HOÀNG XUÂN NHÀN
Giáo viên Toán trường Nguyễn Khuyến-Lê Thánh Tông

HƯỚNG ĐẾN KÌ THI

TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA NĂM 2025

MÔN TOÁN KHỐI 12

05 ĐỀ TOÁN NÂNG CAO

CÓ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 01

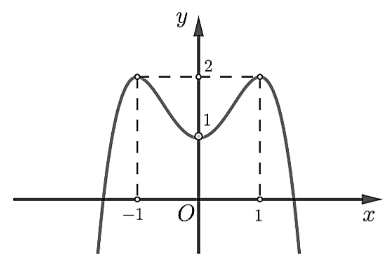
ĐỀ THI THỬ KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA 2025

Môn: Toán; khối: 12

Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;0\right)$.

Câu 2. Thống kê điểm kiểm tra giữa kỳ 1 môn Toán của 30 học sinh lớp 12C1 của một trường THPT được ghi lại ở bảng sau:

Điểm	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học sinh	4	8	11	7

Trung vị của mẫu số liệu gốc thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[2;4)$. **B.** $[4;6)$. **C.** $[6;8)$. **D.** $[8;10)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$ là

A. $\vec{n}=(3;6;-2)$. **B.** $\vec{n}=(2;-1;3)$. **C.** $\vec{n}=(-3;-6;-2)$. **D.** $\vec{n}=(-2;-1;3)$.

Câu 4. Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với số hạng đầu $u_1=-6$ và công sai $d=4$. Tính tổng S của 14 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

A. $S=46$. **B.** $S=308$. **C.** $S=644$. **D.** $S=280$.

Câu 5. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ bằng

A. a^2. **B.** $-a^2$. **C.** $\frac{1}{2}a^2$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

Câu 6. Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-8x^2+16x-9$ trên đoạn $\left[1;3\right]$ là

A. $\max\limits_{[1;3]} f(x)=0$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} f(x)=\frac{13}{27}$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} f(x)=-6$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} f(x)=5$.

Câu 7. Trong một phép thử với A, B là hai biến cố bất kì, biết rằng $P\left(A\right)=0,5$; $P\left(AB\right)=0,3$. Khi đó $P\left(B|A\right)$ bằng

A. $0,6$. **B.** $0,15$. **C.** $0,7$. **D.** $0,35$.

Câu 8. Cho biết $\int\limits_1^3 f\left(x\right)dx=3$, giá trị của $\int\limits_1^3 \frac{1}{3}f\left(x\right)dx$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x\le 4$ là

A. $(-\infty; 2]$. **B.** $[0; 2]$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(0; 2)$.

Câu 10. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int \frac{1}{x}dx = |x| + C$. **B.** $\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$.

C. $\int \ln x dx = x + C$. **D.** $\int \ln|x| dx = \ln x + C$.

Câu 11. Bạn An rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. $31,25$. **B.** $31,26$. **C.** $5,4$. **D.** $5,6$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$. Tọa độ điểm M là

A. $M(2; 0; -1)$. **B.** $M(5; -1; -3)$. **C.** $M(1; 0; 1)$. **D.** $M(-1; 1; 1)$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

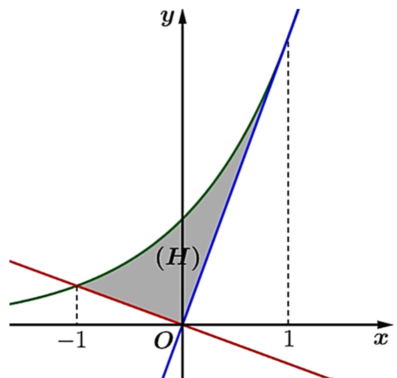
Câu 13. Năm 2025, báo Giáo dục đã có cuộc khảo sát tại một trường đại học và thấy rằng có 40% sinh viên quan tâm đến chương trình học bổng A; có 17% trong số những sinh viên quan tâm đến học bổng A cũng đã quan tâm đến học bổng B. Qua khảo sát họ cũng thấy rằng có 20% sinh viên quan tâm đến chương trình học bổng B. Người ta chọn ngẫu nhiên một sinh viên từ trường đại học này để thăm dò ý kiến.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	**Đúng**	**Sai**
a) Xác suất để sinh viên được được chọn quan tâm cả hai chương trình học bổng bằng $0,062$.	☐	☐
b) Xác suất để sinh viên quan tâm học bổng A nếu biết rằng họ đã quan tâm học bổng B bằng 0,4.	☐	☐
c) Xác suất để sinh viên không quan tâm đến cả chương trình A lẫn học chương trình B bằng 0,41.	☐	☐
d) Sinh viên được chọn cho rằng mình có quan tâm đến học bổng B; hai hôm sau một nhà báo khác quay lại trường và tiếp tục chọn ngẫu nhiên một sinh viên để thăm dò ý kiến thì gặp được một sinh viên quan tâm đến học bổng B, xác suất để người này không quan tâm đến học bổng A bằng 0,66.	☐	☐

....

....

Câu 14. Cho hàm số $y=e^x$ có đồ thị (C). Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị (C), tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1;\,e)$ và đường thẳng $y=-\frac{1}{e}x$ được tô đậm như hình vẽ.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1;\,e)$ là $y=ex+e$.	☐	☐
b) Đường thẳng $y=-\frac{1}{e}x$ cắt đồ thị (C) tại điểm $\left(-1;\,\frac{1}{e}\right)$.	☐	☐
c) Diện tích hình phẳng (H) bằng 0,81 (làm tròn đến hàng phần trăm).	☐	☐
d) Khi quay hình (H) quanh trục hoành thì được khối tròn xoay có thể tích bằng 3,03 (làm tròn đến hàng phân trăm).	☐	☐

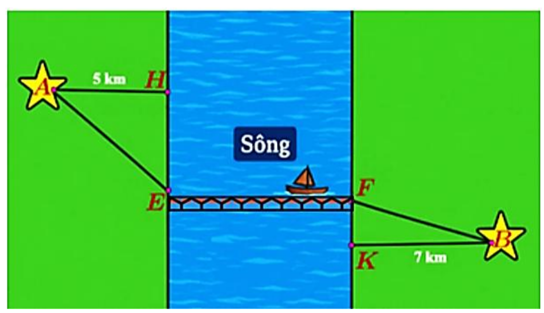
....

....

....

....

Câu 15. Hai thành phố cách nhau một con sông. Lấy A và B lần lượt là hai điểm mốc của hai thành phố trong việc đo đạc, đơn vị là km. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng vị trí A cách con sông một khoảng $AH=5\ km$ và vị trí B cách con sông một khoảng là $BK=7\ km$ (xem hình vẽ), biết $HE+KF=24\ km$ và độ dài EF không đổi.



Đặt $HE=x$ (km), với $x\in(0;\,24)$.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) $AE=\sqrt{25+x^2}\ (km)$, $BF=\sqrt{49+(24-x)^2}\ (km)$.	☐	☐
b) Tổng quãng đường đi từ A đến B bằng $\sqrt{25+x^2}+\sqrt{49+x^2}+EF$ (km).	☐	☐
c) Nếu đặt $f(x)=AE+BF$ (km) thì $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+25}}+\frac{x-24}{\sqrt{x^2-48x+625}},\forall x\in(0;\,24)$.	☐	☐

ĐỂ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

d) Người ta muốn đi từ *A* đến *B* theo quãng đường ngắn nhất thì họ phải xây cầu sao cho khoảng cách hai điểm *E*, *H* bằng 9 *km*.	☐	☐

....

....

....

....

....

Câu 16. Trong Dragon Ball, quả cầu Genki là chiêu thức lợi hại mà Sol Goku thường sử dụng khi gặp những đối thủ lớn. Được biết trong trận đánh với Frieza đại đế, cuộc chiến có liên quan đến vận mệnh vũ trụ, Goku đã dùng quả cầu này để tung đòn tuyệt sát với Frieza.

Chọn hệ trục tọa độ *Oxyz* thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là mét, mặt phẳng *Oxy* là mặt đất và tia *Oz* hướng lên trời, Sol Goku đứng ở vị trí $A(5;\,0;\,40)$, Frieza đại đế đứng ở vị trí $B(85;\,60;\,40)$. Trước khi Goku tạo ra quả cầu Genki thì Frieza đã tấn công phủ đầu, hắn lao về phía Goku với vận tốc 50 *m/s*.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	**Đúng**	**Sai**
a) Frieza sẽ mất 2 giây để đến được vị trí Goku đang đứng.	☐	☐
b) Vectơ vận tốc của Frieza là $\vec{v}=(400;\,300;\,0)$, đơn vị: *m/s*.	☐	☐
c) Sau khi tránh được đòn hiểm từ Frieza, Goku đứng ở vị trí $C(8;\,-1;\,46)$ đã tạo ra quả cầu Genki được mô hình hóa với phương trình $(x-8)^2+(y+1)^2+(z-58)^2=100$. Khoảng cách bé nhất từ vị trí $D(-182;\,159;\,45)$ mà Frieza đang đứng đến quả cầu bằng $238{,}7$ m (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).	☐	☐
d) Quả cầu được Goku ném về phía Fide với vận tốc lên đến 64 *m/s*. Cứ sau mỗi giây thì bán kính nó tăng lên 1 mét. Nếu Frieza không di chuyển thì sau 3,67 giây (làm tròn đến hàng phần trăm của giây) quả cầu Genki đến được vị trí của Frieza.	☐	☐

....

....

....

....

....

....

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 17. Một cái ly nước hình hình trụ có chiều cao 9 *cm*. Lượng nước trong ly chiếm $\frac{2}{3}$ thể tích ly nước. Hoa đặt một viên kim cương hình lập phương vào miệng ly nước thì thấy một đỉnh của viên kim cương chạm vào mặt nước, đồng thời mô hình ly nước và kim cương cùng lấy trục ly nước làm trục đối xứng. Nếu ban đầu Hoa đổ nước đầy ly thì sau khi đặt khối lập phương như trên, lượng nước tràn ra là bao nhiêu *cm* khối (làm tròn đến hàng phần chục và bỏ qua độ dày của ly)?

Trả lời: ☐☐☐☐

....

....

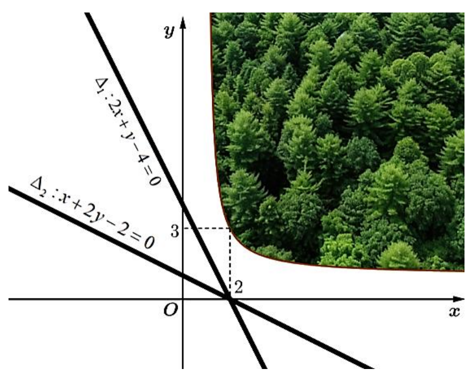
Câu 18. Một người công nhân có thể sản xuất với tốc độ là $q(t)=100+e^{-0,5t}$ đơn vị sản phẩm trong 1 giờ, với t (giờ) là thời gian tính từ khi bắt đầu làm việc. Biết rằng người công nhân bắt đầu làm việc từ lúc 8 giờ sáng, hỏi người đó sẽ sản xuất được bao nhiêu đơn vị sản phẩm trong khoảng thời gian từ 9 giờ sáng đến 11 giờ trưa (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Trả lời: ☐☐☐☐

....

....

Câu 19. Mảnh đất vườn của nhà anh Điệp có một phần ranh giới cũng là một phần đường cong (C): $y=\frac{x+a}{x+b}$, bao quanh nó là sông nước. Với hệ trục tọa độ Oxy thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét thì đường cong (C) đi qua điểm $(2;3)$ và có đường tiệm cận đứng $x=1$. Hàng ngày anh Điệp phải dùng thuyền máy để vận chuyển trái cây từ khu vườn của mình đến hai tuyến đường $\Delta_1: 2x+y-4=0$ và $\Delta_2: x+2y-2=0$ cho những người lái buôn từ nơi khác đến. Anh Điệp cần xác định một vị trí $M(x_0; y_0)$ thuộc khu vườn của mình để tổng các khoảng cách từ vị trí M đó đến hai tuyến đường Δ_1, Δ_2 là bé nhất. Hỏi khoảng cách từ vị trí được chọn làm gốc tọa độ đến điểm M là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục)?



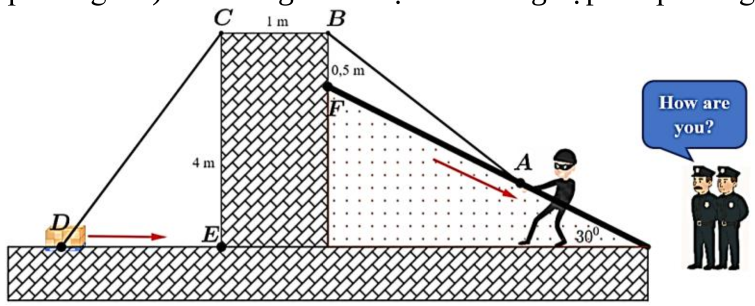
Trả lời: ☐☐☐☐

....

....

Câu 20. Một tên trộm đang cố gắng kéo thùng nữ trang qua một bức tường có độ dày $BC = 1\ m$; biết rằng tường cao 4 *m* và sợi dây được kéo theo đường gấp khúc *ABCD* có độ dài không đổi bằng 20 *m*, đoạn $BF = 0,5\ m$. Trong khi kéo thì tên trộm luôn ghì đầu dây theo một thanh vịn của cầu thang (đầu dây dịch chuyển theo phương *AF*). Biết rằng thanh vịn cầu thang hợp với phương ngang một góc bằng 30°.

Khi hai chú cảnh sát xuất hiện thì vị trí *A* cách *F* khoảng 6 *m* và thùng *D* tiến về phía *E* với tốc độ 1 *m/s*. Hỏi đầu dây *A* rời xa điểm *F* với tốc độ bao nhiêu *m/s*? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

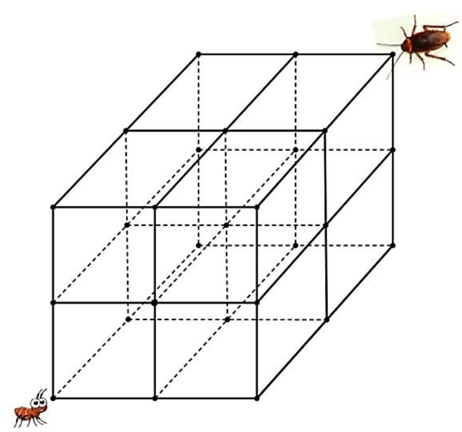


Trả lời: ☐☐☐☐

....

