

ĐỀ THAM KHẢO

Môn: TOÁN

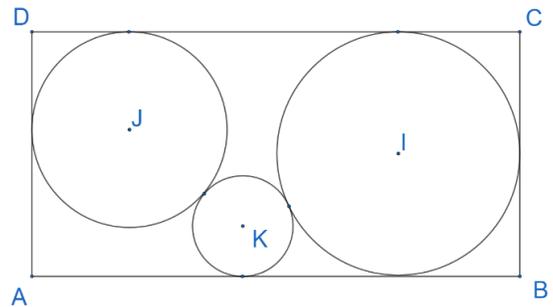
(Thời gian làm bài **120 phút**, không kể thời gian phát đề)

Đề thi này có **01** trang

Bài 1: (3 điểm) Giải phương trình sau:

$$x^2 + 5x - 7 + (x^2 - 6x + 8)\cos x = (2x^2 - x + 1)\cos x + (x^2 + 5x - 7)\sin^2 x$$

Bài 2: (4 điểm) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4$, $BC=2$. Đường tròn (C_1) tâm I tiếp xúc với các cạnh AB , BC , CD và đường tròn (C_2) tâm J bán kính $\frac{4}{5}$ tiếp xúc với các cạnh CD , AD . Đường tròn (C) tâm K là đường tròn tiếp xúc hai đường tròn (C_1) , (C_2) và cạnh AB . Tính diện tích hình tròn (C) .



Bài 3: (6 điểm)

1) Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 5m trên mỗi cạnh AB , BC , CD , AD lấy 4 điểm cách đều nhau. Có bao nhiêu tam giác cân và tổng diện tích tất cả các tam giác cân tạo bởi các điểm đó với các đỉnh của hình vuông.

2) Hai học sinh An và Bình cùng tham gia một kỳ thi học sinh giỏi toán cấp tỉnh. Biết rằng bạn An thi có giải với xác suất là 0,5. Nếu bạn An thi không có giải và bạn Bình có giải thì có xác suất là 0,2. Tính xác suất để hai bạn đều không có giải.

Bài 4: (7 điểm) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a và O , O' lần lượt là tâm của hai hình vuông $ABCD$, $A'B'C'D'$. Gọi M , N , P , Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB , BC , CD , AD .

1) Tính khoảng cách hai đường thẳng NO' và đường thẳng PQ .

2) Gọi M' , N' , P' , Q' lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$, $A'D'$. Khi đó một vật thể (α) là phần giao nhau của hai hình chóp $O.M'N'P'Q'$, $O'.MNPQ$. Tính thể tích vật thể (α) .

----- **Hết** -----

Họ tên thí sinh: Số báo danh:.....

Chữ ký của Cán bộ coi thi 1:Chữ ký của Cán bộ coi thi 2:

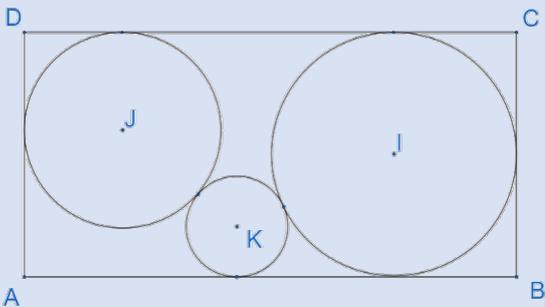
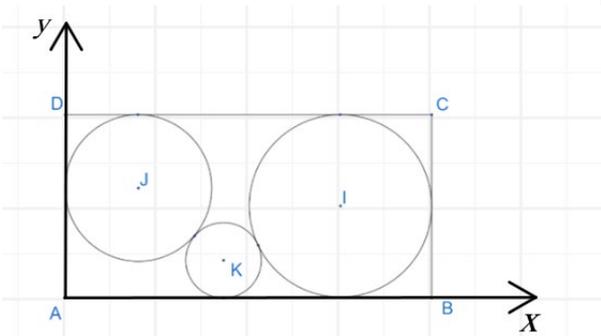
ĐỀ THAM KHẢO

