SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH GIA LAI **ĐỀ CHÍNH THỨC** *(Đề gồm 01 trang)*	KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG NĂM HỌC 2025 - 2026 **Môn: TOÁN** (chuyên Toán) **Thời gian: 150 phút** *(không kể thời gian phát đề)*

Câu 1: *(2,0 điểm)*

Cho biểu thức $P=\left(1-\dfrac{4\sqrt{a}}{a+4}\right):\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}+1}-\dfrac{4\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+4\sqrt{a}+a+4}\right)$, với $a\ge 0$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị biểu thức P với $a=\sqrt{27}.\sqrt{\sqrt{4+2\sqrt{3}}-1}.\sqrt{\sqrt{4-2\sqrt{3}}+1}$.

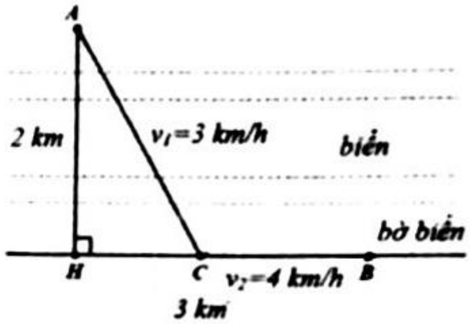
Câu 2: *(2,0 điểm)*

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2(y+1)(x+y+1)=11x^2-12x+1 \\ xy+x=x^2-1 \end{cases}$

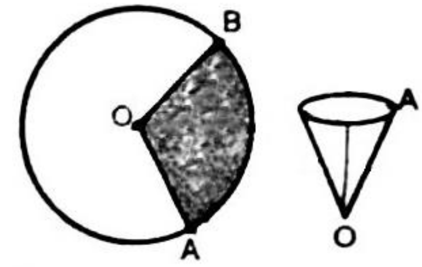
b) Xếp ngẫu nhiên 2 học sinh nam và 3 học sinh nữ thành một hàng dọc. Tính xác suất để học sinh nam và học sinh nữ đứng xen kẽ nhau.

Câu 3: *(2,0 điểm)*

a) Bác An ở vị trí A trên hòn đảo cách bờ biển một khoảng $AH = 2\ km$, nhà bác An ở vị trí B trên bờ biển cách H một khoảng $3\ km$ *(hình vẽ bên)*. Bác An chèo xuồng từ A đến C với vận tốc $v_1 = 3km/h$ (C *nằm giữa* H *và* B) và đi bộ đến B với vận tốc $v_2 = 4km/h$. Tính độ dài BC biết thời gian chèo xuồng gấp đôi thời gian đi bộ.



b) Từ một tấm tôn hình tròn có bán kính $R = 15cm$, người ta làm một hình nón bằng cách cắt một phần của hình tròn dạng hình quạt có diện tích bằng $\dfrac{1}{3}$ diện tích hình tròn. Tính thể tích của hình nón tạo thành *(như hình bên)*.



Câu 4: *(3,0 điểm)*

Cho nửa đường tròn *(O)* đường kính *AB*. Lấy điểm *C* trên đường tròn *(O)* sao cho $AC > BC$. Kẻ *CH* vuông góc với *AB* (*H* thuộc *AB*), *HE* vuông góc với *AC* (*E* thuộc *AC*) và *HF* vuông góc với *BC* (*F* thuộc *BC*).

a) Chứng minh *CEHF* là hình chữ nhật và *OC* vuông góc với *EF*.

b) Đường thẳng *EF* cắt đường tròn *(O)* tại *M* và *N* (*E* nằm giữa *M* và *F*). Chứng minh $CM^2 = CE.CA$.

c) Gọi *D* là giao điểm của *MN* và *AB*, *K* là giao điểm của *CD* và đường tròn *(O)* (*K* khác *C*). Chứng minh tam giác *EFK* là tam giác vuông.