....

Câu 21. Trong công trường xây dựng, có một bộ khung sắt hình lập phương như hình vẽ (ta xem nó là hình lập phương dạng $2\times2\times2$). Người ta nhìn thấy một con kiến và một con gián xuất phát cùng lúc trên hai đỉnh thuộc đường chéo lớn của khung sắt hình lập phương và di chuyển trên các cạnh của mỗi hình vuông nhỏ. Con kiến cần đến vị trí mà con gián xuất phát và ngược lại, mỗi con ngày càng di chuyển xa vị trí mà nó xuất phát. Tính xác suất để hai con côn trùng này gặp nhau biết rằng vận tốc của gián bằng 4 *cm/s*, vận tốc của kiến là 2 *cm/s*. Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm.



Trả lời: ☐☐☐☐

....

....

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;1)$, bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;1;5)$, bán kính bằng 2. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu $(S_1),(S_2)$ và đặt T_1, T_2 lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của khoảng cách từ điểm O đến (P). Tìm giá trị $T_1^2+T_2^2$.

Trả lời: ☐☐☐☐

....

....

HẾT

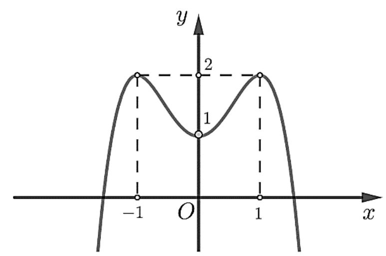
ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

ĐỀ SỐ 01	ĐỀ THI THỬ KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA 2025

Môn: Toán; khối: 12
Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;0)$.
C. $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Hàm số có đồ thị trong hình đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 2. Thống kê điểm kiểm tra giữa kỳ 1 môn Toán của 30 học sinh lớp 12C1 của một trường THPT được ghi lại ở bảng sau:

Điểm	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học sinh	4	8	11	7

Trung vị của mẫu số liệu gốc thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[2;4)$. **B.** $[4;6)$. **C.** $[6;8)$. **D.** $[8;10)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có mẫu số liệu trên có tất cả là 30 học sinh nên trung vị bằng $\dfrac{x_{15}+x_{16}}{2}\in[6;8)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{3}=1$ là

A. $\vec{n}=(3;6;-2)$. **B.** $\vec{n}=(2;-1;3)$. **C.** $\vec{n}=(-3;-6;-2)$. **D.** $\vec{n}=(-2;-1;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{3}=1\Leftrightarrow 3x+6y-2z+6=0$.

Từ đó suy ra một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=(3;6;-2)$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1=-6$ và công sai $d=4$. Tính tổng S của 14 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

A. $S=46$. **B.** $S=308$. **C.** $S=644$. **D.** $S=280$.

Hướng dẫn giải

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Chọn D.

Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là $S_n = \dfrac{\left[2u_1 + (n-1)d\right]n}{2}$.

Vậy $S_{14} = \dfrac{\left[2(-6) + (14-1)4\right]14}{2} = 280$.

Câu 5. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng

A. a^2. **B.** $-a^2$. **C.** $\dfrac{1}{2}a^2$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Do $ABCD$ là tứ diện đều cạnh a nên $AB = AC = a$ và $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = 60^{\circ}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AC}\right| \cdot \cos 60^{\circ} = \dfrac{a^2}{2}$.

Câu 6. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1;3]$ là

A. $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 0$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} f(x) = \dfrac{13}{27}$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} f(x) = -6$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 16x + 16 = 0$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{4}{3} \in (1;3) \\ x = 4 \notin (1;3) \end{array}\right.$.

Ta có: $f(1) = 0$; $f\left(\dfrac{4}{3}\right) = \dfrac{13}{27}$; $f(3) = -6$. Do đó $\max\limits_{[1;3]} f(x) = \dfrac{13}{27}$.

Câu 7. Trong một phép thử với A, B là hai biến cố bất kì, biết rằng $P(A) = 0,5$; $P(AB) = 0,3$. Khi đó $P(B|A)$ bằng

A. $0,6$. **B.** $0,15$. **C.** $0,7$. **D.** $0,35$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $P(B|A) = \dfrac{P(AB)}{P(A)} = \dfrac{0,3}{0,5} = 0,6$.

Câu 8. Cho biết $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$, giá trị của $\int\limits_1^3 \dfrac{1}{3} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Ta có $\int_1^3 \frac{1}{3} f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\cdot 3 = 1$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \le 4$ là

A. $(-\infty;\, 2]$. **B.** $[0;\, 2]$. **C.** $(-\infty;\, 2)$. **D.** $(0;\, 2)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $2^x \le 4 \Leftrightarrow x \le \log_2 4 \Leftrightarrow x \le 2$.

Tập nghiệm bất phương trình là $S = (-\infty;\, 2]$.

Câu 10. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = |x| + \mathrm{C}$. **B.** $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln|x| + C$.

C. $\int \ln x\mathrm{d}x = x + C$. **D.** $\int \ln|x|\mathrm{d}x = \ln x + C$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln|x| + C$.

Câu 11. Bạn An rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. $31,25$. **B.** $31,26$. **C.** $5,4$. **D.** $5,6$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Giá trị trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} = \frac{22,5\cdot 6 + 27,5\cdot 6 + ... + 42,5\cdot 1}{18} = \frac{85}{3}$.

Độ lệch chuẩn mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{(22,5-\bar{x})^2\cdot 6 + (27,5-\bar{x})^2\cdot 6 + ... + (42,5-\bar{x})^2\cdot 1}{18}} = \sqrt{\frac{125}{4}} \approx 5,6.$$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$. Tọa độ điểm M là

A. $M(2;\, 0;\, -1)$. **B.** $M(5;\, -1;\, -3)$. **C.** $M(1;\, 0;\, 1)$. **D.** $M(-1;\, 1;\, 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Tọa độ điểm $M = \Delta \cap (P)$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{x-2}{-3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{2} \\ x+2y-3z+2=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x-2}{-3} = \dfrac{y}{1} \\ \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{2} \\ x+2y-3z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=2 \\ 2y-z=1 \\ x+2y-3z=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$. Vậy $M(-1;1;1)$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Năm 2025, báo Giáo dục đã có cuộc khảo sát tại một trường đại học và thấy rằng có 40% sinh viên quan tâm đến chương trình học bổng A; có 17% trong số những sinh viên quan tâm đến học bổng A cũng đã quan tâm đến học bổng B. Qua khảo sát họ cũng thấy rằng có 20% sinh viên quan tâm đến chương trình học bổng B. Người ta chọn ngẫu nhiên một sinh viên từ trường đại học này để thăm dò ý kiến.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Xác suất để sinh viên được được chọn quan tâm cả hai chương trình học bổng bằng $0,062$.	☐	☐
b) Xác suất để sinh viên quan tâm học bổng A nếu biết rằng họ đã quan tâm học bổng B bằng 0,4.	☐	☐
c) Xác suất để sinh viên không quan tâm đến cả chương trình A lẫn học chương trình B bằng 0,41.	☐	☐
d) Sinh viên được chọn cho rằng mình có quan tâm đến học bổng B; hai hôm sau một nhà báo khác quay lại trường và tiếp tục chọn ngẫu nhiên một sinh viên để thăm dò ý kiến thì gặp được một sinh viên quan tâm đến học bổng B, xác suất để người này không quan tâm đến học bổng A bằng 0,66.	☐	☐

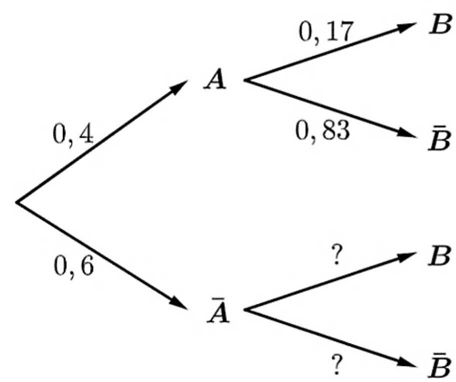
Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố: "Sinh viên quan tâm đến học bổng A" và B là biến cố: "Sinh viên quan tâm đến học bổng B".

Theo giả thiết ta có

$P(A)=0,4;\ P(B|A)=0,17;\ P(B)=0,2$.

Từ đây ta có sơ đồ hình cây như sau:



a) Mệnh đề sai.

Ta có: $P(AB)=P(A)\cdot P(B|A)=0,4\cdot 0,17=\boxed{0,068}$.

b) Mệnh đề sai.

Ta có: $P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{0,068}{0,2}=\boxed{0,34}$.

c) Mệnh đề sai.

Ta có: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0,4+0,2-0,068=0,532$.

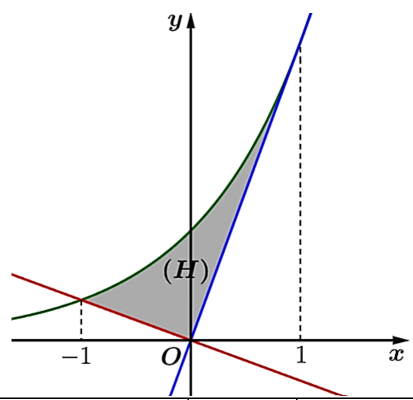
Do đó $P(\overline{A}\overline{B})=1-P(A\cup B)=1-0,532=\boxed{0,468}$.

d) Mệnh đề đúng.

Ta có: $P(\overline{A}|B)=\dfrac{P(\overline{A}B)}{P(B)}=\dfrac{P(B)-P(AB)}{P(B)}=\dfrac{0,2-0,068}{0,2}=0,66$.

Vì hai cuộc khảo sát là độc lập nên lần chọn đầu không ảnh hưởng đến lần chọn sau, xác suất cần tính là $P(\overline{A}|B)=0,66$.

Câu 14. Cho hàm số $y=e^x$ có đồ thị (C). Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị (C), tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1;e)$ và đường thẳng $y=-\dfrac{1}{e}x$ được tô đậm như hình vẽ.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1;e)$ là $y=ex+e$.	☐	☐
b) Đường thẳng $y=-\dfrac{1}{e}x$ cắt đồ thị (C) tại điểm $\left(-1;\dfrac{1}{e}\right)$.	☐	☐
c) Diện tích hình phẳng (H) bằng 0,81 (làm tròn đến hàng phần trăm).	☐	☐
d) Khi quay hình (H) quanh trục hoành thì được khối tròn xoay có thể tích bằng 3,03 (làm tròn đến hàng phân trăm).	☐	☐

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề sai.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1;e)$ là $y=y'(1)(x-1)+e$ hay $y=ex$.

b) Mệnh đề đúng.

T độ giao điểm của (C) và đường thẳng $y=-\dfrac{1}{e}x$ thỏa mãn $\begin{cases} e^x=-\dfrac{1}{e}x \\ y=e^x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=e^{-1}=\dfrac{1}{e} \end{cases}$.

☞***Giải thích:*** *Phương trình $e^x=-\dfrac{1}{e}x$ có hai vế là các hàm số $y=e^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$; $y=-\dfrac{1}{e}x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên có tối đa một nghiệm.*

c) Mệnh đề đúng.

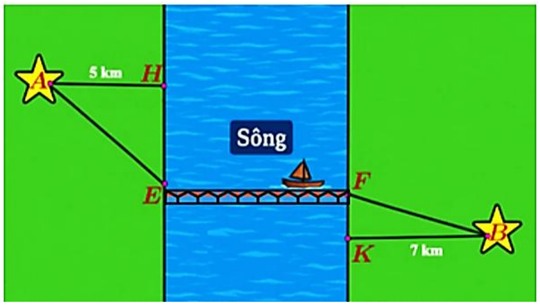
Dễ thấy đường thẳng $y=ex$ cắt đường thẳng $y=-\frac{1}{e}x$ tại điểm có hoành độ $x=0$ và cắt đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x=1$.

Do đó diện tích hình phẳng (H) là $S=\int_{-1}^{0}\left(e^x+\frac{1}{e}x\right)\mathrm{d}x+\int_{0}^{1}\left(e^x-ex\right)\mathrm{d}x\approx 0,81$.

d) Mệnh đề sai.

Thể tích khối tròn xoay là $V=\pi\int_{-1}^{1}\left(e^x\right)^2\mathrm{d}x-\pi\int_{-1}^{0}\left(-\frac{1}{e}x\right)^2\mathrm{d}x-\pi\int_{0}^{1}(ex)^2\mathrm{d}x\approx 3,51$.

Câu 15. Hai thành phố cách nhau một con sông. Lấy A và B lần lượt là hai điểm mốc của hai thành phố trong việc đo đạc, đơn vị là *km*. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng vị trí A cách con sông một khoảng $AH=5\ km$ và vị trí B cách con sông một khoảng là $BK=7\ km$ (xem hình vẽ), biết $HE+KF=24\ km$ và độ dài EF không đổi.



Đặt $HE=x$ (*km*), với $x\in(0;\,24)$.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) $AE=\sqrt{25+x^2}$ (km), $BF=\sqrt{49+(24-x)^2}$ (km).	☐	☐
b) Tổng quãng đường đi từ A đến B bằng $\sqrt{25+x^2}+\sqrt{49+x^2}+EF$ (*km*).	☐	☐
c) Nếu đặt $f(x)=AE+BF$ (*km*) thì $f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+25}}+\frac{x-24}{\sqrt{x^2-48x+625}},\forall x\in(0;\,24)$.	☐	☐
d) Người ta muốn đi từ A đến B theo quãng đường ngắn nhất thì họ phải xây cầu sao cho khoảng cách hai điểm E, H bằng 9 *km*.	☐	☐

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề đúng.

Với $HE=x$ thì $FK=24-x$ $(0<x<24)$. Ta có: $\begin{cases}AE=\sqrt{25+x^2}\\BF=\sqrt{49+(24-x)^2}\end{cases}$.

b) Mệnh đề sai.

