

**Ths. Trần Đình Cư**  
**GV Chuyên luyện thi THPT Quốc gia, TP Huế**

**CHUYÊN ĐỀ:**



## **THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ**

• **LĂNG TRỤ ĐỨNG**

• **LĂNG TRỤ ĐỀU**

• **LĂNG TRỤ XIÊNG**

- Tổng hợp 3 dạng toán về thể tích khối lăng trụ
- Hơn 70 bài toán có đáp án và lời giải chi tiết

**HUẾ, 22/01/2017**

**MỤC LỤC**

**CHỦ ĐỀ 3. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ..... 3**

**DẠNG 1. KHỐI LĂNG TRỤ ĐÚNG..... 4**

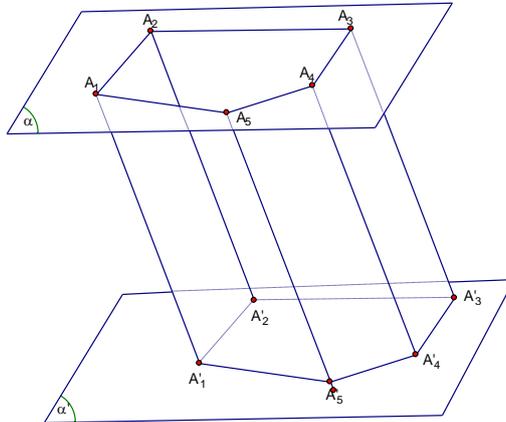
**DẠNG 2. KHỐI LĂNG TRỤ ĐỀU..... 18**

**DẠNG 3. KHỐI LĂNG TRỤ XIÊN..... 23**

**CHỦ ĐỀ 3. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ**

**1. Định nghĩa:** Cho hai mặt song song  $(\alpha)$  và  $(\alpha')$ . Trên  $(\alpha)$  ta lấy đa giác lồi  $A_1A_2...A_n$ , qua các đỉnh này ta dựng các đường thẳng song song cắt  $(\alpha')$  tại  $A'_1, A'_2, ..., A'_n$ .

Hình bao gồm hai đa giác  $A_1A_2...A_n, A'_1A'_2...A'_n$  và các hình bình hành  $A_1A_2A'_2A'_1, ...$ . Được gọi là hình lăng trụ. Kí hiệu là:  $A_1A_2...A_n.A'_1A'_2...A'_n$ .



**Nhận xét:**

- Các mặt bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau
- Các mặt bên là các hình bình hành
- Hai đáy hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau

**2. Hình lăng trụ đứng - hình lăng trụ đều, hình hộp chữ nhật và hình lập phương**

- a) **Hình lăng trụ đứng:** là hình lăng trụ có cạnh bên vuông góc với đáy. Độ dài cạnh bên được gọi là chiều cao của hình lăng trụ. Lúc đó các mặt bên của hình lăng trụ đứng là các hình chữ nhật
- b) **Hình lăng trụ đều:** là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều. Các mặt bên của lăng trụ đều là các hình chữ nhật bằng nhau. Ví dụ: hình lăng trụ tam giác đều, tứ giác đều... thì ta hiểu là hình lăng trụ đều
- c) **Hình hộp :** Là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành
- d) **Hình hộp đứng:** là hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành
- e) **Hình hộp chữ nhật:** là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật
- f) **Hình lăng trụ đứng** có đáy là hình vuông và các mặt bên đều là hình vuông được gọi là **hình lập phương** (hay hình chữ nhật có ba kích thước bằng nhau được gọi là hình lập phương)

**Nhận xét:**

- Hình hộp chữ nhật  $\Rightarrow$  hình lăng trụ đứng (Có tất cả các mặt là hình chữ nhật)
- Hình lập phương  $\Rightarrow$  hình lăng trụ đều (tất cả các cạnh bằng nhau)
- Hình hộp đứng  $\Rightarrow$  hình lăng trụ đứng (mặt bên là hình chữ nhật, mặt đáy là hình bình hành)

**3. Thể tích khối lăng trụ:**

$V = B.h$ : Với **B** là diện tích đáy và **h** là chiều cao

4. So sánh khối lăng trụ đứng và khối lăng trụ đều:

ĐỊNH NGHĨA:	TÍNH CHẤT
<ul style="list-style-type: none"> <li>Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có cạnh bên vuông góc với mặt đáy</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Các mặt bên hình lăng trụ đứng là hình chữ nhật</li> <li>Các mặt bên hình lăng trụ đứng vuông góc với mặt đáy</li> <li>Chiều cao là cạnh bên</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Hình lăng trụ đều là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Các mặt bên của hình lăng trụ đều là các hình chữ nhật bằng nhau</li> <li>Chiều cao là cạnh bên</li> </ul>

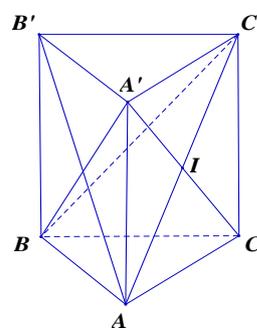
**DẠNG 1. KHỐI LĂNG TRỤ ĐỨNG**

**Câu 1.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có thể tích là

$V$ . Trong các khối chóp dưới đây, khối chóp có thể tích  $\frac{2V}{3}$

là:

- A.  $A.A'B'C'$
- B.  $C'.ABC$
- C.  $A'.BCC'B'$
- D.  $I.ABB'A'$



**Hướng dẫn giải**

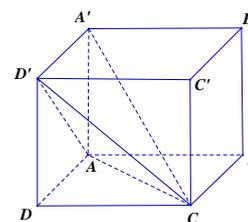
Ta có:  $V_{ABC.A'B'C'} = V_{A'.BCC'B'} + V_{A'.ABC}$ .

Mà  $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{A'.BCC'B'} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3} V$ .

Vậy chọn đáp án C.

**Câu 2.** Cho hình hộp đứng có các cạnh  $AB=3a; AD=2a; AA'=2a$  như hình vẽ. Thể tích của khối  $A'.ACD'$  là:

- A.  $a^3$
- B.  $2a^3$
- C.  $3a^3$
- D.  $6a^3$



**Hướng dẫn giải**

Ta có:  $V_{A'.ACD'} = \frac{1}{2} V_{C.ADD'A'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{6} \cdot 3a \cdot 2a \cdot 2a = 2a^3$ .

Vậy chọn đáp án B.

**Câu 3.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AC = \sqrt{3}a, BC = a, \angle ACB = 150^\circ$ , đường thẳng  $B'C$  tạo với mặt phẳng  $(ABB'A')$  một góc  $\alpha$  thỏa mãn  $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là:

- A.  $\frac{a^3\sqrt{105}}{28}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{105}}{14}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{339}}{14}$       D.  $\frac{a^3\sqrt{339}}{28}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có

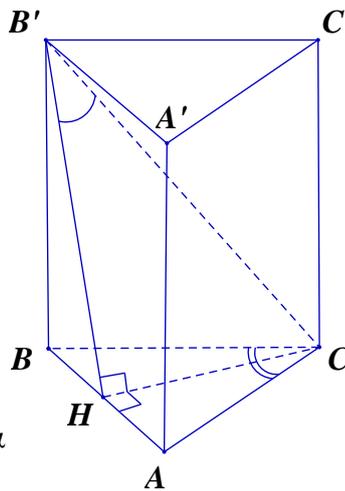
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin \angle ACB$$

$$= \frac{1}{2} a \sqrt{3} \cdot a \cdot \sin 150^\circ = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

Kẻ  $CH \perp AB \Rightarrow CH \perp (ABB'A')$

nên  $B'H$  là hình chiếu vuông góc của  $B'C$  lên  $(ABB'A')$

$$\Rightarrow \left( B'C, (ABB'A') \right) = \left( B'C, B'H \right) = \angle CB'H = \alpha$$



$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos 150^\circ = 7a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{7}$$

$$CH = \frac{2 \cdot S_{\Delta ABC}}{AB} = \frac{a\sqrt{21}}{14} \Rightarrow B'C = \frac{CH}{\sin \alpha} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$$

$$\text{Xét } \Delta BB'C \text{ vuông tại } B \text{ có: } BB' = \sqrt{B'C^2 - BC^2} = \frac{a\sqrt{35}}{7}$$

$$\text{Do đó } V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \cdot \frac{a\sqrt{35}}{7} = \frac{a^3\sqrt{105}}{28} \Rightarrow \text{Chọn đáp án A}$$

**Câu 4.** Khối lập phương có độ dài đường chéo bằng  $d$  thì thể tích của khối lập phương là:

- A.  $V = d^3$  ;      B.  $\sqrt{3}d^3$  ;      C.  $3d^3$  ;      D.  $V = \frac{d^3\sqrt{3}}{9}$

**Hướng dẫn giải**

Khối lập phương có cạnh là  $a = \frac{d}{\sqrt{3}}$ . Do đó khối lập phương có thể tích là

$$V = \left( \frac{d}{\sqrt{3}} \right)^3 = \frac{d^3\sqrt{3}}{9}. \text{ Vậy chọn đáp án D.}$$

**Câu 5.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác cân,  $AB = AC = a, \angle BAC = 120^\circ$ . Mặt phẳng  $(AB'C')$  tạo với mặt đáy góc  $60^\circ$ . Tính thể tích lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- A.  $\frac{8}{3}a^3$ ;      B.  $\frac{3}{8}a^3$ ;      C.  $\frac{a^3}{8}$ ;      D.  $\frac{\sqrt{3}}{8}a^3$ ;

Hướng dẫn giải

Xác định góc giữa  $(AB'C')$  và mặt đáy

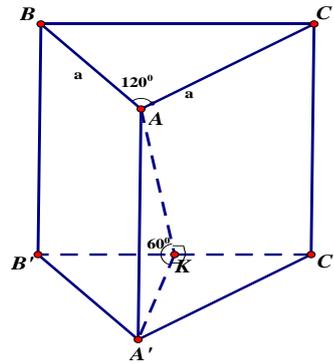
là  $\angle AKA' \Rightarrow \angle AKA' = 60^\circ$

Tính

$$A'K = \frac{1}{2}A'C' = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow AA' = A'K \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{3a^3}{8}$$



Vậy chọn đáp án B.

