

KẾ HOẠCH HOẠT ĐỘNG

Học kỳ I

<i>Tuần</i>	<i>Thứ</i>	<i>Nội dung</i>
1		
2		
3		
4		

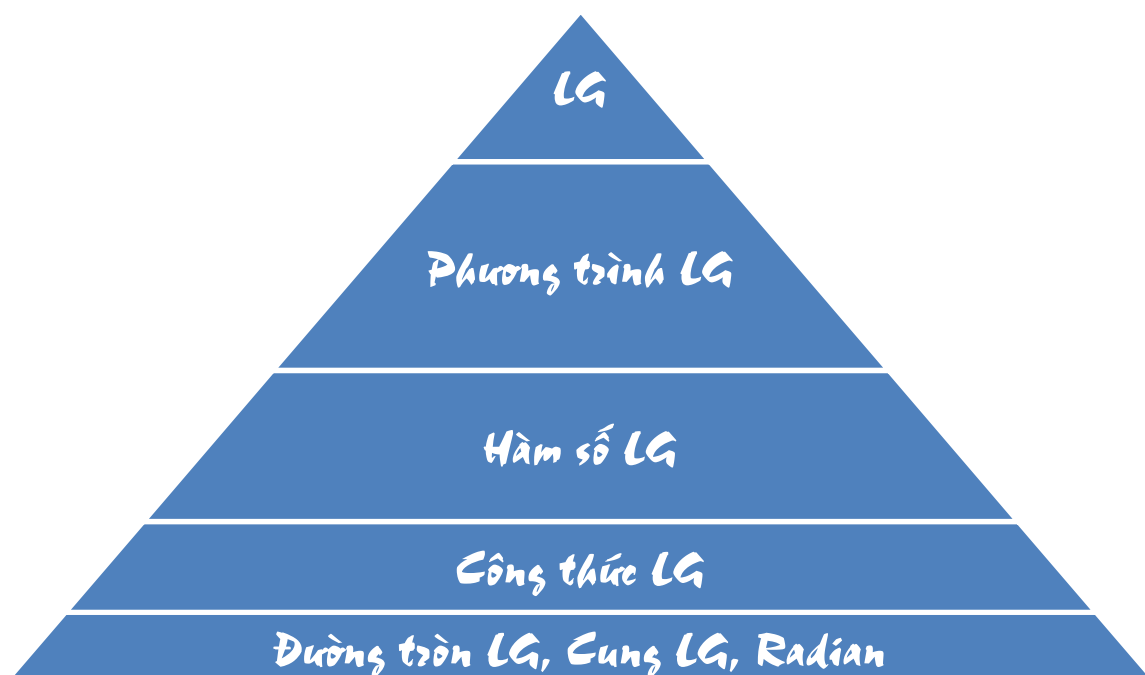
5		
6		
7		
8		

9		
10		
11		
12		

13		
14		
15		
16		

ĐẠI SỐ CHƯƠNG 1

LƯỢNG GIÁC



TEST NĂNG LỰC

Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp các số thực x sao cho $f(x)$ có nghĩa.

Câu 1. Hàm số $y = \frac{2x+3}{5-x}$ có tập xác định là

- A. $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{5\}$. C. $(-\infty; 5]$. D. $(-\infty; 5)$.

Câu 2. Hàm số $y = \sqrt{2x+3}$ có tập xác định là

- A. $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$. D. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 3. Hàm số $y = \frac{2x+3}{\sqrt{5-x}}$ có tập xác định là

- A. $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{5\}$. C. $(-\infty; 5]$. D. $(-\infty; 5)$.

Câu 4. Hàm số $y = \frac{\sqrt{2x+3}}{5-x}$ có tập xác định là

- A. $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{5\}$.
C. $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right) \setminus \{5\}$. D. $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right) \setminus \{5\}$.

Câu 5. Hàm số $y = \frac{2x+3}{5+x^2}$ có tập xác định là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{5\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 5\}$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 6. Điều kiện xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{2x+3}{5-x}}$ là

- A. $2x+3 \geq 0$. B. $5-x \geq 0$. C. $\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ 5-x \neq 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} \frac{2x+3}{5-x} \geq 0 \\ 5-x \neq 0 \end{cases}$.

Câu 7. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 - 2x - x^2$ trên đoạn $[-4; 2]$ là

- A. -5. B. 0. C. 3. D. 4.

Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 2x + 2$ trên đoạn $[-1; 3]$ là

- A. 5. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây là hàm chẵn?

- A. $y = x^2 - 2x + 2$. B. $y = x^4 - 3x^2 + 2019$.
C. $y = 2x + 3$. D. $y = x^3 - 3x$.

Câu 10. Hàm số $y = 3x^2 - 5|x| + \sqrt{9-x^2} - 2$ là hàm

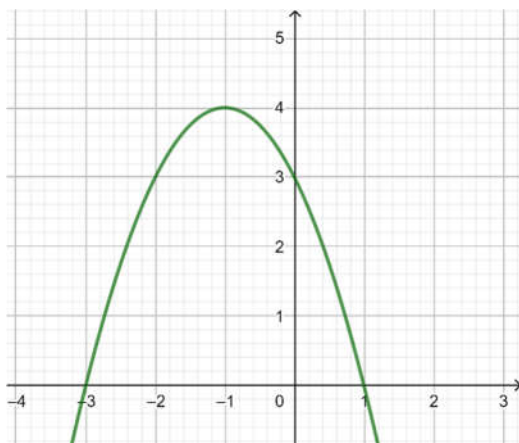
- A. Chẵn. B. Lẻ.
C. Không chẵn không lẻ. D. Vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 11. Phương trình $2x+3=0$ có nghiệm là

- A. $x = -3$. B. $x = -\frac{3}{2}$. C. Vô nghiệm.

Câu 12. Phương trình $2x^2 + x - 3 = 0$ có nghiệm là

- A. $x = 1$. B. $x = -\frac{3}{2}$. C. $\begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$.



$$f(x) \text{ chẵn} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R} \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$$

$$f(x) \text{ lẻ} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R} \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$$

Phương trình tích $A \cdot B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$

Câu 13. Phương trình $(2x+3)(2x^2+x-3)=0$ có

- A. 1 nghiệm. B. 2 nghiệm. C. 3 nghiệm. D. 4 nghiệm.

Câu 14. Phương trình $x^2 - 5|x| + \sqrt{9-x^2} = -6$ có nghiệm là

- A. $x = 3$. B. $x = -3$. C. $x = \pm 3$. D. Vô nghiệm.

Câu 15. Tìm tất cả số thực x để hai hàm số $y = 5|x| - \sqrt{9-x^2}$ và $y = x^2 + 6$ có giá trị bằng nhau.

- A. $x = 3$. B. $x = -3$. C. $x = \pm 3$. D. Không có.

Câu 16. Đường tròn lượng giác là đường tròn

- A. Định hướng. B. Có tâm là gốc tọa độ.
C. Có bán kính $R = 1$. D. Cả A, B, C.

Câu 17. Cung lượng giác $\alpha = -375^\circ$ bằng bao nhiêu radian?

- A. $\frac{25\pi}{12}$. B. $-\frac{25\pi}{12}$. C. $\frac{\pi}{12}$. D. $-\frac{\pi}{12}$.

Câu 18. Cho cung lượng giác $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Tìm phát biểu đúng.

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\cos \alpha > 0$. C. $\tan \alpha > 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 19. Tìm mệnh đề không đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $-1 \leq \sin x \leq 1$. B. $-1 \leq \cos x \leq 1$.
C. $0 \leq \sin^2 x \leq 1$. D. $-1 \leq \cot x \leq 1$.

Câu 20. Cho đẳng thức $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. Tìm mệnh đề sai.

- A. $x = 150^\circ$. B. $x = \frac{5\pi}{6}$. C. $x = -\frac{5\pi}{6}$. D. $x = \frac{\pi}{6}$.

Câu 21. Tìm giá trị thỏa mãn đẳng thức $2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0$.

- A. $x = 0$. B. $x = 2\pi$. C. $x = 246\pi$. D. Cả A, B, C.

Câu 22. Có bao nhiêu giá trị x sao cho $2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị x thỏa mãn đẳng thức $\cos x = -\frac{3}{2}$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 24. Chọn đẳng thức không đúng.

- A. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. B. $\tan x \cdot \cos x = 1$.
C. $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$. D. $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 25. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $\sin(a-b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.
B. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.
C. $\sin(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.
D. $\sin(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

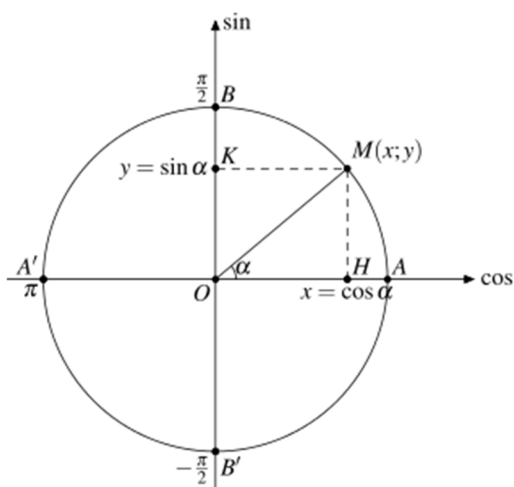
Câu 26. Rút gọn biểu thức $\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x$ ta được

- A. $\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$ B. $\sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right)$ C. $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ D. $\sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$

Câu 27. Mệnh đề nào dưới đây không đúng?

- A. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$. B. $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$.
C. $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$. D. $\cos 2x = 2\sin x \cdot \cos x$.

$180^\circ = \pi$



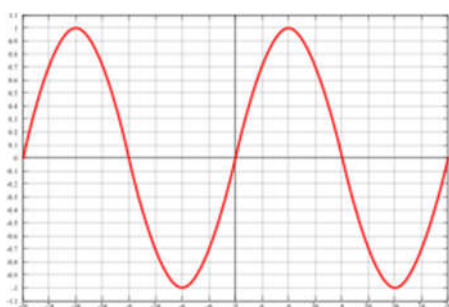
§1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

A. LÝ THUYẾT

1. Các hàm lượng giác cơ bản

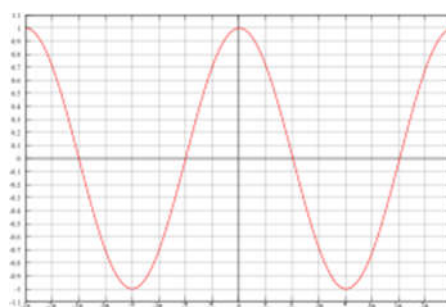
$$y = \sin x$$

- ☒ Tập xác định:
- ☒ Tập giá trị:
- ☒ Tính chẵn lẻ:
- ☒ Chu kỳ tuần hoàn:
- ☒ Hàm ngược: arcsin



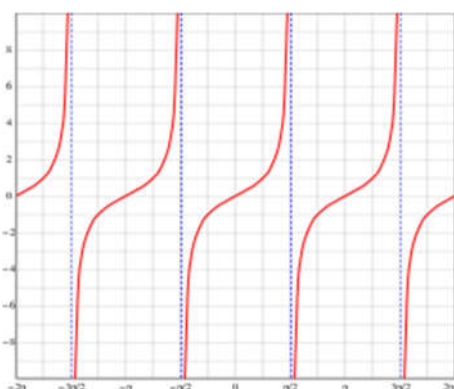
$$y = \cos x$$

- ☒ Tập xác định:
- ☒ Tập giá trị:
- ☒ Tính chẵn lẻ:
- ☒ Chu kỳ tuần hoàn:
- ☒ Hàm ngược: arccos



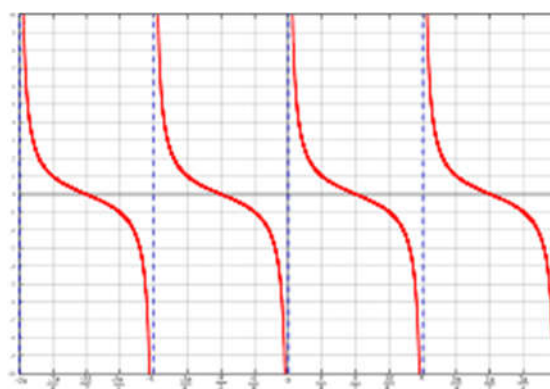
$$y = \tan x$$

- ☒ Tập xác định:
- ☒ Tập giá trị:
- ☒ Tính chẵn lẻ:
- ☒ Chu kỳ tuần hoàn:
- ☒ Hàm ngược: arctan



$$y = \cot x$$

- ☒ Tập xác định:
- ☒ Tập giá trị:
- ☒ Tính chẵn lẻ:
- ☒ Chu kỳ tuần hoàn:
- ☒ Hàm ngược: arccot

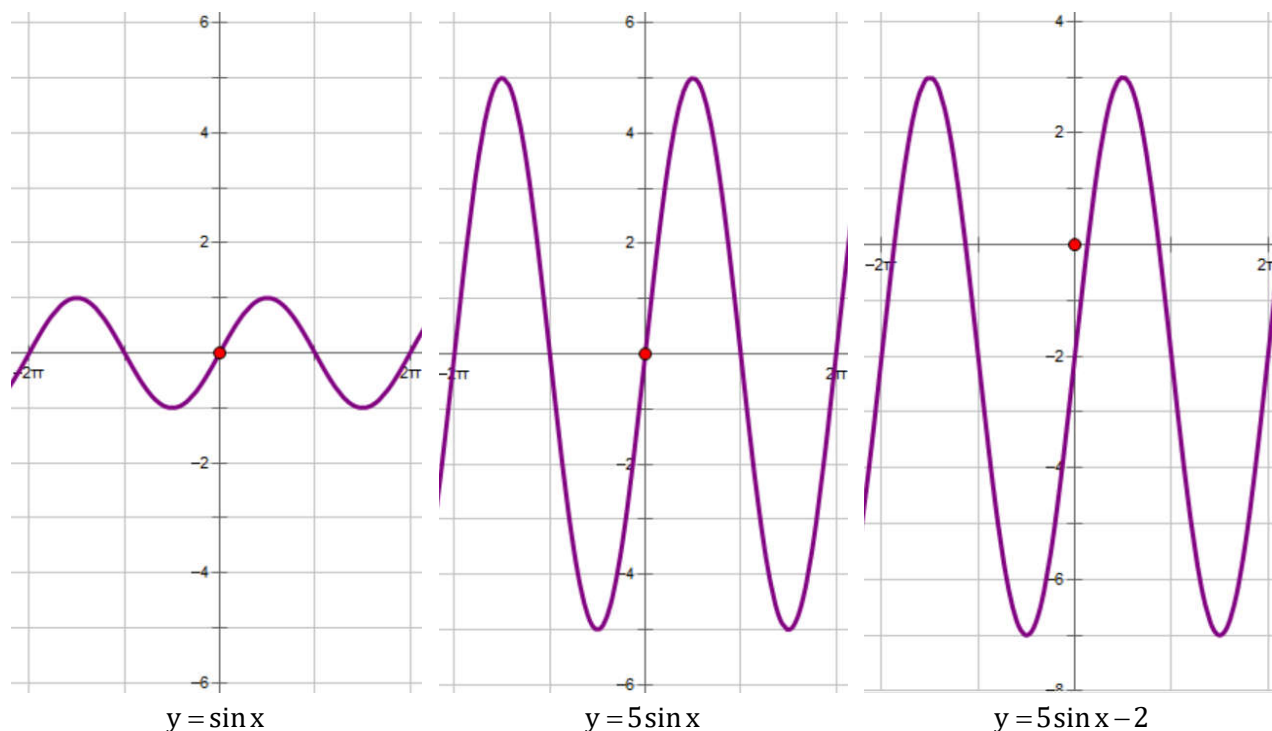


2. Các ví dụ

Ví dụ 1: Tìm chu kỳ tuần hoàn của các hàm số $y = \cos(3x - 2019^\circ)$ và $y = \cot(3x - 2019^\circ)$.

Ví dụ 2: Dùng máy tính cầm tay xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = \sin^2 x - \cos x$.

Ví dụ 3: Quan sát hình và chỉ ra giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất tương ứng.



Ví dụ 4: Tìm tập xác định của các hàm số $y = \frac{\sin x + 2019}{2 \cos x - 1}$ và $y = \sqrt{\cot^2 3x + 2019}$.

B. THỰC HÀNH

✪ Trắc nghiệm

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{2018}{\sin x}$.

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2. Tìm tập xác định của hàm số $y = \cot\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin 2x$.

- A. $\mathbb{R}$. B. $\emptyset$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin x}}$ là

- A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 4. Tìm chu kỳ tuần hoàn T của hàm số $y = \sin\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $T = \frac{2\pi}{5}$. B. $T = \frac{5\pi}{2}$. C. $T = \frac{\pi}{2}$. D. $T = \frac{\pi}{8}$.

Câu 5. Cặp hàm số nào sau đây có chu kì khác nhau?

A. $y = \cos x$ và $y = \cot \frac{x}{2}$.

B. $y = \sin x$ và $y = \tan 2x$.

C. $y = \sin \frac{x}{2}$ và $y = \cos \frac{x}{2}$.

D. $y = \cot 2x$ và $y = \tan 2x$.

Câu 6. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = \cos x + \sin^3 x$.

B. $y = \sin x + \cos x$.

C. $y = -\cos x$.

D. $y = \sin x \cos 3x$.

Câu 7. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung?