Tổng quãng đường đi từ A đến B là $AE+EF+BF=\sqrt{25+x^2}+\sqrt{49+(24-x)^2}+EF$ (*km*).

c) Mệnh đề đúng.

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{x^2+25}+\sqrt{x^2-48x+625}$;

$f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+25}}+\frac{x-24}{\sqrt{x^2-48x+625}},\forall x\in(0;\,24)$.

d) Mệnh đề sai.

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Ta cần tổng quãng đường $AE+EF+FB$ ngắn nhất, mà EF không đổi nên $AE+FB$ bé nhất.

Từ câu c) ta có $f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+25}}+\dfrac{x-24}{\sqrt{x^2-48x+625}}, \forall x\in(0;\,24)$; $f'(x)=0\Rightarrow x=10$.

Bảng biến thiên:

x	0		10		24
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\searrow$		$12\sqrt{5}$		$\nearrow$

Ta có: $\min\limits_{(0;\,24)} f(x)=12\sqrt{5}$; khi đó $\boxed{x=10\ km}$ và $BF=7\sqrt{5}\ km\approx 15,65\ km$.

Câu 16. Trong Dragon Ball, quả cầu Genki là chiêu thức lợi hại mà Sol Goku thường sử dụng khi gặp những đối thủ lớn. Được biết trong trận đánh với Frieza đại đế, cuộc chiến có liên quan đến vận mệnh vũ trụ, Goku đã dùng quả cầu này để tung đòn tuyệt sát với Frieza.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là mét, mặt phẳng Oxy là mặt đất và tia Oz hướng lên trời, Sol Goku đứng ở vị trí $A(5;\,0;\,40)$, Frieza đại đế đứng ở vị trí $B(85;\,60;\,40)$. Trước khi Goku tạo ra quả cầu Genki thì Frieza đã tấn công phủ đầu, hắn lao về phía Goku với vận tốc 50 *m/s*.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	**Đúng**	**Sai**
a) Frieza sẽ mất 2 giây để đến được vị trí Goku đang đứng.	☐	☐
b) Vectơ vận tốc của Frieza là $\vec{v}=(400;\,300;\,0)$, đơn vị: *m/s*.	☐	☐
c) Sau khi tránh được đòn hiểm từ Frieza, Goku đứng ở vị trí $C(8;\,-1;\,46)$ đã tạo ra quả cầu Genki được mô hình hóa với phương trình $(x-8)^2+(y+1)^2+(z-58)^2=100$. Khoảng cách bé nhất từ vị trí $D(-182;\,159;\,45)$ mà Frieza đang đứng đến quả cầu bằng $238,7\ m$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).	☐	☐
d) Quả cầu được Goku ném về phía Fide với vận tốc lên đến 64 *m/s*. Cứ sau mỗi giây thì bán kính nó tăng lên 1 mét. Nếu Frieza không di chuyển thì sau 3,67 giây (làm tròn đến hàng phần trăm của giây) quả cầu Genki đến được vị trí của Frieza.	☐	☐

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề đúng.

Ta có $\overrightarrow{BA}=(-80;\,-60;\,0)$ và $AB=\sqrt{(-80)^2+(-60)^2}=100\ m$.

ĐỂ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Thời gian để Frieza bay từ B đến A để tấn công Goku là $\dfrac{100}{50}=2\,s$.

b) Mệnh đề sai.

Vectơ vận tốc của Frieza có dạng $\vec{v}=k\overrightarrow{BA}=\left(-80k\,;\,-60k\,;\,0\right)$, với tham số $k>0$.

Ta có $\left|\vec{v}\right|=50\Rightarrow\sqrt{\left(-80k\right)^2+\left(-60k\right)^2}=50\Rightarrow 100\left|k\right|=50\Rightarrow k=\dfrac{1}{2}>0$.

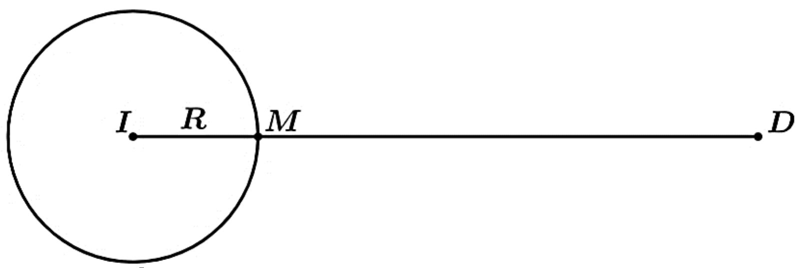
Do đó Frieza bay đến chỗ Goku với vectơ vận tốc $\vec{v}=\left(-40;\,-30;\,0\right)$.

c) Mệnh đề đúng.

Quả cầu Genki có tâm $I\left(8;\,-1;\,58\right)$, bán kính $R=10\ m$.

$ID=\sqrt{\left(-182-8\right)^2+\left(159+1\right)^2+\left(45-58\right)^2}=\sqrt{61869}\ m\approx 248,7\ m$.

Khoảng cách ngắn cần tính là $ID-R=\sqrt{61869}-10\approx 238,7\ m$.



d) Mệnh đề đúng.

Sau t giây, điểm M (thuộc mặt cầu gần Frieza nhất) di chuyển đoạn đường: $64t+t=65t\ (m)$.

Khi M chạm vào Frieza (nếu hắn đứng yên) thì $ID-R=65t\Rightarrow t=\dfrac{ID-R}{65}\approx 3,67$ (giây).

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 17. Một cái ly nước hình hình trụ có chiều cao 9 *cm*. Lượng nước trong ly chiếm $\dfrac{2}{3}$ thể tích ly nước. Hoa đặt một viên kim cương hình lập phương vào miệng ly nước thì thấy một đỉnh của viên kim cương chạm vào mặt nước, đồng thời mô hình ly nước và kim cương cùng lấy trục ly nước làm trục đối xứng. Nếu ban đầu Hoa đổ nước đầy ly thì sau khi đặt khối lập phương như trên, lượng nước tràn ra là bao nhiêu *cm* khối (làm tròn đến hàng phần chục và bỏ qua độ dày của ly)?

Trả lời: | | | | |

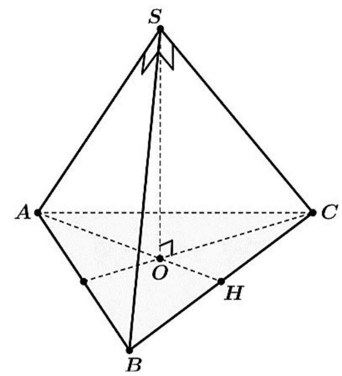
Đáp số: 23,4

Hướng dẫn giải

Xét hình chóp tam giác đều *SABC* trong đó *S* là đỉnh của hình lập phương nằm bên trong ly nước và *A*, *B*, *C* là các điểm chung của kim cương với miệng ly; *O* là trọng tâm tam giác *ABC* và *H* là trung điểm *BC*.

Đặt x (*cm*) là cạnh đáy hình chóp thì $AO=\dfrac{2}{3}AH=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{x\sqrt{3}}{2}=\dfrac{x\sqrt{3}}{3}$.

Vì hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC bằng nhau và đôi một vuông góc (tại S) nên $SA = SB = SC = \dfrac{x}{\sqrt{2}}$.



Từ đó suy ra $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x^2}{3}} = \dfrac{x\sqrt{6}}{6}$.

Theo giả thiết thì chiều cao hình chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{1}{3}$ chiều cao ly nước, tức là $SO = \dfrac{1}{3} \cdot 9 = 3$

$\Rightarrow \dfrac{x\sqrt{6}}{6} = 3 \Rightarrow x = 3\sqrt{6}\ cm$.

Ta biết rằng thể tích nước tràn ra bằng với thể tích khối chóp $S.ABC$. Thể tích đó là

$$V = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \frac{\left(3\sqrt{6}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{2} \approx 23,4\ cm^3.$$

Câu 18. Một người công nhân có thể sản xuất với tốc độ là $q(t) = 100 + e^{-0,5t}$ đơn vị sản phẩm trong 1 giờ, với t (giờ) là thời gian tính từ khi bắt đầu làm việc. Biết rằng người công nhân bắt đầu làm việc từ lúc 8 giờ sáng, hỏi người đó sẽ sản xuất được bao nhiêu đơn vị sản phẩm trong khoảng thời gian từ 9 giờ sáng đến 11 giờ trưa (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 201

Hướng dẫn giải

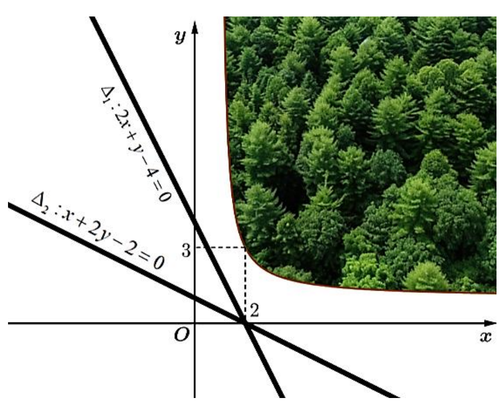
Gọi $Q(t)$ là số đơn vị sản phẩm mà công nhân sản xuất được sau t giờ tính từ lúc 8 giờ sáng.

Ta có $Q'(t) = q(t) = 100 + e^{-0,5t}$.

Số đơn vị sản phẩm người đó sản xuất được từ 9 giờ sáng ($t = 1$) đến 11 giờ trưa ($t = 3$) là:

$$Q(3) - Q(1) = \int_1^3 q(t)\,\mathrm{d}t = \int_1^3 \left(100 + e^{-0.5t}\right)\mathrm{d}t \approx 201 \text{ (đơn vị sản phẩm).}$$

Câu 19. Mảnh đất vườn của nhà anh Điệp có một phần ranh giới cũng là một phần đường cong (C): $y = \dfrac{x+a}{x+b}$, bao quanh nó là sông nước. Với hệ trục tọa độ Oxy thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét thì đường cong (C) đi qua điểm $(2;\,3)$ và có đường tiệm cận đứng $x = 1$. Hàng ngày anh Điệp phải dùng thuyền máy để vận chuyển trái cây từ khu vườn của mình đến hai tuyến đường $\Delta_1 : 2x + y - 4 = 0$ và $\Delta_2 : x + 2y - 2 = 0$ cho những người lái buôn từ nơi khác đến. Anh Điệp cần xác định một vị trí $M\left(x_0;\, y_0\right)$



thuộc khu vườn của mình để tổng các khoảng cách từ vị trí M đó đến hai tuyến đường Δ_1, Δ_2 là bé nhất. Hỏi khoảng cách từ vị trí được chọn làm gốc tọa độ đến điểm M là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục)?

Hướng dẫn giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-b=1 \Rightarrow b=-1$.

Khi đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+a}{x-1}$ qua $(2;3) \Rightarrow 3=\dfrac{2+a}{2-1} \Rightarrow a=1$; hàm số là $\boxed{y=\dfrac{x+1}{x-1}}$ (C).

Gọi $M\left(x_0;\dfrac{x_0+1}{x_0-1}\right)\in(C)$, $x_0>1$. Tổng khoảng cách từ M đến hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 là

$$d=d(M,\Delta_1)+d(M,\Delta_2)=\frac{\left|2x_0+\dfrac{x_0+1}{x_0-1}-4\right|}{\sqrt5}+\frac{\left|x_0+2\cdot\dfrac{x_0+1}{x_0-1}-2\right|}{\sqrt5};$$

$$\sqrt5 d=\left|\frac{2x_0^2-5x_0+5}{x_0-1}\right|+\left|\frac{x_0^2-x_0+4}{x_0-1}\right|=\frac{2x_0^2-5x_0+5}{x_0-1}+\frac{x_0^2-x_0+4}{x_0-1}\ \text{(vì }\begin{cases}2x_0^2-5x_0+5>0\\ x_0-1>0\\ x_0^2-x_0+4>0\end{cases},\ \forall x_0>1\text{)}.$$

Đặt $\sqrt5 d=\dfrac{3x_0^2-6x_0+9}{x_0-1}=g(x)$ với $x>1$.

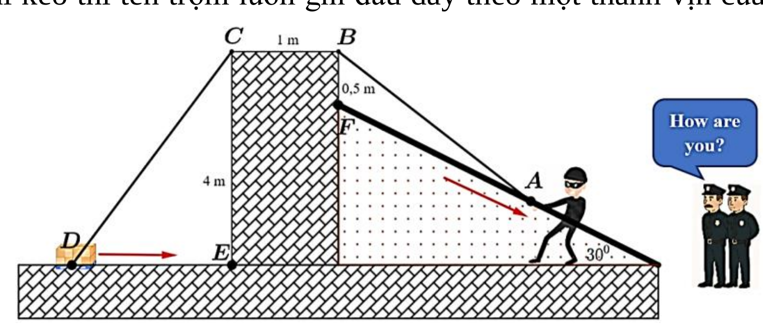
Ta có: $g'(x)=\dfrac{3x_0^2-6x_0-3}{(x_0-1)^2}$; $g'(x)=0 \Rightarrow 3x_0^2-6x_0-3=0 \Rightarrow x_0=1+\sqrt2>1$.

Ta có: $\min\limits_{(1;+\infty)} g(x)=g\left(1+\sqrt2\right)=6\sqrt2 \Rightarrow \sqrt5 d\ge 6\sqrt2 \Rightarrow \boxed{d\ge\dfrac{6\sqrt{10}}{5}}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $x_0=1+\sqrt2 \Rightarrow M\left(1+\sqrt2;1+\sqrt2\right)$.

Khoảng cách OM trên thực tế là $10\times\sqrt{\left(1+\sqrt2\right)^2+\left(1+\sqrt2\right)^2}=10\times\left(1+\sqrt2\right)\sqrt2\approx\boxed{34,1}$ mét.

