

Câu 1 (2,00 điểm): (Không dùng máy tính cầm tay)

a) Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{4} + \sqrt{64} - \sqrt{81}$.

b) Giải bất phương trình $5x - 12 \leq 2x + 3$.

Câu 2 (2,00 điểm):

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$.

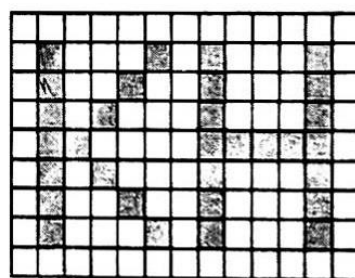
b) Cho phương trình bậc hai $x^2 - 3x - 5 = 0$. Chứng minh phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của các biểu thức $B = x_1^2 + x_2^2$ và $C = x_1^2 + x_2(x_1 + 3) - 4$.

Câu 3 (1,00 điểm):

Trong ngày thứ nhất, tổng doanh thu của hai hãng taxi A và B là 90 triệu đồng, sang ngày thứ hai thì tổng doanh thu của hai hãng taxi trên là 93 triệu đồng. Biết rằng trong ngày thứ hai, doanh thu của hãng A tăng 20% còn doanh thu của hãng B thì giảm 10% so với ngày thứ nhất. Hỏi doanh thu của mỗi hãng trong ngày thứ nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 4 (1,00 điểm):

Bạn An ném ngẫu nhiên một viên bi vào bảng gồm các ô vuông (như hình vẽ). Biết rằng mỗi lần ném, viên bi chỉ có thể nằm gọn vào một ô vuông màu trắng hoặc một ô vuông màu đen và việc viên bi nằm trong ô màu trắng hay màu đen là đồng khả năng.



Tính xác suất để viên bi nằm trong ô vuông màu đen.

Câu 5 (1,00 điểm):

Theo khuyến cáo, mỗi ngày chúng ta nên uống ít nhất 2 lít nước nhằm giúp cơ thể hoạt động hiệu quả, duy trì sức khỏe và ngăn ngừa bệnh tật.

Trung bình mỗi ngày bạn Bình uống 8 lần nước, mỗi lần uống bạn ấy đều dùng một chiếc ly (cốc) có dạng hình trụ với chiều cao 11,2 cm, đường kính miệng ly 6,8 cm và lượng nước rót vào ly chỉ bằng khoảng 70% sức chứa của ly. Bề dày của thành ly và đáy ly là không đáng kể.

Hỏi bạn Bình có uống đủ lượng nước theo khuyến cáo trên hay không?

Biết 1 lít = 1000 cm³ và $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ là công thức tính thể tích hình trụ (trong đó r là bán kính đường tròn đáy, h là chiều cao hình trụ; lấy $\pi \approx 3,14$).

Câu 6 (2,50 điểm):

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) , với $AB \neq AC$. Các đường cao BE và CF cắt nhau tại trực tâm H của tam giác ABC .

a) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi D là giao điểm của AH và BC . Đường kính AM của đường tròn (O) cắt đường thẳng CF tại điểm P . Chứng minh $\widehat{BAD} = \widehat{CAM}$ và $AP \cdot BH = AH \cdot CP$.

c) Gọi I là trung điểm của BC , đường thẳng AI cắt EF tại K . Gọi N là hình chiếu vuông góc của K trên BC . Chứng minh AN đi qua trung điểm của EF .

Câu 7 (0,50 điểm):

Nhân dịp kỷ niệm 50 năm ngày Giải phóng miền nam, thống nhất đất nước (30/4/1975 – 30/4/2025), Công ty Dệt May X đã thiết kế và sản xuất một mẫu áo thun đặc biệt mang thông điệp “Hướng tới tương lai tươi sáng”, nhằm lan tỏa tinh thần đoàn kết và lòng tự hào dân tộc.

Qua khảo sát thị trường, công ty thấy rằng nếu bán mỗi chiếc áo với giá 330000 đồng thì trung bình mỗi tháng bán được 13500 chiếc áo. Nhưng nếu cứ mỗi lần tăng giá thêm 20000 đồng cho mỗi chiếc áo thì số chiếc áo bán ra mỗi tháng giảm đi 900 chiếc áo. Hỏi Công ty Dệt May X nên bán mỗi chiếc áo với giá bao nhiêu để đạt được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng chi phí sản xuất một chiếc áo hiện tại là 190000 đồng?