**Câu 6.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$ ,  $BC = a$ ,  $AA' = a\sqrt{2}$  và  $\cos \angle BA'C = \frac{5}{6}$ . Tính thể tích hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

- A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$       C.  $\frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$       D.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

Hướng dẫn giải

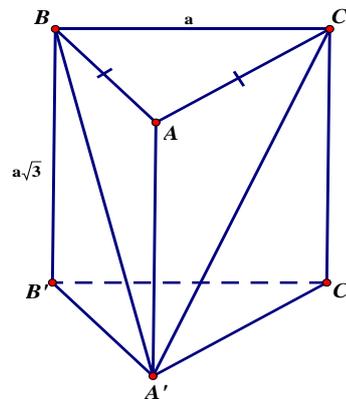
Đặt  $AB = x$  thì  $A'B^2 = A'C^2 = x^2 + 2a^2$

Áp dụng định lí hàm số cosin trong  $\triangle A'BC$ , ta có:

$$\cos \angle BA'C = \frac{A'B^2 + A'C^2 - BC^2}{2A'B \cdot A'C}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 + 4a^2 - a^2}{2(x^2 + 2a^2)} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow x = a$$

Suy ra  $\triangle ABC$  đều nên  $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



Vậy thể tích hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Vậy chọn đáp án A.

**Câu 7.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$ ,  $\angle BAD = 45^\circ$ ,  $AA' = \frac{a\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  là

- A.  $\frac{a^3\sqrt{\sqrt{2}-1}}{2\sqrt{2}}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{\sqrt{2}-1}}{\sqrt{2}}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{\sqrt{2}-1}}{4}$       D.  $\frac{a^3\sqrt{\sqrt{2}-1}}{2}$

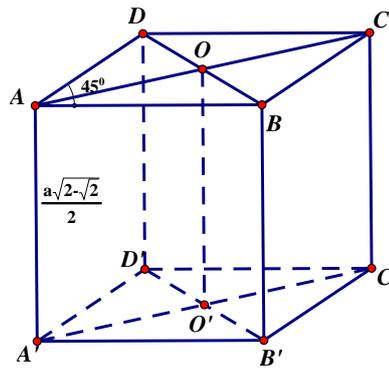
Hướng dẫn giải

Ta có:  $S_{ABCD} = 2S_{ABD}$

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot AD \cdot \sin \angle BAD = \frac{a^2}{2\sqrt{2}}$$

Do  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình lăng trụ đứng nên

$$\begin{aligned} V_{ABCD.A'B'C'D'} &= AA' \cdot S_{ABCD} \\ &= \frac{a\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{a^2}{\sqrt{2}} = \frac{a^3\sqrt{\sqrt{2}-1}}{2} \end{aligned}$$



Vậy chọn đáp án D.

**Câu 8.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ . Biết  $AB = 3\text{cm}$ ,  $BC' = 3\sqrt{2}\text{cm}$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho là

- A.  $27 \text{ (cm}^3\text{)}$     B.  $\frac{27}{2} \text{ (cm}^3\text{)}$     C.  $\frac{27}{4} \text{ (cm}^3\text{)}$     D.  $\frac{27}{8} \text{ (cm}^3\text{)}$

**Hướng dẫn giải**

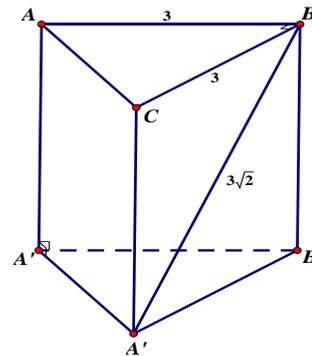
Diện tích đáy của khối lăng trụ:  $S_{ABC} = \frac{9}{a} \text{ (cm}^2\text{)}$

Chiều cao của khối lăng trụ:

$$h = CC' = \sqrt{BC'^2 - BC^2} = 3 \text{ (cm)}$$

Thể tích của khối lăng trụ đã cho:

$$V = S_{ABC} \cdot h = \frac{9}{2} \cdot 3 = \frac{27}{2} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

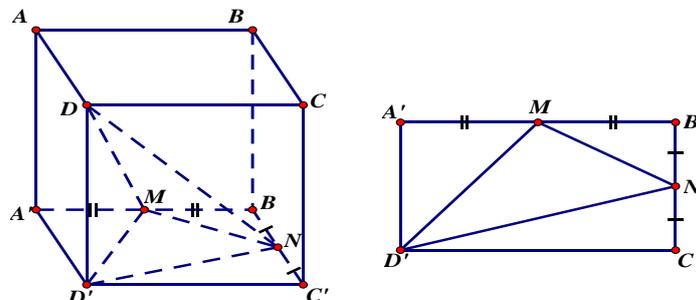


Vậy chọn đáp án C.

**Câu 9.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a$ ,  $BC = b$ ,  $AA' = c$ . Gọi  $M$  và  $N$  theo thứ tự là trung điểm của  $A'B'$  và  $B'C'$ . Tính tỉ số giữa thể tích khối chóp  $D'.DMN$  và thể tích khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$

- A.  $\frac{1}{2}$     B.  $\frac{1}{5}$     C.  $\frac{1}{8}$     D.  $\frac{1}{4}$

**Hướng dẫn giải**



Thể tích khối chóp  $D'.DMN$  bằng thể tích khối chóp  $D.D'MN$

$$\text{Ta có } S_{D'MN} = S_{A'B'C'D'} - (S_{D'A'M} + S_{D'C'N} + S_{B'MN})$$

$$= ab - \left( \frac{ab}{4} + \frac{ab}{4} + \frac{ab}{8} \right) = \frac{3ab}{8}$$

Thể tích khối chóp  $D'.DMN$  là:  $V_1 = \frac{1}{3} S_{\Delta D'MN} \cdot DD' = \frac{1}{3} \cdot \frac{3ab}{8} \cdot c = \frac{abc}{8}$

Thể tích của khối hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  là  $V = abc$

$\Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{1}{8}$ . **Vậy chọn đáp án C.**

**Câu 10.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$ , có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$ ,  $AB = AC = a$ ,  $BAC = \alpha$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AA'$ , tam giác  $C'MB$  vuông. Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là

- A.  $a^3 \sin \alpha \cdot \sqrt{\cos \alpha}$
- B.  $a^3 \cos \alpha \cdot \sqrt{\sin \alpha}$
- C.  $a^3 \cot \alpha \cdot \sqrt{\sin \alpha}$
- D.  $a^3 \tan \alpha \cdot \sqrt{\cos \alpha}$

**Hướng dẫn giải**

Diện tích đáy của khối lăng trụ là:

$$S = \frac{1}{2} a^2 \sin \alpha$$

Đặt  $A'A = x$ . Ta có:  $BM = C'M = \sqrt{\frac{x^2}{4} + a^2}$ ,

$$BC' = \sqrt{BC^2 + x^2}$$

Trong đó  $BC = 2a \sin \frac{\alpha}{2}$ . Tam giác  $C'MB$

vuông tại  $M$ , ta có:

$$2 \left( \frac{x^2}{4} + a^2 \right) = BC^2 + x^2 \Leftrightarrow x^2 = 4a^2 - 2 \left( 2a \sin \frac{\alpha}{2} \right)^2 \Leftrightarrow x^2 = 4a^2 \cos \alpha \Rightarrow x = 2a \sqrt{\cos \alpha}$$

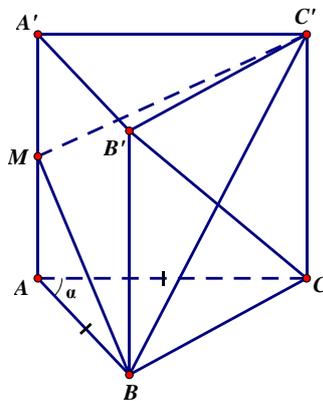
của khối lăng trụ là  $V = a^3 \sin \alpha \cdot \sqrt{\cos \alpha}$ .

**Vậy chọn đáp án A.**

**Câu 11.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $BC = 2a$ ,  $AA' = 3a$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $A$  vuông góc với  $CA'$  lần lượt cắt các đoạn thẳng  $CC'$  và  $BB'$  tại  $M$  và  $N$ . Diện tích tam giác  $AMN$  là

- A.  $\frac{a^2 \sqrt{14}}{6}$
- B.  $\frac{a^2 \sqrt{14}}{3}$
- C.  $\frac{a^2 \sqrt{14}}{9}$
- D.  $\frac{a^2 \sqrt{14}}{7}$

**Hướng dẫn giải**



Gọi  $H = (\alpha) \cap A'C$

Trong tam giác  $A'AH$  ta có:

$$A'H = \frac{A'A^2}{A'C} = \frac{9a^2}{\sqrt{a^2 + 4a^2 + 9a^2}}$$

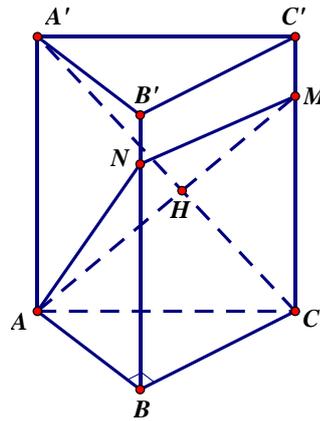
$$\Rightarrow A'H = \frac{9a}{\sqrt{14}}$$

Ta có:  $S_{AMN} = \frac{3V_{A'.AMN}}{A'H}$ . Mà

$NB \parallel AA'$  nên:

$$V_{A'.AMN} = V_{M.A'AN} = V_{M.A'AB} = V_{C.A'AB} = \frac{1}{3}AA'.S_{ABC} \Rightarrow V_{A'.AMN} = a^3$$

Vì vậy  $S_{AMN} = \frac{3a^3}{\frac{9a}{\sqrt{14}}} = \frac{a^2\sqrt{14}}{3}$ . Vậy chọn đáp án B.



**Câu 12.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ ,  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{3}$ , khoảng cách từ A đến mặt phẳng  $(A'BD)$  bằng  $\frac{a}{2}$ . Thể tích khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  là

- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$       B.  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$       C.  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$       D.  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

**Giải**

Gọi K là hình chiếu của A lên BD, H là hình chiếu của A lên  $A'K$

$$\text{Vì } \begin{cases} BD \perp AK \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AKA')$$

$$\Rightarrow BD \perp AH$$

$$\text{Mà } AH \perp A'K \Rightarrow AH \perp (A'BD)$$

$$\Rightarrow AH = \frac{a}{2}$$

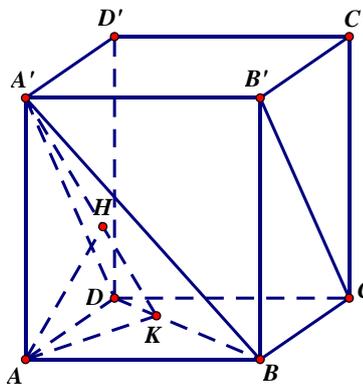
Trong tam giác vuông  $A'AK$  ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2}$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{A'A^2} = \frac{4}{a^2} - \frac{1}{a^2} - \frac{1}{3a^2} = \frac{8}{3a^2} \Rightarrow A'A = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'A.AB.AD = \frac{a\sqrt{6}}{4}.a.a\sqrt{3} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$$

Vậy chọn đáp án C.