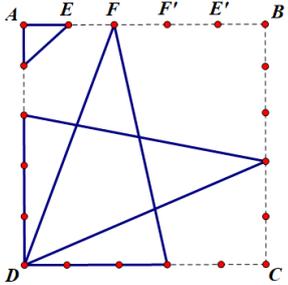
Môn: **TOÁN**

(Thời gian làm bài **120 phút**, không kể thời gian phát đề)

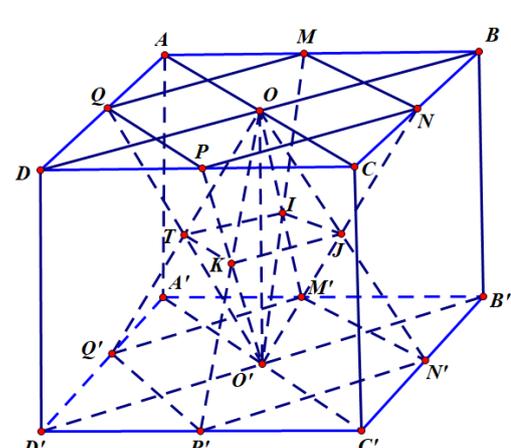
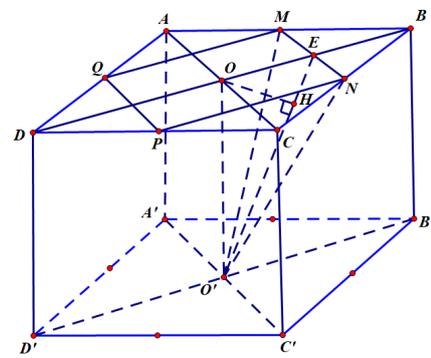
HƯỚNG DẪN CHẤM
(Hướng dẫn chấm có **05** trang)

BÀI	Đáp án	Điểm
1	Giải phương trình sau: $x^2 + 5x - 7 + (x^2 - 6x + 8)\cos x = (2x^2 - x + 1)\cos x + (x^2 + 5x - 7)\sin^2 x$	3,0
	$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 7 + (x^2 - 6x + 8)\cos x = (2x^2 - x + 1)\cos x + (x^2 + 5x - 7)(1 - \cos^2 x)$ $\Leftrightarrow (x^2 - 6x + 8)\cos x = (2x^2 - x + 1)\cos x - (x^2 + 5x - 7)\cos^2 x$ $\Leftrightarrow \cos x [x^2 - 6x + 8 - (2x^2 - x + 1) + (x^2 + 5x - 7)\cos x] = 0$ $\Leftrightarrow \cos x [-(x^2 + 5x - 7) + (x^2 + 5x - 7)\cos x] = 0$	2,0
	$\Leftrightarrow \cos x (x^2 + 5x - 7)(-1 + \cos x) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ x^2 + 5x - 7 = 0 \\ -1 + \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{-5 + \sqrt{53}}{2} \\ x = \frac{-5 - \sqrt{53}}{2} \\ x = k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ <p>Vậy phương trình đã cho có nghiệm là</p> $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{-5 + \sqrt{53}}{2} \\ x = \frac{-5 - \sqrt{53}}{2} \\ x = k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	1,0

