SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **THANH HÓA**	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH** **NĂM HỌC: 2025-2026** **MÔN THI: TOÁN - LỚP 9 THCS**
ĐỀ THI THỬ NGÀY 23/11	**Thời gian: 150 phút** *(không kể thời gian giao đề)* *(Đề thi có 10 câu, gồm 02 trang)*

Câu 1. *(2,0 điểm)* Rút gọn biểu thức:

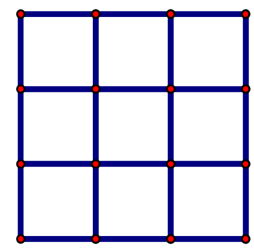
$P=\left(1-\dfrac{x-3\sqrt{x}}{x-9}\right):\left(\dfrac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}-2}{3+\sqrt{x}}-\dfrac{9-x}{x+\sqrt{x}-6}\right)$, với $x\geq 0, x\neq 4, x\neq 9$

Câu 2. *(2,0 điểm)* Cho x,y,z là các số dương thỏa mãn: $z^2=x^3+y^3=3xy+z$.

Tính giá trị biểu thức: $M=\sqrt{2025-(x+y)^{2026}+z^{2026}}$

Câu 3. *(2,0 điểm)* Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+\sqrt{x^2+1}=2y+1 \\ y+\sqrt{y^2+1}=2x+1 \end{cases}$.

Câu 4. *(2,0 điểm)* Cho một lưới ô vuông gồm 3x3 ô hình vuông, các đỉnh của lưới là các giao điểm của các đường kẻ ngang và dọc như hình vẽ.. Từ tất cả các đỉnh đó, chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác?

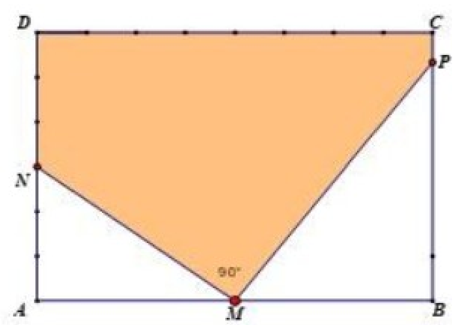


Câu 5. *(2,0 điểm)* Tìm tất cả các số nguyên x, y thỏa mãn:

$x^2y^2(x+y)+x=2+y(x-1)$

Câu 6. *(1,5 điểm)* Một đại lý nhập trái cây theo từng đợt; chỉ khi bán hết hàng cũ mới nhập đợt mới. Chi phí vận chuyển cho mỗi đợt nhập là 25 triệu đồng. Mỗi tạ trái cây trong kho phải chịu chi phí bảo quản 80 nghìn đồng mỗi ngày. Toàn bộ số trái cây đều được tính chi phí bảo quản cho mỗi ngày kể từ sau khi nhập về. Ngay sau khi nhập hàng, đại lý bán được 25 tạ mỗi ngày. Hỏi: Mỗi đợt đại lý nên nhập lượng trái cây đủ bán trong bao nhiêu ngày để chi phí trung bình mỗi ngày là nhỏ nhất?

Câu 7. *(1,5 điểm)* Một cái sân hình chữ nhật ABCD có kích thước AB = 16 m, AD = 12 m. Một camera an ninh được lắp ở trung điểm M của cạnh AB. Biết rằng góc nhìn của camera là 90°. Hãy tính diện tích sân mà camera có thể quan sát được khi camera bắt đầu quét tới trung điểm N của cạnh AD (như hình vẽ). Làm tròn đến 2 chữ số thập phân sau dấu phẩy.



Câu 8. *(4,0 điểm)* Giả sử đường tròn (I) nội tiếp ΔABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại K, P, Q (CA < CB, góc BAC tù). Gọi R là trung điểm của PK, L là giao của tia IC với (I).

1. *(2,0 điểm)* Chứng minh rằng: L là tâm đường tròn nội tiếp ΔCPK và CL.QR=CQ.LR.

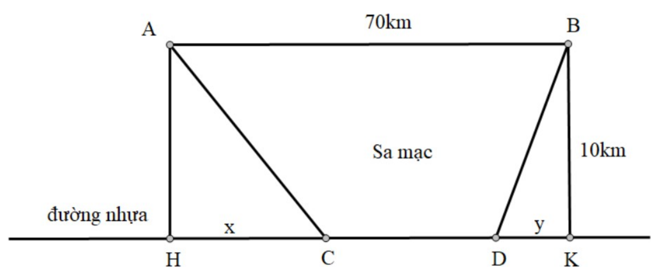
2. *(2,0 điểm)* Vẽ đường kính QJ, CJ cắt AB tại E. Chứng minh rằng AE = BQ.