**Câu 13.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$  và  $AB = a, AC = a\sqrt{3}$ , mặt phẳng  $(A'BC)$  tạo với đáy một góc  $30^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$       B.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{7}$       D.  $\frac{3a^3\sqrt{2}}{7}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ .

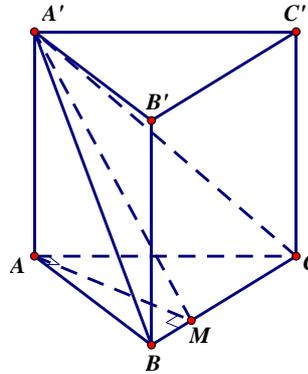
Gọi  $M$  là hình chiếu của  $A$  trên  $BC$ .

Suy ra  $BC \perp (A'MA)$

$\Rightarrow \angle A'MA = (\angle(A'BC), \angle(ABC)) = 30^\circ$

Do

$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AA' = AM \tan 30^\circ = \frac{a}{2}$



Vậy  $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Vậy chọn đáp án A.**

**Câu 14.** Cho lăng trụ đứng tam giác đều  $ABC.A'B'C'$ , có cạnh đáy bằng  $a$ , đường chéo  $BC'$  của mặt bên  $(BCC'B')$  tạo với mặt phẳng  $(ABB'A')$  một góc  $30^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  theo  $a$ .

- A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$       D.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

**Hướng dẫn giải**

Gọi  $I'$  là trung điểm của  $A'B'$ , thì  $C'I' \perp A'B'$  (do  $\Delta ABC$  đều)

$C'I' \perp AA' \Rightarrow C'I' \perp (ABB'A')$  suy

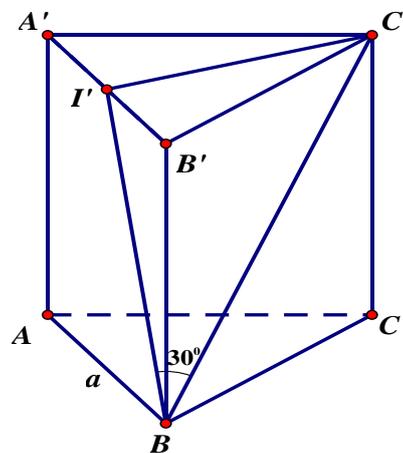
ra  $\angle I'BC'$  là góc giữa  $BC'$  và mặt phẳng  $(ABB'A')$

Suy ra  $\angle I'BC' = 30^\circ$ . Ta có

$C'I' = \frac{a\sqrt{3}}{2}, BC' = \frac{C'I'}{\sin 30^\circ} = a\sqrt{3}$

Trong  $\Delta BCC'$  vuông:

$CC'^2 = BC'^2 - BC^2 = 2a^2 \Rightarrow CC' = a\sqrt{2}$



Thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là:  $V = CC' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ .

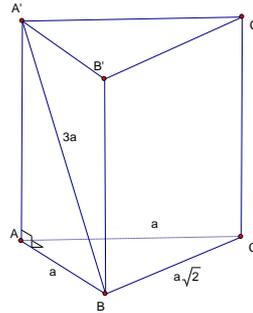
Vậy chọn đáp án D.

**Câu 15.** Đáy của lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  là tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  có cạnh  $BC = a\sqrt{2}$  và biết  $A'B = 3a$ . Tính thể tích khối lăng trụ

- A.  $a^3\sqrt{2}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$       D.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $\Delta ABC$  vuông cân tại  $A$  nên  
 $AB = AC = a$   
 $ABC.A'B'C'$  là lăng trụ đứng  
 $\Rightarrow AA' \perp AB$



Trong  
 $\Delta AA'B: AA'^2 = A'B^2 - AB^2 = 8a^2$   
 $\Rightarrow AA' = 2a\sqrt{2}$ .

Vậy  $V = AA' \cdot S_{ABC} = a^3\sqrt{2}$

Vậy chọn đáp án A.

**Câu 16.** Đáy của lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  là tam giác đều cạnh  $a = 4$  và biết diện tích tam giác  $A'BC$  bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ.

- A. 8      B.  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$       C.  $8\sqrt{3}$       D.  $\sqrt{3}$

**Hướng dẫn**

Gọi  $I$  là trung điểm  $BC$ . Ta có  $\Delta ABC$  đều nên

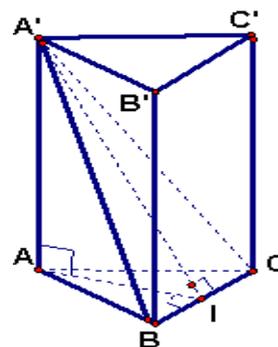
$$AI = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}, \quad AI \perp BC \Rightarrow A'I \perp BC$$

$$S_{A'BC} = \frac{1}{2}BC \cdot A'I \Rightarrow A'I = \frac{2S_{A'BC}}{BC} = 4$$

$AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp AI$ .

$$\Delta A'AI \Rightarrow AA' = \sqrt{A'I^2 - AI^2} = 2$$

Vậy  $V = AA' \cdot S_{ABC} = 8\sqrt{3}$ .



Vậy chọn đáp án C.

**Câu 17.** Cho lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  với  $BA = BC = a$ , biết  $A'B$  hợp với đáy  $ABC$  một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích lăng trụ.

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$       C.  $2a^3\sqrt{3}$       D.  $a^3\sqrt{3}$

**Hướng dẫn giải**

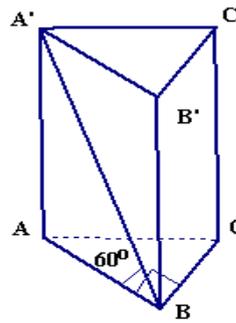
Ta có  $A'A \perp (ABC) \Rightarrow A'A \perp AB$  và  $AB$  là hình chiếu của  $A'B$  trên đáy  $ABC$ .

Vậy  $(A'B, (ABC)) = \angle ABA' = 60^\circ$ .

Trong  $\triangle ABA'$ :  $AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}$$

Vậy  $V = AA' \cdot S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ . Vậy chọn đáp án B.



**Câu 18.** Cho lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$  với  $AC = a$ ,  $\angle ACB = 60^\circ$ , biết  $BC'$  hợp với  $(AA'C'C)$  một góc  $30^\circ$ . Thể tích lăng trụ là

- A.  $3a^3\sqrt{3}$       B.  $2a^3\sqrt{6}$       C.  $a^3\sqrt{3}$       D.  $a^3\sqrt{6}$

Hướng dẫn giải

$\triangle ABC \Rightarrow AB = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$ .

Ta có:

$AB \perp AC; AB \perp AA' \Rightarrow AB \perp (AA'C'C)$

nên  $AC'$  là hình chiếu của  $BC'$  trên  $(AA'C'C)$ .

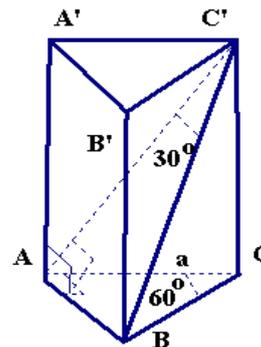
$\Rightarrow (BC', (AA'C'C)) = \angle BC'A = 30^\circ$

$\triangle AC'B \Rightarrow AC' = \frac{AB}{\tan 30^\circ} = 3a$

Trong  $\triangle AA'C'$ :  $AA' = \sqrt{AC'^2 - A'C'^2} = 2a\sqrt{2}$

$\triangle ABC$  là nửa tam giác đều nên  $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ .

Vậy  $V = a^3\sqrt{6}$ . Vậy chọn đáp án D.



**Câu 19.** Cho lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  với  $BA = BC = a$ , biết  $(A'BC)$  hợp với đáy  $(ABC)$  một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích lăng trụ.

- A.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{a^3}{3}$

Hướng dẫn

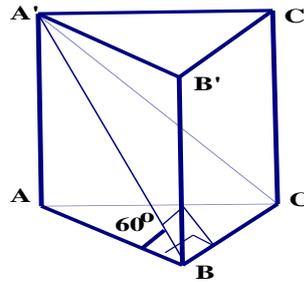
Ta có

$$A'A \perp (ABC) \& BC \perp AB \Rightarrow BC \perp A'B$$

$$\Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = \angle ABA' = 60^\circ$$

$$\Delta ABA' \Rightarrow AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}. \text{ Vậy } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$$



Vậy chọn đáp án B.

**Câu 20.** Đáy của lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  là tam giác đều cạnh  $x$ . Mặt  $(A'BC)$  tạo với đáy một góc  $30^\circ$  và diện tích tam giác  $A'BC$  bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ

- A.  $\frac{x^3\sqrt{3}}{3}$       B.  $3x^3\sqrt{3}$       C.  $x^3\sqrt{3}$       D.  $\frac{x^3}{3}$

**Hướng dẫn giải**

$\Delta ABC$  đều  $\Rightarrow AI \perp BC$  mà  $AA' \perp (ABC)$  nên  $A'I \perp BC$ .

Vậy  $((A'BC), (ABC)) = \angle A'IA = 30^\circ$

Ta có  $BC = x \Rightarrow AI = \frac{2x\sqrt{3}}{2} = x\sqrt{3}$ . Ta có

$$\Delta A'AI : A'I = AI : \cos 30^\circ = \frac{2AI}{\sqrt{3}} = \frac{2x\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2x$$

$A'A = AI \tan 30^\circ = x$ . Ta có  $V_{ABC.A'B'C'} = x^3\sqrt{3}$ .

Mà  $S_{A'BC} = BI \cdot A'I = x \cdot 2x = 8 \Rightarrow x = 2$ . Do đó  $V_{ABC.A'B'C'} = x^3 \cdot \sqrt{3}$

Vậy chọn đáp án C.

**Câu 21.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông,  $AB = BC = a$ , cạnh bên  $AA' = a\sqrt{2}$ . Tính theo  $a$  thể tích của khối lăng trụ

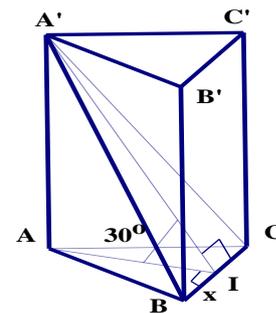
- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$       B.  $2a^3$       C.  $\sqrt{2}a^3$       D.  $2\sqrt{2}a^3$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{1}{2} a \cdot a = \frac{1}{2} a^2$ .

$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} a^2 = \frac{\sqrt{2}}{2} a^3$ . Vậy chọn đáp án A.

**Câu 22.** Cho hình hộp đứng có đáy là hình thoi cạnh  $a$  và có góc nhọn bằng  $60^\circ$ . Đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của lăng trụ. Tính thể tích hình hộp.