BÀI	Đáp án	Điểm
2	<p>Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4$, $BC=2$. Đường tròn (C_1) tâm I tiếp xúc với các cạnh AB, BC, CD và đường tròn (C_2) tâm J bán kính $\frac{4}{5}$ tiếp xúc với các cạnh CD, AD. Đường tròn (C) tâm K là đường tròn tiếp xúc hai đường tròn (C_1), (C_2) và cạnh AB. Tính diện tích hình tròn (C).</p> 	4,0
	<p>Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ khi đó $A(0;0)$, $B(4;0)$, $C(4;2)$, $D(0;2)$. Đường tròn (C_1) có đường kính bằng $BC=2$ và $I(3;1)$ Suy ra $(C_1): (x-3)^2 + (y-1)^2 = 1$. Đường tròn (C_2) bán kính $\frac{4}{5}$ và $J\left(\frac{4}{5}; \frac{6}{5}\right)$ Suy ra $(C_2): \left(x-\frac{4}{5}\right)^2 + \left(y-\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$.</p> 	1,0
	<p>Gọi bán kính đường tròn (C) là a và $K(a;b)$ khi đó</p> $\begin{cases} IK = b+1 \\ JK = b + \frac{4}{5} \end{cases} \text{ và } \begin{cases} IK = \overline{IK} = \sqrt{(a-3)^2 + (b-1)^2} \\ JK = \overline{JK} = \sqrt{\left(a-\frac{4}{5}\right)^2 + \left(b-\frac{6}{5}\right)^2} \end{cases}$ <p>Suy ra $\begin{cases} \sqrt{(a-3)^2 + (b-1)^2} = b+1 \\ \sqrt{\left(a-\frac{4}{5}\right)^2 + \left(b-\frac{6}{5}\right)^2} = b + \frac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-3)^2 + (b-1)^2 = (b+1)^2 \\ \left(a-\frac{4}{5}\right)^2 + \left(b-\frac{6}{5}\right)^2 = \left(b+\frac{4}{5}\right)^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 6a + 9 + b^2 - 2b + 1 = b^2 + 2b + 1 \\ a^2 - \frac{8a}{5} + \frac{16}{25} + b^2 - \frac{12b}{5} + \frac{36}{25} = b^2 + \frac{8b}{5} + \frac{16}{25} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 6a + 9 - 4b = 0 \\ a^2 - \frac{8a}{5} - 4b + \frac{36}{25} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-22a}{5} + \frac{189}{25} = 0 \Leftrightarrow a = \frac{189}{110}.$ </p>	2,0
	$\Leftrightarrow b = \frac{\left(\frac{189}{110}\right)^2 - 6 \cdot \frac{189}{110} + 9}{4} = \frac{189^2 - 2.3.189.110 + 3^2.110^2}{4.110^2} = \frac{(189-330)^2}{4.110^2} = \left(\frac{141}{220}\right)^2$	1,0

BÀI	Đáp án	Điểm
	<p>Đổi chiếu tương đối lên hình vẽ bán kính của đường tròn (C) là $b = \left(\frac{141}{220}\right)^2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Nên diện tích hình tròn (C) là $S = \pi \cdot \left(\frac{141}{220}\right)^4$.</p>	
3	<p>1) Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 5m trên mỗi cạnh AB, BC, CD, AD lấy 4 điểm cách đều nhau. Có bao nhiêu tam giác cân và tổng diện tích tất cả các tam giác cân tạo bởi các điểm đó với các đỉnh của hình vuông.</p>	3,0
	<p># Số tam giác cân tạo bởi các điểm và các đỉnh của hình vuông.</p> <ul style="list-style-type: none"> - TH1 số tam giác cân tại đỉnh của hình vuông là $4 \cdot 5 = 20$ tam giác - TH2 số tam giác cân tương tự tam giác cân tại E và E' là $2 \cdot 4 = 8$ - TH3 số tam giác cân tương tự tam giác cân tại F và F' là $2 \cdot 2 \cdot 4 = 16$ 	 <p>1,5</p>
	<ul style="list-style-type: none"> - Tổng Diện tích tam giác cân tại A là $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 5 = \frac{15}{2} m^2$ suy ra tổng diện tích tam giác cân tại các đỉnh ở hình vuông là $4 \cdot \frac{15}{2} = 30 m^2$. - Diện tích tam giác cân tại E là $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 = 5 m^2$ suy ra tổng diện tích tam giác cân tương tự tam giác cân tại E là $5 \cdot 8 = 40 m^2$. - Tổng diện tích tam giác cân tại F là $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 = 15 m^2$ suy ra tổng diện tích tam giác cân tương tự tam giác cân tại E là $15 \cdot 16 = 240 m^2$. <p># Tổng diện tích tất cả các tam giác cân tạo bởi các điểm đó với các đỉnh của hình vuông bằng $30 + 40 + 240 = 310 m^2$</p>	1,5
3	<p>2) Hai học sinh An và Bình cùng tham gia một kỳ thi học sinh giỏi toán cấp tỉnh. Biết rằng bạn An thi có giải với xác suất là 0,5. Nếu bạn An thi không có giải và bạn Bình có giải thì có xác suất là 0,2. Tính xác suất để hai bạn đều không có giải.</p>	3,0
	<p>Gọi biến cố A là bạn An thi có giải. B là bạn Bình thi có giải. Ta có $P(A) = 0,5$ và $P(\bar{A}B) = 0,2$</p>	0,5
	<p>Vì An và Bình thi có giải là độc lập với nhau nên ta có $P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B) = 0,2$</p>	1,5