A. $y = \sin x \cos 2x$.

B. $y = \sin^3 x \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right)$

C. $y = \frac{\tan x}{\tan^2 x + 1}$.

D. $y = \cos x \sin^3 x$.

Câu 8. Tìm tập giá trị của hàm số $y = 5 - 3\sin x$.

A. $[-1; 1]$.

B. $[-3; 3]$.

C. $[2; 8]$.

D. $[5; 8]$.

Câu 9. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$. Tính $P = M - m$.

A. $P = 4$.

B. $P = 2\sqrt{2}$.

C. $P = \sqrt{2}$.

D. $P = 2$.

Câu 10. Hàm số $y = 5 + 4\sin 2x \cdot \cos 2x$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

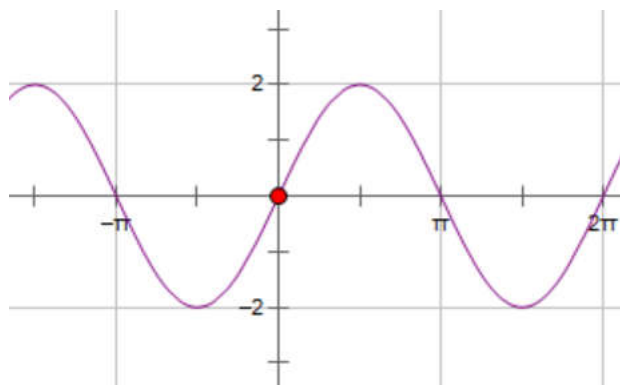
D. 6.

★ Tự luận

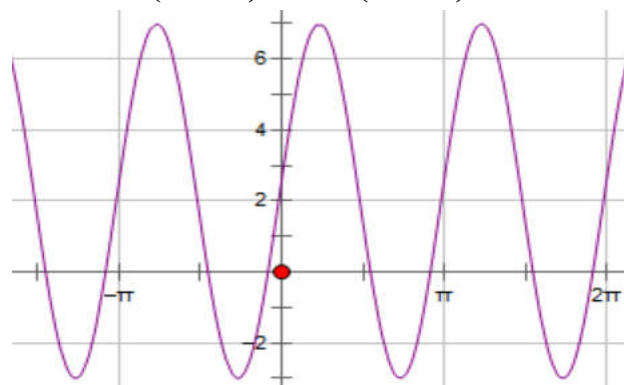
Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2\sin x - 5\cos \left(2x + \frac{\pi}{3} \right)$. Tính $f(0)$, $f\left(\frac{\pi}{2} \right)$, $f\left(-\frac{\pi}{6} \right)$.

Câu 2. Quan sát các hàm số sau và cho biết giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của chúng.

a) $y = 2\sin x$



b) $y = 3\sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) - 4\cos \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) + 2$



Câu 3. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số

a) $y = 3\cos x + 2$

b) $y = 2\cos \left(3x - \frac{\pi}{3} \right) - \sqrt{5}$

c) $y = \sqrt{5} - 2\cos \left(3x - \frac{\pi}{3} \right)$

d) $y = 2\cos^2 x - 3$

e) $y = \sqrt{\sin 5x} + 1$

f) $y = \sqrt{\sin 5x} + 1$

g) $y = \sin x - \sqrt{3}\cos x$

h) $y = \cos 3x + \sin 3x - 2019$

Câu 4. Tìm tập xác định của các hàm số

a) $y = \frac{3-x}{\sin x}$

b) $y = \cot x$

c) $y = \frac{2}{7} \tan \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$

d) $y = 3 \sin \frac{x+3}{x-2} + 17$

e) $y = \frac{2 - \cos x}{2 + \cos x}$

f) $y = \sqrt{\sin x + 2016}$

g) $y = \sqrt{\cot^2 x + 1}$

h) $y = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 - \sin x}}$

§2. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

A. LÝ THUYẾT

1. Bảng giá trị lượng giác thông dụng

α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
Giá trị LG									
$\sin \alpha$									
$\cos \alpha$									
$\tan \alpha$									
$\cot \alpha$									

2. Phương trình lượng giác cơ bản

☐ $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow$

☐ $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow$

☐ $\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow$

☐ $\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow$

☐ $\sin x = 0 \Leftrightarrow$

☐ $\sin x = 1 \Leftrightarrow$

☐ $\sin x = -1 \Leftrightarrow$

☐ $\cos x = 0 \Leftrightarrow$

☐ $\cos x = 1 \Leftrightarrow$

☐ $\cos x = -1 \Leftrightarrow$

$$x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Ví dụ 1: Giải các phương trình sau:

a) $\sin x = \frac{1}{2}$

b) $\sin x = \frac{2}{3}$

c) $\sin x = \frac{3}{2}$

d) $\sin(x - 15^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ví dụ 2: Giải các phương trình sau:

a) $\cos x = \frac{1}{2}$

b) $\cot x = \frac{2}{3}$

c) $\tan x = \frac{3}{2}$

d) $\cos(x - 15^\circ) = \frac{\sqrt{5}}{2}$

B. THỰC HÀNH

★ Trắc nghiệm

Câu 1. Gọi X là tập nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \sin x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $290^\circ \in X$.

B. $20^\circ \in X$.

C. $220^\circ \in X$.

D. $240^\circ \in X$.

Câu 2. Giải phương trình $\cot(3x - 1) = -\sqrt{3}$.

A. $x = \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{1}{3} + \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{1}{3} - \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3. Giải phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{2\pi}{3} + k\frac{3\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\frac{3\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $\tan x = 1$?

A. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\cot x = 1$.

D. $\cot^2 x = 1$.

Câu 5. Với giá trị nào của x thì giá trị của các hàm số $y = \sin 3x$ và $y = \sin x$ bằng nhau?

A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6. Tìm giá trị của x để các hàm số $y = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$ và $y = \tan 2x$ có giá trị bằng nhau?

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x = m$ có nghiệm.

A. $m \leq 1$.

B. $m \geq -1$.

C. $-1 \leq m \leq 1$.

D. $-1 < m < 1$.

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm.

A. $m \in (-\infty; -1)$.

B. $m \in (1; +\infty)$.

C. $m \in [-1; 1]$.

D. A hoặc B.

Câu 9. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos x = m + 1$ có nghiệm?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

Câu 10. Cho $\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$. Tính $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

★ Tự luận

Câu 1. Giá trị $x = \frac{\pi}{6}$ là nghiệm của phương trình nào dưới đây:

a) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\tan 3x = \sqrt{3}$

c) $\tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \tan \frac{3x}{2}$

Câu 2. Giải các phương trình sau:

a) $\tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

b) $\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\cot\left(\frac{\pi}{7} + x\right) = -\sqrt{3}$

d) $\sin(2x - 13^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

e) $\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{2}{3}$

f) $\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{3}{2}$

g) $\cot\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{3}{2}$

h) $\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \sin 2x$

§3. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC THƯỜNG GẶP

A. LÝ THUYẾT

1. Phương trình bậc nhất & phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác

× Phương trình bậc nhất: $at + b = 0$ (.....)

× Phương trình bậc hai: $at^2 + bt + c = 0$ (.....)

Trong đó t là một trong các hàm số

Ví dụ 1: Giải các phương trình sau:

a) $2\sin x - 1 = 0$

b) $3 - 2\cos x = 0$

c) $3 - 2\cot x = 0$

d) $2\cos^2 x - 5\cos x + 3 = 0$

e) $\tan^2 5x - (\sqrt{3} + \sqrt{2})\tan 5x + \sqrt{6} = 0$

Ví dụ 2: Giải các phương trình sau:

a) $2\cos x - 1 = 0$

b) $3 - 2\tan x = 0$

c) $4\sin^2 x - 3 = 0$

d) $\cot^2 x - (\sqrt{3} + 1)\cot x + \sqrt{3} = 0$

2. Phương trình bậc nhất đối với $\sin$ & $\cos$

Dạng: (1) với $a, b, c \in \mathbb{R}$, a và b không đồng thời bằng

Ví dụ 3: Giải các phương trình sau:

a) $3\sin x - 4\cos x = 5$

b) $\sqrt{3}\cos 5x + \sin 5x = 3$

Ví dụ 4: Giải các phương trình sau:

a) $12\cos x + 5\sin x = 0$

b) $\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} = 1$

B. THỰC HÀNH

★ Trắc nghiệm

Câu 1. Giá trị $x = \frac{7\pi}{3}$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $2\sin x - \sqrt{3} = 0$. B. $2\cos x - \sqrt{3} = 0$. C. $2\sin x + \sqrt{3} = 0$. D. $2\cos x + \sqrt{3} = 0$.

Câu 2. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $(m-2)\sin 2x = m+1$ nhận $x = 15^\circ$ làm nghiệm.

- A. $m \neq 2$. B. $m = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}-2}$. C. $m = -4$. D. $m = -1$.

Câu 3. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt{3}\cos x + m - 1 = 0$ có nghiệm.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Câu 4. Giải phương trình $4\sin^2 x = 3$.

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 5. Phương trình nào sau đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $\tan^2 x = 3$?

A. $\cos x = -\frac{1}{2}.$

B. $4\cos^2 x = 1.$

C. $\cot x = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

D. $\cot x = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$

Câu 6. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình $2\cos^2 x = 1$?

A. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

B. $2\sin x + \sqrt{2} = 0.$

C. $\tan x = 1.$

D. $\tan^2 x = 1.$

Câu 7. Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3\sin 3x - \sqrt{3}\cos 9x = 1 + 4\sin^3 3x$.

A. $\frac{\pi}{2}.$

B. $\frac{\pi}{18}.$

C. $\frac{\pi}{24}.$

D. $\frac{\pi}{54}.$

Câu 8. Giải phương trình $\sqrt{3}\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 2\sin 2x$.

A. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 9. Để phương trình $\cos x + \sin x = \sqrt{2}(m^2 + 1)$ vô nghiệm thì m thuộc

A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty).$

B. $m \in [-1; 1].$

C. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty).$

D. $m \in \mathbb{R}.$

Câu 10. Phương trình nào dưới đây có nghiệm?

A. $4\sin x - 2019 = 0.$

B. $\cos^2 x - 5\cos x + 6 = 0.$

C. $5\cos x - 12\sin x + 14 = 0.$

D. $\cot^2 x - 5\cot x + 6 = 0.$

✪ Tự luận

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $2\sin x - \sqrt{3} = 0$

b) $\sqrt{3}\tan 2x + 1 = 0$

c) $\cos(x - 17^\circ) + 1 = 0$

d) $3\sin x - \sqrt{3} = 0$

e) $\sqrt{5}\cos x - 3 = 0$

f) $\sqrt{5}\cot x - 3 = 0$

g) $2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0$

h) $6\cos^2 3x - 13\cos 3x + 6 = 0$

i) $\tan^2 x + (1 - \sqrt{3})\tan x = \sqrt{3}$

Câu 2. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3}\cos x - \sin x = \sqrt{2}$

b) $\sqrt{3}\sin x - \cos x = \sqrt{2}$

c) $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 0$

d) $3\sin 2x + 4\cos 2x = 5$

e) $3\sin 2x - 4\cos 2x = 4$

f) $5\sin(2x - 17^\circ) + 12\cos(2x - 17^\circ) + 15 = 0$

ÔN TẬP ĐẠI SỐ CHƯƠNG 1

★ Trắc nghiệm

Câu 1. Phát biểu nào sau đây không đúng:

- A. Hàm số $y = \sin x$ có chu kỳ tuần hoàn là 2π . B. Hàm số $y = \cos x$ có chu kỳ tuần hoàn là 2π .
C. Hàm số $y = \tan x$ có chu kỳ tuần hoàn là π . D. Hàm số $y = \cot x$ có chu kỳ tuần hoàn là 2π .

Câu 2. Hàm số $y = \sin 3x$ tuần hoàn với chu kỳ

- A. 2π . B. 6π . C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 3. Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \tan \frac{x}{3}$ là

- A. π . B. 3π . C. 6π . D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 4. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cot x$.

Câu 5. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |\sin x|$ là

- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. Đáp án khác.

Câu 6. Tập giá trị của hàm số $y = 1 - \sin(2x + 2019^\circ)$ là

- A. $[-1; 1]$. B. $[0; 2]$. C. $[1; 2]$. D. $[0; 1]$.

Câu 7. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{3} \cos 5x - \sin 5x$ là

- A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. -2 .

Câu 8. Hàm số $y = \sin \frac{1}{x^2 + \pi}$ có tập xác định là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{\pm\sqrt{\pi}\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \{\pm\sqrt{\pi} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{\sqrt{\pi} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 9. Hàm số $y = \frac{1}{3 - 2\cos x}$ có tập xác định là

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 + \sin x}$ là

- A. $[-1; 1]$. B. $[0; 1]$. C. $(-1; 1)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 11. Phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{4}$ hoặc $x = \frac{3\pi}{4}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ hoặc $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ hoặc $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\tan x = 1$ là

- A. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 13. Phương trình $\sin x = \frac{2}{\sqrt{2}}$ có nghiệm là

A. $x = \arcsin \frac{2}{\sqrt{2}} + k2\pi$ hoặc $x = \pi - \arcsin \frac{2}{\sqrt{2}} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \arcsin \frac{2}{\sqrt{2}} + k\pi$ hoặc $x = \pi - \arcsin \frac{2}{\sqrt{2}} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \arcsin \frac{2}{\sqrt{2}} + k2\pi$ hoặc $x = -\arcsin \frac{2}{\sqrt{2}} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. Vô nghiệm.

Câu 14. Phương trình $\cos(2x + 30^\circ) - \cos x = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = -30^\circ + k2\pi \\ x = -10^\circ + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\begin{cases} x = -30^\circ + k2\pi \\ x = -10^\circ + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\begin{cases} x = -30^\circ + k360^\circ \\ x = 50^\circ + k360^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\begin{cases} x = -30^\circ + k360^\circ \\ x = -10^\circ + k120^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 15. Nghiệm của phương trình $\sqrt{2} \sin 3x + 1 = 0$ là

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{5\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \cot 2x + 1 = 0$ là

A. $x = 60^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = 120^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 17. Tìm các giá trị của m để phương trình $\sqrt{3} \cos 2x - m = 0$ có nghiệm.

A. $-\sqrt{3} < m < \sqrt{3}$. B. $-\sqrt{3} \leq m \leq \sqrt{3}$. C. $m \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. D. $m \in \left[-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $\sin^2 2x + 2 \sin 2x - 3 = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 19. Giá trị nào sau đây là nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \tan^2 x - (2 + \sqrt{3}) \tan x + 2 = 0$:

A. 45° . B. 225° . C. $-\frac{3\pi}{4}$. D. Cả A, B, C đúng.

Câu 20. Nghiệm của phương trình $\cos^2 x = \frac{3}{4}$ là

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 22. Phương trình $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}.$ C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}.$ D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}.$

Câu 23. Phương trình nào sau đây có nghiệm?

A. $\cos^2 3x - 5 \cos 3x + 6 = 0.$

B. $3 \sin x - 4 \cos x = 7.$

C. $12 \cos 5x + 5 \sin 5x - 14 = 0.$

D. $12 \cos 5x + 5 \sin 5x - 13 = 0.$

★ Tự luận

Câu 1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số

a) $y = 5 \cos x - 2019.$

b) $y = 5|\cos x| - 2019.$

Câu 2. Giải các phương trình

a) $3 \sin x - 4 = 0.$

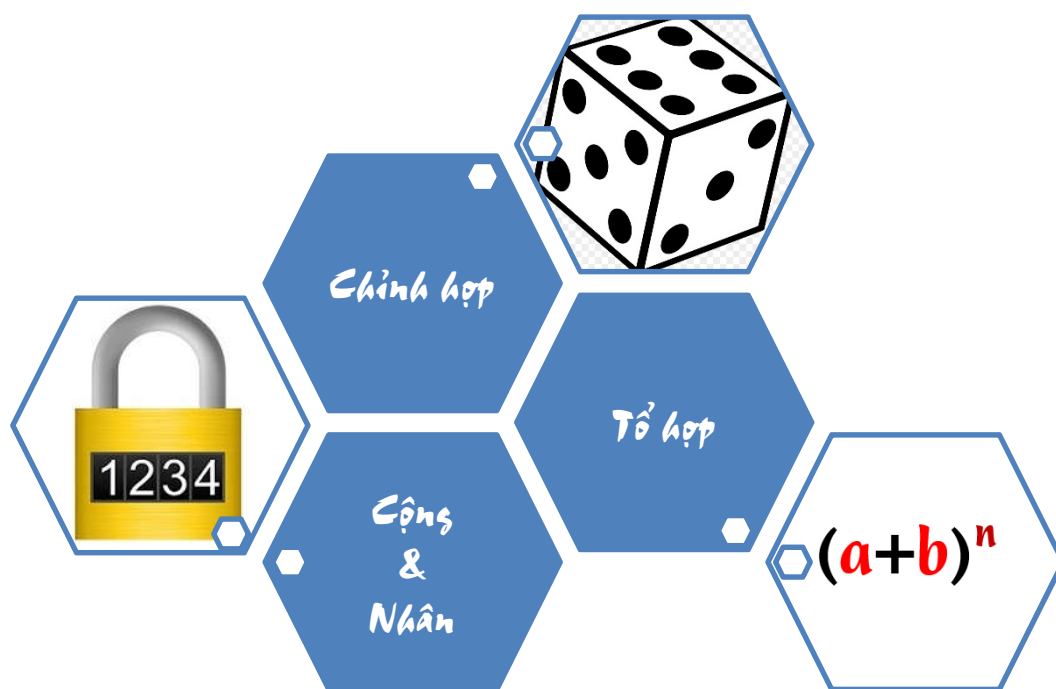
b) $2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0.$

c) $12 \sin x - 5 \cos x + 13 = 0.$

d) $\sqrt{3} \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} = \sqrt{2}.$

ĐẠI SỐ CHƯƠNG 2

TỔ HỢP & XÁC SUẤT



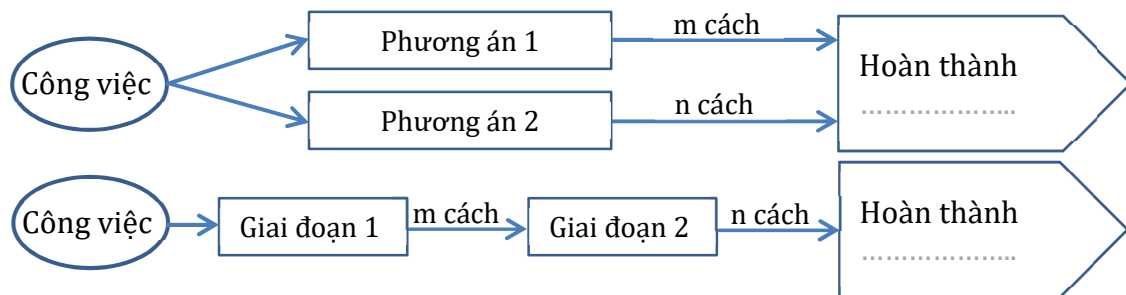
§1. QUY TẮC CỘNG & QUY TẮC NHÂN

A. LÝ THUYẾT

Ví dụ 1: Tủ áo của bạn Trân có 3 cái áo và 2 cái quần xịn.