- A.  $\frac{3a^3\sqrt{6}}{2}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$       D.  $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$

Hướng dẫn giải

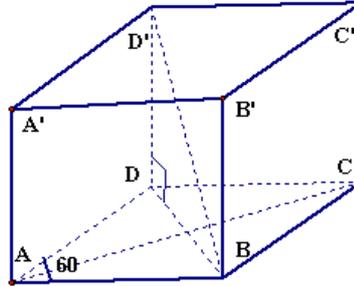
Ta có tam giác ABD đều nên :  $BD = a$

và  $S_{ABCD} = 2S_{ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Theo đề bài  $BD' = AC = 2\frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

$\Delta DD'B \Rightarrow DD' = \sqrt{BD'^2 - BD^2} = a\sqrt{2}$

Vậy  $V = S_{ABCD}.DD' = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ .



Vậy chọn đáp án C.

**Câu 23.** Cho lăng trụ đứng ABCD.A'B'C'D' có đáy ABCD là hình vuông cạnh a và đường chéo BD' của lăng trụ hợp với đáy ABCD một góc 30°. Tính tổng diện tích của các mặt bên của lăng trụ .

- A.  $\frac{a^2\sqrt{6}}{2}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$       C.  $\frac{a^2\sqrt{6}}{4}$       D.  $\frac{4a^2\sqrt{6}}{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có ABCD A'B'C'D' là lăng trụ đứng nên ta có:

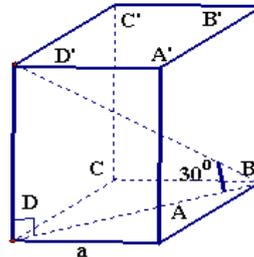
$DD' \perp (ABCD) \Rightarrow DD' \perp BD$

và BD là hình chiếu của BD' trên ABCD .

Vậy góc  $[BD';(ABCD)] = \angle DBD' = 30^0$

$\Delta BDD' \Rightarrow DD' = BD.\tan 30^0 = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

$S = 4S_{ADD'A'} = \frac{4a^2\sqrt{6}}{3}$ . Vậy chọn đáp án D.



**Câu 24.** Cho hình hộp đứng ABCD A'B'C'D' có đáy ABCD là hình thoi cạnh a và  $\angle BAD = 60^\circ$  biết AB' hợp với đáy (ABCD) một góc 30°. Tính thể tích của hình hộp

- A.  $3a^3$       B.  $\frac{a^3}{4}$       C.  $\frac{3a^3}{2}$       D.  $a^3$

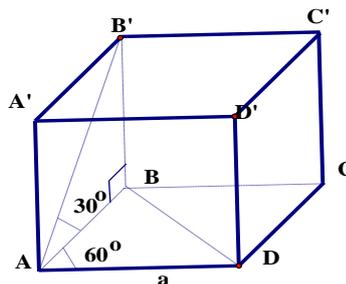
Hướng dẫn

$\Delta ABD$  đều cạnh a

$\Rightarrow S_{ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

$\Delta ABB'$  vuông tại B



$$\Rightarrow BB' = AB \tan 30^\circ = a\sqrt{3}$$

Vậy  $V = B.h = S_{ABCD} \cdot BB' = \frac{3a^3}{2}$ . **Vậy chọn đáp án C.**

**Câu 25.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AA' = 2a$ ; mặt phẳng  $(A'BC)$  hợp với đáy  $(ABCD)$  một góc  $60^\circ$  và  $A'C$  hợp với đáy  $(ABCD)$  một góc  $30^\circ$ . Tính thể tích khối hộp chữ nhật.

- A.  $\frac{16a^3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$       B.  $\frac{16a^3\sqrt{2}}{9}$       C.  $\frac{16a^3\sqrt{2}}{3}$       D.  $\frac{16a^3\sqrt{2}}{8}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow AC$  là hình chiếu của  $A'C$  trên  $(ABCD)$ .

Vậy  $\text{góc}[A'C, (ABCD)] = \angle A'CA = 30^\circ$

$BC \perp AB \Rightarrow BC \perp A'B$  (đl 3 $\perp$ ).

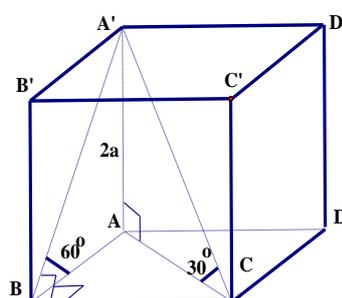
Vậy  $\text{góc}[(A'BC), (ABCD)] = \angle A'BA = 60^\circ$

$$\Delta A'AC \Rightarrow AC = AA' \cdot \cot 30^\circ = 2a\sqrt{3}$$

$$\Delta A'AB \Rightarrow AB = AA' \cdot \cot 60^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

$$\Delta ABC \Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \frac{4a\sqrt{6}}{3}$$

Vậy  $V = AB \cdot BC \cdot AA' = \frac{16a^3\sqrt{2}}{3}$ . **Vậy chọn đáp án C.**



**Câu 26.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB=a$ ,  $AC=a\sqrt{3}$ , cạnh  $A'B = 2a$ . Tính thể tích khối lăng trụ

- A.  $\frac{3a^3\sqrt{6}}{2}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$       D.  $\frac{2a^3\sqrt{6}}{2}$

**Hướng dẫn**

\* Tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$$

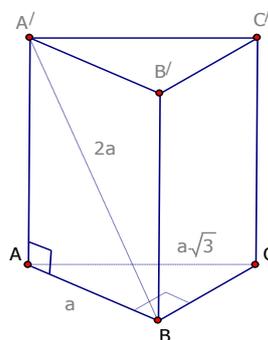
$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$$

\* Tam giác  $A'AB$  vuông tại  $A$

$$\Rightarrow A'A = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$$

$$* V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'A = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$$

**Vậy chọn đáp án C.**



**Câu 27.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB=a$ ,  $BC = a\sqrt{2}$ , mặt bên  $(A'BC)$  hợp với mặt đáy  $(ABC)$  một góc  $30^\circ$ . Tính thể tích khối lăng trụ.

- A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$       D.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có  $A'A \perp (ABC)$

$$(A'BC) \cap (ABC) = BC$$

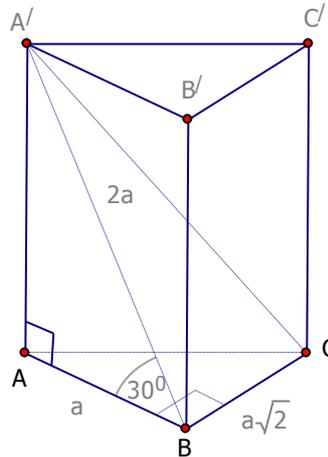
$AB \perp BC$  Mà  $AB = hc_{(ABC)}A'B$  nên

$$A'B \perp BC$$

$$\Rightarrow \left( (A'BC), (ABC) \right) = A'BA = 30^\circ$$

\* Tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$$



\* Tam giác  $A'AB$  vuông tại  $A \Rightarrow A'A = AB \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

\*  $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'A = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ . **Vậy chọn đáp án D.**

**Câu 28.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a\sqrt{3}$ ,  $AD = a$ ,  $AA' = a$ ,  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Tính thể tích khối  $OBB'C'$ .

- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$       D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

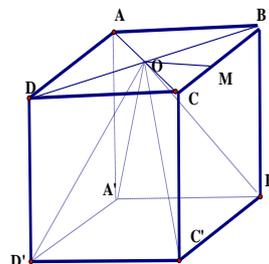
**Hướng dẫn giải**

$$\Delta ABD \text{ có } : DB = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a$$

$M$  là trung điểm  $BC \Rightarrow OM \perp (BB'C')$

$$\Rightarrow V_{OBB'C'} = \frac{1}{3} S_{BB'C'} \cdot OM = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

**Vậy chọn đáp án D.**



**Câu 29.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Tính thể tích khối tứ diện  $ACB'D'$ .

- A.  $\frac{a^3}{2}$       B.  $\frac{a^3}{6}$       C.  $\frac{a^3}{3}$       D.  $\frac{a^3}{4}$

**Hướng dẫn giải**

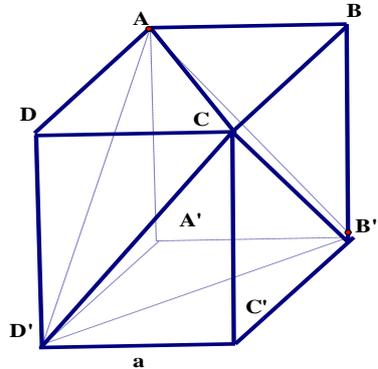
Hình lập phương được chia thành: khối  $ACB'D'$  và bốn khối  $CB'D'C'$ ,  $BB'AC$ ,  $D'ACD$ ,  $AB'A'D'$ .

Các khối  $CB'D'C'$ ,  $BB'AC$ ,  $D'ACD$ ,  $AB'A'D'$  có diện tích đáy và chiều cao bằng nhau nên có cùng thể tích.

Khối  $CB'D'C'$  có  $V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 \cdot a = \frac{1}{6} a^3$

Khối lập phương có thể tích:  $V_2 = a^3 \Rightarrow$

$V_{ACB'D'} = a^3 - 4 \cdot \frac{1}{6} a^3 = \frac{1}{3} a^3$



Vậy chọn đáp án C.

**Câu 30.** Cho hình lăng trụ đứng tam giác có các cạnh bằng a. E là trung điểm cạnh AC, mp(A'B'E) cắt BC tại F. Tính thể tích khối  $CA'B'FE$

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$       D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{15}$

**Hướng dẫn giải**

Khối  $CA'B'FE$ : phân ra hai khối  $CEFA'$  và  $CFA'B'$ .

Khối  $A'CEF$  có đáy là  $CEF$ , đường cao  $A'A$  nên

$V_{A'CEF} = \frac{1}{3} S_{CEF} \cdot A'A$

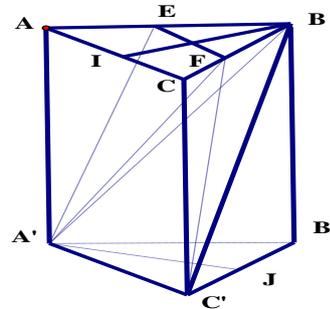
$S_{CEF} = \frac{1}{4} S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{16} \Rightarrow V_{A'CEF} = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$

Gọi J là trung điểm  $B'C'$ .

Ta có khối  $A'B'CF$  có đáy là  $CFB'$ , đường cao  $JA'$  nên  $V_{A'B'CF} = \frac{1}{3} S_{CFB'} \cdot A'J$ ;

$S_{CFB'} = \frac{1}{2} S_{CBB'} = \frac{a^2}{4} \Rightarrow V_{A'B'CF} = \frac{1}{3} \frac{a^2}{4} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Vậy:  $V_{CAB'FE} = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$ . Vậy chọn đáp án C.