Câu 5: *(1,0 điểm)* Cho a,b,c là các số dương sao cho $a+b+c=3$. Chứng minh

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\ge\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}+\sqrt{\frac{b^4+1}{2b^2}}+\sqrt{\frac{c^4+1}{2c^2}}$$

-----------------------------**Hết**-----------------------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề gồm 01 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
NĂM HỌC 2025 - 2026
Môn: Toán (Chuyên Toán)
Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: 06/08/2025
(Đề thi có 05 câu, gồm 01 trang)

Họ và tên thí sinh:…………………………..………………*Số báo danh:* ……………

LỜI GIẢI THỰC HIỆN BỞI: GV TỪ VĂN KHANH – SĐT: 0967.005.293

Câu 1: (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P=\left(1-\dfrac{4\sqrt{a}}{a+4}\right):\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}+1}-\dfrac{4\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+4\sqrt{a}+a+4}\right)$, với $a\ge 0$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị biểu thức P với $a=\sqrt{27}\cdot\sqrt{\sqrt{4+2\sqrt{3}}-1}\cdot\sqrt{\sqrt{4-2\sqrt{3}}+1}$.

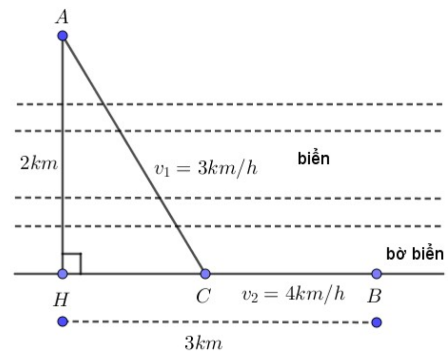
Câu 2: (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2(y+1)(x+y+1)=11x^2-12x+1 \\ xy+x=x^2-1 \end{cases}$

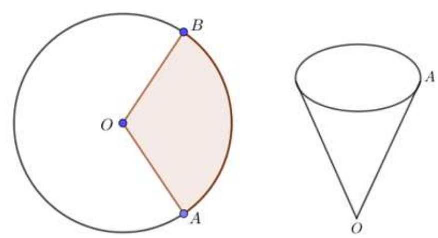
b) Xếp ngẫu nhiên 2 học sinh nam và 3 học sinh nữ thành một hàng dọc. Tính xác suất để học sinh nam và học sinh nữ đứng xen kẽ nhau.

Câu 3: (2,0 điểm)

a) Bác An ở vị trí A trên hòn đảo cách bờ biển một khoảng $AH=2\,\text{km}$, nhà bác An ở vị trí B trên bờ biển cách H một khoảng 3 km (hình vẽ bên). Bác An chèo xuồng từ A đến C với vận tốc $v_1=3\,\text{km/h}$ (C nằm giữa H và B) và đi bộ đến B với vận tốc $v_2=4\,\text{km/h}$. Tính độ dài BC biết thời gian chèo xuồng gấp đôi thời gian đi bộ.



b) Từ một tấm tôn hình tròn có bán kính $R=15\,\text{cm}$, người ta làm một hình nón bằng cách cắt một phần của hình tròn dạng hình quạt có diện tích bằng $\dfrac{1}{3}$ diện tích hình tròn. Tính thể tích của hình nón tạo thành (như hình bên).



Câu 4: (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Lấy điểm C trên đường tròn (O) sao cho $AC>BC$. Kẻ CH vuông góc với AB (H thuộc AB), HE vuông góc với AC (E thuộc AC) và HF vuông góc với BC (F thuộc BC).

a) Chứng minh $CEHF$ là hình chữ nhật và OC vuông góc với EF.

b) Đường thẳng EF cắt đường tròn (O) tại M và N (E nằm giữa M và F). Chứng minh $CM^2=CE.CA$.

c) Gọi D là giao điểm của MN và AB, K là giao điểm của CD và đường tròn (O) (K khác C). Chứng minh tam giác EFK là tam giác vuông.

Câu 5: (1,0 điểm) Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn $a+b+c=3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\ge\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}+\sqrt{\frac{b^4+1}{2b^2}}+\sqrt{\frac{c^4+1}{2c^2}}.$$

……………………. HẾT …………………….

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Câu 1: (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P=\left(1-\dfrac{4\sqrt{a}}{a+4}\right):\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}+1}-\dfrac{4\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+4\sqrt{a}+a+4}\right)$, với $a\ge 0$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị biểu thức P với $a=\sqrt{27}\cdot\sqrt{\sqrt{4+2\sqrt{3}}-1}\cdot\sqrt{\sqrt{4-2\sqrt{3}}+1}$.