————— HẾT —————



HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,00 điểm): (Không dùng máy tính cầm tay)

a) Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{4} + \sqrt{64} - \sqrt{81}$.

b) Giải bất phương trình $5x - 12 \leq 2x + 3$.

Lời giải

a) Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{4} + \sqrt{64} - \sqrt{81}$.

Ta có: $A = \sqrt{4} + \sqrt{64} - \sqrt{81}$

$$= 2 + 8 - 9 = 1$$

Vậy $A = 1$.

b) Giải bất phương trình $5x - 12 \leq 2x + 3$.

Ta có: $5x - 12 \leq 2x + 3$

$$3x \leq 15$$

$$x \leq 5$$

Vậy bất phương trình có nghiệm là $x \leq 5$.

Câu 2. (2,00 điểm):

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$.

b) Cho phương trình bậc hai $x^2 - 3x - 5 = 0$. Chứng minh phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của các biểu thức

$B = x_1^2 + x_2^2$ và $C = x_1^2 + x_2(x_1 + 3) - 4$.

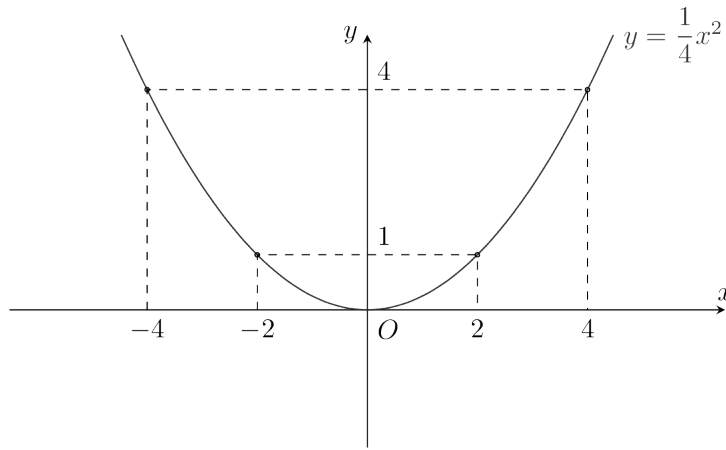
Lời giải

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$.

Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{4}x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị



b) Cho phương trình bậc hai $x^2 - 3x - 5 = 0$. Chứng minh phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của các biểu thức $B = x_1^2 + x_2^2$ và $C = x_1^2 + x_2(x_1 + 3) - 4$.

Xét phương trình $x^2 - 3x - 5 = 0$ có $a = 1; b = -3; c = -5$

Vì $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 29 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Áp dụng định lý Viète ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = -5 \end{cases}$

Khi đó ta có:

$$B = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 3^2 - 2 \cdot (-5) = 19$$

$$C = x_1^2 + x_2(x_1 + 3) - 4$$

$$C = x_1^2 + x_2(x_1 + x_1 + x_2) - 4 = x_1^2 + 2x_1 x_2 + x_2^2 - 4 = (x_1 + x_2)^2 - 4 = 3^2 - 4 = 5$$

Câu 3. (1,00 điểm):

Trong ngày thứ nhất, tổng doanh thu của hai hãng taxi A và B là 90 triệu đồng, sang ngày thứ hai thì tổng doanh thu của hai hãng taxi trên là 93 triệu đồng. Biết rằng trong ngày thứ hai, doanh thu của hãng A tăng 20% còn doanh thu của hãng B thì giảm 10% so với ngày thứ nhất. Hỏi doanh thu của mỗi hãng trong ngày thứ nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Gọi x, y (triệu đồng) lần lượt là doanh thu của mỗi hãng taxi A và B trong ngày thứ nhất.

(ĐK: $0 < x, y < 90$)

Vì tổng doanh thu của hai hãng trong ngày thứ nhất là 90 (triệu đồng) nên ta có phương trình: $x + y = 90$ (1).