Câu 9 *(1,5 điểm)* Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên các cạnh AB, BC, CA theo thứ tự lấy các điểm D, E, F sao cho $DE\perp BC$ và $DE=$ DF. Gọi M là trung điểm của EF. Chứng minh rằng $\widehat{BCM}=\widehat{BFE}$.

Câu 10. *(1,5 điểm)*.

Một nhà địa chất học đang ở tại điểm A trên sa mạc. Anh ta cần di chuyển đến điểm B, cách A một đoạn 70 km. Trong sa mạc ô tô chỉ chạy được với vận tốc 30 km/h. nên nếu đi thẳng từ A đến B thì sẽ không kịp đến nơi trong vòng 2 giờ theo yêu cầu công việc. Rất may là có một con đường nhựa song song với AB và cách AB một khoảng 10 km (như hình vẽ). Trên đường nhựa, xe có thể chạy với vận tốc 50 km/h. Nhà địa chất dự định chọn một điểm C trên đường nhựa để đi từ A đến C bằng đường thẳng trong sa mạc, sau đó tiếp tục đi trên đường nhựa từ C đến một điểm D, rồi lại đi từ D qua sa mạc để đến B.

Hỏi: Với cách lựa chọn trên thì thời gian ít nhất để nhà địa chất đi từ A đến B là bao nhiêu?



------------- HẾT ----------- ---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị không giải thích gì thêm

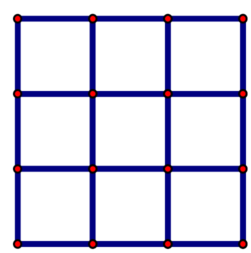
Họ và tên thí sinh:………………………………………………………………

SỞ GDĐT THANH HOÁ

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN
NĂM HỌC: 2025 - 2026
MÔN THI: TOÁN - LỚP 9 THCS
(Hướng dẫn chấm gồm có 06 trang)