**DẠNG 2. KHỐI LĂNG TRỤ ĐỀU**

**Câu 1.** Cho khối lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$ . Mặt phẳng  $(A'BC)$  chia khối lăng trụ thành hai phần. Tỉ số thể tích của hai phần đó bằng:

- A.  $\frac{1}{2}$ ;      B.  $\frac{1}{3}$ ;      C.  $\frac{1}{4}$ ;      D.  $\frac{3}{5}$

**Hướng dẫn giải**

Mặt phẳng  $(A'BC)$  chia khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  thành hai phần là  $A'.ABC$  và  $A'B'C'BC$

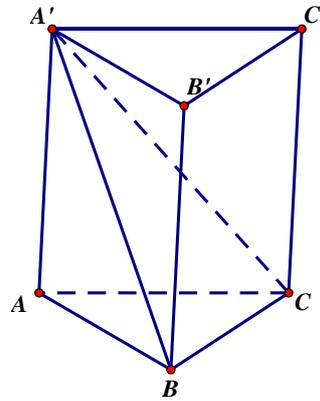
Ta có:

$$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'}$$

$$\Rightarrow V_{A'B'C'BC} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'}$$

Suy ra tỉ số thể tích của hai phần đó

bằng  $\frac{1}{2}$ . **Vậy chọn đáp án A.**



**Câu 2.** Cho khối lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$ . Gọi M là trung điểm cạnh  $AA'$ . Mặt phẳng  $(MBC)$  chia khối lăng trụ thành hai phần. Tỉ số thể tích của hai phần đó bằng:

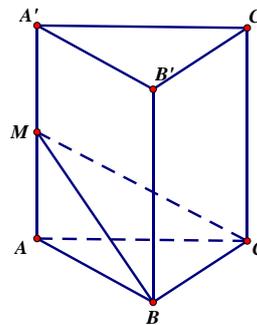
- A.  $\frac{1}{3}$ ;      B.  $\frac{1}{5}$ ;      C.  $\frac{1}{6}$ ;      D.  $\frac{3}{5}$

**Hướng dẫn giải**

Mặt phẳng  $(MBC)$  chia khối lăng trụ thành hai phần  $M.ABC$  và  $MA'B'C'BC$ .

Ta có:  $V_{M.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} h \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} V_{ABC.A'B'C'}$

Suy ra:  $V_{MA'B'C'BC} = \frac{5}{6} V_{ABC.A'B'C'}$



Tỉ số thể tích của hai phần đó bằng:  $\frac{1}{5}$ . **Vậy ta chọn đáp án B.**

**Câu 3.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$  và chiều cao bằng  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Thể tích khối tứ diện  $ACA'B'$  là

- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$       C.  $\frac{a^3}{8}$       D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

**Hướng dẫn giải**

$$V_{ACA'B'} = V_{C.AA'B'} = \frac{1}{3} S_{\Delta AA'B'} \cdot d(C, (AA'B'))$$

Ta có  $CM \perp AB$  (vì tam giác ABC là tam giác đều)

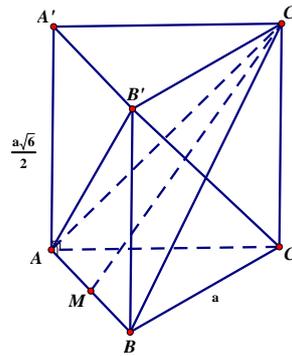
$$\Rightarrow CM \perp (AA'B'B) \text{ hay } CM \perp (AA'B')$$

$$\Rightarrow CM = d(C, (AA'B'))$$

$$V_{ACA'B'} = \frac{1}{3} S_{\Delta AA'B'} \cdot CM = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AA' \cdot A'B' \cdot CM$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$$

Vậy chọn đáp án A.



**Câu 4.** Cho khối lăng trụ tứ giác đều ABCD.A'B'C'D' có khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và A'D bằng 2 và độ dài đường chéo của mặt bên bằng 5. Vẽ  $AK \perp A'D$  ( $K \in A'D$ ). Lúc đó độ dài AK là

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

Hướng dẫn giải

$$AB \parallel A'B' \Rightarrow AB \parallel (A'B'D)$$

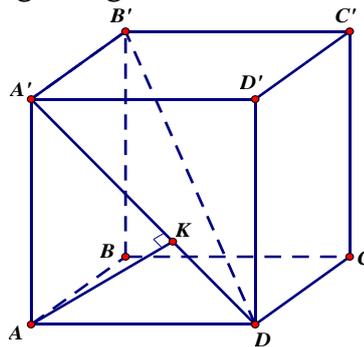
$$\Rightarrow d(A, (A'B'D)) = d(AB, A'D)$$

Ta có  $A'B' \perp (AA'D'D)$

$$\Rightarrow A'B' \perp AK$$

Ta còn có  $A'D \perp AK$  (giả thiết)

$$\Rightarrow AK \perp (A'B'D)$$



Vậy  $AK = d(A, (A'B'D)) = d(AB, A'D) = 2$ . Vậy chọn đáp án B.

**Câu 5.** Cho hình lăng trụ tam giác đều ABC.A'B'C' có cạnh đáy bằng a. Mặt phẳng (ABC') hợp với mặt phẳng (BCC'B') một góc  $\alpha$ . Diện tích xung quanh của khối lăng trụ là

- A.  $\frac{3\sqrt{3}a^2}{\sqrt{\tan^2 \alpha + 3}}$       B.  $\frac{3a^2}{\sqrt{\tan^2 \alpha + 3}}$       C.  $\frac{3\sqrt{3}a^2}{\sqrt{\tan^2 \alpha - 3}}$       D.  $\frac{\sqrt{3}a^2}{\sqrt{\tan^2 \alpha - 3}}$

Hướng dẫn giải

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên BC, BC'.

Ta có  $AH \perp (BCC'B') \Rightarrow AH \perp BC'$ , do đó  $(AKH) \perp (BC') \Rightarrow \alpha = \angle AKH$

Tam giác AKH vuông tại H và  $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

nên  $AK = \frac{a\sqrt{3}}{2 \sin \alpha}$

Đặt  $AA' = x$ . Xét tam giác C'AB có:

$C'A = CB = \sqrt{x^2 + a^2}$ ,  $AB = a$ .

Nên từ  $AK = \frac{a\sqrt{3}}{2 \sin \alpha}$  ta tính được  $x = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{\tan^2 \alpha - 3}}$

Diện tích xung quanh của khối lăng trụ  $S_{xq} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{\sqrt{\tan^2 \alpha - 3}}$ .

Vậy chọn đáp án C.

**Câu 6.** Cho lăng trụ tứ giác đều ABCD.A'B'C'D' có cạnh bên bằng 4a và đường chéo 5a. Tính thể tích khối lăng trụ này

- A.  $8a^3$       B.  $9a^3$       C.  $18a^3$       D.  $21a^3$

Hướng dẫn giải

ABCD.A'B'C'D' là lăng trụ đứng nên

$BD^2 = BD'^2 - DD'^2 = 9a^2 \Rightarrow BD = 3a$

ABCD là hình vuông  $\Rightarrow AB = \frac{3a}{\sqrt{2}}$

Suy ra  $B = S_{ABCD} = \frac{9a^2}{2}$

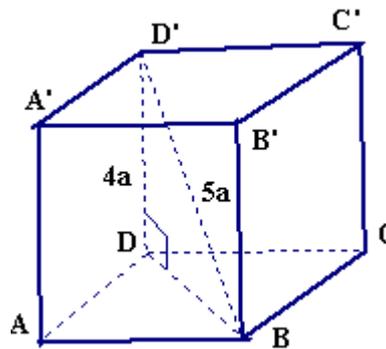
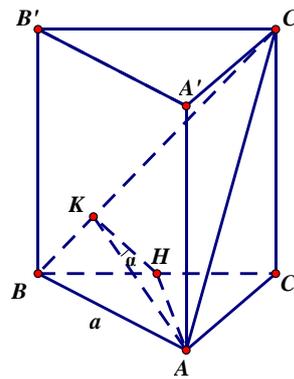
Vậy  $V = B.h = S_{ABCD} \cdot AA' = 18a^3$

Vậy chọn đáp án C.

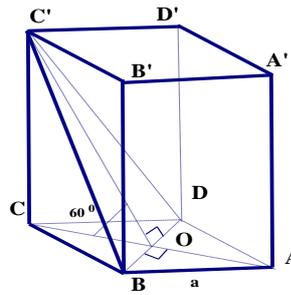
**Câu 7.** Cho lăng trụ tứ giác đều ABCD.A'B'C'D' có cạnh đáy a và mặt phẳng (BDC') hợp với đáy (ABCD) một góc 60°. Tính thể tích khối hộp chữ nhật.

- A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$       D.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

Hướng dẫn giải



Gọi O là tâm của ABCD . Ta có  
 ABCD là hình vuông nên  $OC \perp BD$   
 $CC' \perp (ABCD)$  nên  $OC' \perp BD$  (đl 3  $\perp$ ).  
 Vậy góc  $[(BDC');(ABCD)] = \angle COC' = 60^\circ$   
 Ta có  $V = B.h = S_{ABCD}.CC'$



ABCD là hình vuông nên  $S_{ABCD} = a^2$

$\triangle OCC'$  vuông nên  $CC' = OC.tan60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Vậy  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ .

Vậy chọn đáp án A.

**Câu 8.** Cho hình lăng trụ tứ giác đều ABCD.A'B'C'D' có chiều cao bằng h và góc của hai đường chéo của hai mặt bên kề nhau phát xuất từ một đỉnh là  $\alpha$ . Tính thể tích của lăng trụ theo h và  $\alpha$  là

- A.  $\frac{h^3(1+\sin \alpha)}{\sin \alpha}$     B.  $\frac{h^3(1-\sin \alpha)}{\sin \alpha}$     C.  $\frac{h^3(1-\cos \alpha)}{\cos \alpha}$     D.  $\frac{h^3(1+\cos \alpha)}{\cos \alpha}$

**Hướng dẫn giải**

Gọi x là cạnh của đáy, ta có

$B'D' = x\sqrt{2}, \quad AB' = AD' = \sqrt{h^2 + x^2}$

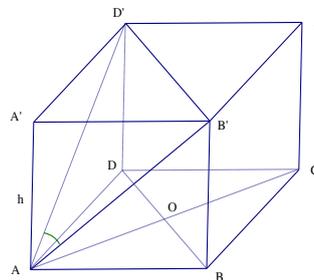
$\triangle AB'D'$ :

$B'D'^2 = AB'^2 + AD'^2 - 2AB'.AD'.\cos \alpha$   
 $= 2AB'^2 - 2AB'^2 \cos \alpha$

$\Leftrightarrow 2x^2 = 2(h^2 + x^2) - 2(h^2 + x^2)\cos \alpha$

$\Leftrightarrow x^2 = (h^2 + x^2) - (h^2 + x^2)\cos \alpha$

$\Leftrightarrow x^2 = \frac{h^2(1-\cos \alpha)}{\cos \alpha}$ .