Câu 20. Một tên trộm đang cố gắng kéo thùng nữ trang qua một bức tường có độ dày $BC=1\ m$; biết rằng tường cao 4 m và sợi dây được kéo theo đường gấp khúc $ABCD$ có độ dài không đổi bằng 20 m, đoạn $BF=0,5\ m$. Trong khi kéo thì tên trộm luôn ghì đầu dây theo một thanh vịn của cầu thang (đầu dây dịch chuyển theo phương AF). Biết rằng thanh vịn cầu thang hợp với phương ngang một góc bằng 30°.
Khi hai chú cảnh sát xuất hiện thì vị trí A cách F khoảng 6 m và thùng D tiến về phía E với tốc độ



1 *m/s*. Hỏi đầu dây *A* rời xa điểm *F* với tốc độ bao nhiêu *m/s*? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời: | | | | |

Đáp số: 0,95

Hướng dẫn giải

Đặt $DE = x\ (m)$, $AF = y\ (m)$. Ta có $CD = \sqrt{x^2+16}$ và $\widehat{AFB} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$; suy ra

$AB = \sqrt{y^2 + 0,5^2 - 2\cdot 0,5\cdot y\cos 120^\circ} = \sqrt{y^2+0,5y+0,25}$.

Ta có $AB + CD + 1 = 20 \Leftrightarrow \boxed{\sqrt{x^2+16}+\sqrt{y^2+0,5y+0,25}=19}\ (*)$.

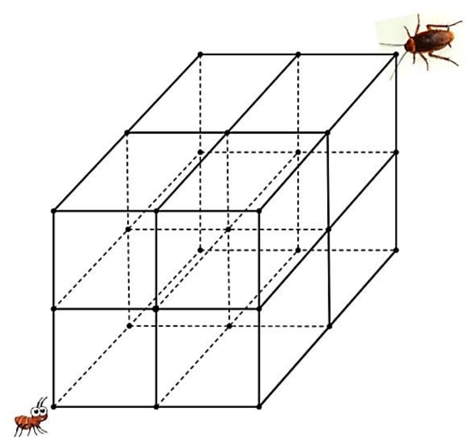
Thay $y=6$ vào (*) ta được $\sqrt{x^2+16}+\sqrt{6^2+0,5\cdot 6+0,25}=19 \Rightarrow x\approx 12,1$ (***Lưu vào A***).

Đạo hàm hai vế của (*) theo biến *t* ta được:

$$\boxed{\frac{x}{\sqrt{x^2+16}}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+\frac{2y+0,5}{2\sqrt{y^2+0,5y+0,25}}\cdot\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=0}\ (**)$$

Thay $y=6\ m$; $x=A\approx 12,1\ m$; $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-1\ m/s$ (do *x* ngày càng giảm theo thời gian *t*) vào (**) ta tính được $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\approx 0,95\ m/s$ hay đầu dây *A* rời xa điểm *F* với tốc độ khoảng $0,95\ m/s$.

Câu 21. Trong công trường xây dựng, có một bộ khung sắt hình lập phương như hình vẽ (ta xem nó là hình lập phương dạng $2\times2\times2$). Người ta nhìn thấy một con kiến và một con gián xuất phát cùng lúc trên hai đỉnh thuộc đường chéo lớn của khung sắt hình lập phương và di chuyển trên các cạnh của mỗi hình vuông nhỏ. Con kiến cần đến vị trí mà con gián xuất phát và ngược lại, mỗi con ngày càng di chuyển xa vị trí mà nó xuất phát. Tính xác suất để hai con côn trùng này gặp nhau biết rằng vận tốc của gián bằng 4 *cm/s*, vận tốc của kiến là 2 *cm/s*. Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm.



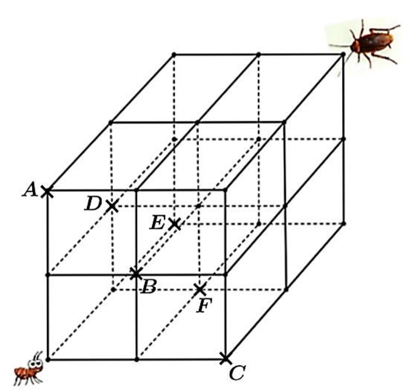
Trả lời: | | | | |

Đáp số: 0,27

Hướng dẫn giải

Ta xem mỗi bước di chuyển của mỗi con là 1 đơn vị (ứng với cạnh hình vuông nhỏ).

Để đi hết hành trình của mình thì gián cần đi xuống 2 đơn vị, sang trái 2 đơn vị và đi dọc 2 đơn vị (có tất cả là 6 bước di chuyển) nên số cách đi của gián là $C_6^2C_4^2$; hoàn toàn tương tự kiến cũng có số cách đi là $C_6^2C_4^2$. Gọi Ω là không gian mẫu thì $n(\Omega)=\left(C_6^2C_4^2\right)^2$.



Vận tốc của gián gấp đôi vận tốc của kiến nên nếu hai con gặp nhau thì tại vị trí chúng gặp gián đã di chuyển 4 bước, kiến di chuyển 2 bước. Vị trí hai con gặp nhau (nếu có) được đánh dấu ở 6 vị trí trên hình vẽ.

- **Tại vị trí *A*:** Gián có 2 lần di chuyển sang trái, 2 lần di chuyển dọc; sau đó đi từ A đến đích thì nó cần 2 lần đi xuống. Số cách đi của gián là $C_4^2C_2^2C_2^2$. Hành trình của kiến cũng tương tự mà theo chiều ngược lại nên kiến có $C_4^2C_2^2C_2^2$ cách đi. Số cách đi hai con là $\left(C_4^2C_2^2C_2^2\right)^2$.

  Tại các vị trí A, C, E thì số cách đi mỗi con là như nhau.

- **Tại vị trí *B*:** Số cách đi của hai con là $\left(C_4^1C_3^1C_2^2C_2^1\right)^2$.

  Tại các vị trí B, D, F thì số cách đi mỗi con là như nhau.

Gọi X là biến cố hai con côn trùng gặp nhau trên đường đi, ta có:

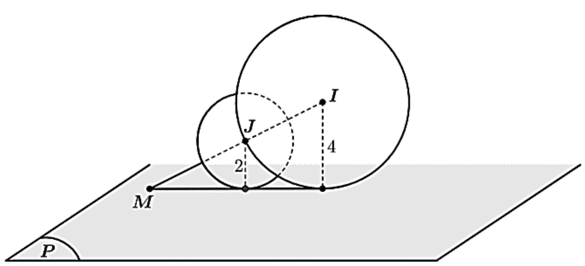
$$P(X)=\frac{3\left(C_4^2C_2^2C_2^2\right)^2+3\left(C_4^1C_3^1C_2^2C_2^1\right)^2}{\left(C_6^2C_4^2\right)^2}=\frac{17}{75}\approx\boxed{0,27}.$$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;1)$, bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;1;5)$, bán kính bằng 2. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu $(S_1),(S_2)$ và đặt T_1, T_2 lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của khoảng cách từ điểm O đến (P). Tìm giá trị $T_1^2+T_2^2$.

Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 48

Hướng dẫn giải



Ta có $IJ=4<R_1+R_2$ (với $R_1=4,\ R_2=2$) nên hai mặt cầu (S_1) và (S_2) cắt nhau.

Gọi M là giao điểm của IJ và (P).

Ta có $\frac{MJ}{MI}=\frac{R_2}{R_1}=\frac{1}{2}\Rightarrow J$ là trung điểm của MI; suy ra $M(2;1;9)$.

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ là vectơ pháp tuyến của (*P*) với $a^2+b^2+c^2>0$.

Phương trình (P): $a(x-2)+b(y-1)+c(z-9)=0$ hay $\boxed{ax+by+cz-2a-b-9c=0}$.

Ta có (*P*) tiếp xúc $(S_1)\Leftrightarrow d(I,(P))=4\Leftrightarrow\frac{|8c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=4\Leftrightarrow\frac{|2c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=1$.

Dễ thấy $c\neq0$ nên ta có thể chọn $c=1\Rightarrow\boxed{a^2+b^2=3}$.

Khi đó: $d(O,(P))=\frac{|-2a-b-9c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{|2a+b+9|}{2}$ (1).

Theo bất đẳng thức Cauchy Schwarz thì $|2a+b|\le\sqrt{\left(2^2+1^2\right)\left(a^2+b^2\right)}=\sqrt{5\cdot3}=\sqrt{15}$.

(Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{a}{2}=\frac{b}{1}$).

Do đó $-\sqrt{15}\le 2a+b\le\sqrt{15}\Rightarrow \underbrace{9-\sqrt{15}}_{+}\le 2a+b+9\le 9+\sqrt{15}\Rightarrow \boxed{\underbrace{9-\sqrt{15}}_{+}\le\left|2a+b+9\right|\le 9+\sqrt{15}}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{9-\sqrt{15}}{2}\le d\left(O,\left(P\right)\right)=\frac{\left|2a+b+9\right|}{2}\le\frac{9+\sqrt{15}}{2}$.

Do đó $T_1=\frac{9-\sqrt{15}}{2}$; $T_2=\frac{9+\sqrt{15}}{2}$ và $T_1^2+T_2^2=\boxed{48}$.

__________________HẾT__________________

ĐỀ SỐ 02	ĐỀ THI THỬ KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA 2025

Môn: Toán; khối: 12
Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;\,3)$. **B.** $(-3;\,0)$. **C.** $(0;\,3)$. **D.** $(-\infty;\,-3)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\,1;\,-2)$ và $B(2;\,2;\,1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1;\,-1;\,-3)$. **B.** $(3;\,1;\,1)$. **C.** $(1;\,1;\,3)$. **D.** $(3;\,3;\,-1)$.

Câu 3. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-3)$.

A. $D = (-\infty;\,3)$. **B.** $D = \mathbb{R}$. **C.** $D = (3;\,+\infty)$. **D.** $D = [3;\,+\infty)$.

Câu 4. Xác định số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) có $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$.

A. $u_1 = 3$ và $d = 4$. **B.** $u_1 = 3$ và $d = 5$. **C.** $u_1 = 4$ và $d = 5$. **D.** $u_1 = 4$ và $d = 3$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

A. $x^3 + \cos x + C$. **B.** $x^3 + \sin x + C$. **C.** $x^3 - \cos x + C$. **D.** $3x^3 - \sin x + C$.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{v} = \overrightarrow{B'A'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'B}$ bằng vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{DB'}$. **B.** $\overrightarrow{B'D'}$. **C.** $\overrightarrow{BD'}$. **D.** $\overrightarrow{B'D}$.

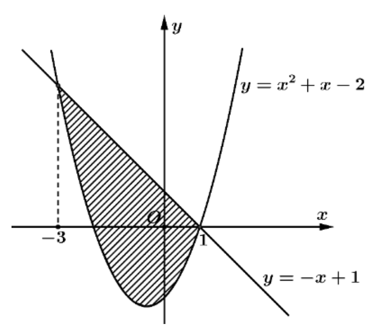
Câu 7. Người ta thống kê khối lượng của 80 quả măng cụt (đơn vị: gam) và thu được mẫu số liệu sau:

Khối lượng (gam)	$[80;\,82)$	$[82;\,84)$	$[84;\,86)$	$[86;\,88)$	$[88;\,90)$
Số quả	17	20	25	16	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 11 gam. **B.** 12 gam. **C.** 10 gam. **D.** 20 gam.

Câu 8. Diện tích phần gạch sọc trong hình vẽ bằng



A. $\int_{-3}^{1} \left|-x^2 - 2x - 3\right| \mathrm{d}x$. **B.** $\int_{-3}^{1} \left(x^2 - 2x - 3\right) \mathrm{d}x$.

C. $\int_{-3}^{1} \left(x^2 + 2x - 3\right) \mathrm{d}x$. **D.** $\int_{-3}^{1} \left(-x^2 - 2x + 3\right) \mathrm{d}x$.

Câu 9. Mỗi ngày bác Mạnh đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

ĐỂ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Quãng đường	$[2,7;\,3,0)$	$[3,0;\,3,3)$	$[3,3;\,3,6)$	$[3,6;\,3,9)$	$[3,9;\,4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 0,19. **B.** 1,26. **C.** 0,13. **D.** 0,26.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(x+1),\ \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;\,+\infty)$. **B.** Hàm số đã cho nghịch biến trên $(2;\,+\infty)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;\,2)$. **D.** Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;\,2)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 12$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

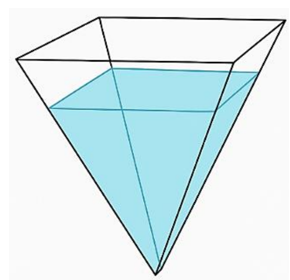
A. $y+1=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $y+2=0$. **D.** $x+z-1=0$.

Câu 12. Biết đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{x^2-4x+5}{x-1}$ có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm M có hoành độ x_M bằng

A. $x_M = 2$. **B.** $x_M = 1-\sqrt{2}$. **C.** $x_M = 1$. **D.** $x_M = 1+\sqrt{2}$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Một cái bể nước có dạng khối chóp tứ giác đều ngược với cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}$ *dm* và chiều cao bằng 6 *dm* (tham khảo hình vẽ bên – các kích thước được nêu ra là phần bên trong hình). Nước được bơm vào bể với tốc độ không đổi là 2 *lít/phút* và ban đầu bể không chứa nước (các kết quả bên dưới được làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy).



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Bể nước được bơm đầy sau 18 *phút*.	☐	☐
b) Tốc độ dâng lên của nước là 0,23 *dm/phút* khi thể tích nước trong bể bằng $\frac{1}{3}$ thể tích của bể.	☐	☐
c) Khi mực nước cách miệng bể 0,5 *dm*, người ta ngừng bơm và bắt đầu xả ra với ước lượng tốc độ giảm chiều cao của mực nước trong bể theo thời gian t (*phút*) được mô hình hóa bởi hàm số: $h'(t) = \frac{1}{350}t - \frac{193}{700}$ (*dm/phút*). Sau 5 phút, thể tích nước trong bể là 11,97 *dm*³.	☐	☐
d) Cùng với dữ kiện của c) thì sau 23,59 *phút* nước trong bể vừa được xả hết.	☐	☐

....

....

....

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Câu 14. Một con sư tử đang đuổi theo một con ngựa vằn và chúng cùng chạy trên một đường thẳng. Ngựa vằn đã nhận ra sư tử khi sư tử cách nó khoảng 40 *m*. Từ thời điểm này, sư tử đuổi theo ngựa vằn với tốc độ $v_1(t)=15e^{-0,1t}$ m/s và ngựa vằn bỏ chạy với tốc độ $v_2(t)=20-20e^{-0,1t}$ m/s (t được tính bằng giây với $0\le t\le 60$).