Trong ngày thứ hai:

- Doanh thu của hãng A tăng 20% nên doanh thu của hãng A là: $x + 0,2x = 1,2x$ (triệu đồng)

- Doanh thu của hãng B giảm 10% nên doanh thu của hãng B là: $y - 0,1y = 0,9y$ (triệu đồng)

Vì tổng doanh thu của hai hãng trong ngày thứ hai là 93 (triệu đồng) nên ta có phương trình: $1,2x + 0,9y = 93$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 90 \\ 1,2x + 0,9y = 93 \end{cases}$$

Nhân 2 vế của phương trình thứ nhất cho 1,2 ta được hệ:
$$\begin{cases} 1,2x + 1,2y = 108 \\ 1,2x + 0,9y = 93 \end{cases}$$

Trừ từng vế của hai phương trình ta được: $0,3y = 15$, suy ra $y = 50$.

Thế $y = 50$ vào phương trình $x + y = 90$, ta được: $x + 50 = 90$, suy ra $x = 40$

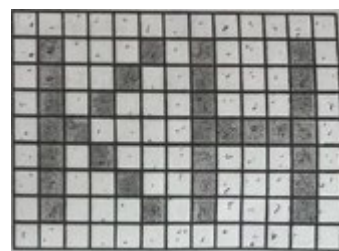
Hệ phương trình có nghiệm:
$$\begin{cases} x = 40 \\ y = 50 \end{cases}$$
 (thỏa mãn điều kiện)

Vậy doanh thu của mỗi hãng trong ngày thứ nhất là:

Hãng A: 40 triệu đồng; Hãng B: 50 triệu đồng.

Câu 4. (1,00 điểm)

Bạn An ném ngẫu nhiên một viên bi vào bảng gồm các ô vuông (như hình vẽ). Biết rằng mỗi lần ném, viên bi chỉ có thể nằm gọn vào một ô vuông màu trắng hoặc một ô vuông màu đen và việc viên bi nằm trong ô vuông màu trắng hay ô vuông màu đen là đồng khả năng.



Tính xác suất để viên bi nằm trong ô vuông màu đen.

Lời giải

Gọi A là biến cố “viên bi nằm trong ô vuông màu đen”.

Từ hình vẽ ta đếm được có 31 ô vuông màu đen.

Do đó có 31 kết quả thuận lợi của biến cố A hay $n(A) = 31$.

Có tất cả $10 \cdot 10 = 100$ ô vuông. Do đó có 100 kết quả có thể xảy ra hay $n(\Omega) = 100$.

Vậy xác suất để viên bi nằm trong ô vuông màu đen là:
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{31}{100}$$

Câu 5. (1,00 điểm):



Theo khuyến cáo, mỗi ngày chúng ta nên uống ít nhất 2 lít nước nhằm giúp cơ thể hoạt động hiệu quả, duy trì sức khỏe và ngăn ngừa bệnh tật.

Trung bình mỗi ngày bạn Bình uống 8 lần nước, mỗi lần uống bạn ấy đều dùng một chiếc ly (cốc) có dạng hình trụ với chiều cao 11,2 cm, đường kính miệng ly 6,8 cm và lượng nước rót vào ly chỉ bằng khoảng 70% sức chứa của ly. Bề dày của thành ly và đáy ly là không đáng kể. Hỏi bạn Bình có uống đủ lượng nước theo khuyến cáo trên hay không?

Biết $1 \text{ lit} = 1000 \text{ cm}^3$ và $V = \pi.r^2.h$ là công thức tính thể tích hình trụ (trong đó r là bán kính đường tròn đáy, h là chiều cao hình trụ; lấy $\pi \approx 3,14$).

Lời giải

Bán kính của đường tròn đáy ly là: $r = 6,8 : 2 = 3,4 \text{ (cm)}$.

Thể tích chiếc ly là: $V = \pi.r^2.h \approx 3,14.(3,4)^2.11,2 \approx 406,54 \text{ (cm}^3\text{)}$

Lượng nước trung bình bạn Bình uống mỗi ngày là:

$$70\%.V.8 \approx 0,7.406,54.8 \approx 2276,62 \text{ (cm}^3\text{)} = 2,27662 \text{ (l)}$$

Vì $2,27662 > 2$ nên bạn Bình uống đủ nước theo khuyến cáo.

