Chứng minh khi dây CD thay đổi và vuông góc với AB thì đường tròn ngoại tiếp ΔTQE luôn đi qua điểm cố định.		0,5
			Chứng minh $\widehat{PQT} = \widehat{OQB}$ Suy ra $\widehat{OQT} = \widehat{OQB} + \widehat{KQT}$ $= \widehat{PQT} + \widehat{KQT}$ $= \widehat{PQK} = 90^\circ$	0,25
			Tương tự chứng minh $\widehat{OET} = 90^\circ$. Suy ra O, Q, T, E cùng thuộc một đường tròn nên đường tròn ngoại tiếp tam giác TQE luôn đi qua một điểm O cố định.	0,25
V	Một người dùng một dải ruy băng dài 130 cm để bọc quanh hộp quà hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông. Khi bọc quà, người đó dùng 10 cm của sợi dây để thắt nơ ở trên nắp hộp (như hình minh họa). Hỏi dải ruy băng đó có thể bọc được hộp quà có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?			0,5
	Chiều dài dải ruy băng để bọc hộp quà (không kể nơ) là 120 cm. Gọi chiều cao của hộp quà là h , cạnh đáy là x (cm; $0 < x, h < 30$). Ta có $4(h + x) = 120$ nên $h = 30 - x$. Thể tích của hộp quà là $V = h.x^2 = x^2(30 - x) = -x^3 + 30x^2$.			0,25
	Xét $V - 4000 = -x^3 + 30x^2 - 4000 = -(x + 10)(x - 20)^2 \leq 0$. Do đó $V \leq 4000$. Dấu “=” xảy ra khi $x = 20$. Vậy thể tích lớn nhất của hộp quà mà dải ruy băng có thể bọc là 4000cm^3			0,25

Chú ý: Học sinh vẽ sai hình không chấm.

Học sinh làm cách khác đúng vẫn chấm điểm tối đa.