Lời giải tham khảo

a) Rút gọn biểu thức P.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} a\ge 0 \\ a\ne 4 \end{cases}$.

Ta có:

$$P=\left(1-\frac{4\sqrt{a}}{a+4}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{a}+1}-\frac{4\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+4\sqrt{a}+a+4}\right)=\frac{a-4\sqrt{a}+4}{a+4}:\left(\frac{1}{\sqrt{a}+1}-\frac{4\sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}+1\right)\left(a+4\right)}\right)$$

$$=\frac{a-4\sqrt{a}+4}{a+4}:\frac{a-4\sqrt{a}+4}{\left(\sqrt{a}+1\right)\left(a+4\right)}=\frac{a-4\sqrt{a}+4}{a+4}.\frac{\left(\sqrt{a}+1\right)\left(a+4\right)}{a-4\sqrt{a}+4}=\sqrt{a}+1$$

Vậy $P=\sqrt{a}+1$ với $\begin{cases} a\ge 0 \\ a\ne 4 \end{cases}$.

b) Tính giá trị biểu thức P với $a=\sqrt{27}\cdot\sqrt{\sqrt{4+2\sqrt{3}}-1}\cdot\sqrt{\sqrt{4-2\sqrt{3}}+1}$.

Ta có:

$$a=\sqrt{27}\cdot\sqrt{\sqrt{4+2\sqrt{3}}-1}\cdot\sqrt{\sqrt{4-2\sqrt{3}}+1}=\sqrt{27}\cdot\sqrt{\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}-1}\cdot\sqrt{\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}+1}$$

$$=\sqrt{27}\cdot\sqrt{\sqrt{3}+1-1}\cdot\sqrt{\sqrt{3}-1+1}=3\sqrt{3}.\sqrt{\sqrt{3}}.\sqrt{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}.\sqrt{3}=9$$

Với $a=9$ thỏa mãn điều kiện xác định, thay vài biểu thức P ta được: $P=\sqrt{9}+1=4$

Vậy $P=4$.

Câu 2: (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2(y+1)(x+y+1)=11x^2-12x+1 \\ xy+x=x^2-1 \end{cases}$

b) Xếp ngẫu nhiên 2 học sinh nam và 3 học sinh nữ thành một hàng dọc. Tính xác suất để học sinh nam và học sinh nữ đứng xen kẽ nhau.

Lời giải tham khảo

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2(y+1)(x+y+1)=11x^2-12x+1 \\ xy+x=x^2-1 \end{cases}$

HPT tương đương: $\begin{cases} (xy+x)(x^2+xy+x)=11x^2-12x+1 & (1) \\ xy=x^2-x-1 & (2) \end{cases}$

Thay (2) vào (1) ta được:

$\left(x^2-1\right)\left(2x^2-1\right)=\left(x-1\right)\left(11x-1\right)$

$\Leftrightarrow \left(x-1\right)\left(x+1\right)\left(2x^2-1\right)=\left(x-1\right)\left(11x-1\right)$

$\Leftrightarrow \left(x-1\right)\left[\left(x+1\right)\left(2x^2-1\right)-\left(11x-1\right)\right]=0$

$\Leftrightarrow \left(x-1\right)\left(2x^3+2x^2-12x\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(x-1\right).2x\left(x^2+x-6\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left(x-1\right).x.\left(x-2\right).\left(x+3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$$

Với $x=0$ thay vào phương trình $\left(2\right)$ ta được $0=-1$ (Vô lý).

Với $x=-3$ thay vào phương trình $\left(2\right)$ ta được $-3y=11 \Leftrightarrow y=-\dfrac{11}{3}$.

Với $x=1$ thay vào phương trình $\left(2\right)$ ta được $y=-1$.

Với $x=2$ thay vào phương trình $\left(2\right)$ ta được $2y=1 \Leftrightarrow y=\dfrac{1}{2}$.