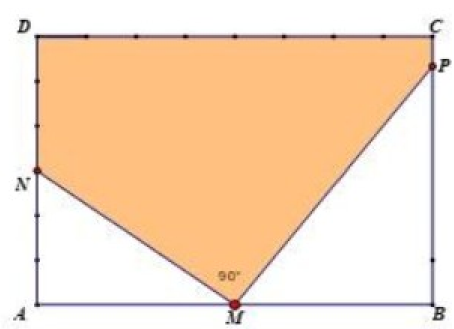
HƯỚNG DẪN THAM KHẢO

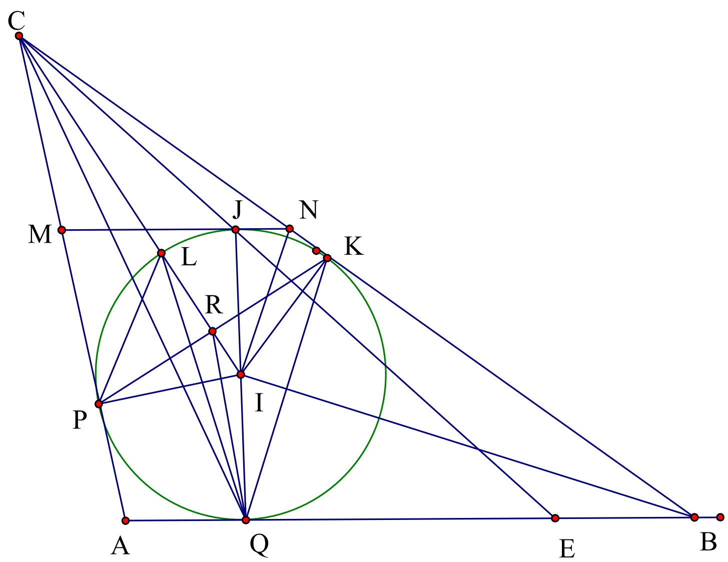
Câu	NỘI DUNG	Điểm
Câu 1 (2,0 điểm)	Rút gọn biểu thức: $P=\left(1-\frac{x-3\sqrt{x}}{x-9}\right):\left(\frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}-2}{3+\sqrt{x}}-\frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6}\right)$, với $x\geq 0, x\neq 4, x\neq 9$	**2,0**
	Với $x\geq 0, x\neq 4, x\neq 9$ $P=\frac{x-9-x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}:\left(\frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}-2}{3+\sqrt{x}}-\frac{(3-\sqrt{x})(3+\sqrt{x})}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}\right)$	0,25
	$=\frac{3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}:\left(\frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}-2}{3+\sqrt{x}}-\frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right)$	0,5
	$=\frac{3}{\sqrt{x}+3}:\frac{\sqrt{x}-2}{3+\sqrt{x}}$	0,5
	$=\frac{3}{\sqrt{x}+3}.\frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}=\frac{3}{\sqrt{x}-2}$	0,5
	Vậy $P=\frac{3}{\sqrt{x}-2}\quad (x\geq 0, x\neq 4; x\neq 9)$	0,25
Câu 2 (2,0 điểm)	Cho x,y,z là các số dương thỏa mãn: $z^2=x^3+y^3=3xy+z$. Tính giá trị biểu thức: $M=\sqrt{2025-(x+y)^{2026}+z^{2026}}$	**2,0**
	Ta có $\begin{cases} z^2=x^3+y^3 \\ z^2=3xy+z \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} z^2=x^3+y^3 \\ z^3=3xyz+z^2 \end{cases}\Rightarrow z^3=3xyz+x^3+y^3$	0,75
	$\Leftrightarrow 3xyz+x^3+y^3-z^3=0$ $\Leftrightarrow (x+y)^3-3xy(x+y)+3xyz-z^3=0$ $\Leftrightarrow (x+y-z)\left((x+y)^2+(x+y)z+z^2\right)-3xy(x+y-z)=0$ $\Leftrightarrow (x+y-z)\left((x+y)^2+(x+y)z+z^2-3xy\right)=0$ $\Leftrightarrow (x+y-z)\left(x^2+y^2+z^2-xy+yz+zx\right)=0$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+y-z)\left[(x-y)^2+(x+z)^2+(y+z)^2\right]=0$	0,75
	Vì x,y,z là các số dương nên $(x-y)^2+(x+z)^2+(y+z)^2>0\Rightarrow x+y-z=0\Leftrightarrow x+y=z\Leftrightarrow (x+y)^{2026}=z^{2026}$	0,5

