SỞ GD&ĐT SƠN LA	**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**
ĐỀ CHÍNH THỨC	**NĂM HỌC 2025 - 2026**
(Đề thi có 02 trang)	**Môn thi: TOÁN (chuyên)**
	Ngày thi: 02/06/2025
	Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. *(2,0 điểm)* Cho biểu thức $A=\dfrac{2\sqrt{x}+3}{5x-10\sqrt{x}}, B=\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{3}{2\sqrt{x}+1}-\dfrac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2}$ với $x>0, x\neq 4$.

a) Tính giá trị của biểu thức A tại $x=25$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $C=\dfrac{B}{A}$ là số nguyên.

Câu 2. *(1,0 điểm)* Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước trong 4 giờ 48 phút thì đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 3 giờ và vòi thứ hai trong 4 giờ thì được $\dfrac{3}{4}$ bể nước. Hỏi nếu mỗi vòi chảy riêng thì trong bao lâu sẽ đầy bể?

Câu 3. *(1,0 điểm)* Có hai hộp I và II chứa các quả cầu có kích thước và khối lượng như nhau. Hộp I chứa 3 quả cầu được đánh số $1; 2; 3$. Hộp II chứa 4 quả cầu được đánh số $4; 5; 6; 7$, hai quả cầu khác nhau được đánh số khác nhau. Từ mỗi hộp I và II lấy ngẫu nhiên một quả cầu. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

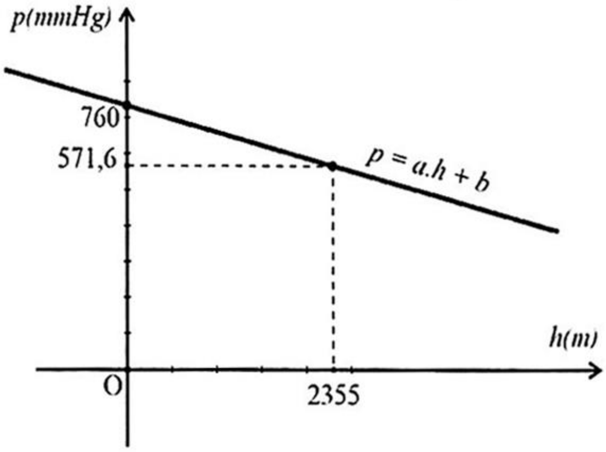
a) A: "Số trên hai quả cầu được lấy ra đều là số nguyên tố".

b) B: "Tổng của hai số ghi trên hai quả cầu được lấy ra là một số chia hết cho 2".

Câu 4. *(1,0 điểm)*

1) Cho phương trình $x^2+7x-5=0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Không giải phương trình hãy tính giá trị biểu thức: $P=\dfrac{x_1^2+x_2^2}{\left(x_1^2+7x_1-6\right)^{2025}}$.

2) Càng lên cao không khí càng loãng nên áp suất khí quyển càng giảm. Người ta thấy với độ cao dưới $5000\ (m)$ thì mối liên hệ giữa hai đại lượng này là một hàm số bậc nhất $p=a.h+b\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Trong đó: p là đại lượng biểu thị cho áp suất của khí quyển $(mmHg)$, h là độ cao so với mặt nước biển (m) tại điểm đo áp suất. Những khu vực có độ cao ngang với mặt nước biển $(h=0)$ thì áp suất khí quyển là $p=760$; thành phố A có độ cao $h=2355$ thì $p=571,6$. Một vận động viên leo núi, tại điểm dừng chân đo được áp suất khí quyển là 540 $mmHg$. Hãy tính độ cao của điểm dừng chân (so với mực nước biển).

Câu 5. *(4,0 điểm)*

1) Một lọ nước hoa có hình dạng bên ngoài là hình cầu làm bằng thuỷ tinh có đường kính 8 *cm*. Lòng bên trong của lọ cũng là một hình cầu nhỏ cùng tâm với hình cầu bên ngoài để chứa nước hoa. Hỏi phải làm thành lọ có độ dày là bao nhiêu *cm* để chứa được lượng nước hoa là 120 *ml*? (kết quả làm tròn ở bước cuối cùng, lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn đến hàng phần mười). Biết rằng lượng nước hoa được chứa trong lọ chiếm 80% thể tích của phần có thể chứa nước hoa.

2) Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2\text{R}$, trên đoạn OA lấy điểm $I\,(I \neq A; I \neq O)$. Kẻ tia Ix vuông góc với AB cắt (O) tại C. Lấy điểm E trên cung nhỏ $BC\,(E \neq B; E \neq C)$, AE cắt CI tại F. Gọi D là giao điểm của đường thẳng BC với tiếp tuyến tại A của $(O;R)$.

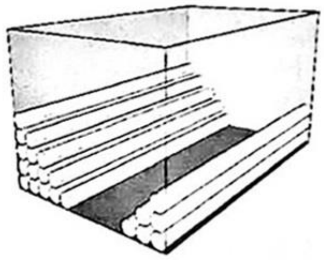
a) Chứng minh bốn điểm B, E, F, I cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh $AE.AF = CB.CD$.

c) Khi điểm E di chuyển trên cung nhỏ BC với giả thiết $AB = 2AC$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $S = 2025.BE.CE$.

Câu 6. *(1,0 điểm)*

1) Cho a, b là hai số thực dương. Chứng minh $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$.



2) Một viên phấn có dạng hình trụ với đường kính đáy 1 *cm*, chiều dài 6 *cm*. Người ta xếp 120 viên phấn thành *a* hàng và *b* cột $\left(a, b \in N^*\right)$ đặt vừa khít vào một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật làm bằng bìa cứng. Tìm *a, b* sao cho vật liệu cần dùng để làm chiếc hộp đó tiết kiệm nhất (coi diện tích các mép nối là không đáng kể).

--------- **Hết** ---------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI CHUYÊN TOÁN SƠN LA
Năm học 2025 – 2026

Câu 1. *(2,0 điểm)*

a) Thay $x=25$ vào A ta được : $A=\dfrac{2\sqrt{25}+3}{5.25-10\sqrt{25}}=\dfrac{2.5+3}{125-10.5}=\dfrac{13}{75}$

Thay $x=25$ vào B ta được :

$$B=\frac{2}{\sqrt{25}-2}+\frac{3}{2\sqrt{25}+1}-\frac{5\sqrt{25}-7}{2.25-3\sqrt{25}-2}=\frac{2}{5-2}+\frac{3}{2.5+1}-\frac{5.5-7}{50-3.5-2}=\frac{2}{3}+\frac{3}{11}-\frac{18}{33}=\frac{13}{33}$$

Vậy tại $x=25$ thì giá trị của biểu thức $A=\dfrac{13}{75}$ và $B=\dfrac{13}{33}$

b) Với $x>0, x\neq 4$, ta có:

$$B=\frac{2}{\sqrt{x}-2}+\frac{3}{2\sqrt{x}+1}-\frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2}=\frac{2}{\sqrt{x}-2}+\frac{3}{2\sqrt{x}+1}-\frac{5\sqrt{x}-7}{(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}+1)}$$
$$=\frac{4\sqrt{x}+2+3\sqrt{x}-6-5\sqrt{x}+7}{(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}+1)}=\frac{2\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}+1)}.$$

Vậy $B=\dfrac{2\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}+1)}$, với $x>0, x\neq 4$

c) Với $x>0, x\neq 4$, ta có:

$$C=\frac{B}{A}=\frac{2\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}+1)}:\frac{2\sqrt{x}+3}{5x-10\sqrt{x}}=\frac{2\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}+1)}.\frac{5\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{2\sqrt{x}+3}=\frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}.$$

Giả sử C nguyên thì C là số nguyên dương, ta có: $0<\dfrac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}<3.$

Nếu $C=1 \Leftrightarrow \dfrac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}=1 \Leftrightarrow 5\sqrt{x}=2\sqrt{x}+1 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{9}$. (thoả mãn)

Nếu $C=2 \Leftrightarrow \dfrac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}=2 \Leftrightarrow 5\sqrt{x}=4\sqrt{x}+2 \Leftrightarrow x=4$. (loại)

Như vậy để C nguyên thì $x=\dfrac{1}{9}$.