Vậy hệ phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt $\left(x;y\right)\in\left\{\left(-3;-\dfrac{11}{3}\right),\left(1;-1\right),\left(2;\dfrac{1}{2}\right)\right\}$.

b) Xếp ngẫu nhiên 2 học sinh nam và 3 học sinh nữ thành một hàng dọc. Tính xác suất để học sinh nam và học sinh nữ đứng xen kẽ nhau.

❖ **Cách 1: (Dùng Hoán Vị - Lớp 9 chưa được dùng)**

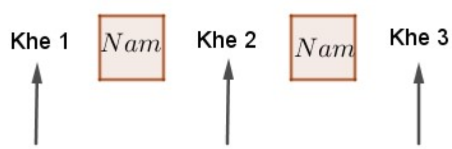
Số phần tử không gian mẫu chính là số cách xếp 5 học sinh thành hàng dọc là hoán vị của 5 phần tử

Suy ra: $n\left(\Omega\right)=5!=120$

Gọi A là biến cố: "Học sinh nam và học sinh nữ đứng xen kẽ"

Đầu tiên xếp hai học sinh nam có $2!=2.1=2$ cách xếp.

Khi đó hai bạn nam sẽ tạo thành ba khe



Ta xếp 3 bạn nữ vào ba khe trên có $3!=3.2.1=6$ cách xếp.

Suy ra: $n\left(A\right)=2.6=12$

Vậy xác suất của biến cố A là $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{12}{120}=\dfrac{1}{10}$.

❖ **Cách 2: (Đếm chân phương theo toán cấp 2)**

Số phần tử không gian mẫu là cách xếp ngẫu nhiên 5 học sinh thành hàng dọc

Xếp học sinh thứ nhất có 5 cách xếp.

Xếp học sinh thứ hai có 4 cách xếp.

Xếp học sinh thứ ba có 3 cách xếp.

Xếp học sinh thứ tư có 2 cách xếp.

Xếp học sinh thứ năm có 1 cách xếp.

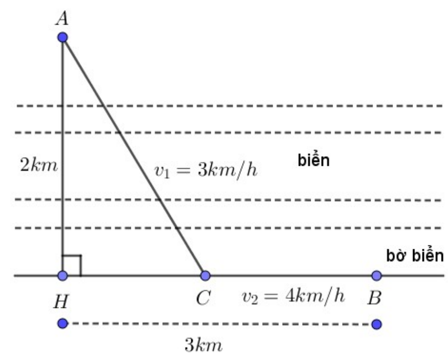
Suy ra: $n\left(\Omega\right)=5.4.3.2.1=120$

Gọi A là biến cố: "Học sinh nam và học sinh nữ đứng xen kẽ"
Để nam và nữa đứng xem kẽ thì thứ tự đứng phải có dạng: **NỮ - NAM – NỮ - NAM – NỮ**
Xếp bạn nữ thứ nhất vào chỗ ngồi có 3 cách
Xếp bạn nữ thứ hai vào chỗ ngồi có 2 cách
Xếp bạn nữ thứ ba vào chỗ ngồi có 1 cách
Xếp bạn nam thứ nhất vào chỗ ngồi có 2 cách
Xếp bạn nam thứ hai vào chỗ ngồi có 1 cách
Suy ra: $n\left(A\right)=3.2.1.2.1=12$

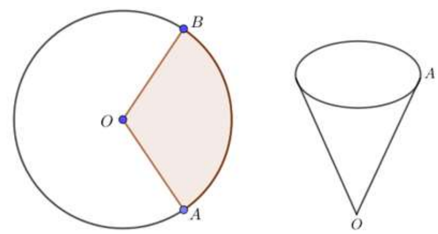
Vậy xác suất của biến cố A là $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{12}{120}=\dfrac{1}{10}$.

Câu 3: (2,0 điểm)

a) Bác An ở vị trí A trên hòn đảo cách bờ biển một khoảng $AH=2\,\text{km}$, nhà bác An ở vị trí B trên bờ biển cách H một khoảng 3 km (hình vẽ bên). Bác An chèo xuống từ A đến C với vận tốc $v_1=3\,\text{km/h}$ (C nằm giữa H và B) và đi bộ đến B với vận tốc $v_2=4\,\text{km/h}$. Tính độ dài BC biết thời gian chèo xuồng gấp đôi thời gian đi bộ.



b) Từ một tấm tôn hình tròn có bán kính $R=15\,\text{cm}$, người ta làm một hình nón bằng cách cắt một phần của hình tròn dạng hình quạt có diện tích bằng $\dfrac{1}{3}$ diện tích hình tròn. Tính thể tích của hình nón tạo thành (như hình bên).