- Nếu Trân muốn chọn một cái trong số đó để khoe trên Facebook thì có mấy cách chọn?
- Nếu Trân muốn chọn ra một bộ quần áo để mặc đi chơi 20-10 thì có bao nhiêu cách chọn?

Ví dụ 2: Thực đơn của căn-tin cô Thẩm gồm 3 món canh khác nhau, 4 món xào khác nhau và 5 món mặn khác nhau. Hai bạn Thái và Hậu muốn ăn trưa tại đây để ở lại trực trống. Hậu chỉ muốn gọi một món, và đang phân vân giữa canh, xào và mặn. Còn Thái lại muốn chọn mỗi thứ một món. Vậy Thái và Hậu sẽ có mấy cách chọn món cho mình?



Ví dụ 3: Từ nhà Khánh đến nhà Quyên có 3 tuyến đường thủy khác nhau và 4 tuyến đường bộ khác nhau. Khánh muốn đến nhà Quyên hỏi bài thì sẽ có mấy cách đi nếu

- Đi và về trên cùng một tuyến đường
- Lúc đi bằng đường bộ, lúc về bằng đường thủy
- Đi và về bằng hai loại đường khác nhau

Ví dụ 4: Trên kệ sách có 8 quyển sách Toán khác nhau, 6 quyển sách Lí khác nhau và 4 quyển sách Hóa khác nhau. Hãy sử dụng số liệu ở Cột 2 điền vào khoảng trống “...” ở Cột 1 sao cho thích hợp.

Cột 1	Cột 2	Ghi chú
a) Bạn Linh muốn chọn một quyển sách hoặc Toán, hoặc Lí, hoặc Hóa. Linh sẽ có cách chọn khác nhau.	192	
b) Bạn Dương muốn chọn đồng thời một quyển sách Toán, một quyển sách Lí và một quyển sách Hóa, tức là mỗi loại một quyển, thì số cách chọn khác nhau là	104	
c) Bạn Tuyết muốn chọn hai quyển sách khác loại thì sẽ có cách chọn khác nhau.	18	

Ví dụ 6: Chợ Bến Thành có 4 cổng ra vào. Hãy điền số thích hợp vào chỗ trống “...”.

a) Có cách vào và ra chợ.

b) Có cách vào và ra chợ bằng 2 cổng khác nhau.

Ví dụ 7: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên

a) Gồm 4 chữ số

b) Gồm 4 chữ số đôi một khác nhau

c) Chẵn, gồm 4 chữ số

d) Chẵn, gồm 4 chữ số đôi một khác nhau

B. THỰC HÀNH

🌟 Trắc nghiệm

Câu 1. Lớp 11A2 có 37 học sinh, gồm 18 học sinh nữ và 19 học sinh nam. Cô chủ nhiệm cần chọn ra một bạn làm lớp trưởng, và đang phân vân chọn nam hay chọn nữ. Vậy cô có bao nhiêu cách chọn?

A. 18

B. 19

C. 37

D. 342

Câu 2. Lớp 11A2 có 37 học sinh, gồm 18 học sinh nữ và 19 học sinh nam. Có bao nhiêu cách chọn một đội cờ đỏ gồm một bạn nam và một bạn nữ?

A. 18

B. 19

C. 37

D. 342

Câu 3. Lớp 11A2 có 37 học sinh, gồm 18 học sinh nữ và 19 học sinh nam. Có bao nhiêu cách chọn ra một lớp phó học tập và một lớp phó trật tự?

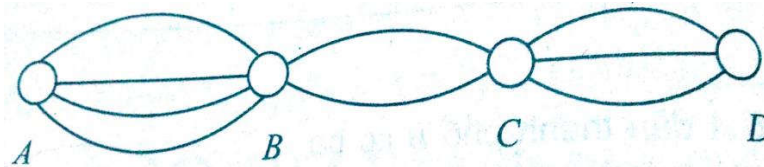
A. 37

B. 342

C. 73

D. 1332

Câu 4. Từ thị xã A đến thành phố D phải đi qua hai trạm BOT B và C như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D ít tốn kém nhất?



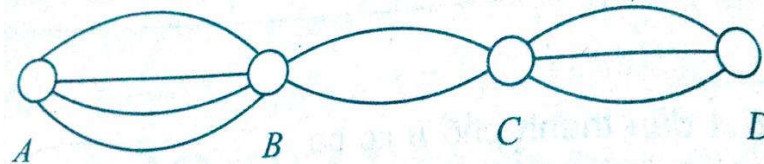
A. 9.

B. 10.

C. 18.

D. 24.

Câu 5. Từ thị xã A đến thành phố D phải đi qua hai trạm BOT B và C như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay về A ít tốn kém nhất?



A. 1296.

B. 784.

C. 576.

D. 324.

Câu 6. Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số?

A. 324.

B. 256.

C. 248.

D. 124.

Câu 7. Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 36.

B. 24.

C. 20.

D. 14.

Câu 8. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên bé hơn 100?

A. 36.

B. 62.

C. 54.

D. 42.

Câu 9. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 154.

B. 145.

C. 144.

D. 155.

Câu 10. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 156.

B. 144.

C. 96.

D. 134.

✪ Tự luận

Câu 1. Một cửa hàng di động ở xã Mỹ Thuận có bán 30 chiếc iPhone và 15 chiếc iPad, đều có móc gắn chìa khóa khác nhau. Bạn Diễm phân vân. Có bao nhiêu cách chọn nếu bạn Diễm mua

a) Một món tùy ý

b) Một chiếc iPhone và 1 chiếc iPad

Câu 2. Ba bạn Sang, Như, Tiên rủ nhau đi ăn nhà hàng. Trong thực đơn có 7 loại nước ép, 10 món nhậu và 12 loại bánh ngọt. Bạn Sang chọn một món nhậu, bạn Như chọn một ly nước ép, bạn Tiên chọn một bịch bánh ngọt. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn cho bữa ăn đó?

Câu 3. Hội đồng quản trị công ty Rùa Vàng gồm 11 người. Đại hội cổ đông năm nay cần bầu ra 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 ủy viên. Hỏi có mấy cách bầu chọn?

Câu 4. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số

a) Bất kỳ

b) Đôi một khác nhau

Câu 5. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số

a) Bất kỳ

b) Đôi một khác nhau

Câu 6. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số

a) Bất kỳ

b) Đôi một khác nhau

Câu 7. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số

a) Bất kỳ

b*) Đôi một khác nhau

Câu 8. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5, có 4 chữ số

a) Bất kỳ

b*) Đôi một khác nhau

§2. CHỈNH HỢP & TỔ HỢP

A. LÝ THUYẾT

Ví dụ 1: Từ 3 bạn Nguyễn, Hào, Thương, có mấy cách chọn ra

- a) Một bạn kéo xe tải và một bạn đẩy xe tăng b) 2 bạn song ca bài “Cháu lên ba”

Ví dụ 2: Tổ I lớp 11A2 có 7 học sinh. Có mấy cách chọn ra

- a) 3 bạn làm cán sự (không kiêm nhiệm) b) 3 bạn hát tiết mục tốp ca

Ví dụ 3: Bộ bài Tây có 52 lá khác nhau. Có mấy cách chọn ra

- a) 5 lá bài tùy ý b) 5 lá bài tùy ý và phát đều cho 5 người

	CHỈNH HỢP	TỔ HỢP
<i>Định nghĩa</i>	Chọn k phần tử từ n phần tử phân biệt vị trí, thứ tự.	Chọn k phần tử từ n phần tử phân biệt vị trí, thứ tự.
<i>Công thức</i>	$A_n^k = \text{-----}$	$C_n^k = \text{-----}$
<i>CASIO</i>		
<i>Cách gọi</i>	Mỗi cách chọn là một của	Mỗi cách chọn là một của
<i>Chú ý</i>	Chỉnh hợp chập n của n được gọi là $A_n^n =$	

Ví dụ 4: Một nhóm học sinh 8 người, gồm 5 nam và 3 nữ, rủ nhau đi xem phim. Có mấy cách

- a) Chọn ra 1 người làm trưởng đoàn, 1 người làm phó đoàn và 1 người làm thủ quỹ
 b) Chọn ra 1 người làm trưởng đoàn, 1 người làm phó đoàn và 1 người làm thủ quỹ, trong đó phải có ít nhất 1 nữ
 c) Chọn ra 3 người đi mua thức ăn cho nhóm
 d) Chọn ra 3 người đi mua thức ăn cho nhóm, trong đó có nhiều nhất 2 nam
 e) Xếp 8 người vào một hàng ghế VIP trong rạp chiếu phim, mỗi ghế có mã số khác nhau

B. THỰC HÀNH

★ Trắc nghiệm

Câu 1. Giả sử có 8 vận động viên tham gia chạy thi. Nếu không kể trường hợp có hai vận động viên về đích cùng lúc thì có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra đối với các vị trí nhất, nhì, ba?

- A. 336. B. 56. C. 24. D. 40320.

Câu 2. Giả sử có 8 vận động viên tham gia chạy thi. Nếu không kể trường hợp có hai vận động viên về đích cùng lúc thì có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra đối với bảng xếp hạng?

- A. 336. B. 56. C. 24. D. 40320.

Câu 3. Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Chọn 3 học sinh để tham gia vệ sinh công cộng toàn trường, hỏi có bao nhiêu cách chọn như trên?

- A. 9880. B. 59280. C. 2300. D. 455.

Câu 4. Một lớp có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 bạn học sinh sao cho trong đó có đúng 3 học sinh nữ?

- A. 110790. B. 119700. C. 117900. D. 110970.

Câu 5. Từ 20 người cần chọn ra một đoàn đại biểu gồm 1 trưởng đoàn, 1 phó đoàn, 1 thư kí và 3 ủy viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn đoàn đại biểu?

- A. 4651200. B. 4651300. C. 4651400. D. 4651500.

Câu 6. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi sao cho có đủ cả ba màu. Số cách chọn là

- A. 2163. B. 3843. C. 3003. D. 2170.

Câu 7. Cho 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và câu bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề như trên?

- A. 69. B. 88. C. 96. D. 100.

Câu 8. Đẳng thức nào sau đây là sai?

- A. $C_{2007}^7 = C_{2006}^7 + C_{2006}^6$. B. $C_{2007}^7 = C_{2006}^{2000} + C_{2006}^6$. C. $C_{2007}^7 = C_{2006}^{2000} + C_{2006}^{1999}$. D. $C_{2007}^7 = C_{2006}^7 + C_{2006}^{2000}$.

Câu 9. Tìm giá trị $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $C_{n+1}^1 + 3C_{n+2}^2 = C_{n+1}^3$.

- A. $n = 12$. B. $n = 9$. C. $n = 16$. D. $n = 2$.

Câu 10. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2A_x^y + 5C_x^y = 90 \\ 5A_x^y - 2C_x^y = 80 \end{cases}$$

- A. $\begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 20 \\ y = 10 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}$.

★ Tự luận

Câu 1. Từ bốn điểm A, B, C, D có thể có bao nhiêu

- a) Vectơ (khác $\vec{0}$) b) Đoạn thẳng c) Tam giác

Câu 2. Từ 8 điểm không thẳng hàng trong mặt phẳng có thể lập được bao nhiêu

- a) Đoạn thẳng b) Vectơ c) Tam giác

Câu 3. Tính số đường chéo của một hình

- a) Tứ giác b) Ngũ giác c) Lục giác d) Thập lục giác

Câu 4. Hội đồng quản trị công ty Rùa Vàng gồm 11 người. Đại hội cổ đông năm nay cần bầu ra 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 3 ủy viên. Hỏi có mấy cách bầu chọn?

Câu 5. Hội đồng quản trị công ty Rùa Vàng gồm 11 người, trong đó có 5 nữ. Đại hội cổ đông năm nay cần bầu ra 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 ủy viên. Hỏi có mấy cách bầu sao cho trong 3 người được bầu phải có nữ.

Câu 6. Một nhóm học sinh có 8 người, gồm 5 bạn nam và 3 bạn nữ. Cần chọn ra 5 HS tham gia một đội văn nghệ. Hỏi có mấy cách chọn

- a) Bất kỳ b) Có 3 nam và 2 nữ c) Có ít nhất 3 nam

Câu 7. Trên một kệ sách có 5 quyển sách Toán, 4 quyển sách Vật Lý và 3 quyển sách Hóa. Các quyển sách đều khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các quyển sách trên

- a) Một cách tùy ý b) Theo từng môn

Câu 8. Có bao nhiêu loại sách dịch bất kì một trong năm thứ tiếng Anh, Pháp, Đức, Việt, Trung ra một trong năm thứ tiếng còn lại?

A. LÝ THUYẾT

1. Nhị thức Newton

Ví dụ 1: Khai triển các biểu thức sau:

a) $(a+b)^2 = \dots\dots\dots$

b) $(a+b)^3 = \dots\dots\dots$

c) $(a+b)^4 = \dots\dots\dots$

d) $(a+b)^5 = \dots\dots\dots$

Tổng quát:

$(a+b)^n = \dots\dots\dots$

- ♦ Vế phải có số hạng.
- ♦ Số hạng tổng quát }
♦ Số hạng thứ $k+1$ }
- ♦ Số mũ của a dần, số mũ của b dần.

Ví dụ 2: Khai triển các biểu thức sau:

a) $(2x+y)^5$

b) $(2x-3)^5$

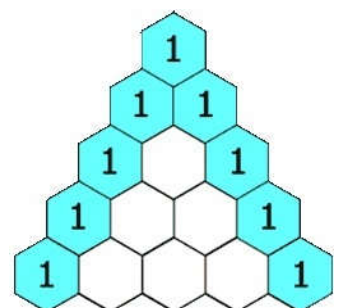
Ví dụ 3: Cho biểu thức $\left(3x - \frac{1}{x}\right)^{12}$.

- a) Tìm số hạng thứ 6
c) Tìm số hạng không chứa x

- b) Tìm hệ số của x^6
d) Tính tổng các hệ số của khai triển

2. Tam giác Pascal

Tam giác này có thể ứng dụng cho việc khai triển hệ số của $(a+b)^n$.



B. THỰC HÀNH

★ Trắc nghiệm

Câu 1. Đa thức $P(x) = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$ là khai triển của nhị thức

- A. $(1-2x)^5$. B. $(1+2x)^5$. C. $(x-2)^5$. D. $(2x-1)^5$.

Câu 2. Tìm hệ số của x^{12} trong khai triển $(2x-x^2)^{10}$.

- A. C_{10}^8 . B. $C_{10}^2 \cdot 2^8$. C. C_{10}^2 . D. $-C_{10}^2 \cdot 2^8$.

Câu 3. Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x + \frac{1}{2x}\right)^9$.

- A. $-\frac{1}{8}C_9^3x^3$. B. $\frac{1}{8}C_9^3x^3$. C. $-C_9^3x^3$. D. $C_9^3x^3$.

Câu 4. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^6$.

- A. $2^4C_6^2$. B. $2^2C_6^2$. C. $-2^4C_6^4$. D. $-2^2C_6^4$.

Câu 5. Tìm số hạng chứa x^3y trong khai triển $\left(xy + \frac{1}{y}\right)^5$.

- A. $3x^3y$. B. $5x^3y$. C. $10x^3y$. D. $4x^3y$.

Câu 6. Tìm số hạng đứng giữa trong khai triển $(x^3 + xy)^{20}$.

- A. $C_{20}^{11}x^{42}y^9$. B. $C_{20}^{11}x^{33}y^9$. C. $C_{20}^{10}x^{40}y^{10}$. D. $C_{20}^{10}x^{30}y^{10}$.