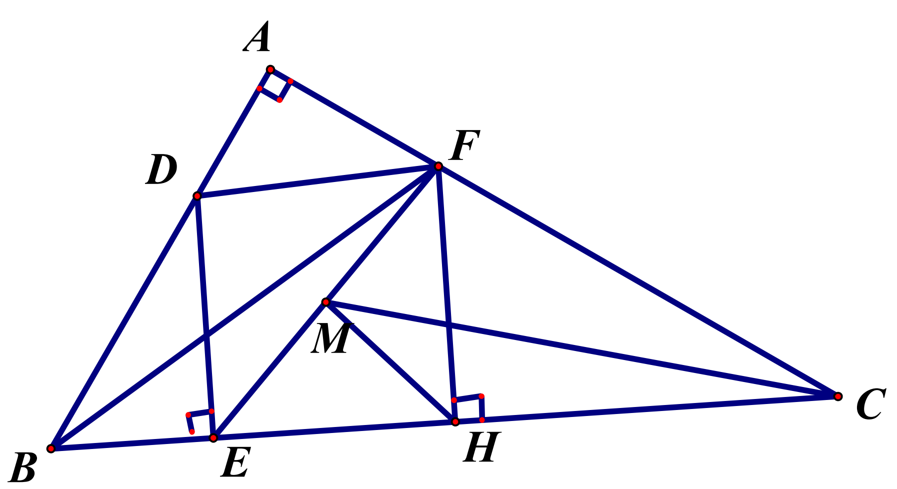
	Suy ra $M=\sqrt{2025-(x+y)^{2026}+z^{2026}}=\sqrt{2025}=45$	
Câu 3 (2,0 điểm)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+\sqrt{x^2+1}=2y+1 & (1) \\ y+\sqrt{y^2+1}=2x+1 & (2) \end{cases}$.	**2,0**
	Trừ theo vế các phương trình (1) và (2) ta được: $\left(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{y^2+1}\right)+3(x-y)=0 \Leftrightarrow (x-y)\left(\dfrac{x+y}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{y^2+1}}+3\right)=0$	0,25
	$\Leftrightarrow x-y=0$ hoặc $\dfrac{x+y}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{y^2+1}}+3=0$ (*)	0,5
	Trường hợp 1: $x-y=0 \Leftrightarrow x=y$. Thay $y=x$ vào (1) ta được phương trình: $\sqrt{x^2+1}=x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1=(x+1)^2 \\ x \ge -1 \end{cases}$	0,5
	Giải hệ ta được: $x=0 \Rightarrow x=y=0$.	0,25
	Trường hợp 2: $\dfrac{x+y}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{y^2+1}}+3=0$. Xét $A=\dfrac{x+y}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{y^2+1}}+3=\dfrac{\left(3\sqrt{x^2+1}+x\right)+\left(3\sqrt{y^2+1}+y\right)}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{y^2+1}}$. Ta có: $3\sqrt{x^2+1}+x>3\sqrt{x^2}+x=3\lvert x\rvert+x=2\lvert x\rvert+(\lvert x\rvert+x)\ge 0$.	0,25
	Tương tự: $3\sqrt{y^2+1}+y>0$ Suy ra: $A>0$. Trường hợp 2 không xảy ra. Vậy hệ có nghiệm duy nhất: $x=y=0$.	0,25
Câu 4 (2,0 điểm)	**Câu 4.** *(2,0 điểm)* Cho một lưới ô vuông gồm 3x3 ô hình vuông, các đỉnh của lưới là các giao điểm của các đường kẻ ngang và dọc như hình vẽ.. Từ tất cả các đỉnh đó, chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác 	**2,0**
	Có tất cả 16 đỉnh Số cách chọn ra 3 đỉnh bất kỳ trong 16 đỉnh là $\dfrac{14.15.16}{1.2.3}=560$ (cách)	0,5
	3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác khi 3 đỉnh này không thẳng hàng. Ta tính sô cách chọn ra 3 đỉnh thẳng hàng và lấy phần bù - Có 10 đường thẳng chứa 4 đỉnh, gồm: 4 cạnh ngang, 4 cạnh dọc và 2 đường chéo chính Trên mỗi đường này, số cách chọn ra 3 đỉnh trong 4 đỉnh là 4, nên số cách chọn ra 3 đỉnh thẳng hàng trên 10 đường thẳng này là 10x4=40 cách.	0,5