Vậy  $V = x^2.h = \frac{h^3(1-\cos \alpha)}{\cos \alpha}$ . Vậy chọn đáp án C.

**Câu 9.** Tính thể tích lăng trụ đều ABC.A'B'C' biết  $(ABC')$  hợp với đáy góc  $60^\circ$  và diện tích tam giác ABC' bằng  $\sqrt{3}a^2$

- A.  $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$     B.  $\frac{3\sqrt{6}}{8}a^3$     C.  $\frac{3\sqrt{6}}{4}a^3$     D.  $\frac{3\sqrt{6}}{2}a^3$

**Hướng dẫn giải**

Gọi H là trung điểm AB

$$\Rightarrow \begin{cases} CH \perp AB \\ C'H \perp AB \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((ABC'), (ABC)) = (CH, C'H)$$

$$= \angle C'HC = 60^\circ$$

$$S_{\Delta ABC'} = \sqrt{3}a^2 \Leftrightarrow HC' \cdot AB = 2\sqrt{3}a^2 \quad (1)$$

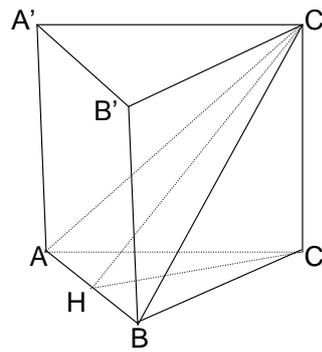
Xét  $\Delta HCC'$  vuông tại C:

$$HC' = \frac{HC}{\cos 60^\circ} = AB\sqrt{3} \quad (2)$$

$$CC' = HC' \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{2}}{2}a; \quad S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB^2 \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$$

$$\text{Từ (1),(2)} \Rightarrow AB = a\sqrt{2}; HC' = a\sqrt{6}$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot CC' = \frac{3\sqrt{6}}{4}a^3 \text{ (đvtt)}. \text{ Vậy chọn đáp án C.}$$



**DẠNG 3. KHỐI LĂNG TRỤ XIÊNG**

**Câu 1.** Gọi  $V$  là thể tích khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  và  $V_1$  là thể tích của khối tứ diện có cùng đáy và chiều cao với khối hộp. Hệ thức nào sau đây là đúng:

- A.  $V = 6V_1$ ;      B.  $V = 5V_1$ ;      C.  $V = 4V_1$ ;      D.  $V = 3V_1$

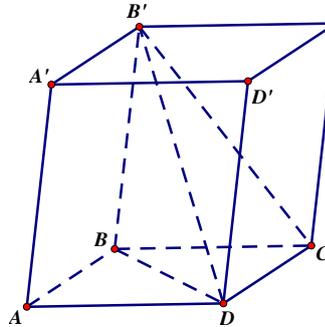
**Hướng dẫn giải**

Ta có:

$$\begin{aligned} V_{B'.BCD} &= \frac{1}{3} h \cdot S_{BCD} \\ &= \frac{1}{6} h \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6} V_{ABCD.A'B'C'D'} \end{aligned}$$

Hay  $V = 6V_1$ .

**Vậy chọn đáp án A.**



**Câu 2.** Cho khối lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có thể tích  $V$ . Trên đáy  $A'B'C'$  lấy điểm  $M$  bất kỳ. Thể tích khối chóp  $M.ABC$  tính theo  $V$  bằng

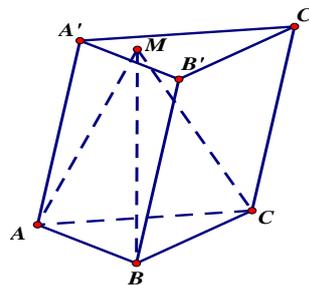
- A.  $\frac{V}{2}$ ;      B.  $\frac{2V}{3}$ ;      C.  $\frac{V}{3}$ ;      D.  $\frac{3V}{4}$

**Hướng dẫn giải**

Ta có:

$$V_{M.ABC} = \frac{1}{3} h \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} V.$$

**Vậy ta chọn đáp án C**

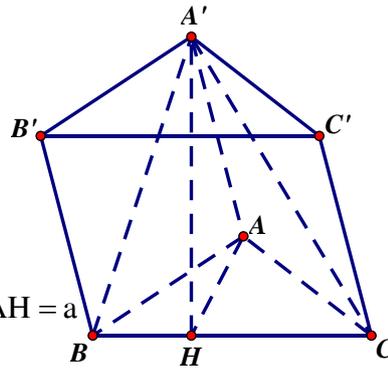


**Câu 3.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ , đáy  $ABC$  có  $AC = a\sqrt{3}$ ,  $BC = 3a$ ,  $\angle ACB = 30^\circ$ . Cạnh bên hợp với mặt phẳng đáy góc  $60^\circ$  và mặt phẳng  $(A'BC)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Điểm  $H$  trên cạnh  $BC$  sao cho  $HC = 3BH$  và mặt phẳng  $(A'AH)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là

- A.  $\frac{3a^3}{4}$       B.  $\frac{9a^3}{4}$       C.  $\frac{9a^3}{2}$       D.  $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$

**Hướng dẫn giải**

$$\begin{cases} (A'BC) \perp (ABC) \\ (A'AH) \perp (ABC) \\ A'H = (A'BC) \cap (A'AH) \end{cases} \Rightarrow A'H \perp (ABC)$$



Suy ra  $\angle A'AH = 60^\circ$

$$AH^2 = AC^2 + HC^2 - 2AC \cdot HC \cdot \cos 30^\circ = a^2 \Rightarrow AH = a$$

$$\Rightarrow A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{9a^3}{4}$$

Vậy chọn đáp án B.

**Câu 4.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ ,  $\triangle ABC$  đều có cạnh bằng  $a$ ,  $AA' = a$  và đỉnh  $A'$  cách đều  $A, B, C$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là

- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$       D.  $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Hướng dẫn giải

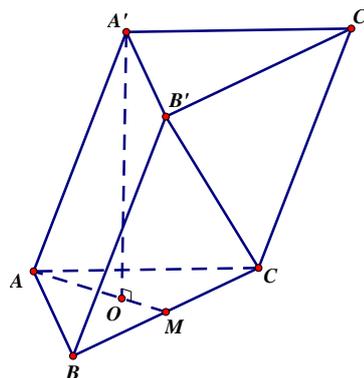
Gọi  $O$  là tâm tam giác đều  $ABC$

$$\Rightarrow A'O \perp (ABC)$$

$$\text{Ta có } AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AO = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$A'O = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3};$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$\text{Thể tích khối lăng trụ } ABC.A'B'C': V = S_{\triangle ABC} \cdot A'O = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}.$$

Vậy chọn đáp án B.

**Câu 5.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ ,  $\angle ACB = 30^\circ$ ;  $M$  là trung điểm cạnh  $AC$ . Góc giữa cạnh bên và mặt đáy của lăng trụ bằng  $60^\circ$ . Hình chiếu vuông góc của đỉnh  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm  $H$  của  $BM$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là

- A.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$       C.  $3a^3\sqrt{3}$       D.  $a^3\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

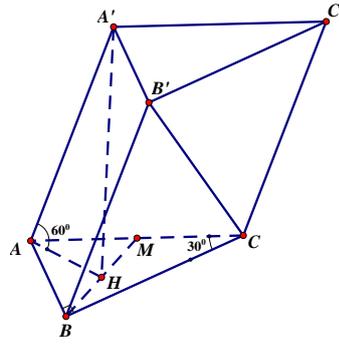
$A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H$  là đường cao của hình lăng trụ.

$AH$  là hình chiếu vuông góc của  $AA'$  lên  $(ABC) \Rightarrow \angle A'AH = 60^\circ$

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{ABC}$$

$$AC = 2a, MA = MB = AB = a$$

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'H = \frac{3a}{2}$$



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BA.BC = \frac{1}{2} a.a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$$

Vậy chọn đáp án A.

**Câu 6.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = 2a, AC = a, AA' = \frac{a\sqrt{10}}{2}, \angle BAC = 120^\circ$ . Hình chiếu vuông góc của  $C'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  theo  $a$  và tính số đo góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ACC'A')$ .

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$       B.  $\frac{3a^3}{4}$       C.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$       D.  $a^3\sqrt{3}$

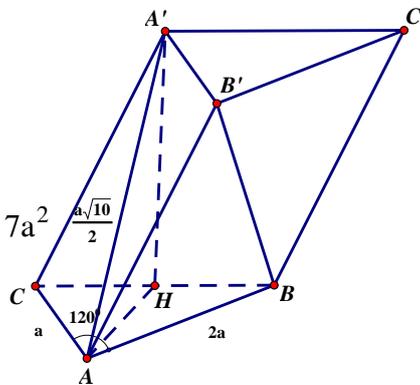
**Hướng dẫn giải**

Gọi  $H$  là trung điểm  $BC$ . Từ giả thiết suy ra  $C'H \perp (ABC)$ . Trong  $\triangle ABC$  ta có:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC.\sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC.AB.\cos 120^\circ = 7a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{7} \Rightarrow CH = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow C'H = \sqrt{C'C^2 - CH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



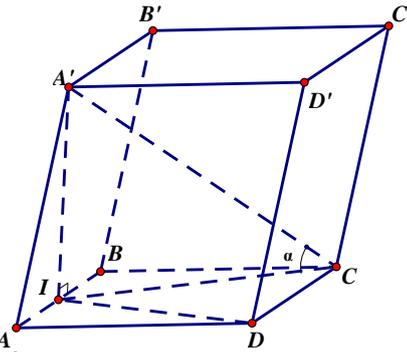
Suy ra thể tích lăng trụ  $V = C'H.S_{ABC} = \frac{3a^3}{4}$ . Vậy chọn đáp án B.