Câu 7. Tính tổng S của tất cả các hệ số trong khai triển $(3x-4)^{17}$.

- A. $S = 1$. B. $S = -1$. C. $S = 0$. D. $S = 8192$.

Câu 8. Tính tổng $S = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + \dots + C_{2019}^{2018} + C_{2019}^{2019}$.

- A. $S = 2^{2019} - 1$. B. $S = 2^{2019}$. C. $S = 2^{2018}$. D. $S = 2^{2019} + 1$.

Câu 9. Tổng $S = C_n^0 + 3C_n^1 + 3^2C_n^2 + \dots + 3^nC_n^n$ bằng

- A. 3^n . B. 2^n . C. $3 \cdot 2^n$. D. 4^n .

Câu 10. Tập hợp $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ có bao nhiêu tập con?

- A. n . B. $2n$. C. 2^n . D. n^2 .

★ Tự luận

Câu 1. Cho biểu thức $\left(x + \frac{2}{x}\right)^4$.

- a) Khai triển biểu thức trên b) Tìm hệ số của số hạng chứa x^2
c) Tìm số hạng không chứa x d) Tính tổng các hệ số trong khai triển trên.

Câu 2. Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(3-2x)^{15}$.

Câu 3. Tìm số hạng thứ 6 của khai triển $(x+2)^{15}$.

Câu 4. Cho biểu thức $(3x-4)^{17}$.

- a) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{12} b) Tính tổng các hệ số của đa thức khai triển

A. LÝ THUYẾT

1. Phép thử & biến cố

☉ Phép thử ngẫu nhiên

Phép thử ngẫu nhiên là mà ta không đoán trước được của nó, mặc dù đã biết tất cả các có thể có của phép thử đó.

☉ Không gian mẫu

Không gian mẫu của một phép thử là các có thể xảy ra của phép thử đó. Kí hiệu

Ví dụ 1: Mô tả không gian mẫu của các phép thử sau:

- Gieo một đồng xu (cân đối và đồng chất).
- Gieo một đồng xu (cân đối và đồng chất) hai lần.
- Gieo một con súc sắc (cân đối và đồng chất).
- Gieo một con súc sắc (cân đối và đồng chất) hai lần.

☉ Biến cố

Biến cố là một của

- Tập $\emptyset$ là biến cố
- Tập Ω là biến cố
- Nếu $A \cap B = \emptyset$ thì ta nói hai biến cố A và B
- Nếu $A = \Omega \setminus B$ thì ta nói hai biến cố A và B, kí hiệu $A = \dots$ hoặc $B = \dots$

Ví dụ 2: Gieo một con súc sắc (cân đối và đồng chất).

- Mô tả không gian mẫu.
- Xác định các biến cố sau:
A: “Xuất hiện mặt chẵn”. B: “Số chấm là ước của 3”.
- Cho biết mối quan hệ giữa hai biến cố trên.
- Tìm biến cố đối của A và B.

2. Xác suất của biến cố

Định nghĩa

Giả sử A là biến cố liên quan đến một phép thử với không gian mẫu Ω , chỉ có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện.

Xác suất của biến cố A là tỉ số ———. Kí hiệu:

Trong đó $n(A)$ là số của biến cố A , $n(\Omega)$ là số có thể xảy ra của phép thử.

Ví dụ 3: Gieo một con súc sắc (cân đối và đồng chất) hai lần.

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Tính xác suất của các biến cố sau:
A: “Kết quả hai lần gieo như nhau”.
B: “Tổng số chấm hai lần gieo bằng 8”.

Tính chất

- $P(\emptyset) = \dots$; $P(\Omega) = \dots$
- $\dots \leq P(A) \leq \dots$, với mọi biến cố A
- Nếu A và B xung khắc ($A \cap B = \dots$) thì $P(A \cup B) = \dots$ (công thức xác suất)
- $P(\bar{A}) = \dots$, với mọi biến cố A
- Nếu $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ thì ta nói A và B

Ví dụ 4: Bạn Mỹ gieo một đồng tiền (cân đối và đồng chất), sau đó bạn Thuận gieo một con súc sắc (cân đối và đồng chất).

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Tính xác suất của các biến cố sau:
A: “Đồng tiền xuất hiện mặt sấp”.
B: “Con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm”.
C: “Con súc sắc xuất hiện mặt lẻ”.
- c) Kiểm tra tính độc lập của các cặp biến cố A và B , A và C , B và C .

B. THỰC HÀNH

★ Trắc nghiệm

Câu 1. Phép thử “Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất 2 lần” có không gian mẫu là

- A. $\Omega = \{SS, NN\}$. B. $\Omega = \{SS, SN, NN\}$. C. $\Omega = \{SS, SN, NS, NN\}$ D. Đáp án khác.

Câu 2. Không gian mẫu của phép thử “Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất 4 lần” có bao nhiêu phần tử?

- A. 4. B. 8. C. 16. D. 32.

Câu 3. Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất 4 lần. Biến cố “Có 2 lần xuất hiện mặt xấp” là

- A. $\{SS\}$. B. $\{SSNN, NNSS, SNSN, NSNS, SNNS, NSSN\}$.
C. $\{SSNN\}$. D. $\{SSNN, NNSS\}$.

Câu 4. Hai bạn Mỹ và Thuận cùng đi hội chợ chơi phóng phi tiêu. Biến cố đối của biến cố “Có ít nhất một người phóng trúng” là

- A. “Có tối đa một người phóng trúng”. B. “Cả hai người đều phóng trúng”.
C. “Có ít nhất một người phóng trượt”. D. “Cả hai người đều phóng trượt”.

Câu 5. Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất 4 lần. Xác suất để cả 4 lần đều xuất hiện mặt xấp là

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{16}$.

Câu 6. Gieo một con súc sắc 2 lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt 6 chấm là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{11}{36}$.

Câu 7. Một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ. Cần chọn ra 4 người để hát một tiết mục tốp ca. Tính xác suất để trong những người được chọn có ít nhất 3 nữ.

- A. $\frac{70}{143}$. B. $\frac{73}{143}$. C. $\frac{56}{143}$. D. $\frac{87}{143}$.

Câu 8. Có 13 học sinh của trường THCS-THPT Mỹ Thuận đạt được danh hiệu học sinh giỏi vô địch quốc gia, trong đó có 2 nam sinh khối 11, 8 nam sinh khối 12 và 3 nữ sinh khối 12. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh trong số này để phát biểu trong ngày 20/11. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ, có cả khối 11 và khối 12.

- A. $\frac{57}{286}$. B. $\frac{24}{143}$. C. $\frac{27}{143}$. D. $\frac{229}{286}$.

Câu 9. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất để “Tích số chấm của 2 lần gieo là một số chẵn”.

- A. 0,25. B. 0,5. C. 0,75. D. 0,85.

Câu 10. Hai bạn Mỹ và Thuận cùng đi hội chợ chơi phóng phi tiêu. Biết rằng khả năng trúng của bạn Mỹ là 0,4 còn của bạn Thuận là 0,5 và xác suất để cả hai đều trúng là 0,2. Cho biết mối quan hệ giữa hai biến cố P: “Bạn Mỹ phóng trúng” và S: “Bạn Thuận phóng trúng”.

- A. P và S xung khắc. B. P và S đối nhau. C. P và S độc lập. D. Đáp án khác.

★ Tự luận

Câu 1. Mô tả không gian mẫu trong các phép thử sau:

- a) Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất
- b) Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần
- c) Gieo ngẫu nhiên một đồng xu cân đối và đồng chất
- d) Gieo ngẫu nhiên một đồng xu cân đối và đồng chất 2 lần

Câu 2. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Xác định các biến cố

A: “Xuất hiện mặt chẵn”.

B: “Xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3”.

- c) Tính xác suất của các biến cố trên.

Câu 3. Gieo ngẫu nhiên một đồng xu cân đối và đồng chất 2 lần.

- a) Mô tả không gian mẫu.
- b) Tính xác suất của các biến cố

A: “Kết quả 2 lần gieo là như nhau”.

B: “Lần đầu xuất hiện mặt sấp”.

ÔN TẬP ĐẠI SỐ CHƯƠNG 2

★ Trắc nghiệm

Câu 1. Một nhóm học sinh gồm 5 bạn nam và 4 bạn nữ. Có mấy cách chọn ra 1 bạn để làm nhóm trưởng?

- A. 9. B. 20. C. 72. D. 1.

Câu 2. Một nhóm học sinh gồm 5 bạn nam và 4 bạn nữ. Có mấy cách chọn ra 1 đôi song ca nam nữ?

- A. 9. B. 20. C. 72. D. 1.

Câu 3. Một nhóm học sinh gồm 5 bạn nam và 4 bạn nữ. Có mấy cách chọn ra 1 đôi song ca?

- A. 9. B. 20. C. 72. D. 1.

Câu 4. Bạn Bình muốn đi Cần Thơ ăn mừng đậu đại học. Cha mẹ cho bạn được chọn giữa đi xem phim và đi ăn buffet. Biết rằng ở Cần Thơ có 5 rạp chiếu phim và 4 quán ăn buffet. Vậy Bình có mấy cách chọn?

- A. 9 B. 20 C. 72 D. 1

Câu 5. Bạn Bình muốn đi Cần Thơ ăn mừng đậu đại học. Cha mẹ cho bạn đi xem phim, sau đó sẽ đi ăn buffet. Biết rằng ở Cần Thơ có 5 rạp chiếu phim và 4 quán ăn buffet. Vậy Bình có mấy cách chọn?

- A. 9. B. 20. C. 72. D. 1.

Câu 6. Một lớp học có 25 học sinh. Họ muốn chọn ra 1 lớp trưởng, 1 lớp phó và 1 thủ quỹ (không kiêm nhiệm). Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

- A. 15625. B. 2300. C. 13800. D. 72.

Câu 7. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập ra bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau?

- A. 20. B. 720. C. 7776. D. 3125.

Câu 8. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 5 chữ số khác nhau?

- A. 360. B. 720. C. 3888. D. 1080.

Câu 9. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 5 chữ số?

- A. 360. B. 720. C. 3888. D. 1080.

Câu 10. Từ Mỹ Thuận tới Mỹ Tho có thể qua cầu Mỹ Thuận hoặc cầu Rạch Miễu. Đường cầu Mỹ Thuận có 4 cách đi, đường cầu Rạch Miễu có 5 cách đi. Hỏi có mấy cách đi từ Mỹ Thuận tới Mỹ Tho bằng cầu này và quay trở về bằng cầu kia?

- A. 9. B. 20. C. 40. D. 72.

Câu 11. Phát biểu nào sau đây chưa đúng:

- A. $P_9 = 9! = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$. B. $A_9^6 = \frac{9!}{3!} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$.
C. $P_9 = 9! = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0$. D. $C_9^6 = \frac{9!}{6!3!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 3 \cdot 4 \cdot 7 = 84$.

Câu 12. Nhà nước muốn xây cầu để liên thông giữa 6 hòn đảo với nhau, sau cho giữa 2 hòn đảo bất kì đều phải có 1 cây cầu. Hỏi nhà nước cần phải xây tối thiểu bao nhiêu cây cầu?

- A. 6. B. 12. C. 15. D. 30.

Câu 13. Ba bạn Thái, Bình, Dương rủ nhau đi xem phim. Có bao nhiêu cách phân phát cho mỗi bạn 1 vé xem phim. Biết rằng mỗi ghế trong rạp chiếu phim đều có đánh mã số khác nhau.

- A. 3. B. 6. C. 9. D. 27.

Câu 14. Có bao nhiêu cách phân công cho 6 học sinh cá biệt làm vệ sinh ở 6 khu vực khác nhau, mỗi em làm một khu vực?

- A. 6. B. 12. C. 36. D. 720.

Câu 15. Hội đồng quản trị của tập đoàn Hương Sắc Hương có 10 thành viên. Có bao nhiêu cách chọn ra một ban quản trị gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch, 1 thư ký và 2 ủy viên. Trong đó, 2 ủy viên được chọn ra sau cùng và không có ai kiêm nhiệm?

- A. $C_{10}^3 C_7^2$. B. $A_{10}^3 C_7^2$. C. $A_{10}^3 A_7^2$. D. A_{10}^5 .

Câu 16. Có mấy cách chia lớp 11A2 gồm 40 học sinh thành 4 tổ đều nhau?

- A. 4. B. $\frac{40!}{(10!)^4}$. C. $C_{40}^{10} C_{30}^{10} C_{20}^{10}$. D. $A_{40}^{10} A_{30}^{10} A_{20}^{10}$.

Câu 17. Lớp 11A2 có 6 đoàn viên ưu tú, lớp 11A3 có 3 đoàn viên ưu tú, lớp 11A4 có 2 đoàn viên ưu tú. Có bao nhiêu cách chọn 4 đoàn viên ưu tú để bầu vào ban chấp hành đoàn trường, mỗi người một chức vụ khác nhau, trong đó có đủ 3 lớp 11A2, 11A3, 11A4?

- A. 330. B. 144. C. 7920. D. 288.

Câu 18. Có 6 bi xanh, 3 bi đỏ, 2 bi trắng. Có bao nhiêu cách chọn 4 bi sao cho trong đó có đủ 3 màu?

- A. 330. B. 144. C. 7920. D. 288.

Câu 19. Một đa giác lồi có n cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu đường chéo?

- A. $n(n-3)$. B. $\frac{n(n-3)}{2}$. C. n . D. $\frac{n-1}{2}$.

Câu 20. Nếu $A_n^3 = 42n$ thì

- A. $n = 2$. B. $n = 4$. C. $n = 6$. D. $n = 8$.

Câu 21. Mệnh đề nào sau đây đúng nhất?

- A. $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$. B. Khai triển $(a+b)^n$ có n số hạng.

C. Tổng hệ số của $(a+b)^n$ khi khai triển là 2^n . D. A và C đúng.

Câu 22. Số hạng chính giữa trong khai triển $(3x+2y)^4$ là

- A. $C_4^2 x^2 y^2$. B. $6(3x^2 2y^2)$. C. 1. D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 23. Số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{10}$ bằng

- A. 130. B. 180. C. 200. D. 210.

Câu 24. Hệ số của x^7 trong khai triển $(1-x)^{12}$ là

- A. 330. B. -72 . C. -33 D. -702 .

Câu 25. Trong khai triển của nhị thức $(x-y)^{11}$, hệ số của $x^8 y^3$ là

- A. C_{11}^3 . B. $-C_{11}^3$. C. $-C_{11}^5$. D. C_{11}^8 .

Câu 26. Hệ số của $x^3 y^3$ trong khai triển $(1+x)^3(1+y)^3$ là

- A. 20. B. 32. C. 400. D. 800.

Câu 27. Cho khai triển nhị thức $(2x-1)^{13} = a_{13}x^{13} + a_{12}x^{12} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0$.

Tính tổng $a_{13} + a_{12} + \dots + a_2 + a_1 + a_0$.

- A. 0. B. 1. C. -1 . D. -3^{13} .

Câu 28. Cho khai triển nhị thức $(2x-1)^{14} = a_{14}x^{14} + a_{13}x^{13} + a_{12}x^{12} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0$.

Tính tổng $a_{14} - a_{13} + a_{12} - \dots + a_2 - a_1 + a_0$.

- A. 1. B. -1 C. 3^{11} . D. 3^{14} .

Câu 29. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 3 lần. Khi đó số kết quả có thể xảy ra là

- A. 18. B. 36. C. 109. D. 216.

Câu 30. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 3 lần. Xác suất để nút số "1" chỉ xuất hiện đúng vào lần thứ 3 là

- A. $\left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\left(\frac{5}{6}\right)^2$. D. $\left(\frac{1}{6}\right)^3$.

Câu 31. Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất 2 lần. Xác suất để lần thứ 2 được mặt sấp là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 32. Một túi chứa 5 bi xanh và 10 bi đỏ. Rút ra 3 bi, xác suất để được 1 bi xanh là

- A. $\frac{45}{91}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{185}{212}$.

Câu 33. Có 10 hộp sữa, trong đó có 5 hộp quá hạn sử dụng. Chọn ngẫu nhiên 4 hộp để "làm từ thiện". Xác suất để được tối đa 3 hộp quá hạn là

- A. $\frac{5}{21}$. B. $\frac{1}{21}$. C. $\frac{41}{42}$. D. $\frac{1}{42}$.

★ Tự luận

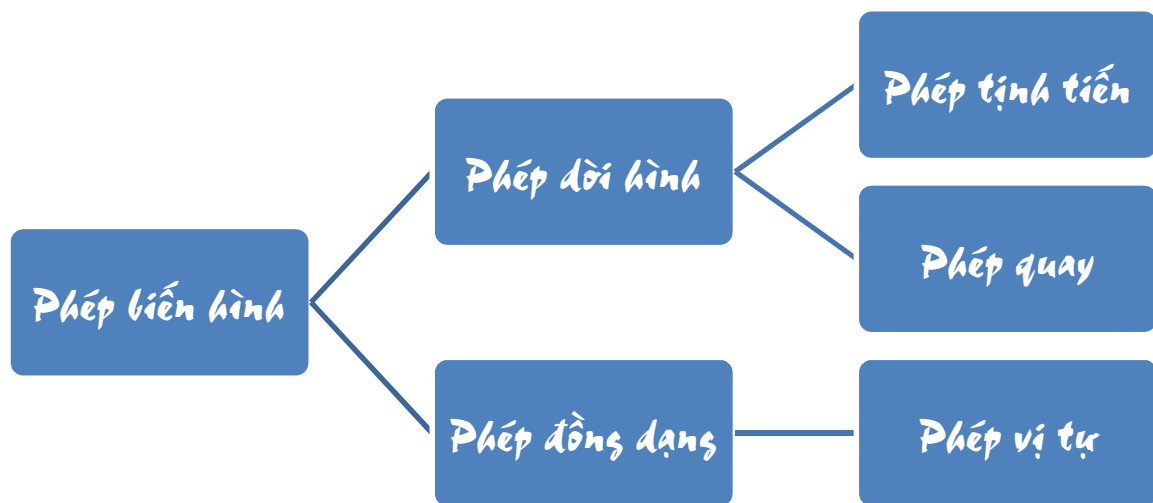
Câu 1. Thế Giới Di Động chuẩn bị mở một cửa hàng mới ở chợ Mỹ Thuận, có 10 ứng cử viên xin được làm việc tại đây, trong số đó có bạn Nam.