Câu 6. (2,50 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) , với $AB \neq AC$. Các đường cao BE và CF cắt nhau tại trực tâm H của tam giác ABC .

a) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi D là giao điểm của AH và BC . Đường kính AM của đường tròn (O) cắt đường thẳng

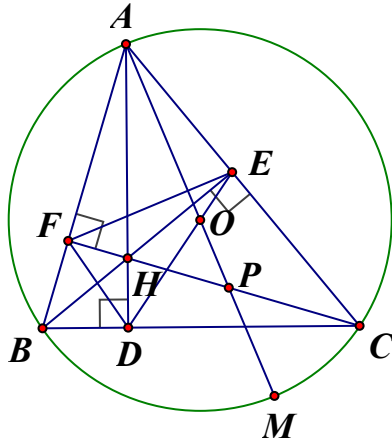
CF tại điểm P . Chứng minh $\widehat{BAD} = \widehat{CAM}$ và $AP.BH = AH.CP$.

c) Gọi I là trung điểm của BC , đường thẳng AI cắt EF tại K . Gọi N là hình chiếu vuông góc

của K trên BC . Chứng minh AN đi qua trung điểm của EF .

Lời giải

a) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.



Vì BE, CF là hai đường cao của $\triangle ABC$ nên $BE \perp AC$, $CF \perp AB$.

Do $\triangle BEC$ vuông tại E nên 3 điểm B, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC .

Do $\triangle BFC$ vuông tại F nên 3 điểm B, F, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC .

Vậy 4 điểm B, C, E, F cùng thuộc đường tròn đường kính BC .

b) Gọi D là giao điểm của AH và BC . Đường kính AM của đường tròn (O) cắt đường thẳng

CF tại điểm P . Chứng minh $\widehat{BAD} = \widehat{CAM}$ và $AP \cdot BH = AH \cdot CP$.

Do AM là đường kính nên $\widehat{ABM} = \widehat{ACM} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Ta có $\widehat{BAD} + \widehat{ABD} = 90^\circ$ (vì $\triangle ABD$ vuông tại D) và $\widehat{CAM} + \widehat{AMC} = 90^\circ$ (vì $\triangle ACM$ vuông tại

C) Mà $\widehat{ABD} = \widehat{AMC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC) nên suy ra $\widehat{BAD} = \widehat{CAM}$

Xét $\triangle APC$ và $\triangle AHB$ có:

$$\widehat{BAD} = \widehat{CAM} \text{ (cmt)}$$

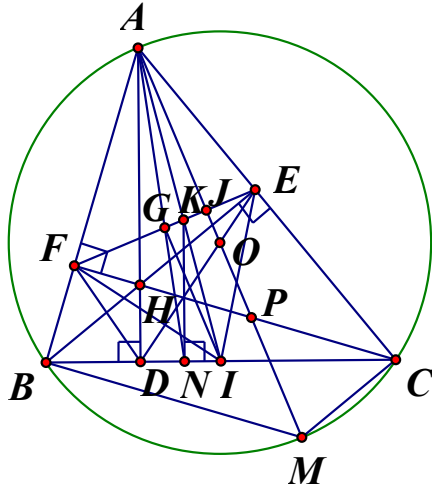
$$\widehat{ABH} = \widehat{ACP} \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung } EF \text{)}$$

Suy ra $\triangle APC \sim \triangle AHB$ ($g - g$)

$$\text{Nên } \frac{AP}{AH} = \frac{PC}{HB} \text{ hay } AP \cdot HB = AH \cdot PC$$

c) Gọi I là trung điểm của BC , đường thẳng AI cắt EF tại K . Gọi N là hình chiếu vuông góc

của K trên BC . Chứng minh AN đi qua trung điểm của EF .



Gọi G là trung điểm của EF , J là giao điểm của AM và EF , AG cắt BC tại N' .
Ta sẽ chứng minh $KN' \perp BC$.

Ta có: $\widehat{AEJ} + \widehat{EAJ} = \widehat{ABC} + \widehat{CBM} = \widehat{ABM} = 90^\circ$ nên $\triangle AJE$ vuông tại J .

