

UBND HUYỆN PHÚC THỌ
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ KHẢO SÁT LỚP 9

Môn: Toán

Năm học: 2024-2025

Ngày thi: 8/5/2025

Thời gian làm bài: 120 phút

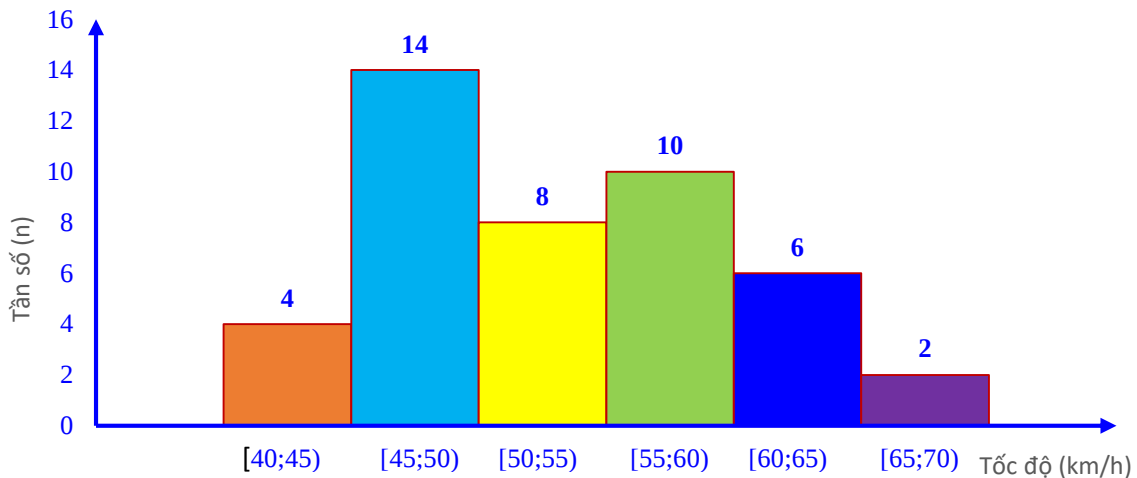
(Không kể thời gian phát đề)

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 2 trang)

Câu I. (1,5 điểm)

1) Biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây ghi lại tốc độ (đơn vị: km/h) của 44 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ.



Hãy cho biết số lượng ô tô ở nhóm nào nhiều nhất, tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm đó (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

2) Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số 1, 2, 3, ..., 20; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau. Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp” và biến cố A là “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 3 dư 2”. Tính xác suất của biến cố A.

Câu II. (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{x-3}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{4\sqrt{x}}{4-x}$ với $x > 0, x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A biết $x = 16$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Cho $P = A.B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P \leq 6$.

Câu III. (2,5 điểm)

1) Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 140 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 2 sản phẩm nên đã hoàn thành

sớm hơn dự định 8 ngày. Hỏi mỗi ngày theo kế hoạch phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

2) Anh Bình đến siêu thị để mua một cái máy sấy tóc và một cái quạt điện có tổng giá niêm yết là 850 nghìn đồng. Tuy nhiên, thực tế khi trả tiền, nhờ siêu thị khuyến mãi để tri ân khách hàng nên giá bán máy sấy tóc và quạt điện đã giảm lần lượt 10% và 20% so với giá niêm yết. Do đó, anh Bình đã được giảm 125 nghìn đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của mỗi sản phẩm mà anh Bình đã mua nói trên là bao nhiêu?

3) Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 - ax + 3 = 0$ có một nghiệm bằng $x = 3 - \sqrt{6}$. Tính tổng nghịch đảo bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Câu IV. (4 điểm)

1) Một cốc thủy tinh hình trụ đang chứa một lượng nước. Bán kính đáy cốc nước hình trụ là 2cm. Người ta thả một viên bi hình cầu không thấm nước, viên bi chìm xuống đáy cốc làm cho cốc nước dâng lên cao 3cm và nước chưa tràn ra ngoài. Tính thể tích viên bi?

2) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Lấy điểm M thuộc đoạn OA , điểm N thuộc nửa đường tròn (O). Từ A và B vẽ các tiếp tuyến Ax và By . Đường thẳng qua N và vuông góc với NM cắt Ax , By theo thứ tự tại C và D .

a) Chứng minh: A, C, N, M cùng thuộc một đường tròn.

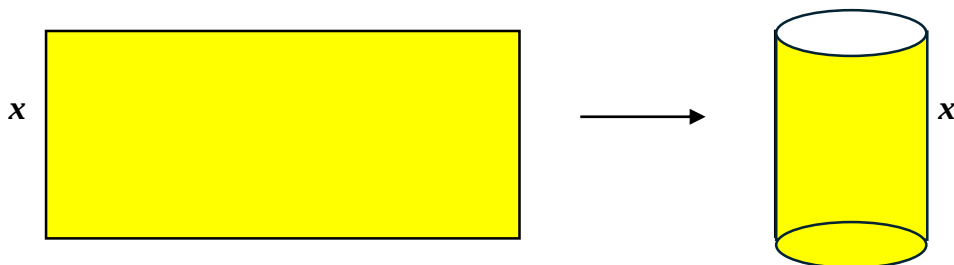
b) Chứng minh: $AN \cdot CD = AB \cdot CM$

c) Gọi I là giao điểm của AN và CM , K là giao điểm của BN và DM .

Chứng minh rằng: $IK \parallel AB$.

Bài V. (0,5 điểm)

Một mảnh tôn hình chữ nhật có chu vi bằng 48 cm và có một cạnh có độ dài là x cm. Người thợ hàn đã gia công và hàn mảnh tôn trên thành hình trụ tròn có đường cao bằng x cm. Hãy tìm độ dài x (cm) để thể tích không gian bên trong hình trụ tròn là lớn nhất? (Giả sử độ dày mảnh tôn và phần hàn giữa 2 mép tôn không đáng kể)



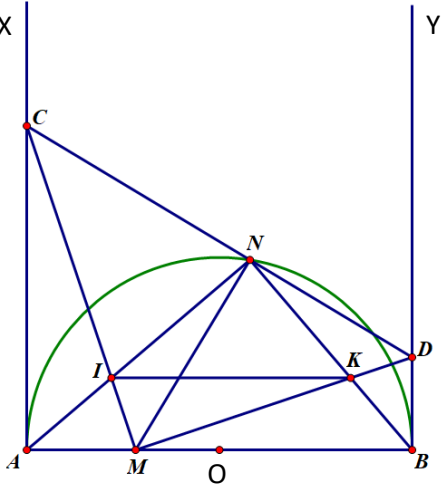
----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN CHẤM

BÀI	Ý	Nội dung	Điểm
BÀI I (1,5 điểm)	1	Số lượng ô tô ở nhóm [45;50) là nhiều nhất: 14 chiếc Tần số tương đối của nhóm là $\frac{14 \cdot 100}{44} \% \approx 31,8 \%$	0,25 0,5
	2	$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$ Không gian mẫu của phép thử có 20 phần tử Biến cố A: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 3 dư 2”. Có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20. Vậy xác suất của A là $P = \frac{7}{20} = 0,35$	0,25 0,25 0,25
	1	Có $A = \frac{x-3}{\sqrt{x}}$ ($x > 0, x \neq 4$) Thay $x = 16$ (TMĐK) vào biểu thức A ta có: $A = \frac{16-3}{\sqrt{16}} = \frac{13}{4}$ Vậy $A = \frac{13}{4}$ khi $x = 16$	0,25
BÀI II (1,5 điểm)	2	Ta có $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{4\sqrt{x}}{4-x}$ ($x > 0, x \neq 4$) $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $B = \frac{x-2\sqrt{x}+4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $B = \frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25 0,25