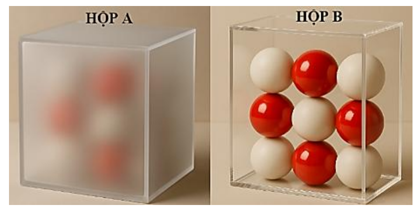
Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Tại thời điểm ban đầu $t=0$ giây, vận tốc của con ngựa vằn là 20 *m/s*.	☐	☐
b) Tốc độ của sư tử giảm dần theo thời gian, trong khi tốc độ của ngựa vằn tăng dần theo thời gian.	☐	☐
c) Sư tử ở gần ngựa vằn nhất khi $v_1'(t)=v_2'(t)$ và khoảng cách ngắn nhất giữa chúng là 1,72 mét (làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị mét).	☐	☐
d) Sư tử sẽ không bắt được ngựa vằn và khoảng cách ngắn nhất giữa chúng là 1,92 mét (làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị mét).	☐	☐

Câu 15. Sao Thủy gần như **không có khí quyển thật sự** như Trái Đất hay sao Kim. Tuy nhiên, nó có một lớp khí rất mỏng gọi là **exosphere** – tức là **thượng quyển loãng**, gồm các hạt khí cực kỳ thưa thớt như hydro, heli, oxy, natri...Trong không gian *Oxyz*, **đơn vị trên mỗi trục là nghìn *km***, vùng thượng quyển loãng của sao Thủy được mô hình hóa bởi phương trình mặt cầu $x^2+y^2+z^2-2x-4y-4=0$. Các nhà khoa học không gian đang quan sát các tiểu hành tinh ở các vị trí có tọa độ $A(4;\,2;\,4)$, $B(1;\,4;\,2)$ và xem xét sự di chuyển của chúng. Nếu tiểu hành tinh nằm trong vùng thượng quyển loãng thì nó sẽ bị hút xuống bề mặt sao Thủy.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Vùng thượng quyển loãng sao Thủy có tâm $(1;\,2;\,0)$, bán kính bằng 3.	☐	☐
b) Hai tiểu hành tinh ở các vị trí *A*, *B* sẽ bị hút xuống bề mặt sao Thủy.	☐	☐
c) Các nhà quan sát cho rằng có một sao chổi mang tên Haxen di chuyển theo quỹ đạo đường thẳng với vận tốc 51,5 *km/s*; khoảng cách ngắn nhất từ tâm sao Thủy đến sao chổi bằng $\dfrac{\sqrt{871}}{10}$ nghìn *km*. Thời gian sao chổi đi trong vùng thượng quyển loãng của sao Thủy bằng 20 giây (làm tròn đến hàng đơn vị của giây).	☐	☐

d) Sao chổi Haxen di chuyển theo phương vectơ $\vec{u}=(0;\,5;\,2)$. Giả sử *M*, *N* là điểm đầu và điểm cuối mà sao chổi này đi qua thuộc vùng thượng quyển loãng của sao Thủy. Giá trị nhỏ nhất của tổng $AM+BN$ bằng $3970\ km$ (làm tròn đến hàng đơn vị của *km*).	☐	☐

Câu 16. Có hai hộp bóng A và B chỉ đựng các quả bóng đỏ và trắng, trong đó hộp B đựng 4 quả bóng đỏ và 5 quả bóng trắng; tổng số bóng hai hộp không qua 20. Xét hai phép thử ngẫu nhiên sau:



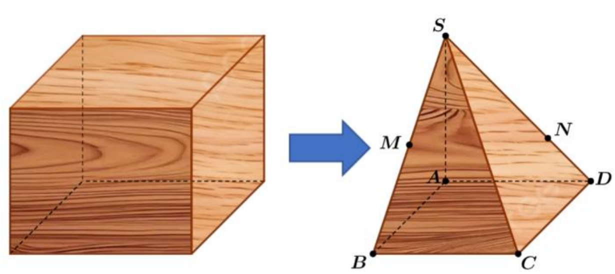
Phép thử thứ nhất: Lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp *A* bỏ vào hộp *B* rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp B. Bằng thực nghiệm người ta biết được rằng khả năng lấy được quả bóng đỏ từ hộp thứ hai bằng $\frac{33}{70}$.

Phép thử thứ hai: Lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng từ hộp A bỏ vào hộp B. Sau đó tiếp tục lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng từ hộp B.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	**Đúng**	**Sai**
a) Trong phép thử thứ nhất, nếu lấy được quả bóng đỏ từ hộp A bỏ sang hộp B thì xác suất lấy được quả bóng trắng từ hộp B bằng 0,4.	☐	☐
b) Hộp thứ nhất đựng 4 quả bóng đỏ và 3 quả bóng trắng.	☐	☐
c) Xác suất để lấy được 2 quả bóng đỏ từ hộp B bằng $\frac{166}{1155}$.	☐	☐
d) Nếu biết rằng hai quả bóng lấy được từ hộp B cùng có màu đỏ, xác suất để có ít nhất 1 quả là từ hộp A chuyển sang bằng $\frac{67}{128}$.	☐	☐

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 17. Từ một khối gỗ hình lập phương có cạnh bằng 5 *dm*, người thợ mộc chỉ cần đến hai lát cắt là có thể tạo ra một khối gỗ có dạng hình chóp *S.ABCD* với đáy *ABCD* là hình vuông và $SA=AB=5\ dm$. Người thợ cần tạo ra một vật để trang trí theo yêu cầu của khách hàng, anh đã chọn *M* là trung điểm *SB*, *N* thuộc cạnh *SD*



ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

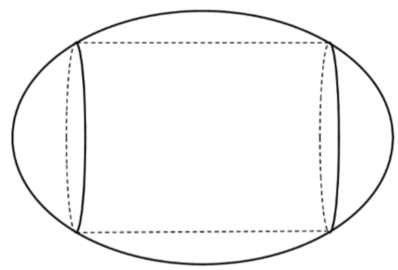
sao cho $SN = 2ND$; sau đó anh ta tiếp tục thực hiện các lát cắt để có được vật thể hình tứ diện $ACMN$, thể tích vật thể sau cùng mà người thợ mộc làm ra là bao nhiêu dm^3 (làm tròn đến hàng phần chục)?

Trả lời: ☐☐☐☐

Câu 18. Jack có một chiếc điện thoại thông minh đã được sạc đầy pin. Nếu Jack không sử dụng điện thoại một phút nào thì máy sẽ hết pin sau 96 tiếng; còn nếu anh ấy sử dụng điện thoại liên tục thì máy sẽ hết pin sau 8 tiếng. Biết Jack đã không sử dụng chiếc smartphone trong suốt 36 tiếng, sau đó lại dùng nó 90 phút liên tục. Hỏi Jack còn dùng điện thoại được bao nhiêu phút nữa trước khi máy hết pin?

Trả lời: ☐☐☐☐

Câu 19. Một quả trứng khủng long đồ chơi bằng nhựa có thiết diện qua trục lớn là một đường elip. Biết độ dài mỗi trục là 12 *cm* và 8 *cm*.
Bên trong quả trứng người ta cần thiết kế một chiếc hộp hình trụ để đựng các đồ chơi trẻ con như bóng đèn xanh đỏ, kẹo v.v...
Hỏi khối trụ như thế có thể tích tối đa bao nhiêu cm^3 (làm tròn đến hàng đơn vị).

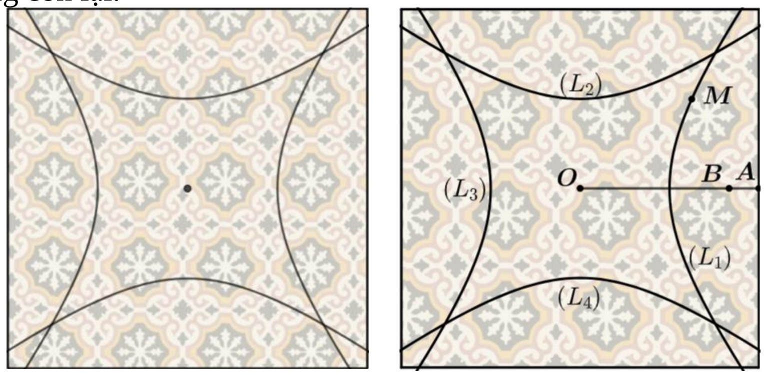


Trả lời: ☐☐☐☐

Câu 20. Một nhóm học sinh lớp 12 đã lên bản thiết kế mẫu hoa văn cho một loại gạch men lát nền nhà. Các em đã vẽ 4 đường cong như hình, từ đó tạo thành một hình (*H*) khép kín ở giữa viên gạch để tạo điểm nhấn. Cụ thể cách dựng hình được thực hiện như sau:

- Dựng hệ trục Oxy với điểm O là tâm của viên gạch, tia Ox hướng sang phải và tia Oy hướng lên trên, đơn vị trên mỗi trục là 5 *cm*.
- Các em lấy O là tâm viên gạch và A là trung điểm một cạnh viên gạch, xác định được điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{OB} = \frac{5}{6}\overrightarrow{OA}$.
- Dựng đường thẳng $\Delta: 5x - 9 = 0$. Đường cong (L_1) là tập hợp các điểm M thỏa mãn $3MB = 5d(M, \Delta)$.

- Lấy đối xứng đường cong (L_1) qua tâm O và qua các đường chéo của viên gạch thì được các đường cong còn lại.



Biết viên gạch là hình vuông có kích thước $60\ cm$; hỏi diện tích hình (H) là bao nhiêu centimét vuông (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Trả lời: ☐☐☐☐

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-8;-1;6)$, $B(1;2;3)$, $C\left(-4;14;\sqrt{11}\right)$. Điểm M di động trên mặt cầu $(S_1):(x-4)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=49$ sao cho tam giác MAB có $2\sin MAB=\sin MBA$. Tính giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng CM^2 (làm tròn đến hàng đơn vị).

Trả lời: ☐☐☐☐

Câu 22. Vào một hội thi thiết kế đèn lồng Trung thu, ban tổ chức nhận được một chiếc đèn lồng đặc biệt có hình một tứ diện đều. Trên mỗi cạnh tứ diện thí sinh thiết kế 3 bóng đèn nằm ở 3 vị trí chia cạnh tứ diện thành 4 đoạn bằng nhau. Cứ mỗi phút trôi qua, sẽ có ngẫu nhiên 3 bóng đèn phát sáng, các bóng còn lại thì tắt. Tính xác suất để ngay phút đầu tiên được ban giám khảo chấm điểm, có 3 bóng đèn phát sáng ứng với 3 điểm tạo nên mặt phẳng song song với đúng một cạnh của tứ diện, biết rằng 3 bóng đèn không hoàn toàn thuộc về một cạnh tứ diện. (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: ☐☐☐☐

HẾT

ĐỀ SỐ 02	ĐỀ THI THỬ KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA 2025

Môn: Toán; khối: 12

Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;\, 3)$. **B.** $(-3;\, 0)$. **C.** $(0;\, 3)$. **D.** $(-\infty;\, -3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-3;\, 0)$ và $(3;\, +\infty)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\, 1;\, -2)$ và $B(2;\, 2;\, 1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1;\, -1;\, -3)$. **B.** $(3;\, 1;\, 1)$. **C.** $(1;\, 1;\, 3)$. **D.** $(3;\, 3;\, -1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;\, 1;\, 3)$.

Câu 3. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-3)$.

A. $D = (-\infty;\, 3)$. **B.** $D = \mathbb{R}$. **C.** $D = (3;\, +\infty)$. **D.** $D = [3;\, +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$. Tập xác định của hàm số là $D = (3;\, +\infty)$.

Câu 4. Xác định số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) có $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$.

A. $u_1 = 3$ và $d = 4$. **B.** $u_1 = 3$ và $d = 5$. **C.** $u_1 = 4$ và $d = 5$. **D.** $u_1 = 4$ và $d = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} u_9 = 5u_2 \\ u_{13} = 2u_6 + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 8d = 5(u_1 + d) \\ u_1 + 12d = 2(u_1 + 5d) + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4u_1 - 3d = 0 \\ u_1 - 2d = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

A. $x^3 + \cos x + C$. **B.** $x^3 + \sin x + C$. **C.** $x^3 - \cos x + C$. **D.** $3x^3 - \sin x + C$.

Hướng dẫn giải

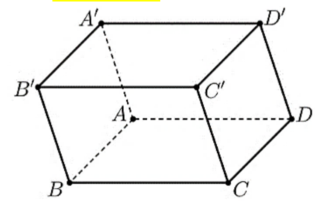
Chọn C.

Ta có $\int (3x^2 + \sin x)\mathrm{d}x = x^3 - \cos x + C$.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{v} = \overrightarrow{B'A'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'B}$ bằng vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{DB'}$. **B.** $\overrightarrow{B'D'}$. **C.** $\overrightarrow{BD'}$. **D.** $\overrightarrow{B'D}$.

Hướng dẫn giải



Chọn D.

Theo quy tắc hình hộp ta có $\vec{v} = \overrightarrow{B'A'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{B'D}$.

Câu 7. Người ta thống kê khối lượng của 80 quả măng cụt (đơn vị: gam) và thu được mẫu số liệu sau:

Khối lượng (gam)	$[80; 82)$	$[82; 84)$	$[84; 86)$	$[86; 88)$	$[88; 90)$
Số quả	17	20	25	16	12

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 11 gam. **B.** 12 gam. **C.** 10 gam. **D.** 20 gam.

Hướng dẫn giải

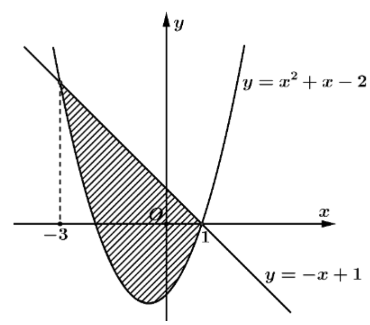
Chọn C.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $90 - 80 = 10$ gam.

Câu 8. Diện tích phần gạch sọc trong hình vẽ bằng

A. $\int_{-3}^{1} \left|-x^2 - 2x - 3\right| \mathrm{d}x$. **B.** $\int_{-3}^{1} (x^2 - 2x - 3)\mathrm{d}x$.

C. $\int_{-3}^{1} (x^2 + 2x - 3)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_{-3}^{1} (-x^2 - 2x + 3)\mathrm{d}x$.