- a) Để điều hành cửa hàng này thì cần 1 trưởng phòng, 1 bảo vệ, 2 nhân viên kỹ thuật và 3 nhân viên bán hàng. Hỏi ban lãnh đạo Thế Giới Di Động có bao nhiêu cách chọn?
b) Tính xác suất để bạn Nam được tuyển.

Câu 2. Tìm hệ số của x^9 trong khai triển biểu thức $(1+x)^9 + (1+x)^{10} + \dots + (1+x)^{14}$.

HÌNH HỌC CHƯƠNG 1

PHÉP DỜI HÌNH & PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẪNG



§1. PHÉP BIẾN HÌNH

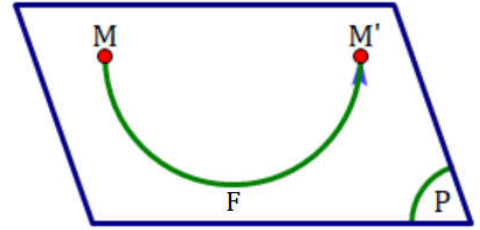
Phép biến hình trong mặt phẳng là quy tắc đặt mỗi điểm M của mặt phẳng với một điểm xác định M' của mặt phẳng đó.

Nếu phép biến hình F biến điểm M thành điểm M' thì

✱ Ta viết: $F(M) =$

✱ Ta gọi M' là của M qua phép biến hình F .

Phép đồng nhất là phép biến mỗi điểm M thành



§2. PHÉP TỊNH TIẾN

A. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Cho vectơ $\vec{v}$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ là phép biến mỗi điểm M thành điểm N sao cho Kí hiệu

Như vậy, N là ảnh của M qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ nếu

Phép đồng nhất là phép tịnh tiến theo vectơ

2. Tính chất

Tính chất 1

Phép tịnh tiến bảo toàn giữa hai điểm bất kì.

Tính chất 2

Phép tịnh tiến biến

- Đường thẳng thành đường thẳng hoặc với nó,
- Đoạn thẳng thành đoạn thẳng với nó,
- Tam giác thành tam giác với nó,
- Đường tròn thành có cùng

3. Biểu thức tọa độ

Cho vectơ $\vec{v} = (a; b)$. Nếu phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$ thì

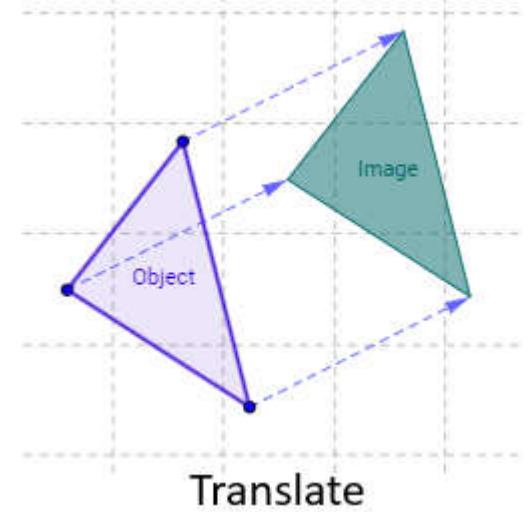
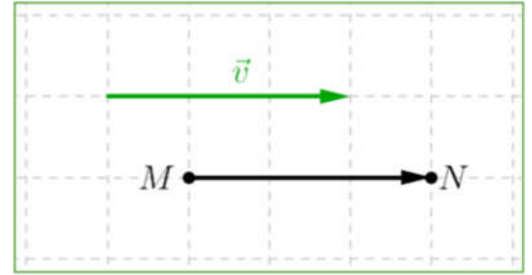
$$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$$

Ví dụ 1: Cho vectơ $\vec{v} = (3; -2)$. Tìm ảnh của các điểm $P(-1; 2)$ và $S(5; 1)$ qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$.

Ví dụ 2: Cho vectơ $\vec{u} = (5; -1)$.

a) Tìm ảnh của $d_1 : 2x + 3y - 4 = 0$ và $d_2 : y = 3 - 4x$ qua phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$.

b) Phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ biến đường tròn (C) thành đường tròn tâm $I(3; -2)$, bán kính $R = 5$.
Viết phương trình đường tròn (C) .



B. THỰC HÀNH

🌟 Trắc nghiệm

Câu 1. Mệnh đề nào sai?

- A. Phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- B. Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng.
- C. Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho.
- D. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(2;5)$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1;2)$ biến A thành điểm có tọa độ là

- A. $(3;1)$. B. $(1;6)$. C. $(3;7)$. D. $(4;7)$.

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(2;5)$. Hỏi A là ảnh của điểm nào trong các điểm sau qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1;2)$?

- A. $(3;1)$. B. $(1;6)$. C. $(4;7)$. D. $(1;3)$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng Δ có phương trình $4x - y + 3 = 0$. Ảnh của đường thẳng Δ qua phép tịnh tiến T theo vector $\vec{v} = (2;-1)$ có phương trình là

- A. $4x - y + 5 = 0$. B. $4x - y + 10 = 0$. C. $4x - y - 6 = 0$. D. $x - 4y - 6 = 0$.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x - y + 1 = 0$. Để phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ biến d thành chính nó thì $\vec{v}$ phải là vector nào trong các vector sau?

- A. $\vec{v} = (2;1)$. B. $\vec{v} = (2;-1)$. C. $\vec{v} = (1;2)$. D. $\vec{v} = (-1;2)$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy nếu phép tịnh tiến biến điểm $A(2;-1)$ thành điểm $A'(2018;2015)$ thì nó biến đường thẳng nào sau đây thành chính nó?

- A. $x + y - 1 = 0$. B. $x - y - 100 = 0$. C. $2x + y - 4 = 0$. D. $2x - y - 1 = 0$.

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ảnh của đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (3;2)$ là đường tròn có phương trình

- A. $(x+2)^2 + (y+5)^2 = 4$. B. $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$. D. $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường tròn (C_1) và (C_2) bằng nhau có phương trình lần lượt là $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$ và $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 16$. Giả sử T là phép tịnh tiến theo vector $\vec{u}$ biến (C_1) thành (C_2) . Tìm tọa độ của vector $\vec{u}$.

- A. $\vec{u} = (-4;6)$. B. $\vec{u} = (4;-6)$. C. $\vec{u} = (3;-5)$. D. $\vec{u} = (8;-10)$.

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vector $\vec{v} = (-2;-1)$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ biến parabol $(P): y = x^2$ thành parabol (P') . Khi đó phương trình của (P') là

- A. $(P'): y = x^2 + 4x + 5$. B. $(P'): y = x^2 + 4x - 5$. C. $(P'): y = x^2 + 4x + 3$. D. $(P'): y = x^2 - 4x + 5$.

Câu 10. (THTT - Số 484 - Tháng 10 - 2017 - BTN) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường tròn $(C): (x+m)^2 + (y-2)^2 = 5$ và $(C'): x^2 + y^2 + 2(m-2)y - 6x + 12 + m^2 = 0$. Vectơ $\vec{v}$ nào dưới đây là vectơ của phép tịnh tiến biến (C) thành (C') ?

A. $\vec{v} = (2; 1)$.

B. $\vec{v} = (-2; 1)$.

C. $\vec{v} = (-1; 2)$.

D. $\vec{v} = (2; -1)$.

★ Tự luận

Câu 1. Tìm ảnh của điểm $S(5; 1)$ và điểm $K(3; -3)$ qua phép tịnh tiến vectơ $\vec{u} = (2; -3)$.

Câu 2. Tìm ảnh của đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 5 = 0$ qua phép tịnh tiến vectơ $\vec{u} = (2; -3)$.

Câu 3. Tìm ảnh của đường thẳng $d: y = 2x$ qua phép tịnh tiến vectơ $\vec{u} = (2; -3)$.

Câu 4. Cho vectơ $\vec{v} = (5; 1)$. Tìm ảnh của đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ và đường tròn $(C_2): (x+3)^2 + (y-1)^2 = 16$ qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$.

Câu 5. Cho hai vectơ $\vec{a} = (1; 4)$ và $\vec{b} = (5; -2)$. Tìm ảnh của điểm $P(-1; 3)$ và đường thẳng $d: y = 3x - 2$ qua phép dời hình có được bởi việc thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến

a) $T_{\vec{a}}$ và $T_{\vec{b}}$

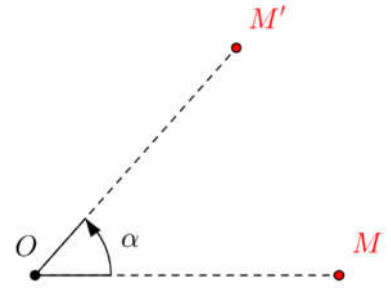
b) $T_{\vec{b}}$ và $T_{\vec{a}}$

§5. PHÉP QUAY

A. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Cho góc lượng giác α . Phép quay tâm O góc α là phép
 biến O thành chính nó, biến mỗi điểm M (khác O) thành điểm
 M' sao cho và góc lượng giác $(OM, OM') = \dots\dots\dots$
 Kí hiệu
 Điểm O được gọi là, α được gọi là
 Phép đồng nhất là phép quay



2. Tính chất

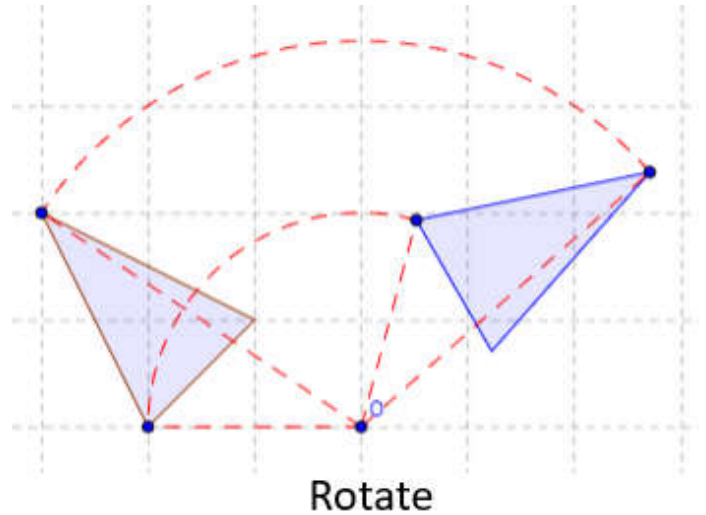
Tính chất 1

Phép quay bảo toàn giữa hai
 điểm bất kì.

Tính chất 2

Phép quay biến

- Đường thẳng thành,
- Đoạn thẳng thành đoạn thẳng
 với nó,
- Tam giác thành tam giác với nó,
- Đường tròn thành có cùng



3. Biểu thức tọa độ

Nếu phép quay $Q_{(O, \alpha)}$ biến điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$ thì

$$\begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha \end{cases}$$

Đặc biệt:

$$Q_{(O, 90^\circ)} : \begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$$

$$Q_{(O, -90^\circ)} : \begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$$

Ví dụ 1: Tìm ảnh của các điểm $P(-1; 2)$ và $S(5; 1)$ qua phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}$.

Ví dụ 2:

- a) Tìm ảnh của các đường thẳng $d_1 : 2x + 3y - 4 = 0$ và $d_2 : y = 3 - 4x$ qua $Q_{(O, -90^\circ)}$.
- b) Tìm ảnh của đường tròn tâm $I(2; -2)$, bán kính $R = 5$ qua phép quay $Q_{(O, 45^\circ)}$.

B. THỰC HÀNH

★ Trắc nghiệm

Câu 1. Phép quay $Q_{(O;\varphi)}$ biến điểm M thành M' . Khi đó

- A. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM'}$ và $(OM, OM') = \varphi$.
B. $OM = OM'$ và $(OM, OM') = \varphi$.
C. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM'}$ và $\widehat{MOM'} = \varphi$.
D. $OM = OM'$ và $\widehat{MOM'} = \varphi$.

Câu 2. Phép quay và phép tịnh tiến giống nhau ở đặc điểm nào dưới đây?

- A. Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
B. Biến tam giác thành tam giác bằng nó.
C. Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
D. Cả A, B, C.

Câu 3. Cho tam giác đều tâm O . Với giá trị nào dưới đây của φ thì phép quay $Q_{(O;\varphi)}$ biến tam giác đều thành chính nó?

- A. $\varphi = \frac{\pi}{3}$.
B. $\varphi = \pi$.
C. $\varphi = \frac{3\pi}{2}$.
D. $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Câu 4. Cho hình vuông tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc α với $0 \leq \alpha < 2\pi$, biến hình vuông trên thành chính nó?

- A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Câu 5. Trong mặt phẳng (Oxy) , cho điểm $A(3;0)$. Tìm ảnh A' của điểm A qua phép quay $Q_{(O;\frac{\pi}{2})}$.

- A. $A'(0;-3)$.
B. $A'(0;3)$.
C. $A'(-3;0)$.
D. $A'(2\sqrt{3};2\sqrt{3})$.

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(3;0)$. Tìm ảnh A' của điểm A qua phép quay $Q_{(O;-\frac{\pi}{2})}$.

- A. $A'(-3;0)$.
B. $A'(3;0)$.
C. $A'(0;-3)$.
D. $A'(-2\sqrt{3};2\sqrt{3})$.

Câu 7. Trong mặt phẳng (Oxy) , cho điểm $M(1;1)$. Hỏi các điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép quay tâm O , góc 45° ?

- A. $(-1;1)$.
B. $(1;0)$.
C. $(\sqrt{2};0)$.
D. $(0;\sqrt{2})$.

Câu 8. Cho $I(2;1)$ và đường thẳng $d: 2x + 3y + 4 = 0$. Tìm ảnh của d qua $Q_{(I;45^\circ)}$.

- A. $d': -x + 5y - 3 + \sqrt{2} = 0$.
B. $d': -x + 5y - 3 = 0$.
C. $d': -x + 5y - 10\sqrt{2} = 0$.
D. $d': -x + 5y - 3 + 10\sqrt{2} = 0$.

Câu 9. Tìm ảnh của đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ qua phép quay $Q_{(I;90^\circ)}$ với $I(3;4)$.

A. $(C') : (x+2)^2 + (y-2)^2 = 9.$

B. $(C') : (x-3)^2 + (y+2)^2 = 9.$

C. $(C') : (x+5)^2 + (y-7)^2 = 9.$

D. $(C') : (x+3)^2 + (y-2)^2 = 9.$

Câu 10. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai đường thẳng a và b có phương trình lần lượt là $2x + y + 5 = 0$ và $x - 2y - 3 = 0$. Nếu có phép quay biến đường thẳng này thành đường thẳng kia thì số đo của góc quay φ ($0 \leq \varphi \leq 180^\circ$) là

A. $-90^\circ.$

B. $60^\circ.$

C. $90^\circ.$

D. $120^\circ.$

★ Tự luận

Câu 1. Tính chất chung, riêng của phép tịnh tiến và phép quay là gì?

Câu 2. Tìm ảnh của điểm $S(5;1)$ và điểm $K(3;-3)$ qua phép quay $Q_{(O,-90^\circ)}$.

Câu 3. Tìm ảnh của đường thẳng $\Delta : 3x - 4y + 5 = 0$ qua phép quay $Q_{(O,90^\circ)}$.

Câu 4. Tìm ảnh của đường thẳng $d : y = 2x$ qua phép quay $Q_{(O,90^\circ)}$.

Câu 5. Tìm ảnh của hai đường tròn $(C_1) : x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ và $(C_2) : (x+3)^2 + (y-1)^2 = 16$ qua phép quay $Q_{(O,-90^\circ)}$.

Câu 6. Cho vectơ $\vec{a} = (-3;2)$. Tìm ảnh của điểm $P(-1;3)$ và đường thẳng $d : y = 3x - 2$ qua phép dời hình có được bởi việc thực hiện liên tiếp hai phép

a) $T_{\vec{a}}$ và $Q_{(O,-90^\circ)}$

b) $Q_{(O,90^\circ)}$ và $T_{\vec{a}}$

§6. KHÁI NIỆM PHÉP DỜI HÌNH & HAI HÌNH BẰNG NHAU

1. Khái niệm về phép dời hình

Phép dời hình là phép bảo toàn giữa hai điểm bất kì.