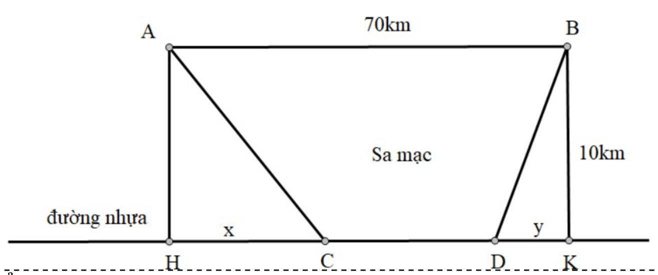
<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td>- Có 4 đường chéo phụ, song song với các đường chéo chính, mỗi đường chéo phụ chứa 3 điểm thẳng hàng, nên số cách chọn ra 3 điểm thẳng hàng trên 4 đường thẳng này là 4 cách
Từ đó: Số cách chọn ra 3 điểm không thẳng hàng trong số 16 đỉnh là:
560 – 40 – 4 = 516 cách.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>Xác suất cần tìm là $P=\frac{516}{560}=\frac{129}{140}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Câu 5 (2,0 điểm)</td><td>Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^2y^2(x+y)+x=2+y(x-1)$.</td><td>2,0</td></tr>
<tr><td>Đặt $a=xy, b=x+y \Rightarrow a\in Z, b\in Z$ (*)
Phương trình (1) trở thành: $a^2b+b=a+2. \Leftrightarrow b=\frac{a+2}{a^2+1}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>$\Rightarrow (a+2)\vdots(a^2+1)\Rightarrow(a^2-4)\vdots(a^2+1)\Rightarrow(a^2+1)-5\vdots(a^2+1)\Rightarrow 5\vdots(a^2+1)$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>$\Rightarrow a^2+1\in\{1;5\}\Rightarrow a^2\in\{0;4\}\Rightarrow a\in\{0;-2;2\}$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>Nếu $a=0\Rightarrow b=2\Rightarrow\begin{cases}xy=0\\x+y=2\end{cases}\Rightarrow(x,y)\in\{(0;2),(2;0)\}$
Nếu $a=-2\Rightarrow b=0\Rightarrow\begin{cases}xy=-2\\x+y=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=\sqrt{2}\\y=-\sqrt{2}\end{cases}\\\begin{cases}x=-\sqrt{2}\\y=\sqrt{2}\end{cases}\end{array}\right.$ không thỏa mãn $x,y\in Z$
Nếu $a=2\Rightarrow b=\frac{4}{5}$, loại vì không thỏa mãn $b\in Z$.
Vậy nghiệm nguyên (x, y) của phương trình đã cho là: $(0;2),(2;0)$.</td><td>0,5</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="3">Câu 6 (1,5 điểm)</td><td>Một đại lý nhập trái cây theo từng đợt; chỉ khi bán hết hàng cũ mới nhập đợt mới. Chi phí vận chuyển cho mỗi đợt nhập là 25 triệu đồng. Mỗi tạ trái cây trong kho phải chịu chi phí bảo quản 80 nghìn đồng mỗi ngày. Toàn bộ số trái cây đều được tính chi phí bảo quản cho mỗi ngày kể từ sau khi nhập về. Ngay sau khi nhập hàng, đại lý bán được 25 tạ mỗi ngày. Hỏi: Mỗi đợt đại lý nên nhập lượng trái cây đủ bán trong bao nhiêu ngày để chi phí trung bình mỗi ngày là nhỏ nhất?</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>Đổi: 80 000 đồng = 0,08 triệu đồng.
Giả sử mỗi đợt đại lý nhập lượng hàng đủ bán trong x ngày ($x \in N^*$)
Mỗi ngày bán được 25 tạ nên số hàng nhập mỗi đợt là 25x tạ</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Chi phí bảo quản ngày đầu là: 25x.0,08 (triệu đồng)
Chi phí bảo quản ngày thứ hai là:
25(x – 1).0,08 (triệu đồng)
Chi phí bảo quản ngày thứ ba là:
25(x – 2).0,08 (triệu đồng)
…</td><td>0,25</td></tr>
</table>

	Chi phí bảo quản ngày cuối cùng là: 25.0,08 (triệu đồng) (vì chỉ còn 25 tạ cho ngày cuối cùng) Tổng chi phí bảo quản là: A = 25x.0,08 + 25(x – 1).0,08 + 25(x – 2).0,08 +…+ 25.0,08 A = 25.0,08.$[x + (x - 1) + (x - 2) + ... + 1]$ A = 2.$[x + (x - 1) + (x - 2) + ... + 1]$ Xét tổng có x hạng tử sau $P = x + (x-1) + (x-2) + ... + 2 + 1$ $\Rightarrow P = 1 + 2 + 3 + ... + (x-1) + x$ $\Rightarrow 2P = (x+1) + (x+1) + (x+1) + ... + (x+1) + (x+1) = x(x+1)$ $\Rightarrow P = \frac{x(x+1)}{2} \Rightarrow A = x(x+1)$	0,25
	Tổng chi phí (gồm phí vận chuyển và bảo quản) là: 25 + x(x + 1) (triệu đồng) Chi phí trung bình là: $\frac{25 + x(x+1)}{x} = \frac{25}{x} + x + 1 \geq 2\sqrt{\frac{25}{x}.x} + 1 = 10 + 1 = 11$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: x = 5 Vậy mỗi lần nhập hàng, đại lý phải nhập đủ trái cây cho 5 ngày phân phối để chi phí trung bình cho mỗi ngày là thấp nhất.	0,25
Câu 7 (1,5 điểm)	**Câu 7.** *(1,5 điểm)* Một cái sân hình chữ nhật ABCD có kích thước AB = 16 m, AD = 12 m. Một camera an ninh được lắp ở trung điểm M của cạnh AB. Biết rằng góc nhìn của camera là 90°. Hãy tính diện tích sân mà camera có thể quan sát được khi camera bắt đầu quét tới trung điểm N của cạnh AD (như hình vẽ). Làm tròn đến 2 chữ số thập phân sau dấu phẩy.  	**1,5**
	Diện tích sân mà camera có thể quan sát được = $S_{ABCD} - S_{AMN} - S_{MBP}$	0,25
	$S_{ABCD} = 12.16 = 192\ (m^2)$ $S_{AMN} = \frac{1}{2} AM.AN = \frac{1}{2}.8.6 = 24 (m^2)$	0,5