Hướng dẫn giải

Chọn D.

Từ hình vẽ ta thấy hai đồ thị hai hàm số $y = x^2 + x - 2$ và $y = -x + 1$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ $x = -3$; $x = 1$.

Diện tích hình phẳng cần tính là $S = \int_{-3}^{1} \left[-x + 1 - (x^2 + x - 2)\right]\mathrm{d}x = \int_{-3}^{1} (-x^2 - 2x + 3)\mathrm{d}x$.

☞ Lưu ý là đường thẳng nằm phía trên parabol với mọi $x \in (-3;1)$ nên trong biểu thức dưới dấu tích phân, ta lấy hàm số của đường thẳng trừ hàm số của parabol.

Câu 9. Mỗi ngày bác Mạnh đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 0,19. **B.** 1,26. **C.** 0,13. **D.** 0,26.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Cỡ mẫu là $n = 20$. Ta bổ sung thêm hàng giá trị đại diện cho mẫu số liệu ghép nhóm:

Quãng đường	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Giá trị trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm: $\overline{x} = \dfrac{2,85\cdot 3+3,15\cdot 6+3,45\cdot 5+3,75\cdot 4+4,05\cdot 2}{20} = 3,39$.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2 = \frac{1}{20}\left(2,85^2\cdot 3+3,15^2\cdot 6+3,45^2\cdot 5+3,75^2\cdot 4+4,05^2\cdot 2\right)-3,39^2 \approx 0,13.$$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(x+1), \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số đã cho nghịch biến trên $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;2)$. **D.** Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$, $(2;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=12$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

A. $y+1=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $y+2=0$. **D.** $x+z-1=0$.

Hướng dẫn giải

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Chọn C.

Mặt cầu đã cho có tâm $I\left(1;\,-2;\,0\right)$ và bán kính $R=2\sqrt{3}$.

Mặt phẳng (*P*) song song mặt phẳng $\left(Oxz\right): y=0$ nên có dạng $\left(P\right): y+m=0\ \left(m\neq 0\right)$.

Vì (*P*) qua $I\left(1;\,-2;\,0\right)$ nên $-2+m=0\Rightarrow m=2$. Do đó phương trình (*P*): $y+2=0$.

Câu 12. Biết đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+5}{x-1}$ có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị $\left(C\right)$ cắt trục hoành tại điểm M có hoành độ x_M bằng

A. $x_M=2$. **B.** $x_M=1-\sqrt{2}$. **C.** $x_M=1$. **D.** $x_M=1+\sqrt{2}$.

Nhận xét: *Nếu đồ thị hàm phân thức hữu tỉ dạng* $y=\dfrac{u(x)}{v(x)}$ *(bậc hai chia bậc một) có hai điểm cực trị thì đường thẳng đi qua hai điểm cực trị đó là* $y=\dfrac{u'(x)}{v'(x)}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tập xác định hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

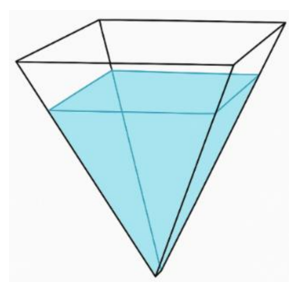
Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x-1}{\left(x-1\right)^2}$; $y'=0\Rightarrow x^2-2x-1=0\Rightarrow x=1\pm\sqrt{2}$ (Hàm số có hai điểm cực trị).

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (*C*) là *d*: $y=\dfrac{u'(x)}{v'(x)}=\dfrac{2x-4}{1}$ hay $y=2x-4$.

Gọi $M\left(x_M\,;0\right)\in Ox$; vì $M\left(x_M\,;0\right)\in d\Rightarrow 0=2x_M-4\Rightarrow x_M=2$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Một cái bể nước có dạng khối chóp tứ giác đều ngược với cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}$ *dm* và chiều cao bằng 6 *dm* (tham khảo hình vẽ bên – các kích thước được nêu ra là phần bên trong hình). Nước được bơm vào bể với tốc độ không đổi là 2 *lít/phút* và ban đầu bể không chứa nước (các kết quả bên dưới được làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy).



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Bể nước được bơm đầy sau 18 *phút*.	☐	☐
b) Tốc độ dâng lên của nước là 0,23 *dm/phút* khi thể tích nước trong bể bằng $\dfrac{1}{3}$ thể tích của bể.	☐	☐
c) Khi mực nước cách miệng bể 0,5 *dm*, người ta ngừng bơm và bắt đầu xả ra với ước lượng tốc độ giảm chiều cao của mực nước trong bể theo thời	☐	☐

gian t (*phút*) được mô hình hóa bởi hàm số: $h'(t)=\frac{1}{350}t-\frac{193}{700}$ (*dm/phút*). Sau 5 phút, thể tích nước trong bể là 11,97 *dm*³.		
d) Cùng với dữ kiện của c) thì sau 23,59 *phút* nước trong bể vừa được xả hết.	☐	☐

....

....

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề đúng.

Thể tích chậu nước hình chóp tứ giác đều là $V_{chậu}=\frac{1}{3}\cdot\left(3\sqrt{2}\right)^2\cdot 6=36\ dm^3=36\ lít$.

Thời gian bơm nước đầy bể là $\frac{36}{2}=18\ phút$.

b) Mệnh đề đúng.

Gọi $V(t)$, $h(t)$ lần lượt là thể tích và chiều cao của nước sau t phút.

Ta có $\frac{V(t)}{V_{chậu}}=\left(\frac{h(t)}{6}\right)^3\Rightarrow V(t)=\left(\frac{h(t)}{6}\right)^3\cdot 36$ hay $\boxed{V(t)=\frac{\left(h(t)\right)^3}{6}}$ (*).

Đạo hàm hai vế của (*) theo biến t ta được: $\boxed{\frac{\mathrm{d}V(t)}{dt}=\frac{\left(h(t)\right)^2}{2}\cdot\frac{\mathrm{d}h(t)}{dt}}$ (**).

Thời điểm thể tích nước bằng $\frac{1}{3}$ thể tích chậu thì: $\left(\frac{h(t)}{6}\right)^3=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{h(t)}{6}=\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\Rightarrow h(t)=6\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\approx 4{,}16\ dm$.

Thay $\frac{dV(t)}{dt}=2$ lít/phút $=2\ dm/phút$; $h(t)\approx 4{,}16\ dm$ vào (**), thì: $\frac{dh(t)}{dt}\approx\boxed{0{,}23}\ dm/phút$.

c) Mệnh đề đúng.

Mực nước cách miệng bể 0,5 *dm* nên chiều cao ban đầu bằng $5{,}5\ dm$.

Chiều cao của nước trong chậu sau 5 phút là $h(5)=5{,}5+\int_0^5\left(\frac{1}{350}t-\frac{193}{700}\right)\mathrm{d}t=\frac{291}{70}\approx 4{,}16\ dm$.

Thể tích nước còn lại trong bể là $V(5)=\left(\frac{h(5)}{6}\right)^3\cdot 36\approx 11{,}97\ dm^3$.

d) Mệnh đề sai.

Thời gian để mực nước trong chậu đang là 5,5 *dm* trở về 0 *dm* thỏa mãn phương trình

$$5{,}5+\int_0^t\left(\frac{1}{350}t-\frac{193}{700}\right)\mathrm{d}t=0\Rightarrow t\approx 22{,}59\ \text{phút}.$$

Với khoảng thời gian 22, 59 phút thì nước trong bể vừa được xả hết.

Câu 14. Một con sư tử đang đuổi theo một con ngựa vằn và chúng cùng chạy trên một đường thẳng. Ngựa vằn đã nhận ra sư tử khi sư tử cách nó khoảng 40 *m*. Từ thời điểm này, sư tử đuổi theo ngựa vằn với tốc độ $v_1(t)=15e^{-0,1t}\ m/s$ và ngựa vằn bỏ chạy với tốc độ $v_2(t)=20-20e^{-0,1t}\ m/s$ (t được tính bằng giây với $0\le t\le 60$).

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Tại thời điểm ban đầu $t=0$ giây, vận tốc của con ngựa vằn là 20 *m/s*.	☐	☐
b) Tốc độ của sư tử giảm dần theo thời gian, trong khi tốc độ của ngựa vằn tăng dần theo thời gian.	☐	☐
c) Sư tử ở gần ngựa vằn nhất khi $v_1'(t)=v_2'(t)$ và khoảng cách ngắn nhất giữa chúng là 1,72 mét (làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị mét).	☐	☐
d) Sư tử sẽ không bắt được ngựa vằn và khoảng cách ngắn nhất giữa chúng là 1,92 mét (làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị mét).	☐	☐

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề sai.

Vận tốc ban đầu của con ngựa vằn là $v_2(0)=20-20e^0=0$ *m/s*.

b) Mệnh đề đúng.

Ta có: $v_1'(t)=-0,1\cdot 15e^{-0,1t}<0,\ \forall t\in[0;60]$. Suy ra tốc độ sư tử giảm dần theo thời gian.

Ta có: $v_2'(t)=-0,1\cdot(-20)e^{-0,1t}=2e^{-0,1t}>0,\ \forall t\in[0;60]$. Suy ra tốc độ của ngựa vằn tăng dần theo thời gian.

c) Mệnh đề sai.

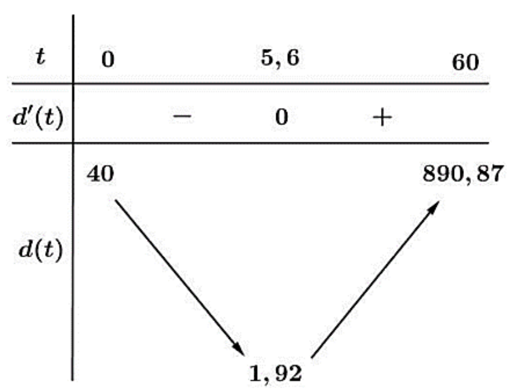
Khoảng cách giữa sư tử và ngựa vằn là $d(t)=40+\int_0^t\left[v_2(t)-v_1(t)\right]\mathrm{d}t$.

Ta có $d'(t)=v_2(t)-v_1(t)$; $d'(t)=0\Rightarrow v_2(t)=v_1(t)$.

Giải phương trình này, ta có: $20-20e^{-0,1t}=15e^{-0,1t}\Leftrightarrow 20=35e^{-0,1t}\Leftrightarrow \frac{20}{35}=e^{-0,1t}$

$\Leftrightarrow \ln\frac{20}{35}=-0,1t\Leftrightarrow t=\frac{\ln\frac{20}{35}}{-0,1}\approx 5,6\ (s)$.

Bảng biến thiên:

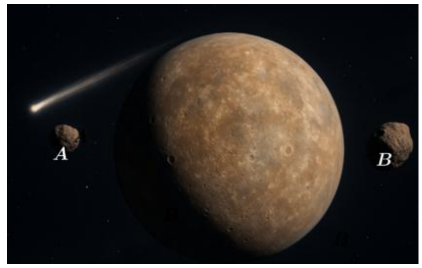


Vậy sư tử ở gần ngựa vằn nhất khi $v_1(t)=v_2(t)$, và khoảng cách ngắn nhất giữa chúng là 1,92 mét.

d) **Mệnh đề đúng.**

Từ bảng biến thiên, ta thấy khoảng cách ngắn nhất giữa hai con vật là 1,92 mét; kể từ thời điểm gần nhất đó, sư tử dần bị bỏ lại phía sau và sư tử không thể bắt được ngựa vằn.

Câu 15. Sao Thủy gần như **không có khí quyển thật sự** như Trái Đất hay sao Kim. Tuy nhiên, nó có một lớp khí rất mỏng gọi là **exosphere** – tức là **thượng quyển loãng**, gồm các hạt khí cực kỳ thưa thớt như hydro, heli, oxy, natri...Trong không gian *Oxyz*, **đơn vị trên mỗi trục là nghìn *km***, vùng thượng quyển loãng của sao Thủy được mô hình hóa bởi phương trình mặt cầu $x^2+y^2+z^2-2x-4y-4=0$. Các nhà khoa học không gian đang quan sát các tiểu hành tinh ở các vị trí có tọa độ $A(4;\,2;\,4)$, $B(1;\,4;\,2)$ và xem xét sự di chuyển của chúng. Nếu tiểu hành tinh nằm trong vùng thượng quyển loãng thì nó sẽ bị hút xuống bề mặt sao Thủy.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Vùng thượng quyển loãng sao Thủy có tâm $(1;\,2;\,0)$, bán kính bằng 3.	☐	☐
b) Hai tiểu hành tinh ở các vị trí *A*, *B* sẽ bị hút xuống bề mặt sao Thủy.	☐	☐
c) Các nhà quan sát cho rằng có một sao chổi mang tên Haxen di chuyển theo quỹ đạo đường thẳng với vận tốc 51,5 *km/s*; khoảng cách ngắn nhất từ tâm sao Thủy đến sao chổi bằng $\dfrac{\sqrt{871}}{10}$ nghìn *km*. Thời gian sao chổi đi trong vùng thượng quyển loãng của sao Thủy bằng 20 giây (làm tròn đến hàng đơn vị của giây).	☐	☐
d) Sao chổi Haxen di chuyển theo phương vecto $\vec{u}=(0;\,5;\,2)$. Giả sử *M*, *N* là điểm đầu và điểm cuối mà sao chổi này đi qua thuộc vùng thượng quyển loãng của sao Thủy. Giá trị nhỏ nhất của tổng $AM+BN$ bằng 3970 *km* (làm tròn đến hàng đơn vị của *km*).	☐	☐

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề đúng.

Vùng thượng quyển loãng sao Thủy có tâm $I(1;\,2;\,0)$, bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+0^2+4}=3$.

b) Mệnh đề sai.

Ta có $IA=\sqrt{(4-1)^2+(2-2)^2+(4-0)^2}=5;\ IB=\sqrt{(1-1)^2+(4-2)^2+(2-0)^2}=2\sqrt{2}$.

Vì $IA>R;\ IB<R$ nên tiểu hành tinh *A* nằm ngoài vùng thượng quyển loãng, còn tiểu hành tinh *B* thì nằm tròn vùng thượng quyển loãng của sao Thủy và nó sẽ bị hút xuống bề mặt sao Thủy.