Lời giải tham khảo

a) Ta đặt $BC=x$, điều kiện $0<x<3$.

Khi đó: $HC=3-x$ nên $AC=\sqrt{AH^2+HC^2}=\sqrt{4+\left(3-x\right)^2}=\sqrt{x^2-6x+13}$

Thời gian chèo xuồng là: $\dfrac{\sqrt{x^2-6x+13}}{3}\left(h\right)$

Thời gian đi bộ là: $\dfrac{x}{4}\left(h\right)$

Do thời gian chèo xuồng gấp đôi thời gian đi bộ nên ta có phương trình: $\dfrac{\sqrt{x^2-6x+13}}{3}=2.\dfrac{x}{4}=\dfrac{x}{2}$

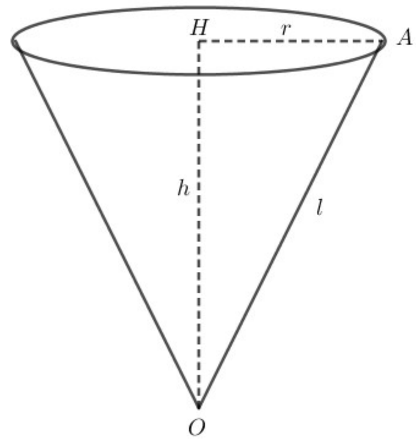
$\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2-6x+13}=3x$

$\Rightarrow 4x^2-24x+52=9x^2$

$$\Leftrightarrow 5x^2+24x-52=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{-12+2\sqrt{101}}{5}\ \left(TM\right)\\ x=\dfrac{-12-2\sqrt{101}}{5}<0\ \left(L\right)\end{array}\right.$$

Vậy $BC = \dfrac{-12+2\sqrt{101}}{5}\,(km)$.

b) Ta gọi h, r, l lần lượt là đường cao, bán kính đáy và đường sinh của hình nón.



Ta có đường sinh hình nón $l = OA = 15\,cm$.

Do người ta làm một hình nón bằng cách cắt một phần của hình tròn dạng hình quạt có diện tích bằng $\dfrac{1}{3}$ diện tích hình tròn nên góc $\widehat{AOB} = 120^0$. Khi đó độ dài cung nhỏ AB bằng $\dfrac{1}{3}$ chu vi đáy của hình tròn

Mà độ dài cung nhỏ AB lại chính là chu vi đáy của hình nón nên ta có: $\dfrac{1}{3}.2\pi.15 = 2\pi r \Leftrightarrow r = 5\ cm$.

Chiều cao của hình nón bằng: $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{15^2 - 5^2} = 10\sqrt{2}\ cm$

Thể tích của khối nón là: $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.5^2.10\sqrt{2} = \dfrac{250\pi\sqrt{2}}{3}\,(cm^3)$.

Câu 4: (3,0 điểm)