	$S_{BMP}=\frac{1}{2}BM.BP=\frac{1}{2}.8.BP=4.BP$ (1) Dễ có $\Delta AMN\sim\Delta BPM\Rightarrow\frac{AM}{AN}=\frac{BP}{BM}\Rightarrow BP=\frac{AM.BM}{AN}=\frac{8.8}{6}=\frac{32}{3}$ Thay vào (1), ta có $S_{BMP}=4.\frac{32}{3}=\frac{128}{3}(m^2)$	0,5
	KL: Diện tích sân mà camera có thể quan sát được = 192 – 24 – $\frac{128}{3}=\frac{376}{3}\approx 125,33\,(m^2)$	0.25
Câu 8 (4,0 điểm)	Giả sử đường tròn (I) nội tiếp ΔABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại K, P, Q. (CA < CB, góc BAC tù). Gọi R là trung điểm của PK, L là giao của tia IC với (I).	
	1. Chứng minh rằng L là tâm đường tròn nội tiếp ΔCPK và CL.QR=CQ.LR.	**2,0**
	 GT $\Rightarrow$ IP = IL và CI ⊥ PK nên $\widehat{PLI}=\widehat{IPL}$; $\widehat{PLI}+\widehat{LPR}=90^0$ Lại có : $\widehat{IPL}+\widehat{LPC}=90^0$ Từ đó suy ra $\widehat{RPL}=\widehat{LPC}$ $\Rightarrow$ PL là phân giác của góc CPK	0,5
	Do CP và CK là hai tiếp tuyến cắt nhau nên CI là phân giác của góc ACB. Từ đo suy ra L là giao của hai đường phân giác của ΔCPK hay L là tâm đường tròn nội tiếp ΔCPK.	0,5
	Ta có : $IQ^2 = IK^2 = IR.IC$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) $\Rightarrow\frac{IQ}{IR}=\frac{IC}{IQ}$. Từ đó suy ra ΔQIR ~ ΔCIQ (c.g.c) $\Rightarrow\widehat{IQR}=\widehat{QCI}$	0,5

	mà IQ = IL nên $\widehat{IQL}=\widehat{ILQ}$. Lại có : $\widehat{IQL}=\widehat{IQR}+\widehat{RQL}$; $\widehat{ILQ}=\widehat{LCQ}+\widehat{LQC}$. Từ đó suy ra $\widehat{IQR}=\widehat{RQL}$. Suy ra QL là phân giác của tam giác CQR$\Rightarrow \dfrac{CL}{RL}=\dfrac{QC}{QR}\Rightarrow$ CL.QR=CQ.LR	0,5
	2. Vẽ đường kính QJ, CJ cắt AB tại E. Chứng minh rằng AE = BQ.	**2,0**
	Qua J kẻ tiếp tuyến với (I) cắt cạnh CA, CB tại M, N Ta có $JN.BQ = NK.BK = IK^2$.	0,5
	Tương tự có $MJ.AQ = PI^2 \Rightarrow JN.BQ = MJ.AQ$	0,5
	$\Rightarrow \dfrac{NJ}{AQ}=\dfrac{MJ}{BQ}=\dfrac{NJ+JM}{AQ+QB}=\dfrac{NM}{BA}$ (1) Từ MN // AB $\Rightarrow \dfrac{JN}{EB}=\dfrac{NM}{BA}$ (2)	0,5
	Từ (1) và (2) suy ra $\dfrac{NJ}{AQ}=\dfrac{JN}{BE}\Rightarrow AQ = BE \Rightarrow AE = BQ$	0,5
Câu 9 (1,5 điểm)	Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên các canh AB, BC, CA theo thứ tự lấy các điểm D, E, F sao cho $DE \perp BC$ và $DE =$ DF. Gọi M là trung điểm cuia EF. Chúng minh rằng $\widehat{BCM}=\widehat{BFE}$.	**1,5**
	 Kẻ $FH \perp BC$. Vì M là trung điểm của EF nên $ME = MF = MH$, suy ra ΔMFH và ΔMEH cân tại M	0,25
	$\Rightarrow \widehat{MEH}=\widehat{MHE}\Rightarrow 180^\circ-\widehat{MEH}=180^\circ-\widehat{MHE}\Rightarrow \widehat{BEF}=\widehat{MHC}$ (1) Mặt khác, do $DE \perp BC, FH \perp BC$ nên $DE // FH$ $\Rightarrow \widehat{DEF}=\widehat{MFH}$ (so le trong)	0,5