		$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$	
		Vậy $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0, x \neq 4$	0,25
	3	3) Với $A = \frac{x-3}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ ($x > 0, x \neq 4$) $P = A.B$ $P = \frac{x-3}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ $P = \frac{x-3}{\sqrt{x}-2}$ Đề $P \leq 6$ thì $\frac{x-3}{\sqrt{x}-2} \leq 6$ $\frac{x-3}{\sqrt{x}-2} - 6 \leq 0$ $\frac{x-3-6(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}-2} \leq 0$ $\frac{x-3-6\sqrt{x}+12}{\sqrt{x}-2} \leq 0$ $\frac{x-6\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}-2} \leq 0$ $\frac{(\sqrt{x}-3)^2}{\sqrt{x}-2} \leq 0$ TH1: $\frac{(\sqrt{x}-3)^2}{\sqrt{x}-2} = 0$ $(\sqrt{x}-3)^2 = 0$ $\sqrt{x}-3=0$ $\sqrt{x}=3$	0,25

	$(2) \Leftrightarrow (x+2) \cdot \left(\frac{140}{x} - 8 \right) = 140$ $\Leftrightarrow (x+2) \cdot (140 - 8x) = 140x$ $\Leftrightarrow x^2 + 2x - 35 = 0$ Giải phương trình, ta được: $x = 5$; $x = -7$ Do số sản phẩm không thể âm, nên ta chọn $x = 5$ Vậy số sản phẩm phân xưởng sản xuất theo kế hoạch mỗi ngày là 5 sản phẩm, và số ngày theo kế hoạch là 35 ngày	0,25
2	Gọi giá tiền niêm yết của một cái máy sấy tóc là: x (nghìn đồng). Gọi giá tiền niêm yết của một cái quạt điện là: y (nghìn đồng). Điều kiện: $0 < x < 850$; $0 < y < 850$. Vì với tổng số tiền của hai sản phẩm theo giá niêm yết là 850 nghìn đồng nên ta có phương trình: $x + y = 850. \quad (1)$ Thực tế khi trả tiền: + Số tiền mà anh Bình được giảm khi mua một cái máy sấy tóc là: $10\%x = 0,1x$ (nghìn đồng). + Số tiền mà anh Bình được giảm khi mua một cái quạt điện là: $20\%y = 0,2y$ (nghìn đồng). Do anh Bình đã được giảm giá 125 nghìn đồng khi mua 2 sản phẩm trên nên ta có phương trình: $0,1x + 0,2y = 125. \quad (2)$ Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 850 \\ 0,1x + 0,2y = 125 \end{cases}$ Giải hệ phương trình ta được: $\begin{cases} x = 450 \\ y = 400 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$ Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của một cái máy sấy tóc mà anh Bình đã mua là: $450 \cdot 10\% = 45$ (nghìn đồng). Số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của một cái quạt điện mà anh Bình đã mua là: $400 \cdot 20\% = 80$ (nghìn đồng).	0,25 0,25 0,25
3	Gọi 2 nghiệm của pt trên là x_1, x_2 trong đó giả sử $x_1 = 3 - \sqrt{6}$	

		Theo định lý Viète, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = a \\ x_1 \cdot x_2 = 3 \end{cases}$ Suy ra: $x_2 = \frac{3}{x_1} = \frac{3}{3 - \sqrt{6}} = \frac{3(3 + \sqrt{6})}{3^2 - 6} = 3 + \sqrt{6}$ $\Rightarrow a = x_1 + x_2 = 3 - \sqrt{6} + 3 + \sqrt{6} = 6$ Tổng nghịch đảo bình phương hai nghiệm của phương trình là: $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 \cdot x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1 \cdot x_2)^2} = \frac{6^2 - 2 \cdot 3}{3^2} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}$	0,25
		Tổng nghịch đảo bình phương hai nghiệm của phương trình là: $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 \cdot x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1 \cdot x_2)^2} = \frac{6^2 - 2 \cdot 3}{3^2} = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}$	0,25
Bài IV (4 điểm)	1	Lượng nước dâng lên chính là thể tích của viên bi, do viên bi chiếm chỗ trong nước. Thể tích phần nước dâng lên, ta tính theo công thức thể tích hình trụ: $V = \pi r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 2^2 \cdot 3 = 37,7$ Vậy thể tích viên bi là 37,7 cm³	1,0
	2-a		0,25
		Vì $\angle MAC = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến) nên tam giác MAC vuông tại A $\Rightarrow$ 3 điểm A, M, C cùng thuộc đường tròn đường kính MC (1)	0,25
		Vì $\angle MNC = 90^\circ$ (gt) nên tam giác MNC vuông tại N $\Rightarrow$ 3 điểm N, M, C cùng thuộc đường tròn đường kính MC (2)	0,25
		Từ (1) và (2) suy ra: 4 điểm A, N, M, C cùng thuộc đường tròn đường kính MC $\Rightarrow$ Tứ giác ACNM nội tiếp đường tròn đường kính CM hay A, C, N, M cùng thuộc đường tròn đường kính CM.	0,25
		Chứng minh tương tự ta có tứ giác BDNM nội tiếp đường tròn đường kính DM	0,25