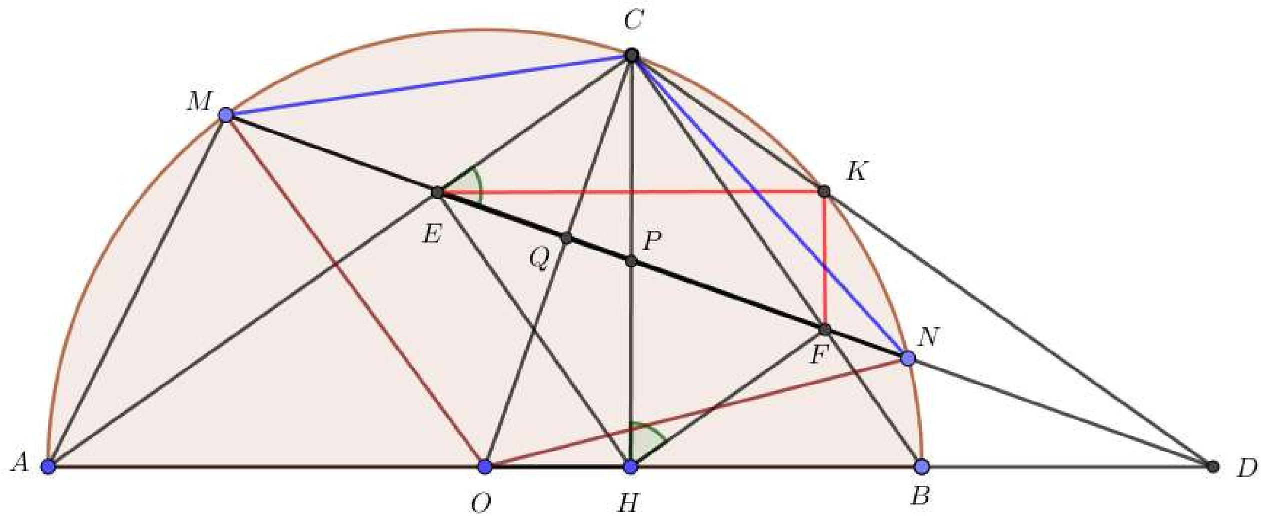
Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Lấy điểm C trên đường tròn (O) sao cho $AC > BC$. Kẻ CH vuông góc với AB (H thuộc AB), HE vuông góc với AC (E thuộc AC) và HF vuông góc với BC (F thuộc BC).

a) Chứng minh $CEHF$ là hình chữ nhật và OC vuông góc với EF.

b) Đường thẳng EF cắt đường tròn (O) tại M và $N(E$ nằm giữa M và $F)$. Chứng minh $CM^2 = CE.CA$.

c) Gọi D là giao điểm của MN và AB, K là giao điểm của CD và đường tròn $(O)(K$ khác $C)$. Chúmg minh tam giâc EFK là tam giác vuông.

Lời giải tham khảo



a) Chứng minh $CEHF$ là hình chữ nhật **(Dễ quá bỏ qua).**
Chứng minh OC vuông góc với EF.
Gọi P và Q lần lượt là giao điểm của EF với CH và OC.
Dễ dàng chỉ ra tứ giác $CEHF$ nội tiếp đường tròn tâm P đường kính CH.
Từ đó suy ra $\widehat{CEF} = \widehat{CHF}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung CF)
Mà $\widehat{CHF} = \widehat{CBA}$ (Cùng phụ góc $\widehat{BCH}$ nên $\widehat{CEF} = \widehat{CBA}$ hay $\widehat{CEQ} = \widehat{CBA}$
Tam giác OAC cân tại O nên $\widehat{CAB} = \widehat{OCA} = \widehat{QCE}$
Ta có: $\widehat{CEQ} + \widehat{QCE} = \widehat{CBA} + \widehat{CBA} = 180^0 - \widehat{ACB} = 180^0 - 90^0 = 90^0$ (Do góc $\widehat{ACB} = 90^0$ góc chắn nửa đường tròn tâm O) nên suy ra $\widehat{CQE} = 90^0$ hay OC vuông góc với EF.

b) Chứng minh $CM^2 = CE.CA$.
Ta có: $\begin{cases} OM = ON \\ OC \perp MN \end{cases}$ nên OC là đường trung trực của đoạn thẳng MN. Suy ra $CM = CN$ nên tam giác CMN cân tại C. Do đó ta có: $\widehat{CMN} = \widehat{CNM} = \widehat{CAM}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung CM của dường trong tâm O)
Xét tam giác ΔCME và tam giác ΔCAM ta có:
$\widehat{MCA}$ góc chung
$\widehat{CME} = \widehat{CAM}$ (cmt)
Suy ra $\Delta CME \sim \Delta CAM$ $(g.g) \Rightarrow \dfrac{CM}{CA} = \dfrac{CE}{CM} \Leftrightarrow CM^2 = CE.CA$.