	$\Rightarrow \Delta DEF \backsim \Delta MHF$ (hai tam giác cân đồng dạng) $\Rightarrow \dfrac{DE}{EF} = \dfrac{MH}{HF}$ (*) Lai có hai tam giác vuông BED và FHC đồng dạng ($\widehat{DBE} = \widehat{HFC}$ vì cùng phụ với $\widehat{ACB}$) nên $\dfrac{BE}{DE} = \dfrac{FH}{HC}$ (**)	0,5
	Nhân theo vế của (*) và (**), ta được $\dfrac{BE}{EF} = \dfrac{MH}{HC}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\Delta BEF \backsim \Delta MHC$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{BCM} = \widehat{BFE}$ (đpcm).	0,25
Câu 10 (1,5 điểm)	Một nhà địa chất học đang ở tại điểm A trên sa mạc. Anh ta cần di chuyển đến điểm B, cách A một đoạn 70 km. Trong sa mạc ô tô chỉ chạy được với vận tốc 30 km/h. nên nếu đi thẳng từ A đến B thì sẽ không kịp đến nơi trong vòng 2 giờ theo yêu cầu công việc. Rất may là có một con đường nhựa song song với AB và cách AB một khoảng 10 km (như hình vẽ). Trên đường nhựa, xe có thể chạy với vận tốc 50 km/h. Nhà địa chất dự định chọn một điểm C trên đường nhựa để đi từ A đến C bằng đường thẳng trong sa mạc, sau đó tiếp tục đi trên đường nhựa từ C đến một điểm D, rồi lại đi từ D qua sa mạc để đến B. Hỏi: Với cách lựa chọn trên thì thời gian ít nhất để nhà địa chất đi từ A đến B là bao nhiêu? 	1,5
	Xét H, K, C, D là các điểm như hình vẽ Chia quãng đường đi được theo 3 giai đoạn: Giai đoạn 1: Đi từ A đến C (từ sa mạc đến đường nhựa) Giai đoạn 2: Đi từ C đến D (đi trên đường nhựa) Giai đoạn 3: đi từ D đến B (từ đường nhựa đi tiếp đến sa mạc)	0,25
	Đặt HC = x (km) (0 < x < 70) , ĐK = y (km)(0 < y < 70) Quãng đường đi từ A đến C là: $\sqrt{x^2+10^2}$ (km) Thời gian đi trên sa mạc từ A đến C với vận tốc 30km/h là $t_1 = \dfrac{\sqrt{x^2+10^2}}{30}$ Quãng đường đi từ D đến B là: $\sqrt{y^2+10^2}$ (km) Thời gian đi trên sa mạc từ D đến B với vận tốc 30km/h là: $t_2 = \dfrac{\sqrt{y^2+10^2}}{30}$	0,5

	Quãng đường đi từ C đến D là: CD = 70 – (x + y) (km)	
	Thời gian đi từ C đến D với vận tốc 50km/h là $t_3 = \frac{70-(x+y)}{50}$(h) Tổng thời gian mà nhà địa chất học đi từ A đến B là: $\frac{\sqrt{x^2+10^2}}{30}+\frac{\sqrt{y^2+10^2}}{30}+\frac{70-(x+y)}{50}$ Xét $\sqrt{x^2+10^2}=\sqrt{(x^2+10^2)\left(\frac{9}{25}+\frac{16}{25}\right)}\geq\frac{3}{5}.x+\frac{4}{5}.10$ $\Rightarrow\frac{\sqrt{x^2+10^2}}{30}\geq\frac{1}{30}\left(\frac{3x}{5}+8\right)$ Tương tự: $\Rightarrow\frac{\sqrt{y^2+10^2}}{30}\geq\frac{1}{30}\left(\frac{3y}{5}+8\right)$ Do đó $\frac{\sqrt{x^2+10^2}}{30}+\frac{\sqrt{y^2+10^2}}{30}+\frac{70-(x+y)}{50}\geq\frac{29}{15}$	0,5
	Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: x = y = 7,5 Vậy thời gian mà nhà địa chất đi từ A đến B ít nhất là $\frac{29}{15}$ giờ.	0,25

---------- Hết ------------

Chú ý:

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.

- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.