2- b	Xét $\triangle ANB$ và $\triangle CMD$ có: $\angle NAB = \angle MCD$ (góc nội tiếp cùng chắn cung MN của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ACNM$) $\angle NBA = \angle MDC$ (góc nội tiếp cùng chắn cung MN của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BDNM$) $\Rightarrow \triangle ANB \sim \triangle CMD$ (g.g) $\frac{AN}{CM} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow AN \cdot CD = AB \cdot CM$	0,25 0,25 0,25
2- c	Vì $\triangle ANB \sim \triangle CMD$ $\Rightarrow \angle CMD = \angle ANB = 90^\circ$ Xét tứ giác $MINK$ có $\angle IMK = \angle INK = 90^\circ$ $\Rightarrow$ Tứ giác $MINK$ nội tiếp đường tròn đường kính IK $\Rightarrow \angle NMK = \angle NIK$ (góc nội tiếp cùng chắn cung NK) (1) Mà $\angle NMK = \angle NBD$ (góc nội tiếp cùng chắn cung ND) (2) Ta lại có $\angle NBD = \angle NAB$ (cùng phụ với $\angle NBA$) (3) Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \angle NIK = \angle NAB$ (mà hai góc này ở vị trí đồng vị) $\Rightarrow IK \parallel AB$	0,25 0,25 0,25 0,25

Bài V (0,5 điểm)	Ta có: Chu vi đường tròn đáy của hình trụ tạo thành là: $24 - x$ (cm) $\Rightarrow$ Bán kính đường tròn đáy của hình trụ là: $R = \frac{C}{2\pi} = \frac{24 - x}{2\pi}$ (cm) Thể tích của hình trụ tạo ra là: $V = \pi R^2 h = \pi \cdot \left(\frac{24 - x}{2\pi} \right)^2 \cdot x = \frac{(24 - x)(24 - x)x}{4\pi} \text{ (cm}^3\text{)}$ * / Chứng minh bất đẳng thức: $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$ (*). Ta có: $(a + b)^3 - 3ab(a + b) + c^3 - 3abc \geq 0$ $(a + b + c) \left((a + b)^2 - (a + b)c + c^2 \right) - 3ab(a + b + c) \geq 0$ $(a + b + c) (a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - ac - bc - 3ab) \geq 0$ $(a + b + c) (a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) \geq 0$ $(a + b + c) \left[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \right] \geq 0 \text{ đúng với mọi } a, b, c \text{ dương.}$ Vậy bất đẳng thức: $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$ được chứng minh. Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c$. Đặt $a^3 = x; b^3 = y; c^3 = z \Rightarrow a = \sqrt[3]{x}; b = \sqrt[3]{y}; c = \sqrt[3]{z}$ (với $x, y, z > 0$) Từ (*) $\Rightarrow x + y + z \geq 3\sqrt[3]{xyz} \Rightarrow xyz \leq \frac{(x + y + z)^3}{27}$ (**). Dấu “=” xảy ra khi $x = y = z$. Áp dụng bất đẳng thức (**) cho ba số dương, ta có: $V = \frac{(24 - x)(24 - x)x}{4\pi} = \frac{(24 - x)(24 - x)2x}{8\pi} \leq \frac{(24 - x + 24 - x + 2x)^3}{27 \cdot 8\pi} = \frac{512}{\pi}$ Dấu “=” xảy ra khi $2x = 24 - x$, tức $x = 8$ (thỏa mãn). Vậy $x = 8$ thì thể tích không gian bên trong hình trụ đạt GTLN	0,25 0,25
-----------------------------------	---	-------------------------