Do $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ ($g-g$) nên $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} = \frac{2GF}{2IC} = \frac{GF}{IC}$ (1)

Kết hợp với $\widehat{AFG} = \widehat{ACI}$ (cùng cộng $\widehat{BFE}$ bằng 180°)

Suy ra $\triangle AGF \sim \triangle AIC$ ($c-g-c$)

Khí đó $\widehat{BAG} = \widehat{KAE}$ và $\frac{AG}{AI} = \frac{AF}{AC}$ (2)

Tương tự ta có $\triangle AKE \sim \triangle AN'B$ ($g-g$) (do $\widehat{BAG} = \widehat{KAE}$ và $\widehat{AEK} = \widehat{ABI}$)

Nên $\frac{AK}{AN'} = \frac{AE}{AB}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\frac{AG}{AI} = \frac{AK}{AN'}$

Mà $\widehat{N'AI}$ chung nên $\triangle AN'K \sim \triangle AIG$ ($c-g-c$) suy ra $\widehat{AN'K} = \widehat{AIG}$ (4)

$\triangle IEF$ cân tại I (do $IE = IF$) có IG là đường trung tuyến nên cũng đồng thời là đường cao.

Suy ra $IG \parallel AO$ (vì cùng vuông góc với EF). Do đó $\widehat{GIA} = \widehat{IAO}$ (so le trong)

Lại có $\widehat{BAG} = \widehat{KAE}$ (cmt) và $\widehat{FAH} = \widehat{JAE}$ (cmt) nên $\widehat{IAO} = \widehat{GAH}$

Suy ra $\widehat{GIA} = \widehat{GAH}$ (5)

Từ (4) và (5) suy ra $\widehat{AN'K} = \widehat{GAH}$ nên $KN' \parallel AD$ (so le trong)

Mà $AD \perp BC$ nên $KN' \perp BC$. Ta lại có $KN \perp BC$ (gt)

Suy ra $N' \equiv N$ hay AN đi qua trung điểm G của EF . (đpcm)

Câu 7. (0,50 điểm):

Nhân dịp kỷ niệm 50 năm ngày Giải phóng miền nam, thống nhất đất nước (30/4/1975 – 30/4/2025), Công ty Dệt May X đã thiết kế và sản xuất một mẫu áo thun



đặc biệt mang thông điệp "Hướng tới tương lai tươi sáng", nhằm lan tỏa tinh thần đoàn kết và lòng tự hào dân tộc.

Qua khảo sát thị trường, công ty thấy rằng nếu bán mỗi chiếc áo với giá 330000 đồng thì trung bình mỗi tháng bán được 13500 chiếc áo. Nhưng nếu cứ mỗi lần tăng giá thêm 20000 đồng cho mỗi chiếc áo thì số chiếc áo bán ra mỗi tháng giảm đi 900 chiếc áo. Hỏi Công ty Dệt May X nên bán mỗi chiếc áo với giá bao nhiêu để đạt được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng chi phí sản xuất một chiếc áo hiện tại là 190000 đồng?

Lời giải

Gọi số lần tăng giá một chiếc áo là x (nghìn đồng), $x \geq 0$.

Vì mỗi lần tăng 20 nghìn đồng nên giá bán mới cho mỗi chiếc áo là $P = 330 + 20x$ (nghìn đồng)

Số lượng áo bán được khi tăng giá là $13500 - 900x$ (cái).

Lợi nhuận khi bán một chiếc áo là $330 + 20x - 190 = 140 + 20x$ (nghìn đồng)

Tổng lợi nhuận thu được khi tăng giá là: $(13500 - 900x) \cdot (140 + 20x)$ (nghìn đồng)

Ta có

$$\begin{aligned} & (13500 - 900x) \cdot (140 + 20x) \\ &= -18000x^2 + 144000x + 1890000 \\ &= -18000(x^2 - 8x) + 1890000 \\ &= -18000[(x - 4)^2 - 16] + 1890000 \\ &= -18000(x - 4)^2 + 2178000 \leq 2178000 \text{ vì } -18000(x - 4)^2 \leq 0, x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

Suy ra tổng lợi nhuận thu được lớn nhất bằng 2178000.

Dấu "=" xảy ra khi $x = 4$ (lần)

Vậy số lần tăng giá một chiếc áo là 4 lần và giá bán mỗi chiếc áo là $P = 330 + 20 \cdot 4 = 410$ nghìn đồng.

---Hết---