Nhân xét:

- Các phép đồng nhất, tịnh tiến, phép quay đều là phép
- Phép biến hình có được bằng cách thực hiện hai phép dời hình cũng là một phép

2. Tính chất

Phép dời hình biến

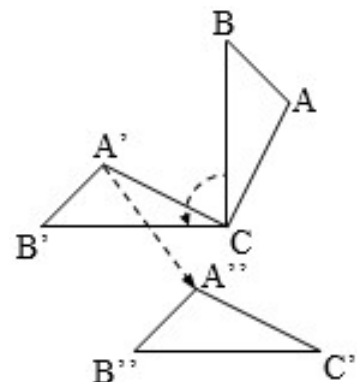
- Ba điểm thẳng hàng thành và bảo toàn giữa các điểm.
- Đường thẳng thành, tia thành, đoạn thẳng thành đoạn thẳng nó.
- Tam giác thành tam giác nó, góc thành góc nó.
- Đường tròn thành có cùng

3. Khái niệm hai hình bằng nhau

Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép biến hình này thành hình kia.

Ví dụ: Hai tam giác ABC và A'B'C' có bằng nhau không? Tại sao?

.....



A. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Cho điểm O và số $k \neq 0$.

Phép vị tự tâm O , tỉ số k là phép biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho

Kí hiệu

Nhân xét:

- Phép vị tự biến tâm vị tự thành
- Nếu M' là ảnh của M qua $V_{(O,k)}$ thì M là ảnh của M' qua

Phép đồng nhất là phép vị tự tỉ số $k = \dots\dots\dots$

2. Tính chất

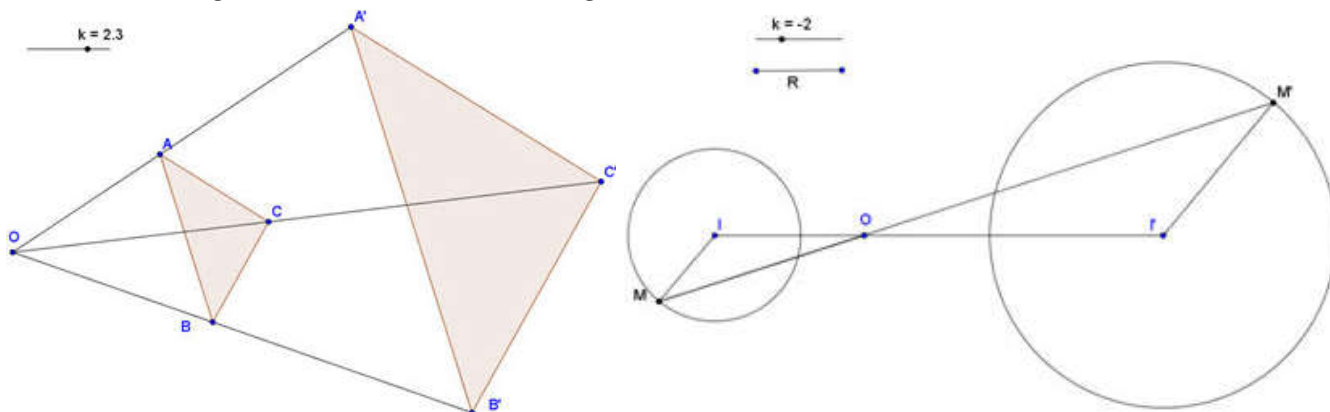
Tính chất 1

Nếu phép vị tự tỉ số k biến hai điểm M, N tùy ý theo thứ tự thành M', N' thì và

Tính chất 2

Phép vị tự tỉ số k biến

- Ba điểm thẳng hàng thành và bảo toàn giữa các điểm ấy.
- Đường thẳng thành đường thẳng hoặc với nó.
- Tia thành, đoạn thẳng thành
- Tam giác thành tam giác với nó.
- Góc thành góc nó.
- Đường tròn bán kính R thành đường tròn bán kính



3. Tâm vị tự của hai đường tròn

Giữa 2 đường tròn bất kì, luôn có một phép biến đường tròn này thành đường tròn kia.

Tâm vị tự đó được gọi là của hai đường tròn.

4. Biểu thức tọa độ

Nếu phép vị tự $V_{(O,k)}$ biến điểm $M(x;y)$ thành điểm $M'(x';y')$ thì

$$\begin{cases} x' = \\ y' = \end{cases}$$

Ví dụ 1: Tìm ảnh của các điểm $P(-1;2)$ và $S(5;1)$ qua phép vị tự $V_{(O,-3)}$.

Ví dụ 2:

- a) Tìm ảnh của các đường thẳng $d_1: 2x + 3y - 4 = 0$ và $d_2: y = 3 - 4x$ qua phép vị tự $V_{(O,2)}$
b) Tìm ảnh của đường tròn tâm $I(3;-2)$, bán kính $R = 5$ qua phép quay $V_{\left(O, \frac{1}{2}\right)}$.



B. THỰC HÀNH

★ Trắc nghiệm

Câu 1. Phép vị tự tâm O tỉ số k ($k \neq 0$) biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho

- A. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{k} \overrightarrow{OM'}$. B. $\overrightarrow{OM} = k \overrightarrow{OM'}$. C. $\overrightarrow{OM} = -k \overrightarrow{OM'}$. D. $\overrightarrow{OM'} = -\overrightarrow{OM}$.

Câu 2. Cho phép vị tự tâm O tỉ số k và đường tròn tâm O bán kính R . Để đường tròn (O) biến thành chính đường tròn (O) , tất cả các số k phải chọn là

- A. 1. B. R . C. 1 và -1 . D. $-R$.

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(-2;4)$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(-3;4)$. B. $(-4;-8)$. C. $(4;-8)$. D. $(4;8)$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , biết $B'(2;-10)$ là ảnh của điểm B qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$. Tọa độ điểm B là

- A. $(1;-5)$. B. $(-4;20)$. C. $(-1;5)$. D. $(4;-20)$.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $2x + y - 3 = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

- A. $2x + y + 3 = 0$. B. $2x + y - 6 = 0$. C. $4x - 2y - 3 = 0$. D. $4x + 2y - 5 = 0$.

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

- A. $2x + 2y = 0$. B. $2x + 2y - 4 = 0$. C. $x + y + 4 = 0$. D. $x + y - 4 = 0$.

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k=2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 8$. **B.** $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$.

C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 16$.

D. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 16$.

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$.

B. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$.

C. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 16$.

D. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$.

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , phép vị tự tâm $I(2;3)$ tỉ số $k=-2$ biến điểm $M(-7;2)$ thành M' có tọa độ là

A. $(-10;2)$.

B. $(20;5)$.

C. $(18;2)$.

D. $(-10;5)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy . Phép vị tự tâm $I(1;0)$ tỉ số k biến đường thẳng $\Delta: x+2y-1=0$ thành Δ' có phương trình là

A. $x-2y+3=0$.

B. $x+2y-1=0$.

C. $2x-y+1=0$.

D. $x+2y+3=0$.

★ Tự luận

Câu 1. Nếu phép vị tự $V_{(O,k)}$ biến hình H thành hình H' thì hai hình đó có bằng nhau không?

Câu 2. Tìm ảnh của điểm $S(5;1)$ và điểm $K(3;-3)$ qua phép vị tự $V_{(O,3)}$.

Câu 3. Tìm ảnh của các đường thẳng $\Delta: 3x-4y+5=0$ và $d: y=2x$ qua phép vị tự $V_{(O,-2)}$.

Câu 4. Tìm ảnh của các đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ và $(C_2): (x+3)^2 + (y-1)^2 = 16$ qua phép vị tự $V_{(O,1)}$.

Câu 5. Tìm ảnh của điểm $P(-1;3)$ và đường thẳng $d: y=3x-2$ qua phép đồng dạng có được bởi việc thực hiện liên tiếp hai phép vị tự

a) $V_{(O;-3)}$ và $V_{\left(O;\frac{1}{3}\right)}$

b) $V_{\left(O;\frac{1}{3}\right)}$ và $V_{(O;-3)}$

Câu 6. Tìm ảnh của điểm $S(5;1)$ và đường thẳng $\Delta: 3x-4y+5=0$ qua phép đồng dạng có được từ việc thực hiện liên tiếp phép quay tâm O , góc 90° và phép vị tự tâm O , tỉ số 3.

Câu 7. Tìm ảnh của điểm $R(1;5)$ và đường tròn $(C): (x+3)^2 + (y-1)^2 = 16$ qua phép đồng dạng có được từ việc thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O , tỉ số $\frac{1}{3}$ và phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$, biết $\vec{v} = (3;-2)$.

§8. PHÉP ĐỒNG DẠNG

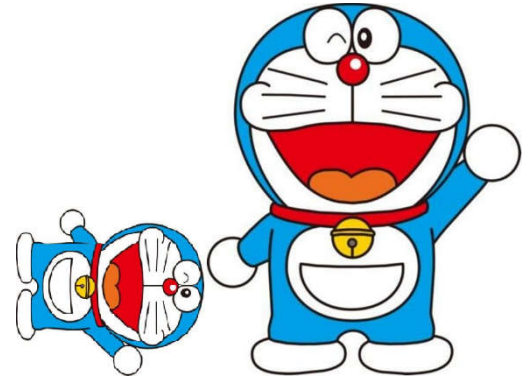
1. Định nghĩa

Phép đồng dạng tỉ số k ($k > 0$) là phép biến hình F biến hai điểm M, N bất kì thành hai điểm M', N' tương ứng sao cho

.....

Nhân xét:

- Phép dãn hình là phép đồng dạng tỉ số
- Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số



2. Tính chất

Phép đồng dạng tỉ số k biến

- Ba điểm thẳng hàng thành ba điểm và bảo toàn giữa chúng.
- Đường thẳng thành, tia thành, đoạn thẳng thành
- Tam giác thành với nó, góc thành góc nó.
- Đường tròn bán kính R thành bán kính

3. Hình đồng dạng

Hai hình được gọi là đồng dạng với nhau nếu có một phép biến hình này thành hình kia.

ÔN TẬP HÌNH HỌC CHƯƠNG 1

Cho vectơ $\vec{u} = (a; b)$. Bổ sung các biểu thức tọa độ vào bảng sau:

Phép biến hình	$T_{\vec{u}}$	$Q_{(O, 90^\circ)}$	$Q_{(O, -90^\circ)}$	$V_{(O, k)}$
Biểu thức tọa độ				

✪ Trắc nghiệm

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u} = (3; -1)$ là

- A. $\begin{cases} x' = x - 3 \\ y' = y + 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x' = x + 3 \\ y' = y - 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = x' + 3 \\ y = y' - 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x' = 3x \\ y' = -y \end{cases}$

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u} = (3; -1)$ biến điểm $M(1; -4)$ thành

- A. $A(4; -5)$. B. $B(2; 3)$. C. $C(3; -4)$. D. $D(4; 5)$.

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 4x - 3y + 1 = 0$. Qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{w} = (1; -4)$ đường thẳng d có ảnh là d' thì d' có phương trình là

- A. $4x - 3y + 7 = 0$. B. $4x - 3y - 6 = 0$. C. $4x - 3y - 15 = 0$. D. $4x - 3y - 1 = 0$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip (E) có phương trình $2x^2 + 4y^2 = 1$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; -2)$ biến (E) thành elip (E') có phương trình

- A. $2x^2 + 4y^2 + 4x + 16y - 17 = 0$. B. $2x^2 + 4y^2 - 4x + 16y + 17 = 0$.
C. $2x^2 + 4y^2 - 4x - 16y + 17 = 0$. D. $2x^2 + 4y^2 + 4x + 16y + 17 = 0$.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 5 = 0$. Qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2; -3)$, đường tròn (C) biến thành đường tròn (C') có tâm là

- A. $A(5; -4)$. B. $B(0; 5)$. C. $C(-3; 2)$. D. $D(4; -1)$.

Câu 6. Tìm phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến parabol $y = x^2$ thành parabol $y = x^2 - 4x$.

- A. $\vec{v} = (2; 4)$. B. $\vec{v} = (-2; -4)$. C. $\vec{v} = (-2; 4)$. D. $\vec{v} = (2; -4)$.

Câu 7. Cho hai đoạn thẳng AB và $A'B'$. Điều kiện để có phép tịnh tiến biến A thành A' và biến B thành B' là

- A. $AB = A'B'$. B. $AB \parallel A'B'$.
C. Tứ giác $ABB'A'$ là hình bình hành. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$.

Câu 8. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau đây:

- A. Phép tịnh tiến biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
B. Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
C. Phép tịnh tiến biến tam giác thành tam giác bằng với nó.
D. Phép quay biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(0; 3)$. Tìm tọa độ ảnh A' của A qua phép quay $Q_{(O, -90^\circ)}$.

- A. $A'(-3; 0)$. B. $A'(3; 0)$. C. $A'(0; -3)$. D. $A'(-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

Câu 10. Tìm ảnh của điểm $A(0; 3)$ qua phép thực hiện liên tiếp 2 phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}$.

- A. $M(0; -3)$. B. $N(0; 3)$. C. $P(-3; 0)$. D. $Q(2\sqrt{3}; -2\sqrt{3})$.

Câu 11. Phép quay tâm O , góc -90° biến đường thẳng $\Delta: 5x - 3y + 4 = 0$ thành đường thẳng

- A. $\Delta_1: -3x - 5y + 4 = 0$. B. $\Delta_2: 3x + 5y + 4 = 0$. C. $\Delta_3: -3x + 5y + 4 = 0$. D. $\Delta_4: 3x - 5y - 4 = 0$.

Câu 12. Phép quay tâm O , góc 90° biến đường tròn $(C): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 16$ thành đường tròn (C') có phương trình là

- A. $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 16$. B. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$.
C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$. D. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$.

Câu 13. Biểu thức tọa độ của phép vị tự tâm O , tỉ số -3 là

- A. $\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$. B. $\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. C. $\begin{cases} x' = -3x \\ y' = -3y \end{cases}$. D. $\begin{cases} x' = -\frac{x}{3} \\ y' = -\frac{y}{3} \end{cases}$.

Câu 14. Phép vị tự $V_{(O,-3)}$ biến điểm $S(5;1)$ thành điểm nào sau đây:

- A. $H(0;-3)$. B. $N(-15;-3)$. C. $P(15;3)$. D. $Q\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

Câu 15. Phép vị tự $V_{(O,-3)}$ biến đường thẳng $\Delta: 5x - 3y + 4 = 0$ thành đường thẳng nào sau đây:

- A. $\Delta_1: -5x + 3y + 12 = 0$. B. $\Delta_2: -5x - 3y + 12 = 0$.
C. $\Delta_3: 5x + 3y + 12 = 0$. D. $\Delta_4: -15x + 9y + 4 = 0$.

Câu 16. Phép vị tự nào sau đây biến đường tròn (C) thành chính nó?

- A. $V_{(O;1)}$. B. $V_{(O;-1)}$. C. A và B đều đúng. D. A và B đều sai.

Câu 17. Phép vị tự $V_{(O,-3)}$ biến đường tròn có bán kính bằng 4 thành đường tròn có bán kính bằng

- A. 12. B. -12. C. $\frac{4}{3}$. D. 4.

Câu 18. Phép biến hình nào sau đây là phép dời hình?

- A. Thực hiện liên tiếp phép quay $Q_{(O;-90^\circ)}$ và phép vị tự $V_{(O;2)}$.
B. Thực hiện liên tiếp phép vị tự $V_{(O;\frac{1}{2})}$ và phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$.
C. Thực hiện liên tiếp phép vị tự $V_{(O;\frac{1}{2})}$ và phép vị tự $V_{(O;2)}$.
D. Thực hiện liên tiếp phép quay $Q_{(O;90^\circ)}$ và phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$.

Câu 19. Phép biến hình nào sau đây là phép đồng dạng?

- A. Thực hiện liên tiếp phép quay $Q_{(O;-90^\circ)}$ và phép quay $Q_{(O;90^\circ)}$.
B. Thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$ và phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$.
C. Thực hiện liên tiếp phép quay $Q_{(O;-90^\circ)}$ và phép vị tự $V_{(O;2)}$.
D. Thực hiện liên tiếp phép quay $Q_{(O;90^\circ)}$ và phép tịnh tiến $T_{\vec{u}}$.

Câu 20. Phép biến hình F là phép dời hình khi và chỉ khi F biến

- A. F biến 3 điểm thẳng hàng thành 3 điểm thẳng hàng.
B. F biến đường thẳng thành đường thẳng.
C. F biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng có cùng độ dài.
D. F biến một đường tròn thành chính nó.

★ Tự luận

Câu 1. Cho vector $\vec{v} = (3; -4)$, điểm $S(5; 1)$, đường thẳng $\Delta: y = 3x - 2019$ và đường tròn tâm S tiếp xúc với Δ . Tìm ảnh của điểm S , đường thẳng Δ và đường tròn đã cho qua

a) Phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$.

b) Phép biến hình có được bằng việc thực hiện liên tiếp phép quay $Q_{(O, -90^\circ)}$ và phép vị tự tâm

O tỉ số $k = 2$.

Câu 2. Tìm ảnh của elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ khi dời nó một đoạn 2 đơn vị theo phương của tia Ox , sau đó quay nó một góc 45° quanh gốc tọa độ.

HÌNH HỌC CHƯƠNG 2

ĐƯỜNG THẲNG & MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN QUAN HỆ SONG SONG



§1. ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN

A. LÝ THUYẾT

1. Khái niệm mở đầu

☉ Mặt phẳng

- Mặt phẳng bề dày và giới hạn.
- Mặt phẳng thường được biểu diễn bằng một hình hoặc một miền

- Kí hiệu: (P) , (Q) , (α) , (β) ...