Câu 2. *(1,0 điểm)*

Gọi phần nước chảy được vào bể của vòi thứ nhất, hai sau 1 giờ lần lượt là x, y (phần bể)

Điều kiện: $x>0, y>0$. Đổi 4 giờ 48 phút = 4,8 giờ

Nếu hai vòi cùng chảy thì sau 1 giờ chảy được: $x+y$ (phần bể)

Vì hai vòi cùng chảy thì sau 4,8 giờ là đầy bể, nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x+y}=4{,}8 \Leftrightarrow 4{,}8(x+y)=1 \Leftrightarrow 48x+48y=10 \Leftrightarrow 24x+24y=5 \qquad (1)$$

Vì nếu cho vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ hai chảy trong 4 giờ thì được $\frac{3}{4}$ bể, nên ta có phương trình: $3x+4y=\frac{3}{4} \Leftrightarrow 12x+16y=3$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: $\begin{cases}24x+24y=5\\12x+16y=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{1}{12}\\y=\frac{1}{8}\end{cases}$. (thoả mãn)

Vậy vòi thứ nhất chảy riêng thì mất $\frac{1}{x}=\frac{1}{\frac{1}{12}}=12$ (giờ) thì đầy bể và vòi thứ hai chảy riêng thì mất $\frac{1}{y}=\frac{1}{\frac{1}{8}}=8$ (giờ) thì đầy bể.

Câu 3*(1,0 điểm)*

Từ mỗi hộp I và II lấy ngẫu nhiên một quả cầu, suy ra $n(\Omega)=3.4=12$

a) Hộp I có chứa 2 quả cầu được đánh số là số nguyên tố : $\{2;3\}$

Hộp II có chứa 2 quả cầu được đánh số là số nguyên tố: $\{5;7\}$

Suy ra, số trường hợp thoả mãn biến cố A là $n(A)=2.2=4$

Vậy, xác suất của biến cố A là: $p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

b) Hộp I có chứa 1 quả cầu được đánh số là số chẵn : $\{2\}$ và chứa 2 quả cầu được đánh số là số lẻ: $\{1;3\}$. Hộp II có chứa 2 quả cầu được đánh số là số chẵn : $\{4;6\}$ và chứa 2 quả cầu được đánh số là số lẻ: $\{5;7\}$

Để tổng của hai số ghi trên hai quả cầu lấy được là một số chia hết cho 2 thì số ghi trên hai quả cầu hoặc cùng chẵn, hoặc cùng lẻ.

TH1: số ghi trên hai quả cầu là cùng chẵn ,có 1.2 = 2 (trường hợp)

TH2: số ghi trên hai quả cầu là cùng lẻ, có 2.2 = 4 (trường hợp)

Suy ra, có 2 + 4 = 6 trường hợp để thoả mãn biến cố *B*, hay *n*(*B*) = *6*

Vậy xác suất của biến cố B là $P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$

Câu 4*(1,0 điểm)*

1) Phương trình $x^2+7x-5=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 nên theo Vi-ét ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=-7\\x_1x_2=-5\end{cases}$

Và $x_1^2 + 7x_1 - 5 = 0$

Ta có: $P = \dfrac{x_1^2 + x_2^2}{(x_1^2 + 7x_1 - 6)^{2025}} = \dfrac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{\left[(x_1^2 + 7x_1 - 6) - 1\right]^{2025}} = \dfrac{(-7)^2 - 2.(-5)}{(0-1)^{2025}} = \dfrac{59}{-1} = -59.$

Vậy $P = -59$.

2) Theo đề bài, hàm số biểu thị mối liên hệ giữa độ cao (h) và áp suất khí quyển (p) là $p = a.h + b$ với $a \neq 0, 0 \leq h \leq 5000$

Tại $h = 0$ thì $p = 760$ nên ta có: $760 = a.0 + b \Leftrightarrow b = 760\,(1)$

Tại $h = 2355$ thì $p = 571,6$ nên ta có: $2355a + b = 571,6\,(2)$

Từ (1) và (2), ta có: $\begin{cases} b = 760 \\ 2355a + b = 571,6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 760 \\ 2355a + 760 = 571,6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 760 \\ a = -0,08 \end{cases}$

Khi đó, hàm số biểu thị mối liên hệ giữa độ cao (h) và áp suất khí quyển (p) là $p = -0,08h + 760$

Áp suất khí quyển của vận động viên tại điểm dừng chân là *p=540,* nên ta có $540 = -0,08h + 760$

Suy ra, độ cao của vận động viên tại điểm dừng chân là $h = \dfrac{540 - 760}{-0,08} = 2750(m)$

Vậy độ cao của điểm dừng chân so với mực nước biển là $h = 2750(m)$

Câu 5:

1) Thể tích lượng nước hoa: $V = 120(ml) = 120(cm^3)$

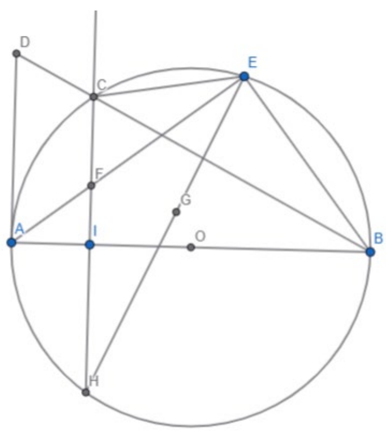
Thể tích của hình cầu chứa nước hoa: $V = 120 : 80\% = 150(cm^3)$

Bán kính của hình cầu chứa nước hoa: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 \Leftrightarrow 150 = \dfrac{4}{3}\pi R^3 \Leftrightarrow R^3 = \dfrac{225}{2\pi} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\dfrac{225}{2\pi}}$

Độ dày thành lọ nước hoa: $\dfrac{8}{2} - \sqrt[3]{\dfrac{225}{2\pi}} \approx 0,7(cm)$

Vậy độ dày thành lọ hoa thỏa mãn là 0,7 *cm.*

2) Ta có hình vẽ:



a) Ta thấy E thuộc đường tròn đường kính AB nên $\angle AEB = 90$, mà kết hợp với $\angle FIB = 90$ nên cá điểm F,I,B,E đồng viên.

b) Tam giác AIF đồng dạng tam giác AEB (g.g), nên suy ra $\frac{AI}{AE} = \frac{AF}{AB}$ hay $AI.AB = AF.AE$.

Mặt khác do tam giác ACB vuông tại C có đường cao CI nên chứng minh được $AC^2 = AI.AB$

Và tam giác DAB vuông tại A, đường cao AC nên $AC^2 = CD.DB$

Như vậy $AE.AF=CD.DB$

c) Khi $AB = 2AC$ suy ra $AC = R$ hay tam giác ACO đều và I là trung điểm AO.

Gọi CI cắt (O) tại H. Ta có CBH là tam giác cân tại B và $CBH = 60$ hay tam giác CHB đều.

Gọi G trên HE sao cho $CE = EG$.

Ta có: $CEG = 60$ nên tam giác CEG đều, ta chứng minh được $HCG = BCE$ (*)

Suy ra tam giác CGH = tam giác CEB (c.g.c) do $CE = CG$, $AC = AB$ và do (*)

Khi đó $BE = HG$. Như vậy $CE + EB = EH$

Ta có $S = 2025.BE.CE \le 2025.\frac{(BE+CE)^2}{4} = 2025.\frac{EH^2}{4} \le 2025.R^2$

Do $EH \le 2R$. Như vậy Max $S = 2025.R^2$. Dấu bằng xảy ra khi vào chỉ khi E,H,O thẳng hàng.

Lưu ý: Một số kết thức về góc nội tiếp, góc tạo tiếp tuyến và dây cung, HS tự chứng minh lại.

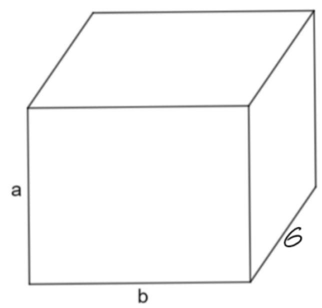
Câu 6.

a) Ta có:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \ge \frac{4}{a+b} \Leftrightarrow \frac{a+b}{ab} \ge \frac{4}{a+b}$$
$$\Leftrightarrow (a+b)^2 \ge 4ab \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \ge 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 \ge 0.$$

Như vậy BĐT được chứng minh và dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b$.

b) Ta có diện tích toàn phần của hộp phấn là: $V = 2(ab + 6a + 6b)$



Mà ta có ab=120 (1) $\Rightarrow V = 12(a+b) + 240$

Chú ý $a,b \in \mathbb{N}^*$ nên $a,b \ge 1$.

Ta có $a + b \ge 2\sqrt{ab} = 2\sqrt{120} > 21$

Để V đạt giá trị bé nhất thì ta có $a + b = 22$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\left[\begin{array}{l} a = 10, b = 12 \\ a = 12, b = 10 \end{array}\right.$

Để vật liệu cần dùng để làm chiếc hộp đó tiết kiệm nhất thì $a = 10$, $b = 12$ hoặc $a = 12$, $b = 10$.