**Câu 7.** Cho hình lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A'$  trên mặt phẳng  $ABCD$  là trung điểm  $I$  của cạnh  $AB$ . Biết  $A'C$  tạo với mặt phẳng đáy một góc  $\alpha$  với  $\tan \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ . Thể tích khối chóp  $A'.ICD$  là

- A.  $\frac{a^3}{6}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{a^3}{3}$

Hướng dẫn giải

heo bài ra ta có IC là hình chiếu vuông góc của A'C trên mặt phẳng (ABCD). Suy ra  $(A'C, (ABCD)) = (A'C, CI) = A'CI = \alpha$



Xét tam giác vuông A'IC:

$$A'I = IC \cdot \tan A'CI = IC \cdot \tan \alpha = \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = a$$

Thể tích khối chóp A'.ICD là:  $V_{A'.ICD} = \frac{1}{3} A'I \cdot S_{\Delta ICD} = \frac{1}{3} a \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{6}$  (đvtt)

Vậy chọn đáp án A.

**Câu 8.** Cho khối lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' mà mặt bên ABB'A' có diện tích bằng 4. Khoảng cách giữa cạnh CC' và mặt (ABB'A') bằng 7. Thể tích khối lăng trụ là

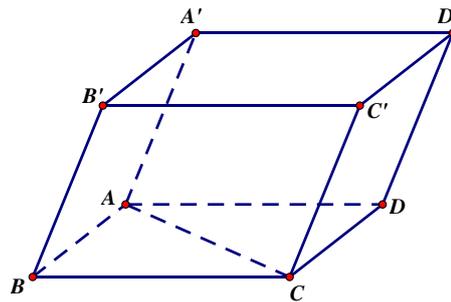
- A. 10                      B. 12                      C. 14                      D. 16

Hướng dẫn giải

Dựng khối hộp ABCD.A'B'C'D' ta

$$\text{có: } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2} V_{ABCD.A'B'C'D'}$$

Xem khối hộp ABCD.A'B'C'D' là khối lăng trụ có hai đáy là ABB'A' và DCC'D'.



Vậy  $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABB'A'} \cdot h$  trong đó

$$h = d((CDD'C'), (ABB'A')) = d(CC', (ABB'A')) = 7$$

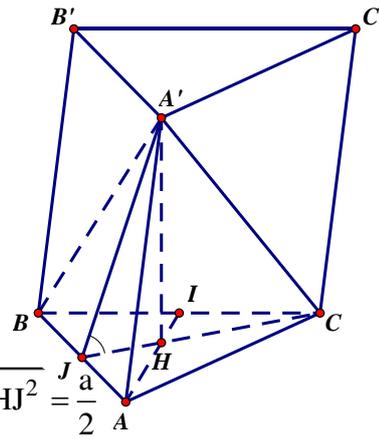
và  $S_{ABB'A'} = 4 \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 = 14$ . Vậy chọn đáp án C.

**Câu 9.** Cho lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, và  $A'A = A'B = A'C = a\sqrt{\frac{7}{12}}$ . Thể tích khối lăng trụ ABC.A'B'C' theo a là

- A.  $\frac{a^3}{8}$                       B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$                       C.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$                       D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Hướng dẫn giải

Gọi H là hình chiếu của A trên (ABC)  
 Vì  $A'A = A'B = A'C$  nên  $HA = HB = HC$ ,  
 suy ra H là tâm của tam giác đều ABC.  
 Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC,  
 AB.



$$A'J = \sqrt{AA'^2 - AJ^2} = \sqrt{\frac{7a^2}{12} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$HJ = \frac{1}{3}CJ = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow A'H = \sqrt{A'J^2 - HJ^2} = \frac{a}{2}$$

Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là:  $V = A'H \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Vậy chọn đáp án B.

**Câu 10.** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy ABC là tam giác cân  $AB = AC = a$ ,  $BAC = 120^\circ$  và  $AB'$  vuông góc với đáy ( $A'B'C'$ ). Mặt phẳng  $(AA'C')$  tạo với mặt phẳng  $(ABC)$  một góc  $30^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$       B.  $\frac{8a^3}{3}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$       D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có

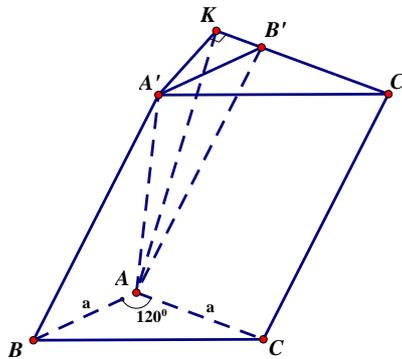
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A = 3a^2$$

$$\Rightarrow BC = a\sqrt{3}$$

Gọi K là hình chiếu của  $B'$  lên  $A'C'$ , suy ra  $A'C' \perp (AB'K)$

Do đó:

$$\angle AKB' = (\angle(A'B'C'), \angle(AA'C')) = 30^\circ$$



Trong tam giác  $A'KB'$  có  $\angle KA'B' = 60^\circ$ ,  $A'B' = a$  nên  $B'K = A'B' \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . Suy ra

$$AB' = B'K \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2}$$

Thể tích khối lăng trụ:  $V = AB' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .

Vậy chọn đáp án C.

**Câu 11.** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy ABC là tam giác cân tại A,  $AB = AC = a$ ,  $BAC = 120^\circ$ , hình chiếu của  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm tam giác ABC, cạnh bên  $AA' = 2a$ . Thể tích của khối lăng trụ là

A.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

B.  $\frac{3a^3}{4}$

C.  $\frac{a^3}{4}$

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Hướng dẫn giải

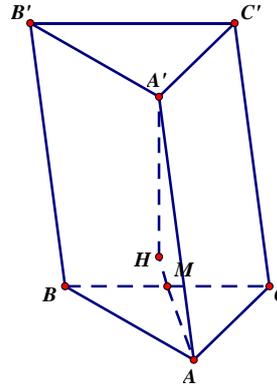
Gọi H là tâm của đáy, M là trung điểm của cạnh BC,  $SH \perp (ABC)$

$$AM = AB \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$$

Áp dụng định lý sin ta có:

$$HA = R = \frac{BC}{2 \sin 120^\circ} = a,$$

$$A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = a\sqrt{3}$$



$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}. \text{ Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{3a^3}{4}$$

Vậy chọn đáp án B.

**Câu 12.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $BB' = a$ , góc giữa đường thẳng  $BB'$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ , tam giác  $ABC$  vuông tại C và  $BAC = 60^\circ$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $B'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Thể tích khối tứ diện  $A'.ABC$  là

A.  $\frac{3a^3}{208}$

B.  $\frac{9a^3}{208}$

C.  $\frac{a^3}{108}$

D.  $\frac{9a^3}{108}$

Hướng dẫn giải

Gọi D là trung điểm AC, G là trọng tâm tam giác ABC

$$\Rightarrow B'G \perp (ABC) \Rightarrow B'BG = 60^\circ$$

$$\Rightarrow B'G = BB' \sin B'BG = \frac{a\sqrt{3}}{2};$$

$$BG = \frac{a}{2} \Rightarrow BD = \frac{3a}{4}$$

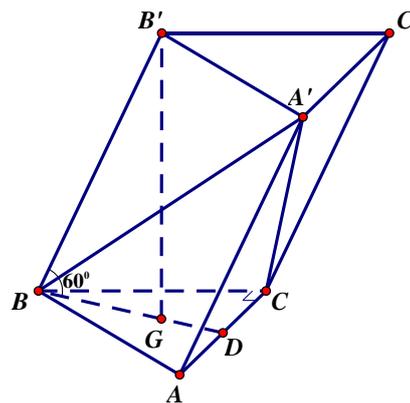
Trong  $\Delta ABC$  ta có:

$$BC = \frac{AB\sqrt{3}}{2},$$

$$AC = \frac{AB}{2} \Rightarrow CD = \frac{AB}{4}$$

$$BC^2 + BD^2 = BD^2 \Rightarrow \frac{3AB^2}{4} + \frac{AB^2}{16} = \frac{9a^2}{16}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{3a\sqrt{13}}{13}, AC = \frac{3a\sqrt{13}}{26}, S_{\Delta ABC} = \frac{9a^2\sqrt{3}}{104}$$



Thể tích khối tứ diện  $A'.ABC$  là:  $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} B'G.S_{\Delta ABC} = \frac{9a^3}{208}$ .

Vậy chọn đáp án B.

**Câu 13.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , cạnh bên bằng  $a\sqrt{3}$  và hình chiếu của  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trung điểm của  $BC$ . Tính thể tích của khối lăng trụ đó.

- A.  $\frac{3a^3}{8}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$       C.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$       D.  $\frac{a^3}{8}$

Hướng dẫn giải

Gọi  $H$  là trung điểm của cạnh  $BC$

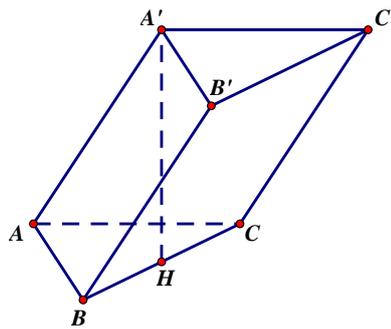
$$\Rightarrow A'H \perp (ABC)$$

Tam giác vuông  $A'HA$ :

$$AH = \sqrt{A'A^2 - A'H^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{3a}{2}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \text{ nên}$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{\Delta ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$$



Vậy chọn đáp án C.

**Câu 14.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có độ dài tất cả các cạnh bằng  $a$  và hình chiếu của đỉnh  $C$  trên mặt phẳng  $(ABB'A')$  là tâm của hình bình hành  $ABB'A'$ . Tính thể tích của khối lăng trụ.

- A.  $\frac{a^3}{4}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$       D.  $\frac{a^3}{2}$

Hướng dẫn giải

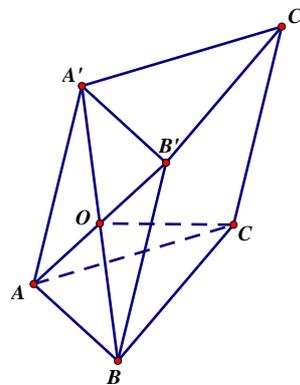
Gọi  $O$  là tâm hình bình hành  $ABB'A'$ . Ta

có  $CO \perp (ABB'A')$ .

Vì  $CA = CB$  nên  $OA = OB$ , suy ra hình thoi  $ABB'A'$  là hình vuông.

Do đó  $OA = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$ . Suy ra:

$$OC^2 = AC^2 - AO^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow OC = \frac{a}{\sqrt{2}}$$



Vậy thể tích của khối chóp:  $V_{C.ABA'} = \frac{1}{3} CO.S_{ABA'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Mà  $V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{C.ABA'}$ , nên thể tích của khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là:  $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$

. Vậy chọn đáp án C.

