

Câu 1. (4,0 điểm)

1) Cho biểu thức $P = \left(\frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{2\sqrt{x}+1} - \frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2\sqrt{x}+3}{10x+5\sqrt{x}}$ (với $x > 0; x \neq 4$)

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Cho biểu thức $B = \frac{\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+2}$. Tìm x để $M = P \cdot B$ có giá trị nguyên.

2) Cho $x = \sqrt{2} + \sqrt{5}$. Tính giá trị của biểu thức $P = x^{2026} - 14x^{2024} + 9x^{2022} - x^5 + 14x^3 - 9\sqrt{5}$.

Câu 2. (4,0 điểm)

1) Giải phương trình $\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = x-1$.

2) Hai tỉnh A và B cách nhau 140km. Một xe tải đi từ tỉnh A đến tỉnh B, sau khi xe tải đi được 36 phút, một xe khách bắt đầu đi từ B về A và gặp xe tải sau đó 1 giờ. Giả sử rằng vận tốc của các xe là không đổi trong suốt quá trình đi chuyển. Tính vận tốc của mỗi xe, biết thời gian xe tải đi từ A đến B nhiều hơn thời gian xe khách đi từ B về A là 28 phút.

Câu 3. (3,0 điểm)

1) Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho tổng tất cả các ước dương của p^4 là một số chính phương.

2) Cho số nguyên dương n thỏa mãn $\frac{n^2-1}{3}$ là tích của hai số nguyên dương liên tiếp. Chứng minh

rằng n chia 3 dư 1 và $\frac{2n+1}{3}$ là một số chính phương.

Câu 4. (7,0 điểm)

1) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn $(O; R)$ có B, C cố định. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC đồng quy tại H . Đường thẳng chứa tia phân giác ngoài của $\angle BHC$ cắt AB, AC lần lượt tại M, N .

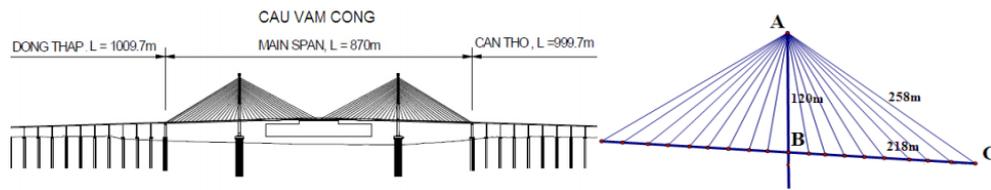
a) Chứng minh rằng tam giác AMN cân.

b) Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN cắt đường phân giác của $\angle BAC$ tại $K (K \neq A)$. Chứng minh rằng HK luôn đi qua một điểm cố định khi A thay đổi.

c) Tìm vị trí của điểm A sao cho diện tích tam giác AEF là lớn nhất.

2) Cầu Vàm Cống bắc ngang qua Sông Hậu nối liền hai tỉnh Cần Thơ và Đồng Tháp thiết kế theo kiểu dây giăng như hình vẽ. Chiều cao từ sàn cầu đến đỉnh trụ đỡ $AB = 120$ (m), dây giăng

$AC = 258$ (m), chiều dài sàn cầu từ B đến C là 218 (m). Hỏi góc nghiêng của sàn cầu BC so với mặt nằm ngang (Xem như trụ đỡ AB thẳng đứng so với phương ngang).



Câu 5. (2,0 điểm)

- 1) Tồn tại hay không 9 số nguyên a_1, a_2, \dots, a_9 sao cho tập các giá trị của tổng $a_i + a_j$ ($1 \leq i < j \leq 9$) có chứa 36 số nguyên liên tiếp?
- 2) Cho a, b, c dương thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{2a}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{b}{\sqrt{1+b^2}} + \frac{c}{\sqrt{1+c^2}} - a^2 - 28b^2 - 28c^2.$$

-----HẾT-----

Xem thêm: ĐỀ THI HSG TOÁN 9
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-hsg-toan-9>