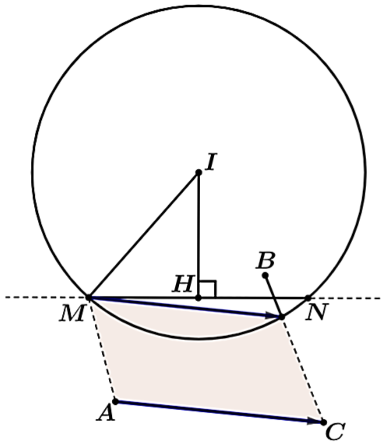
c) Mệnh đề sai.

Gọi *d* là quỹ đạo đường thẳng của sao chổi và *H* là hình chiếu vuông góc của tâm *I* trên *d*.
Gọi *M*, *N* là điểm đầu và điểm cuối của sao chổi trong vùng thượng quyển loãng của sao Thủy.

Ta có $IH=\dfrac{\sqrt{871}}{10}$; suy ra $MN=2MH=2\sqrt{R^2-IH^2}=2\sqrt{9-\dfrac{871}{100}}=\dfrac{\sqrt{29}}{5}$ (nghìn *km*).

Thời gian sao chổi di chuyển trong vùng thượng quyển loãng: $\dfrac{\sqrt{29}}{5}\times 1000:51,5\approx\boxed{21}$ (giây).

d) Mệnh đề đúng.



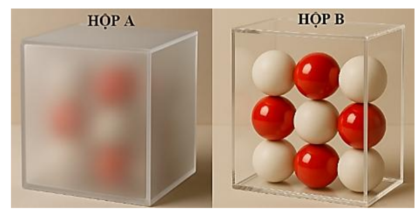
Đặt $\overrightarrow{MN}=(0;\,5k;\,2k)$; ta có $MN^2=25k^2+4k^2=\frac{29}{25}\Rightarrow k=\frac{1}{5}$; suy ra $\overrightarrow{MN}=\left(0;\,1;\,\frac{2}{5}\right)$.

Chọn C sao cho $AMNC$ là hình bình hành; suy ra $C\left(4;\,3;\,\frac{22}{5}\right)$.

Khi đó $AM=CN$ và $AM+BN=CN+BN\geq BC=\frac{\sqrt{394}}{5}\approx 3{,}97$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $AM+BN$ là khoảng $\boxed{3970}$ *km*.

Câu 16. Có hai hộp bóng A và B chỉ đựng các quả bóng đỏ và trắng, trong đó hộp B đựng 4 quả bóng đỏ và 5 quả bóng trắng; tổng số bóng hai hộp không qua 20. Xét hai phép thử ngẫu nhiên sau:



Phép thử thứ nhất: Lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp *A* bỏ vào hộp *B* rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp B. Bằng thực nghiệm người ta biết được rằng khả năng lấy được quả bóng đỏ từ hộp thứ hai bằng $\frac{33}{70}$.

Phép thử thứ hai: Lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng từ hộp A bỏ vào hộp B. Sau đó tiếp tục lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng từ hộp B.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	**Đúng**	**Sai**
a) Trong phép thử thứ nhất, nếu lấy được quả bóng đỏ từ hộp A bỏ sang hộp B thì xác suất lấy được quả bóng trắng từ hộp B bằng 0,4.	☐	☐
b) Hộp thứ nhất đựng 4 quả bóng đỏ và 3 quả bóng trắng.	☐	☐
c) Xác suất để lấy được 2 quả bóng đỏ từ hộp B bằng $\frac{166}{1155}$.	☐	☐
d) Nếu biết rằng hai quả bóng lấy được từ hộp B cùng có màu đỏ, xác suất để có ít nhất 1 quả là từ hộp A chuyển sang bằng $\frac{67}{128}$.	☐	☐

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề sai.

Trong phép thử thứ nhất, nếu lấy được quả bóng đỏ từ hộp A bỏ sang hộp B thì khi đó hộp B có 5 quả bóng đỏ, 5 quả bóng trắng. Do đó xác suất lấy được quả bóng trắng từ hộp B bằng 0,5.

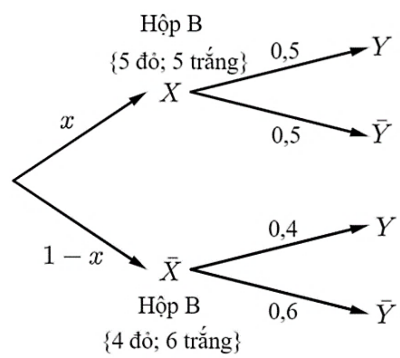
b) Mệnh đề sai.

Trong phép thử thứ nhất, gọi các biến cố X: "Lấy được quả bóng đỏ từ hộp A" và *Y*: "Lấy được quả bóng đỏ từ hộp thứ hai". Đặt $P(X)=x\in(0;1)$; suy ra $P(\overline{X})=1-x$.

Ta có sơ đồ hình cây sau đây:

Theo giả thiết ta có $P(Y)=0{,}5x+0{,}6(1-x)=\frac{33}{70}\Rightarrow \boxed{x=\frac{5}{7}}$.

Vì tổng số bóng hai hộp bóng không quá 20 mà hộp B có 9 quả bóng nên hộp A có không quá 11 quả bóng, mà xác suất để lấy được quả bóng đỏ bằng $\frac{5}{7}$ nên hộp A có 5 quả bóng đỏ và 2 quả bóng trắng.



c) Mệnh đề sai.

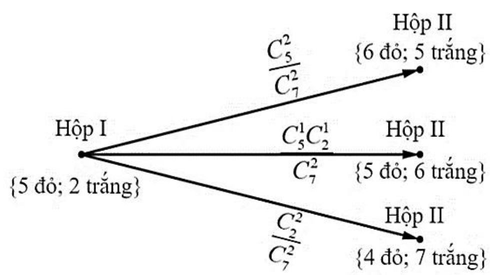
Trong phép thử thứ hai, ta gọi 2Đ là biến cố “Lấy đúng 2 quả bóng đỏ từ hộp B”.

Với thông tin có được, ta có sơ đồ hình cây cho phép thử ngẫu nhiên thứ hai:

Từ đó suy ra $P(2Đ)=\frac{C_5^2}{C_7^2}\cdot\frac{C_6^2}{C_{11}^2}+\frac{C_5^1C_2^1}{C_7^2}\cdot\frac{C_5^2}{C_{11}^2}+\frac{C_2^2}{C_7^2}\cdot\frac{C_4^2}{C_{11}^2}=\boxed{\frac{256}{1155}}$.

d) Mệnh đề sai.

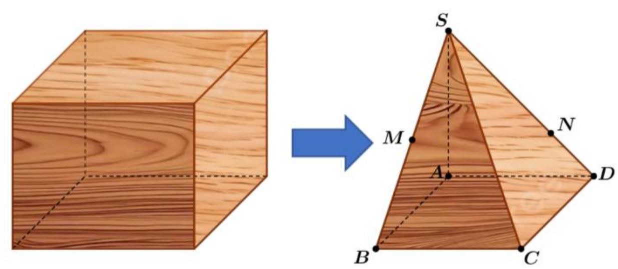
Gọi X là biến cố lấy được ít nhất 1 quả là từ hộp A chuyển sang, ta có:



$$P(X\,|\,2Đ)=\frac{\frac{C_5^2}{C_7^2}\cdot\left(\frac{2\cdot 4}{C_{11}^2}+\frac{1}{C_{11}^2}\right)+\frac{5\cdot 2}{C_7^2}\cdot\frac{1\cdot 4}{C_{11}^2}}{P(2Đ)}=\boxed{\frac{65}{128}}.$$

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 17. Từ một khối gỗ hình lập phương có cạnh bằng 5 *dm*, người thợ mộc chỉ cần đến hai lát cắt là có thể tạo ra một khối gỗ có dạng hình chóp *S.ABCD* với đáy *ABCD* là hình vuông và $SA=AB=5\ dm$. Người thợ cần tạo ra một vật để trang trí theo yêu cầu của khách hàng, anh đã chọn *M* là trung điểm *SB*, *N* thuộc cạnh *SD* sao cho $SN=2ND$; sau đó anh ta tiếp tục thực hiện các lát cắt để có được vật thể hình tứ diện *ACMN*, thể tích vật thể sau cùng mà người thợ mộc làm ra là bao nhiêu dm^3 (làm tròn đến hàng phần chục)?

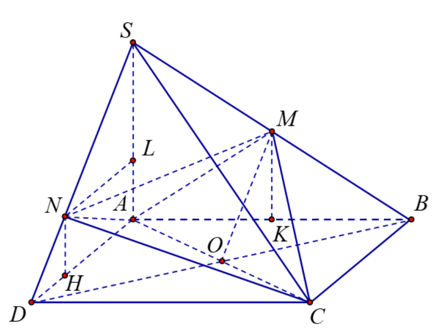


Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 10,4

Hướng dẫn giải

Gọi O là giao điểm của AC và BD trong mặt phẳng đáy.



Ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{5^3}{3}=\frac{125}{3}$.

Vì OM là đường trung bình tam giác SBD nên $OM//SD$ $\Rightarrow SD//(AMC)$.

Do đó $d(N,(AMC))=d(D,(AMC))=d(B,(AMC))$.

Suy ra: $V_{ACMN}=V_{N.MAC}=V_{D.MAC}=V_{B.MAC}=V_{M.ABC}$.

Ta lại có $\dfrac{V_{M.ABC}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{d\left(M,\left(ABCD\right)\right)\cdot S_{ABC}}{d\left(S,\left(ABCD\right)\right)\cdot S_{ABCD}}=\dfrac{\frac{1}{2}d\left(S,\left(ABCD\right)\right)\cdot\frac{1}{2}\cdot S_{ABCD}}{d\left(S,\left(ABCD\right)\right)\cdot S_{ABCD}}=\dfrac{1}{4}$

$\Rightarrow V_{M.ABC}=\dfrac{1}{4}V_{S.ABC}=\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{125}{3}=\dfrac{125}{12}\approx 10,4\ dm^3$.

Câu 18. Jack có một chiếc điện thoại thông minh đã được sạc đầy pin. Nếu Jack không sử dụng điện thoại một phút nào thì máy sẽ hết pin sau 96 tiếng; còn nếu anh ấy sử dụng điện thoại liên tục thì máy sẽ hết pin sau 8 tiếng. Biết Jack đã không sử dụng chiếc smartphone trong suốt 36 tiếng, sau đó lại dùng nó 90 phút liên tục. Hỏi Jack còn dùng điện thoại được bao nhiêu phút nữa trước khi máy hết pin?

Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 210

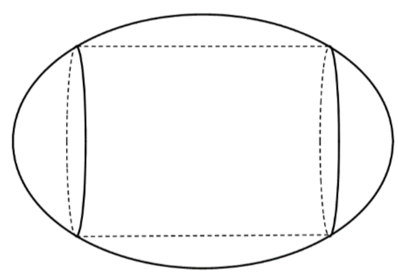
Hướng dẫn giải

Ta chuẩn hóa tổng thời lượng pin điện thoại ban đầu là 1.

- Nếu Jack **không sử dụng điện thoại** thì sau 96 tiếng smartphone mới hết pin. Suy ra **sau mỗi tiếng không sử dụng**, thời lượng pin sẽ giảm đi $\dfrac{1}{96}$.
- Nếu Jack **dùng điện thoại liên tục** thì sau 8 tiếng, smartphone sẽ hết pin. Suy ra **sau mỗi tiếng sử dụng**, thời lượng pin sẽ giảm đi $\dfrac{1}{8}$.
- Sau khi Jack **không sử dụng điện thoại** trong suốt 36 tiếng, thời lượng pin giảm $36\times\dfrac{1}{96}=\dfrac{3}{8}$. Thời lượng pin còn lại là: $1-\dfrac{3}{8}=\dfrac{5}{8}$.
- Sau khi Jack **sử dụng điện thoại liên tục** trong 90 phút, tức $\dfrac{3}{2}$ tiếng, thời lượng pin tiếp tục giảm đi: $\dfrac{3}{2}\times\dfrac{1}{8}=\dfrac{3}{16}$. Thời lượng pin còn lại là: $\dfrac{5}{8}-\dfrac{3}{16}=\dfrac{7}{16}$.

Vậy trước khi điện thoại hết pin, Jack còn có thể sử dụng: $\dfrac{7}{16}\div\dfrac{1}{8}=3,5$ giờ = 210 phút.

Câu 19. Một quả trứng khủng long đồ chơi bằng nhựa có thiết diện qua trục lớn là một đường elip. Biết độ dài mỗi trục là 12 *cm* và 8 *cm*.
Bên trong quả trứng người ta cần thiết kế một chiếc hộp hình trụ để đựng các đồ chơi trẻ con như bóng đèn xanh đỏ, kẹo v.v...
Hỏi khối trụ như thế có thể tích tối đa bao nhiêu cm^3 (làm tròn đến hàng đơn vị).



Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 232

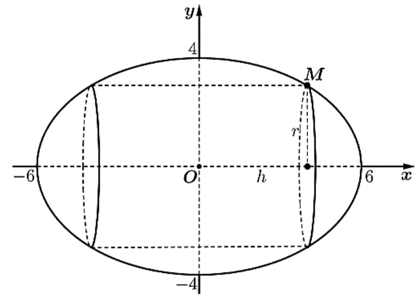
Hướng dẫn giải

Gắn elip lên hệ trục tọa độ *Oxy* như hình vẽ, elip có $2a=12\Rightarrow a=6$; $2b=8\Rightarrow b=4$.

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Phương trình chính tắc elip (E): $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Đặt chiều cao và bán kính đáy hình trụ nội tiếp elip là h, r thì điểm tiếp xúc $M\left(\dfrac{h}{2};r\right)$ với $0<h<12;\ 0<r<4$.



Điểm M thuộc (E): $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{16}=1\Rightarrow\dfrac{\left(\dfrac{h}{2}\right)^2}{36}+\dfrac{r^2}{16}=1$

$\Rightarrow\dfrac{h^2}{144}+\dfrac{r^2}{16}=1\Rightarrow\boxed{r^2=16\left(1-\dfrac{h^2}{144}\right)}$.