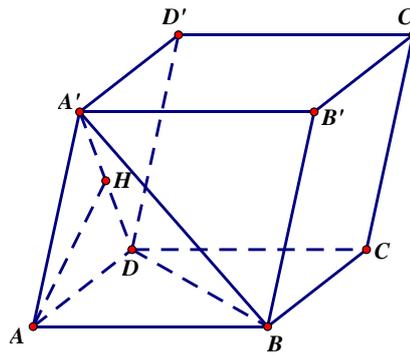
**Câu 15.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có các cạnh bằng  $a$ ,  $BAD = 60^\circ$ ,  $BAA' = 90^\circ$ ,  $DAA' = 120^\circ$ . Thể tích khối hộp là

- A.  $\frac{a^3}{2}$       B.  $\frac{a^3}{4}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$       D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

**Hướng dẫn giải**

Từ giả thiết ta tính được  $BD = a$ ,  $A'B = a\sqrt{2}$ ,  $A'D = a\sqrt{3}$  nên tam giác  $A'BD$  vuông tại B.

Vì  $AB = AD = AA'$  nên hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng  $(A'BD)$  trùng với tâm H của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $A'BD$  (do tam giác đó vuông nên H là trung điểm của  $A'D$ )



Ta có  $AH = AA' \cos 60^\circ = \frac{a}{2}$ ,  $S_{A'BD} = \frac{1}{2} BA' \cdot BD = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ ,

Do đó thể tích khối tứ diện  $A'.ABD$  là  $V_{A'.ABD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

Ta đã biết  $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 6V_{A'.ABD}$  nên  $V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .

Vậy chọn đáp án D.

**Câu 16.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Cho  $BAA' = 45^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

- A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$       C.  $\frac{a^3}{8}$       D.  $\frac{a^3}{4}$

**Hướng dẫn giải**

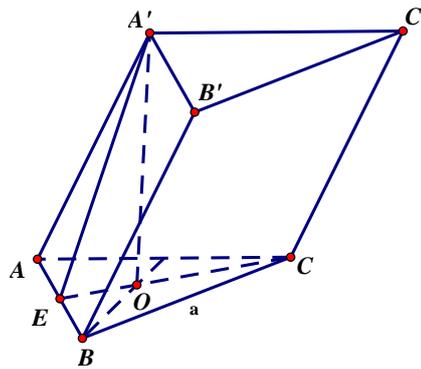
Gọi E là trung điểm của AB, ta có:

$$\begin{cases} OE \perp AB \\ A'O \perp AB \text{ (do } A'O \perp (ABC)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB \perp (A'OE) \Rightarrow AB \perp A'E$$

Tam giác vuông A'EA có  $\angle A = 45^\circ$  nên là tam giác vuông cân tại E

$$\text{Suy ra } A'E = EA = \frac{a}{2}, AA' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$



Tam giác vuông A'OE (vuông tại O) có:

$$A'O^2 = A'E^2 - OE^2 = \frac{a^2}{4} - \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} - \frac{3a^2}{36} = \frac{6a^2}{36} \Rightarrow A'O = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

Thể tích của khối lăng trụ ABC.A'B'C':

$$V = S_{ABC} \cdot A'O = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}. \text{ Vậy chọn đáp án B.}$$

**Câu 18.** Cho lăng trụ xiên tam giác ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, biết cạnh bên là  $a\sqrt{3}$  và hợp với đáy ABC một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích lăng trụ.

- A.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$       C.  $\frac{3a^3}{8}$       D.  $\frac{a^3}{8}$

Hướng dẫn giải

Ta có  $C'H \perp (ABC) \Rightarrow CH$

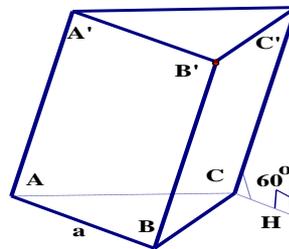
là hình chiếu của CC' trên (ABC)

Vậy  $[CC', (ABC)] = C'CH = 60^\circ$

$$\Delta CHC' \Rightarrow C'H = CC' \cdot \sin 60^\circ = \frac{3a}{2};$$

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy } V = S_{ABC} \cdot C'H = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}. \text{ Vậy chọn đáp án A.}$$



**Câu 19.** Cho lăng trụ xiên tam giác ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của A' xuống (ABC) là tâm O đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết AA' hợp với đáy ABC một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích khối lăng trụ

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$       B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$       C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$       D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Hướng dẫn giải

Ta có  $A'O \perp (ABC) \Rightarrow OA$

là hình chiếu của  $AA'$  trên  $(ABC)$ .

Vậy  $[AA', (ABC)] = OAA' = 60^\circ$  Ta có  $BB'CC'$  là hình bình hành ( vì mặt bên của lăng trụ)

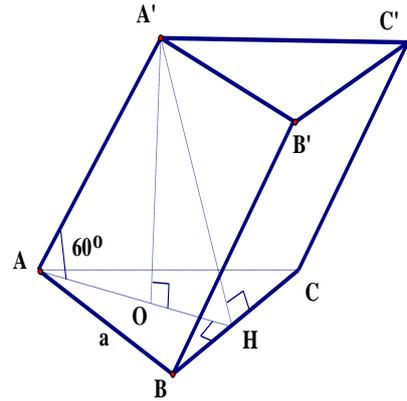
$AO \perp BC$  tại trung điểm  $H$  của  $BC$  nên  $BC \perp A'H$  (đl 3  $\perp$ )

$\Rightarrow BC \perp (AA'H) \Rightarrow BC \perp AA'$  mà  $AA' // BB'$  nên  $BC \perp BB'$ .

Vậy  $BB'CC'$  là hình chữ nhật.

$$\Delta ABC \text{ đều nên } AO = \frac{2}{3} AH = \frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\Delta OAA' \Rightarrow A'O = AO \tan 60^\circ = a. \text{ Vậy } V = S_{ABC} \cdot A'O = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Vậy chọn đáp án B.

**Câu 20.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình chữ nhật với  $AB = \sqrt{3}$ ,  $AD = \sqrt{7}$ . Hai mặt bên  $(ABB'A')$  và  $(ADD'A')$  lần lượt tạo với đáy những góc  $45^\circ$  và  $60^\circ$ . Tính thể tích khối hộp nếu biết cạnh bên bằng 1.

- A. 3                      B. 2                      C. 4                      D. 8

**Hướng dẫn giải**

Kẻ  $A'H \perp (ABCD)$ ,

$HM \perp AB, HN \perp AD$

$\Rightarrow A'M \perp AB, A'N \perp AD$

$\Rightarrow A'MH = 45^\circ, A'NH = 60^\circ$

Đặt  $A'H = x$ . Khi đó

$$A'N = x : \sin 60^\circ = \frac{2x}{\sqrt{3}}$$

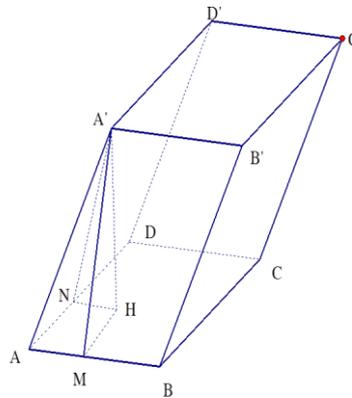
AN

$$\sqrt{AA'^2 - A'N^2} = \sqrt{\frac{3 - 4x^2}{3}} = HM$$

Mà  $HM = x \cdot \cot 45^\circ = x$

$$\text{Nghĩa là } x = \sqrt{\frac{3 - 4x^2}{3}} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{3}{7}}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB \cdot AD \cdot x = \sqrt{3} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{\frac{3}{7}} = 3. \text{ Vậy chọn đáp án A.}$$



**Câu 22.** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $2a\sqrt{3}$ , hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  trùng với trọng tâm của tam giác  $ABC$ , cạnh  $A'A$  hợp với mặt đáy  $(ABC)$  một góc  $30^\circ$ . Tính thể tích khối lăng trụ.

- A.  $6a^3$                       B.  $8a^3$                       C.  $4a^3$                       D.  $2a^3$

**Giải**

\* Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ ,  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$

Ta có  $A'G \perp (ABC)$

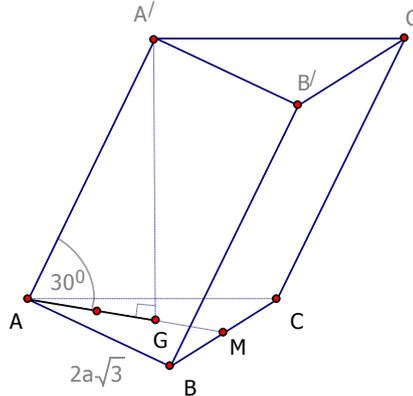
$$GA = hc_{(ABC)}A'A$$

$$\Rightarrow \left( A'A, (ABC) \right) = A'AG = 30^\circ$$

\* Tam giác  $ABC$  đều cạnh  $2a\sqrt{3}$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \left( 2a\sqrt{3} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 3a^2\sqrt{3}$$

\* Tam giác  $A'AG$  vuông tại  $G$  có



$$A = 30^\circ, AG = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2a$$

$$\Rightarrow A'G = AG \cdot \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}. \text{ Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'A = 6a^3.$$

**Vậy chọn đáp án A.**

Để sử dụng file word, quý thầy cô vui lòng đóng góp chút kinh phí để tạo động lực cho tác giả ra đời những chuyên đề khác hay hơn

TÊN TÀI LIỆU	GIÁ	MÃ SỐ
TRẮC NGHIỆM THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ	50K	HHKG_TTLT

**Quà tặng đính kèm:**

File Word 5 đề thi thử THPT Quốc gia 2017 có đáp án và lời giải chi tiết {ĐỀ 15-19}

**Hướng dẫn thanh toán**

Quý thầy cô thanh toán cho mình qua ngân hàng. Sau khi chuyển khoản, mình sẽ lập tức gửi tài liệu cho quý thầy cô.

Nếu trong ngày mà thầy cô chưa nhận được thì vui lòng gọi điện trực tiếp cho mình.

Thầy cư. SĐT: 01234332133

NGÂN HÀNG			
TÊN TÀI KHOẢN	TRẦN ĐÌNH CƯ	TRẦN ĐÌNH CƯ	TRẦN ĐÌNH CƯ
SỐ TÀI KHOẢN	4010205025243	0161000381524	55110000232924
CHI NHÁNH	THỪA THIÊN HUẾ	THỪA THIÊN HUẾ	THỪA THIÊN HUẾ
Nội dung: Họ và tên_email_ma tài liệu Ví dụ: Nguyễn Thị B_nguyenthib@gmail.com_HHKG_TTKC			

**Lưu ý:**

Thầy cô đọc kỹ file PDF trước khi mua, tài liệu mua chỉ dùng với mục đích cá nhân, không được bán lại hoặc chia sẻ cho người khác.

**CHÚC QUÝ THẦY CÔ DẠY TỐT VÀ THÀNH CÔNG TRONG SỰ NGHIỆP TRỒNG NGƯỜI**