c) Chứmg minh tam giác EFK là tam giác vuông.
Đầu tiên ta đi chứng minh bổ đề: "Từ giác có tổng hai góc đối bằng 180^0 thì là tứ giác nội tiếp".
(Thầy chứng minh cho các em rồi nên không chứng minh lại)
Ta có: $\widehat{DFB} = \widehat{PFC} = \widehat{PCF} = \widehat{HCB} = \widehat{BAC} = \widehat{DAE}$ nên tam giác
$\Delta DBF \sim \Delta DEA$ $(g.g) \Rightarrow DE.DF = DA.DB$
Ta lại có: $\Delta DKA \sim \Delta DBC$ $(g.g) \Rightarrow DK.DC = DA.DB$
Suy ra $DE.DF = DK.DC$ (cùng bằng $DA.DB$) $\Rightarrow \dfrac{DK}{DE} = \dfrac{DF}{DC} \Rightarrow \Delta DKF \sim \Delta DEC$ $(g.g)$ nên
$\widehat{DKF} = \widehat{DEC}$.

Xét tứ giác $CKFE$ ta có: $\widehat{CEF}+\widehat{CKF}=\widehat{DKF}+\widehat{CKF}=180^0$ nên theo kết quả bổ đề trên thì tứ giác $CKFE$ là tứ giác nội tiếp.
Mà tứ giác $CEHF$ cũng là tứ giác nội tiếp nên 5 điểm $C,\ E, H,\ F,\ K$ cùng thuộc đường tròn tâm P đường kính EF. Suy ra $\widehat{EKF}=90^0$.
Vậy tam giác EFK là tam giác vuông.

Câu 5: (1,0 điểm) Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn $a+b+c=3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\ge\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}+\sqrt{\frac{b^4+1}{2b^2}}+\sqrt{\frac{c^4+1}{2c^2}}.$$

Lời giải tham khảo

Phân tích: Do bất đẳng thức ở dạng đối xứng nên ta dự đoán dấu bằng xảy ra tại tâm, tức là $a=b=c=1$.

Khi đó: $\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}=1$ và $\frac{1}{a}=1$ suy ra

$$\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}+1=a+\frac{1}{a}\Leftrightarrow\left(\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}+1\right)^2=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2\Leftrightarrow....\Leftrightarrow\left(\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}-1\right)^2=0$$

Từ đó ta đi đến cách giải như sau:
Ta có:

$$\left(\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}-1\right)^2\ge0\Leftrightarrow\frac{a^4+1}{2a^2}-2\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}+1\ge0\Leftrightarrow\left(\frac{a^4+1}{a^2}-\frac{a^4+1}{2a^2}\right)-2\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}+1\ge0$$

$$\Leftrightarrow\frac{a^4+1}{a^2}+2\ge\frac{a^4+1}{2a^2}+2\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}+1\Leftrightarrow\frac{a^4+2a^2+1}{a^2}\ge\frac{a^4+1}{2a^2}+2\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}+1$$

$$\Leftrightarrow\frac{\left(a^2+1\right)^2}{a^2}\ge\left(\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}+1\right)^2\Leftrightarrow\Leftrightarrow\left(a+\frac{1}{a}\right)^2\ge\left(\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}+1\right)^2\Leftrightarrow a+\frac{1}{a}\ge\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}+1\ (1)$$

Dấu bằng xảy ra khi $a=1$.
Tương tự ta có:

$b+\frac{1}{b}\ge\sqrt{\frac{b^4+1}{2b^2}}+1\ (2)$ và dấu bằng xảy ra khi $b=1$.

$c+\frac{1}{c}\ge\sqrt{\frac{c^4+1}{2c^2}}+1\ (3)$ và dấu bằng xảy ra khi $c=1$.

Cộng vế với vế của các bất đẳng thức (1), (2) và (3) ta được:

$$a+b+c+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\ge\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}+\sqrt{\frac{b^4+1}{2b^2}}+\sqrt{\frac{c^4+1}{2c^2}}+3$$

$$\Leftrightarrow3+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\ge\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}+\sqrt{\frac{b^4+1}{2b^2}}+\sqrt{\frac{c^4+1}{2c^2}}+3\ \left(Do\ a+b+c=3\right)$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\ge\sqrt{\frac{a^4+1}{2a^2}}+\sqrt{\frac{b^4+1}{2b^2}}+\sqrt{\frac{c^4+1}{2c^2}}$$

Vậy bất đẳng thức được chứng minh.

.... HẾT ....