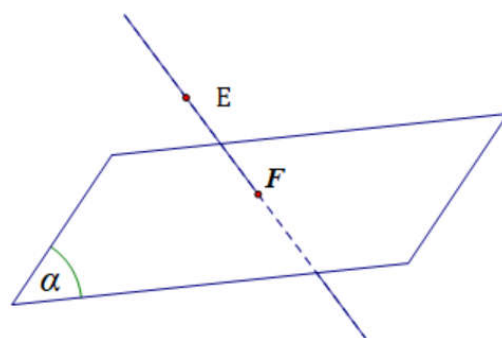
☉ Điểm thuộc mặt phẳng

Quan sát hình bên, ta thấy

- Điểm E mặt phẳng (α) , kí hiệu:
- Điểm F mặt phẳng (α) , kí hiệu:

☉ Hình biểu diễn của một hình không gian

Hình biểu diễn của một hình không gian là của hình không gian đó lên bảng, lên giấy.



Hình không gian	Hình biểu diễn
Đường thẳng	
Đoạn thẳng	
Hai đường thẳng song song	
Hai đường thẳng cắt nhau	
Hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông	
Tam giác, tam giác cân, tam giác vuông, tam giác vuông cân, tam giác đều	
Đường tròn	

- Hình biểu diễn phải giữ nguyên quan hệ giữa điểm và đường thẳng.
- Dùng nét để biểu diễn cho đường thấy được, và dùng nét để biểu diễn cho đường bị che khuất.

2. Các tính chất thừa nhận

Tính chất 1

Có đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.

Tính chất 2

Có một và chỉ một đi qua ba điểm không thẳng hàng.

Tính chất 3

Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

Nếu mọi điểm của đường thẳng Δ đều thuộc mặt phẳng (α) thì ta nói Δ mặt phẳng (α) , kí hiệu:

Tính chất 4

Tồn tại bốn điểm không cùng một mặt phẳng.

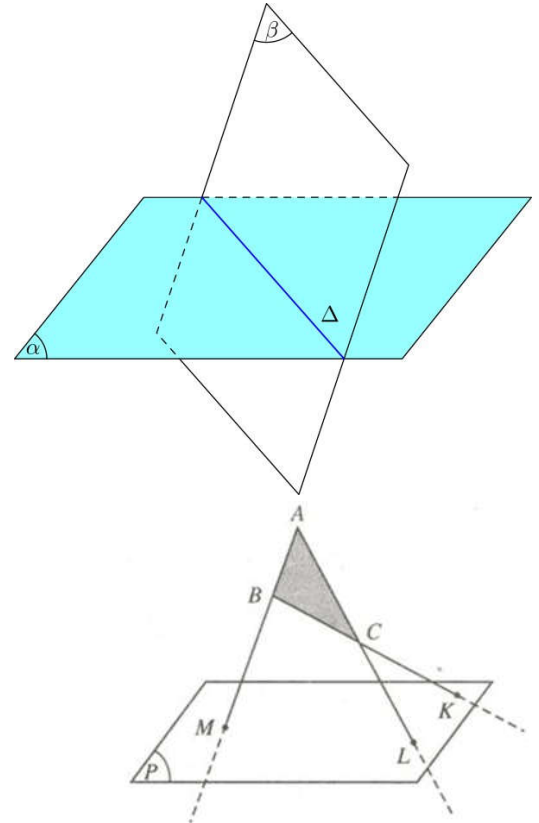
Tính chất 5

Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm khác nữa.

Nói cách khác, nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng sẽ có một chung đi qua điểm chung ấy, gọi là của hai mặt phẳng ấy.

Trong hình bên, $(\alpha) \cap (\beta) = \dots\dots\dots$

Ví dụ 1: Hình dưới đây vẽ đúng hay sai? Tại sao?



Tính chất 6

Trên mỗi mặt phẳng, các kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng.

3. Cách xác định một mặt phẳng

Mặt phẳng hoàn toàn được xác định khi biết

- Ba điểm mà nó đi qua.
- Một điểm và một đường thẳng không chứa điểm đó và cùng mặt phẳng.
- Hai đường thẳng trên mặt phẳng.

4. Hình chóp & hình tứ diện

Ví dụ 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB .

- a) Trên mặt đáy ($ABCD$), cặp đường thẳng nào song song, cặp nào cắt nhau?
- b) Chỉ ra điểm chung của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC)
- c) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC)
- d) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD)

Ví dụ 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC ; gọi K là điểm trên đoạn AD sao cho $AK > DK$. Tìm giao tuyến của (MNK) và (BCD) .

Ví dụ 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm SA, BC, CD . Hãy liệt kê các giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với các mặt của hình chóp. Từ đó chỉ ra thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (MNP) .

B. THỰC HÀNH

🌟 Trắc nghiệm

Câu 1. Cho 2 đường thẳng a, b cắt nhau và không đi qua điểm A . Xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng bởi a, b và A ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 2. Trong mặt phẳng (α) , cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Điểm $S \notin (\alpha)$. Có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi S và hai trong số bốn điểm nói trên?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 8.

Câu 3. Cho năm điểm A, B, C, D, E trong đó không có bốn điểm nào ở trên cùng một mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi ba trong số năm điểm đã cho?

- A. 10. B. 12. C. 8. D. 14.

Câu 4. Trong các hình chóp, hình chóp có ít cạnh nhất có số cạnh là bao nhiêu?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 5. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại I . Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BCD) . B. (ABD) . C. (CMN) . D. (ACD) .

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.
B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).
C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).
D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng

- A. SN . B. SC . C. SB . D. SM .

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

- A. SD . B. SO , O là tâm hình bình hành $ABCD$.
C. SG , G là trung điểm AB . D. SF , F là trung điểm CD .

Câu 9. Cho tứ giác lồi ABCD. Hình nào sau đây không thể là thiết diện của hình chóp S.ABCD?

- A. Tam giác. B. Tứ giác. C. Ngũ giác. D. Lục giác.

Câu 10. Cho tứ diện SABC. Trên SA, SB, SC lấy các điểm D, E, F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Ba điểm B, J, K thẳng hàng. B. Ba điểm I, J, K thẳng hàng.
C. Ba điểm I, J, K không thẳng hàng. D. Ba điểm I, J, C thẳng hàng.

★ Tự luận

Câu 1. Cho tứ diện ABCD. Gọi M là trung điểm của AB, điểm N trên cạnh AC sao cho $AN = 2NC$.

- a) Tìm giao điểm của MN và (BCD) b) Tìm giao tuyến của (MND) và (BCD)

Câu 2. Cho hình chóp S.ABCD có AB và CD không song song. Gọi M là trung điểm SB.

- a) Tìm giao điểm của AM và (SCD) b) Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD)

Câu 3. Cho hình chóp S.ABCD có AD và BC không song song. Gọi N là một điểm trên đoạn SC.

- a) Tìm giao tuyến của (SBC) và (SAD) b) Tìm giao điểm của BN và (SAD)
c) Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (ABN)

Câu 4. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, BC, CD. Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP).

Câu 5. Cho hình chóp S.ABCD có các cặp cạnh đối của đáy không song song với nhau. Gọi H là trung điểm của SA.

- a) Tìm giao điểm E của BC và (SAD) b) Tìm giao điểm F của AB và (SCD)
c) Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD) d) Tìm giao điểm của SC và (EHF)
e) Tìm thiết diện của hình chóp S.ABCD cắt bởi mặt phẳng (EHF)

Câu 6. Cho tam giác ABC nằm ngoài mặt phẳng (P). Các cạnh AB, BC, CA lần lượt cắt (P) tại các điểm H, K, T. Chứng minh rằng ba điểm H, K, T cùng nằm trên một đường thẳng.

Câu 7. Cho tứ diện ABCD. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm M, N, K sao cho MN cắt BC tại H, NK cắt CD tại P, KP cắt BD tại S. Chứng minh rằng ba điểm H, P, S thẳng hàng.

§2. HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU & HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

A. LÝ THUYẾT

1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian

Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Một trong các trường hợp sau có thể xảy ra:

a và b đồng phẳng <i>(có một mặt phẳng chứa a và b)</i>	a và b không đồng phẳng <i>(không có mặt phẳng nào chứa cả a và b)</i>
▪ a và b nhau tại một điểm M: $a \cap b = M$ ▪ a và b với nhau: $a \parallel b$ ▪ a và b nhau: $a \equiv b$	▪ a và b nhau

2. Tính chất

Định lí 1

Trong không gian, qua một điểm không nằm trên đường thẳng cho trước, có đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

⇒ Hai đường thẳng song song a và b xác định mặt phẳng.

Định lý 2

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó
hoặc đôi một với nhau.

$\Rightarrow$ Hệ quả: Gọi $\Delta = (\alpha) \cap (\beta)$. Khi đó

$$\left. \begin{array}{l} a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \\ a / b \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Ví dụ 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang, đáy lớn AB. Tìm giao tuyến của
a) (SAD) và (SBC) b) (SAB) và (SCD)

Ví dụ 2: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của AB, BC, BD. Thiết diện của tứ diện ABCD cắt bởi mặt phẳng (MNK) là hình gì?

B. THỰC HÀNH

★ Trắc nghiệm

Câu 1. Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 2. Cho hai đường thẳng phân biệt a và b cùng thuộc mặt phẳng (α) . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
D. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

Câu 4. Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó $a \nparallel b$. Khẳng định nào sau đây **không đúng**?

- A. Nếu $a \parallel c$ thì $b \parallel c$.
B. Nếu c cắt a thì c cắt b .
C. Nếu $A \in a$ và $B \in b$ thì ba đường thẳng a, b, AB cùng ở trên một mặt phẳng.
D. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng qua a và b .

Câu 5. Cho ba mặt phẳng phân biệt $(\alpha), (\beta), (\gamma)$ có $(\alpha) \cap (\beta) = d_1; (\beta) \cap (\gamma) = d_2; (\alpha) \cap (\gamma) = d_3$. Khi đó ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 :

- A. Đôi một cắt nhau. B. Đôi một song song.
C. Đồng quy. D. Đôi một song song hoặc đồng quy.

Câu 6. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào không song song với IJ?

- A. EF. B. DC. C. AD. D. AB.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** d qua S và song song với BC. **B.** d qua S và song song với DC.
C. d qua S và song song với AB. **D.** d qua S và song song với BD.

Câu 8. Cho hình bình hành ABCD và một điểm S không nằm trong mặt phẳng (ABCD). Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

- A.** AB . **B.** AC . **C.** BC . **D.** SA .

Câu 9. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, CD, BC. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $MN \parallel BD$ và $MN = \frac{1}{2}BD$.
B. $MN \parallel PQ$ và $MN = PQ$.
C. $MNPQ$ là hình bình hành.
D. MP và NQ chéo nhau.

Câu 10. Cho tứ diện ABCD. M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AC, BC, BD, AD. Tìm điều kiện để MNPQ là hình thoi.

- A.** $AB = BC$. **B.** $BC = AD$. **C.** $AC = BD$. **D.** $AB = CD$.

★ Tư luận

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tìm giao tuyến của các mặt

- a) (SAB) và (SCD) b) (SAD) và (SBC) c) (SAC) và (SBD)

Câu 2. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC; K là một điểm tùy ý trên cạnh BD. Thiết diện của tứ diện ABCD cắt bởi mặt phẳng (MNK) là hình gì?

§3. ĐƯỜNG THẲNG & MẶT PHẪNG SONG SONG

A. LÝ THUYẾT

1. Vị trí tương đối của đường thẳng & mặt phẳng

Cho đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) . Tùy vào số giao điểm của Δ và (α) , ta có trường hợp sau:

- Δ với (α) : $\Delta // (\alpha)$ (không có điểm chung nào)
- Δ và (α) nhau tại một điểm M: $\Delta \cap (\alpha) = M$ (có một điểm chung)
- Δ nằm (α) : $\Delta \subset (\alpha)$ (có điểm chung)

2. Tính chất

Định lý 1

Nếu đường thẳng Δ không nằm trong mặt phẳng (α) và Δ song song với đường thẳng $d \subset (\alpha)$ thì Δ với (α) .

$$\left. \begin{array}{l} d \subset (\alpha) \\ \Delta \parallel d \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Định lý 2

Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến b thì b với a .

$$\left. \begin{array}{l} (\alpha) \cap (\beta) = b \\ a \subset (\beta) \\ a \parallel (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng với đường thẳng đó.

Định lý 3

Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

B. THỰC HÀNH

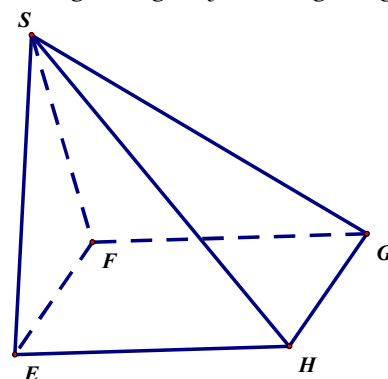
✪ Trắc nghiệm

Câu 1. Cho hình chóp S.EFGH có đáy EFGH là hình bình hành. Phát biểu nào sau đây sai?

- A. $EF // (SGH)$. B. $EH // (SFG)$.
C. $EH // (SEG)$. D. Cả A, B đều đúng.

Câu 2. Cho mặt phẳng (α) và hai đường thẳng a, b song song với nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Nếu $a // (\alpha)$ thì $b // (\alpha)$. B. Nếu a cắt (α) thì b cắt (α) .
C. Nếu $a \subset (\alpha)$ thì $b \subset (\alpha)$. D. Nếu $a \subset (\alpha)$ thì có thể $b // (\alpha)$.



Câu 3. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Hãy chọn phát biểu đúng nhất:

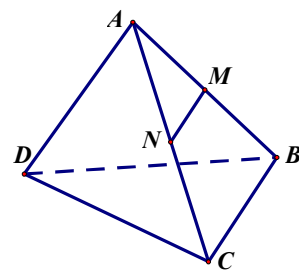
- A. $MN \parallel (BCD)$. B. $BC \parallel (MND)$.
C. $MN \parallel BC$. D. Cả A, B, C đều đúng.

Câu 4. Cho tứ diện ABCD. Gọi G, H lần lượt là trọng tâm $\triangle ABC$ và $\triangle ABD$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. GH cắt BD. B. $GH \parallel (BCD)$.
C. GH cắt AD. D. GH và CD chéo nhau.

Câu 5. Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b . Ghi Đ (đúng) hoặc S (sai) vào ô vuông trong các mệnh đề sau:

- A. Nếu (P) song song với a thì $(P) \parallel b$ ☐
B. Nếu (P) song song với a thì (P) chứa b ☐
C. Nếu (P) song song với a thì $(P) \parallel b$ hoặc chứa b ☐
D. Nếu (P) cắt a thì cũng cắt b ☐
E. Nếu (P) cắt a thì (P) có thể song song với b ☐
F. Nếu (P) chứa a thì (P) có thể song song với b ☐



★ Tự luận

Câu 1. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, AD. Chứng minh rằng

- a) $MN \parallel (BCD)$ b) $CD \parallel (MNP)$

Câu 2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Trên cạnh BC và CD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $CE = 4EB$, $CF = 4FD$. Chứng minh rằng

- a) $BC \parallel (SAD)$ b) $BD \parallel (SEF)$

Câu 3. Cho hai hình bình hành ABCD và ABEF có chung cạnh AB và nằm trên hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của AD, AF và BE. Chứng minh rằng

- a) $MN \parallel (CDFE)$ b) $CD \parallel (MNK)$

§4. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

A. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Hai mặt phẳng (α) , (β) được gọi là song song nếu chúng điểm chung.

Kí hiệu:

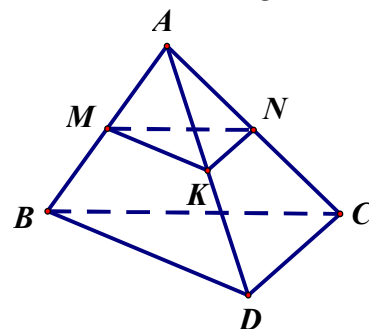
2. Tính chất

Định lý 1

Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng a, b và chúng cùng với mặt phẳng (β) thì (α) với (β) .

$$\left. \begin{array}{l} a, b \subset (\alpha) \\ a \cap b = M \\ a // (\beta) \\ b // (\beta) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Ví dụ 1: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của AB, AC, AD. Chứng minh rằng $(MNK) // (BCD)$.



Định lý 2

Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.

⇒ Hệ quả 1: Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) thì qua d có mặt phẳng song song với (α) .

⇒ Hệ quả 2: Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì với nhau.

⇒ Hệ quả 3: Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) . Mọi đường thẳng đi qua A và song song với (α) đều nằm trong mặt phẳng đi qua và với (α) .

Định lý 3

Cho hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng mặt phẳng kia và hai giao tuyến với nhau.