BÀI	Đáp án	Điểm
	$\Rightarrow P(B) = \frac{0,2}{1-0,5} = 0,4$	
	<p>Vậy $P(\overline{AB}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = 0,5 \cdot (1 - 0,4) = 0,3$</p> <p>Xác suất để hai bạn đều không có giải là 0,3.</p>	1,0
4	<p>Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a và O, O' lần lượt là tâm của hai hình vuông $ABCD, A'B'C'D'$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, AD.</p> <p>1) Tính khoảng cách hai đường thẳng NO' và đường thẳng PQ.</p>	3,0
	<p>Ta có $MN \parallel PQ \Rightarrow PQ \parallel (MNO') \supset NO'$</p> <p>nên $d(PQ, NO') = d(PQ, (MNO'))$</p> <p>Đồng thời $d(PQ, (MNO')) = 2d(O, (MNO'))$</p>	1,0
	<p>Gọi E là MN khi đó $O'E \perp MN$ và $OH \perp O'E$ tại H mặc khác $MN \perp (OO'E) \supset OH$ nên</p> <p>$OH \perp (MNO') \Rightarrow d(O, (MNO')) = OH$</p> <p>Xét tam giác $OO'E$ vuông tại O</p> $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OE^2} + \frac{1}{OO'^2} \Leftrightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2} + \frac{1}{a^2}$ <p>$\Rightarrow OH = \frac{a}{3}$</p> <p>Vậy $d(PQ, NO') = d(PQ, (MNO')) = 2d(O, (MNO')) = 2OH = \frac{2a}{3}$</p>	2,0
4	<p>2) Gọi M', N', P', Q' lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B', B'C', C'D', A'D'$. Khi đó một vật thể (α) là phần giao nhau của hai hình chóp $O.M'N'P'Q', O'.MNPQ$. Tính thể tích vật thể (α).</p>	4,0
	<p>- Gọi I, J, K, T lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng MO' với OM', NO' với ON', PO' với OP' và QO' với OQ'.</p> <p>- Xét tứ giác $ONN'O'$ có OO' vừa song song vừa bằng NN' và vuông góc với ON' nên tứ giác $ONN'O'$ là hình chữ nhật suy NO' và ON' cắt nhau tại trung điểm của mọi đường $\Rightarrow I$ là trung điểm NO' và ON'.</p> <p>- Lập luận tương tự ta chứng minh được rằng I, J, K, T lần lượt là trung điểm của các cạnh OM', ON', OP', OQ'.</p>	2,0



BÀI	Đáp án	Điểm
	<p>Suy ra</p> $\begin{cases} IJ = KT = \frac{1}{2}M'N' = \frac{1}{2}P'Q' = \frac{1}{4}A'C' \\ IJ // KT // A'C' \end{cases} \text{ và}$ $\begin{cases} JK = IT = \frac{1}{2}N'P' = \frac{1}{2}M'Q' = \frac{1}{4}B'D' = \frac{1}{4}A'C' \\ JK // IT // B'D' \end{cases}$ <p>mặt khác $A'C' \perp B'D'$ nên tứ giác $IJKT$ là hình vuông cạnh $\frac{a\sqrt{2}}{4}$</p> <p>- Thể tích khối chóp $O.IJKT$ là $V_{O.IJKT} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{4} = \frac{a^2\sqrt{2}}{24}$ và cùng $V_{O'.IJKT}$</p> <p>Vậy vật thể (α) có thể tích là $V_{O.IJKT} + V_{O'.IJKT}$ bằng $\frac{a^2\sqrt{2}}{12}$</p>	2,0

Chú ý: Nếu thí sinh có cách giải khác và đúng vẫn cho đủ số điểm.

Xem thêm: ĐỀ THI HSG TOÁN 12
<https://toanmath.com/de-thi-hsg-toan-12>