⇒ Hệ quả: Hai mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến song song những đoạn thẳng

3. Định lý Thales

Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì những tương ứng

4. Hình lăng trụ và hình hộp

Hình lăng trụ là hình gồm đa giác nhau và, và các mặt bên là các hình

Nhận xét:

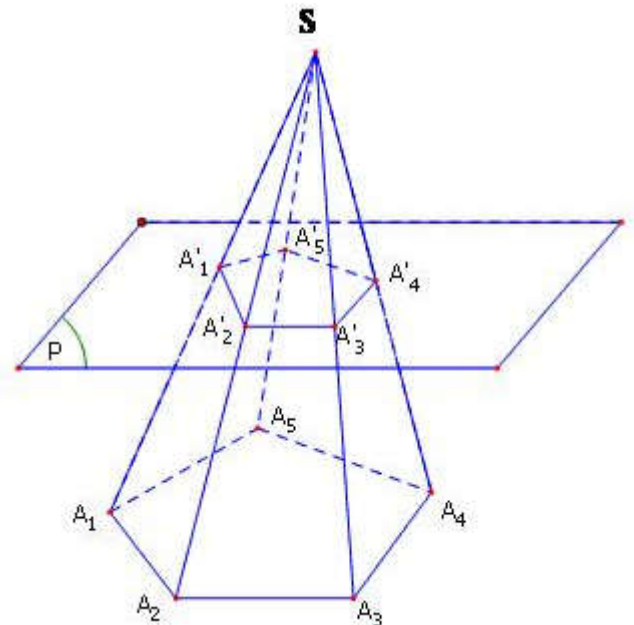
- Các cạnh bên của hình lăng trụ nhau và với nhau.
- Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình
- Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác nhau.
- Hình lăng trụ có đáy là hình tam giác được gọi là hình lăng trụ
- Hình lăng trụ có đáy là hình bình hành được gọi là hình

5. Hình chóp cụt

Cho hình chóp và một mặt phẳng song song với mặt đáy. Hình tạo bởi, mặt đáy và các mặt bên được gọi là hình chóp cụt.

Tính chất:

- Hai đáy là hai đa giác có các cạnh tương ứng và các tỉ số các cặp cạnh tương ứng
- Các mặt bên là những hình
- Các đường thẳng chứa các cạnh bên tại một điểm.



B. THỰC HÀNH

✪ Trắc nghiệm

Câu 1. Chọn câu đúng.

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song
- B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau
- C. Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song
- D. Hai mặt phẳng không song song thì trùng nhau.

Câu 2. Cho đường thẳng $a \in (P)$ và đường thẳng $b \in (Q)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(P) // (Q) \Rightarrow a // b$.
- B. $a // b \Rightarrow (P) // (Q)$.
- C. $(P) // (Q) \Rightarrow a // (Q)$ và $b // (P)$.
- D. a và b chéo nhau.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $(ABB'A') // (CDD'C')$.
- B. $(BDA') // (D'B'C)$.
- C. $(BA'D') // (ADC)$.
- D. $(ACD') // (A'C'B)$.

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\Delta // AB$.
- B. $\Delta // AC$.
- C. $\Delta // BC$.
- D. $\Delta // AA'$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, I theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (NOM) cắt (OPM) .

B. $(MON) // (SBC)$.

C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.

D. $(NMP) // (SBD)$.

✪ Tự luận

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, AD . Chứng minh rằng

a) $MN // (BCD)$

b) $CD // (MNP)$

c) $(MNP) // (BCD)$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh BC và CD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $CE = 4EB, CF = 4FD$. Chứng minh rằng

a) $BC // (SAD)$

b) $BD // (SEF)$

Câu 3. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ có chung cạnh AB và nằm trên hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của AD, AF và BE . Chứng minh rằng

a) $MN // (CDFE)$

b) $CD // (MNK)$

c) $(MNK) // (CDFE)$

Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của các cạnh AA', BB', CC' . Chứng minh rằng

a) $BC // (PQR)$

b) $(ABC) // (PQR)$

c) $(AQR) // (PB'C')$

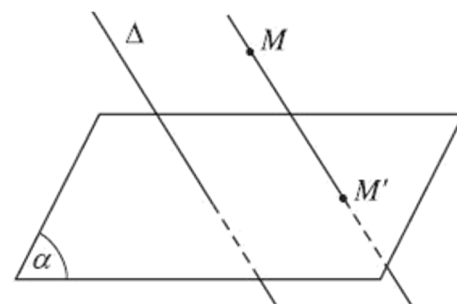
§5. PHÉP CHIẾU SONG SONG

HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH KHÔNG GIAN

1. Phép chiếu song song

Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ cắt nhau.

Với mỗi điểm M trong không gian, đường thẳng đi qua M và hoặc với Δ sẽ cắt (α) tại điểm M' xác định, gọi là hình chiếu song song của điểm M trên mặt phẳng (α) theo phương



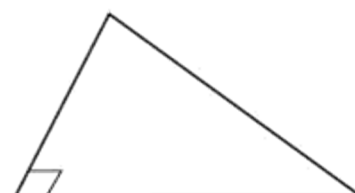
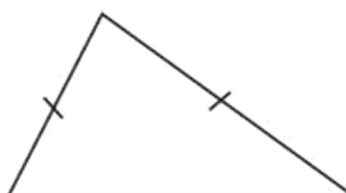
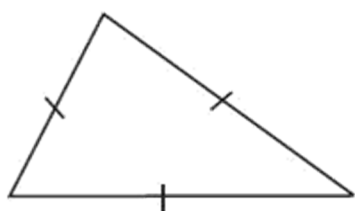
2. Tính chất

- Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm và không làm thay đổi ba điểm đó.
- Phép chiếu song song biến đường thẳng thành, biến tia thành, biến đoạn thẳng thành
- Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng hoặc

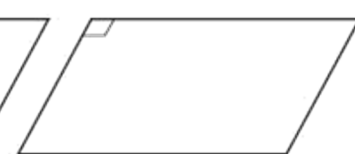
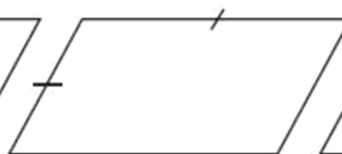
3. Hình biểu diễn của một hình không gian trên mặt phẳng

Hình biểu diễn của một hình H trong không gian là hình chiếu của hình H trên một mặt phẳng theo một phương nào đó hoặc hình với hình chiếu đó.

- Hình biểu diễn của tam giác bất kì (thường, đều, cân, vuông, vuông cân) là hình
- Hình biểu diễn của hình bình hành (thường, chữ nhật, vuông, thoi) là hình
- Hình biểu diễn của hình thang (thường, vuông, cân) là hình
- Hình biểu diễn của hình tròn là hình



Hình biểu diễn của một hình tam giác bất kì



Hình biểu diễn của một hình bình hành bất kì

ÔN TẬP HÌNH HỌC CHƯƠNG 2

❖ Trắc nghiệm

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào không đúng?

- A. Qua một đường thẳng và một điểm không thuộc đường thẳng đó có duy nhất một mặt phẳng.
- B. Qua hai đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng.
- C. Qua hai đường thẳng cắt nhau có duy nhất một mặt phẳng.
- D. Qua hai đường thẳng song song có duy nhất một mặt phẳng.

Câu 2. Có bao nhiêu mặt phẳng phân biệt, mỗi mặt đi qua 3 trong 4 điểm không đồng phẳng cho trước?

- A. 2.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 5.

Câu 3. Cho 4 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu mặt phẳng phân biệt, mỗi mặt phẳng đi qua ít nhất 3 trong 4 điểm đã cho?

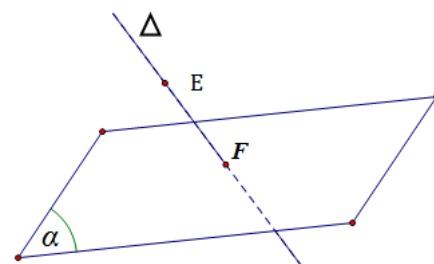
- A. 1.
- B. 2.
- C. 4.
- D. 1 hoặc 4.

Câu 4. Hình chóp tứ giác có bao nhiêu mặt?

- A. 4.
- B. 5.
- C. 6.
- D. 10.

Câu 5. Quan sát hình bên và tìm mệnh đề đúng nhất:

- A. $F \in \Delta$ và $F \in (\alpha)$.
- B. $E \in \Delta$ nhưng $E \notin (\alpha)$.
- C. $\Delta \cap (\alpha) = F$.
- D. Cả A, B, C đều đúng.

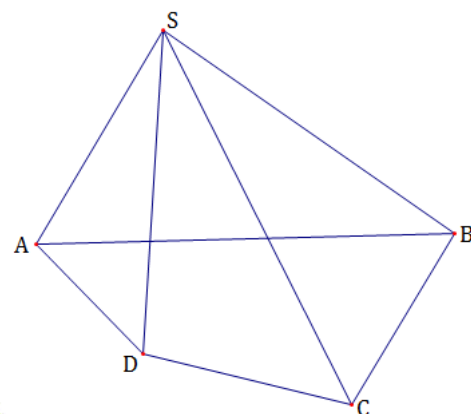


Câu 6. Cho ba điểm A, B, C nằm ngoài mặt phẳng (α) . Gọi M, N, K lần lượt là giao điểm của AB, BC, CA với mặt phẳng (α) . Kết luận nào sau đây không đúng?

- A. $M \in (ABC) \cap (\alpha)$.
- B. $N \in (ABC) \cap (\alpha)$.
- C. M, N, K thẳng hàng.
- D. M, N, K lập thành một tam giác.

Câu 7. Cho hình chóp S.ABCD (hình bên). Cạnh nào vẽ chưa đúng?

- A. AB.
- B. CD.
- C. SC.
- D. SD.

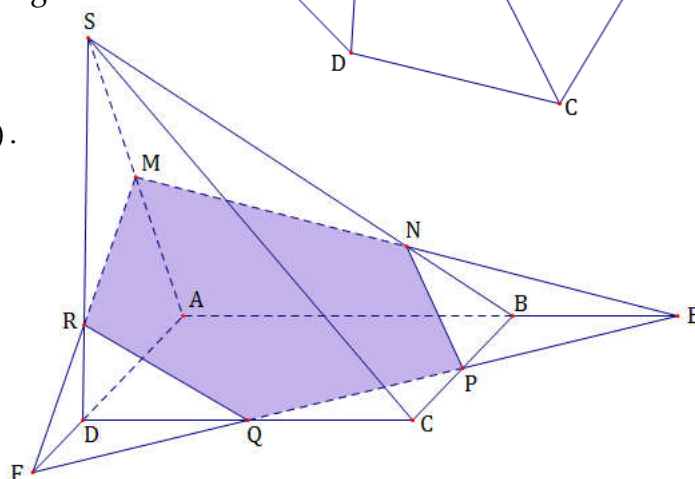


Câu 8. Cho hình chóp S.ABCD có AB và CD không song song. Mệnh đề nào sau đây không đúng?

- A. $AB \cap CD = I$.
- B. $AB \cap (SCD) = I$.
- C. $(SAB) \cap (SCD) = SI$.
- D. $S = (SAB) \cap (SCD)$.

Câu 9. Quan sát hình bên và tìm phương án đúng nhất?

- A. $MN \cap (ABCD) = E$.
- B. $(SCD) \cap (MPQ) = QR$.
- C. Thiết diện của hình chóp S.ABCD cắt bởi mặt phẳng (MPQ) là ngũ giác MNPQR.
- D. Cả A, B, C đều đúng.



Câu 10. Cho tứ diện ABCD. Gọi M là trung điểm AB; N và K là các điểm trên cạnh BC và CD sao cho NK và BD không song song. Thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (MNK) là hình gì?

- A. Tam giác. B. Tứ giác. C. Hình thang. D. Ngũ giác.

Câu 11. Cho hai đường thẳng phân biệt trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa hai đường thẳng đó?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 12. Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình thang đáy lớn AB. Cặp đường thẳng nào sau đây cắt nhau?

- A. AB và CD. B. SA và BD. C. SB và AC. D. AD và BC.

Câu 13. Cho một tứ diện, số cặp đường thẳng chéo nhau là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 14. Cho đường thẳng a cắt mặt phẳng (α). Khi đó

- A. Mọi đường thẳng nằm trong (α) đều cắt a.
B. Mọi đường thẳng nằm trong (α) đều chéo với a.
C. Mọi đường thẳng nằm trong (α) đều cắt a hoặc chéo với a.
D. Mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với a.

Câu 15. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Một đường thẳng a đi qua điểm A của mặt phẳng (P). Khi đó

- A. a nằm trong (Q). B. a cắt (Q). C. a//(α). D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 16. Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình thang đáy lớn AB. Giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có bao nhiêu điểm chung?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

★ Tự luận

Câu 1. Cho hình chóp S.ABCD có AB và CD cắt nhau tại điểm M.

- a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).
b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).
c) Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng SB. Tìm giao điểm của đường thẳng AH và mặt (SCD).
d) Gọi P, S lần lượt là trung điểm của AD, CD. Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt (HPS).

Câu 2. Cho tứ diện ABCD. Gọi E, F lần lượt là các điểm trên cạnh AB, AC sao cho EF và BC không song song.

- a) Tìm giao điểm H của EF và mặt phẳng (BCD).
b) Gọi G một điểm trên cạnh AD sao cho EG và BD cắt nhau tại điểm K, FG cắt CD tại điểm T.
Chứng tỏ rằng ba điểm H, K, T thẳng hàng.

Hàng đẳng thức đáng nhớ

- ✱ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ✱ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ✱ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
- ✱ $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- ✱ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- ✱ $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- ✱ $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

Dấu hiệu chia hết

- ✱ Chia hết cho 2 Chữ số tận cùng là 0; 2; 4; 6; 8
- ✱ Chia hết cho 5 Chữ số tận cùng là 0; 5
- ✱ Chia hết cho 3 Tổng các chữ số chia hết cho 3
- ✱ Chia hết cho 9 Tổng các chữ số chia hết cho 9

Lũy thừa và số mũ

- ✱ $0^n = 0$; $1^n = 1$
- ✱ $a^0 = 1$; $a^1 = a$
- ✱ $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$
- ✱ $a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$ ($a \neq 0$)
- ✱ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- ✱ $a^{m \cdot n} = (a^m)^n$
- ✱ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
- ✱ $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- ✱ $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Hàm số

Tập xác định

Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp các số thực x sao cho $f(x)$ có nghĩa.

Dấu hiệu	Điều kiện có nghĩa
$\sqrt{A}$	$A \geq 0$
$\frac{B}{A}$	$A \neq 0$

Tính chẵn lẻ của hàm số

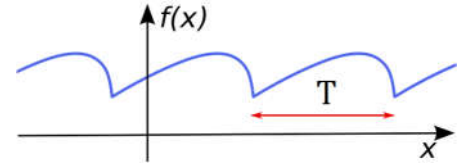
Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D .

Hàm số chẵn	Hàm số lẻ
$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ $f(-x) = f(x)$	$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ $f(-x) = -f(x)$
Đồ thị đối xứng qua trục tung Oy	Đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ O

Hàm số tuần hoàn

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là tuần hoàn với chu kỳ T nếu

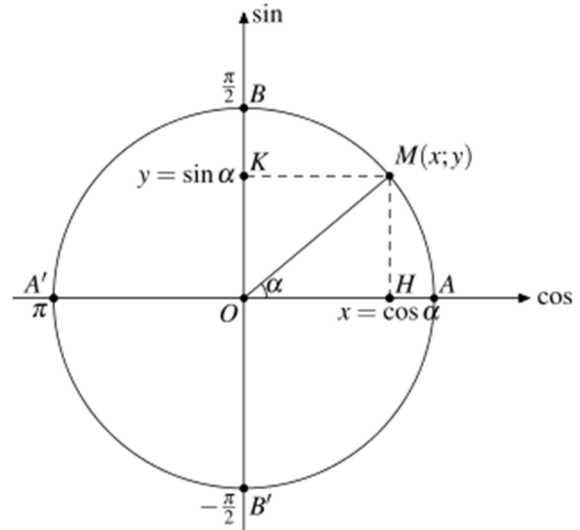
$$f(x+T) = f(x)$$



Lượng giác

Đường tròn lượng giác

Đường tròn lượng giác là đường tròn *định hướng*, có tâm là gốc tọa độ O, bán kính bằng 1.



Bảng giá trị lượng giác thông dụng

	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
cot		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	

Công thức lượng giác cơ bản

$\times \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$	$\times \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$
$\times \sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$\times \tan x \cdot \cot x = 1$
$\times 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\times 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$

Công thức cộng

$\times \sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$
$\times \sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$
$\times \cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$
$\times \cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$

Công thức nhân đôi

$\times \sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$
$\times \cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ $= 2 \cos^2 a - 1$ $= 1 - 2 \sin^2 a$

Vectơ và tọa độ

Tọa độ vectơ

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

Vectơ cùng phương

- $\times \vec{a}, \vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$
- $\times \vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương $\Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} \neq \frac{a_2}{b_2}$

Vectơ bằng nhau

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \end{cases}$$

Tọa độ trung điểm và trọng tâm

Trung điểm I của đoạn thẳng AB	Trọng tâm G của tam giác ABC
$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$	$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$

Đường thẳng

Phương trình đường thẳng

Phương trình tham số	Phương trình tổng quát
$\begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \end{cases}$	$ax + by + c = 0$
Vectơ chỉ phương $\vec{u} = (u_1; u_2)$	Vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$

Vị trí tương đối giữa 2 đường thẳng

Xét 2 đường $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$

Dấu hiệu	Vị trí tương đối
$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	Δ_1 cắt Δ_2 tại một điểm
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	$\Delta_1 \parallel \Delta_2$
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	$\Delta_1 \equiv \Delta_2$

Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Cho điểm $M(x_0; y_0)$ và đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$.

$$d(M, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Đường tròn

Cho đường tròn (C) có tâm $I(a; b)$, bán kính R. Khi đó

$$(C): (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

hoặc

$$(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \quad (a^2 + b^2 - c > 0)$$