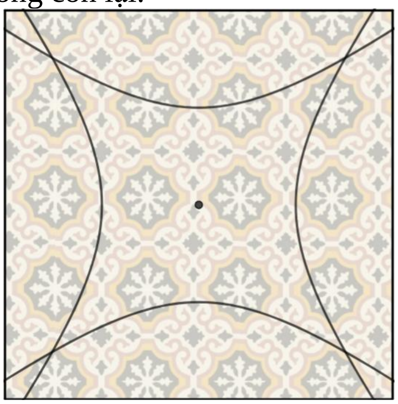
Thể tích khối trụ là $V=\pi r^2h=\pi 16\left(1-\dfrac{h^2}{144}\right)\cdot h=\pi\left(16h-\dfrac{h^3}{9}\right)$ hay $\boxed{V=\pi\left(16h-\dfrac{h^3}{9}\right)}$.

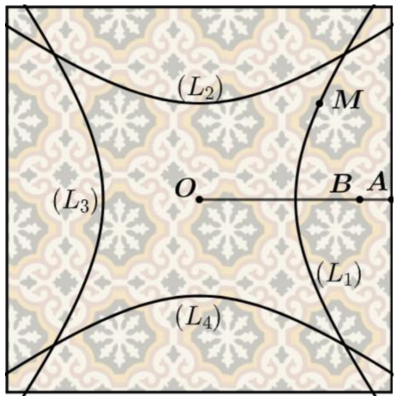
Ta có $V'=\pi\left(16-\dfrac{h^2}{3}\right)$; $V'=0\Rightarrow 16-\dfrac{h^2}{3}=0\Rightarrow h^2=48\Rightarrow h=4\sqrt{3}\in(0;12)$.

Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là $V_{\max}=V\left(4\sqrt{3}\right)=\pi\left(16\cdot4\sqrt{3}-\dfrac{\left(4\sqrt{3}\right)^3}{9}\right)\approx\boxed{232}\ cm^3$.

Câu 20. Một nhóm học sinh lớp 12 đã lên bản thiết kế mẫu hoa văn cho một loại gạch men lát nền nhà. Các em đã vẽ 4 đường cong như hình, từ đó tạo thành một hình (H) khép kín ở giữa viên gạch để tạo điểm nhấn. Cụ thể cách dựng hình được thực hiện như sau:

- Dựng hệ trục Oxy với điểm O là tâm của viên gạch, tia Ox hướng sang phải và tia Oy hướng lên trên, đơn vị trên mỗi trục là 5 *cm*.
- Các em lấy O là tâm viên gạch và A là trung điểm một cạnh viên gạch, xác định được điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{OB}=\dfrac{5}{6}\overrightarrow{OA}$.
- Dựng đường thẳng $\Delta:5x-9=0$. Đường cong (L_1) là tập hợp các điểm M thỏa mãn $3MB=5d(M,\Delta)$.
- Lấy đối xứng đường cong (L_1) qua tâm O và qua các đường chéo của viên gạch thì được các đường cong còn lại.





Biết viên gạch là hình vuông có kích thước $60\ cm$; hỏi diện tích hình (H) là bao nhiêu centimét vuông (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Trả lời: ☐☐☐☐

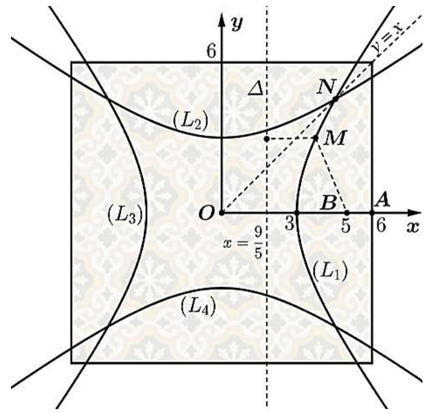
Đáp số: 1168

Hướng dẫn giải

Ta chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với mỗi đơn vị trên trục bằng 5 *cm*.

Đường cong (L_1) là tập hợp điểm M thỏa $3MB = 5d(M, \Delta)$ hay $\dfrac{MB}{d(M, \Delta)} = \dfrac{5}{3}$ (1).

Phương trình $\Delta : x = \dfrac{9}{5}$ (2).



Từ (1) và (2) ta thấy M thuộc một nhánh của hyperbol (L_1): $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$; trong đó điểm $B(5;\ 0)$ là một trong hai tiêu điểm của (L_1) nên $c = 5$.

Đường chuẩn $x = \dfrac{a}{e} = \dfrac{a^2}{c} = \dfrac{9}{5} \Rightarrow a = 3$ (thử lại ta thấy $\dfrac{MB}{d(M, \Delta)} = \dfrac{5}{3} = e$ (hợp lí)).

Do $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2} = 4$. Phương trình (L_1): $\boxed{\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{16} = 1}$ $(x > 3)$.

Xét giao điểm của (L_1) với đương thẳng $y = x$, ta có $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{x^2}{16} = 1$ $(x > 3) \Rightarrow x = \dfrac{12\sqrt{7}}{7} \approx 4{,}54$.

Từ phương trình $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow \dfrac{y^2}{16} = \dfrac{x^2}{9} - 1 \Rightarrow \boxed{y = 4\sqrt{\dfrac{x^2}{9} - 1}}$ $(x > 3)$.

Diện tích cần tính là $S = 8\left(\displaystyle\int_0^3 x\,dx + \int_3^{\frac{12\sqrt{7}}{7}} \left(x - 4\sqrt{\dfrac{x^2}{9} - 1}\right) dx\right) \times 25 \approx \boxed{1168}\ cm^2$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-8; -1; 6)$, $B(1; 2; 3)$, $C\left(-4; 14; \sqrt{11}\right)$. Điểm M di động trên mặt cầu $(S_1): (x-4)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 49$ sao cho tam giác MAB có $2\sin MAB = \sin MBA$. Tính giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng CM^2 (làm tròn đến hàng đơn vị).

Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 64

Hướng dẫn giải

Xét ΔMAB, ta có: $\dfrac{BM}{\sin MAB} = \dfrac{AM}{\sin MBA} = 2R \Rightarrow \sin MAB = \dfrac{BM}{2R}$; $\sin MBA = \dfrac{AM}{2R}$.

Theo giả thiết: $2\sin MAB=\sin MBA\Rightarrow 2\cdot\dfrac{BM}{2R}=\dfrac{AM}{2R}\Rightarrow\boxed{AM=2BM}$.

Gọi $M(x;\ y;\ z)$ thì ta có: $AM^2=4BM^2$

$\Leftrightarrow(x+8)^2+(y+1)^2+(z-6)^2=4\left[(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2\right]$

$\Leftrightarrow 3x^2+3y^2+3z^2-24x-18y-12z-45=0\Leftrightarrow\boxed{x^2+y^2+z^2-8x-6y-4z-15=0}$.

Do đó M di động trên mặt cầu (S_2) có tâm $I_2(4;\ 3;\ 2)$, bán kính $R_2=2\sqrt{11}$.

Mặt khác ta cũng có $M\in(S_1)$ có tâm $I_1(4;\ 3;\ -3)$, bán kính $R_1=7$.

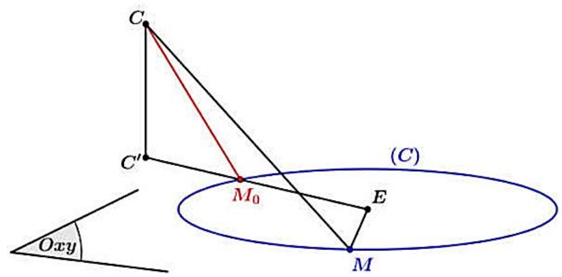
Ta có $I_1I_2=5<R_1+R_2$ nên M thuộc đường tròn $(C)=(S_1)\cap(S_2)$.

Tập hợp điểm M thuộc (C) thỏa hệ phương trình

$\begin{cases}(x-4)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=49\\x^2+y^2+z^2-8x-6y-4z-15=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2-8x-6y+6z-15=0\\x^2+y^2+z^2-8x-6y-4z-15=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}z=0\ (Oxy)\\x^2+y^2+z^2-8x-6y-4z-15=0\end{cases}$.



Vậy (C) thuộc mặt phẳng (Oxy); hình chiếu của $I_1(4;\ 3;\ -3)$ trên (Oxy) là điểm $E(4;\ 3;\ 0)$ cũng là tâm của đường tròn (C); bán kính (C) là $r=\sqrt{R_1^2-I_1E^2}=\sqrt{7^2-9}=2\sqrt{10}$.

Gọi $C'(-4;\ 14;\ 0)$ là hình chiếu của C lên mặt phẳng (Oxy), ta có $EC'=\sqrt{185}>r$ nên C' nằm ngoài đường tròn $(E;\ r)$.

Ta có: $CM^2\ge CM_0^2=CC'^2+C'M_0^2=CC'^2+(EC'-r)^2=11+\left(\sqrt{185}-2\sqrt{10}\right)^2\approx 64$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của CM^2 xấp xỉ 64.

Câu 22. Vào một hội thi thiết kế đèn lồng Trung thu, ban tổ chức nhận được một chiếc đèn lồng đặc biệt có hình một tứ diện đều. Trên mỗi cạnh tứ diện thí sinh thiết kế 3 bóng đèn nằm ở 3 vị trí chia cạnh tứ diện thành 4 đoạn bằng nhau. Cứ mỗi phút trôi qua, sẽ có ngẫu nhiên 3 bóng đèn phát sáng, các bóng còn lại thì tắt. Tính xác suất để ngay phút đầu tiên được ban giám khảo chấm điểm, có 3 bóng đèn phát sáng ứng với 3 điểm tạo nên mặt phẳng song song với đúng một cạnh của tứ diện, biết rằng 3 bóng đèn không hoàn toàn thuộc về một cạnh tứ diện. (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: | | | | |

Đáp số: 0,27

Hướng dẫn giải

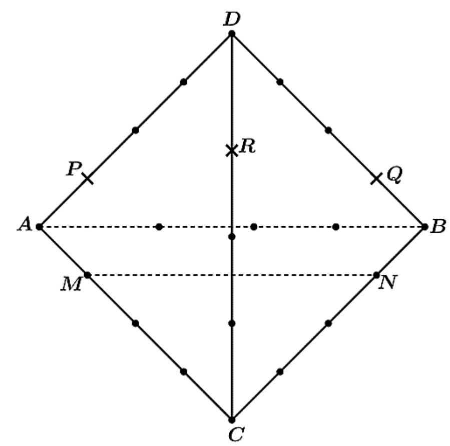
Tổng số cách chọn ra 3 trong 18 điểm là $C_{18}^3 = 816$. Tuy nhiên, sẽ có các trường hợp ba điểm thẳng hàng, đó là khi ta lấy ba điểm thuộc cùng một cạnh, tổng số cách là $6 \times C_3^3 = 6$. Do đó $n(\Omega) = 816 - 6 = 810$.

Xét các mặt phẳng qua 3 điểm (3 bóng đèn) và song song với đoạn *AB*.

Trường hợp 1: Chọn 1 cặp điểm thuộc mặt phẳng (*ABC*) và 1 điểm không thuộc (*ABC*).

- **Bước 1:** Có 3 cách chọn 1 cặp điểm thuộc (*ABC*).
- **Bước 2:** Với mỗi cách chọn trong **bước 1** thì lẽ ra sẽ có 9 cách chọn 1 điểm không thuộc mặt phẳng (*ABC*); tuy nhiên vì **điều kiện mặt phẳng qua 3 điểm chỉ song song đúng 1 cạnh tứ diện** (ở đây là *AB*) nên ta loại 3 điểm trong số 9 điểm không thuộc (*ABC*) (**ví dụ** khi chọn cặp điểm *M*, *N* thuộc (*ABC*) thì ta loại *P*, *Q*, *R* thuộc *AD*, *BD*, *CD*).

  Do vậy ta có $\boxed{3 \times 6 = 18}$ cách chọn bộ ba điểm trong trường hợp này.



Trường hợp 2: Chọn 1 cặp điểm thuộc mặt phẳng (*ABD*) và 1 điểm không thuộc (*ABD*). Ta cũng có $\boxed{3 \times 6 = 18}$ cách chọn bộ ba điểm thỏa mãn.

Vì tính chất bình đẳng của 6 cạnh trong tứ diện đều, ta có tất cả $6(18+18) = 216$ bộ ba điểm thỏa mãn. Vì vậy xác suất cần tính là $P = \dfrac{216}{810} = \dfrac{4}{15} \approx \boxed{0,27}$.

__________________HẾT__________________

ĐỀ SỐ 03 — ĐỀ THI THỬ KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA 2025

Môn: Toán; khối: 12

Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x$ là

A. $\dfrac{2^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** $\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$. **C.** $\dfrac{2^x}{x}+C$. **D.** $x.2^{x-1}+C$.

Câu 2. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -3.

Câu 3. Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_2=2;\ u_5=11$. Công sai d của cấp số cộng là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 4. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x+1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;+\infty\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)$. **D.** $\left(-\infty;1\right)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M\left(1;-1;3\right)$ và song song với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=3-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=3+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=-1+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1+t\\z=3-t\end{cases}$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(9-x^2\right)<0$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=\left(1;-4;0\right)$ và $\vec{v}=\left(-1;-2;1\right)$. Vectơ $\vec{u}+3\vec{v}$ có tọa độ là

A. $\left(-2;-10;3\right)$. **B.** $\left(-2;-6;3\right)$. **C.** $\left(-4;-8;4\right)$. **D.** $\left(-2;-10;-3\right)$.

Câu 8. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ có tọa độ là

A. $(3;-2)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(2;3)$.

Câu 9. Cho mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng sau. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. $19,15$.
B. $21,32$.
C. $20,07$.
D. $22,23$.

Nhóm	**Tần số**
$[20;30)$	3
$[30;40)$	7
$[40;50)$	6
$[50;60)$	4
$[60;70)$	5
	$n=25$

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=x^2+\sin x+1$. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(0)=1$. Khi đó $F(x)$ bằng

A. $F(x)=x^3-\cos x+x+2$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\cos x+x+2$.

C. $F(x)=\dfrac{x^3}{3}+\cos x+x$. **D.** $F(x)=\dfrac{x^3}{3}+\cos x+2$.

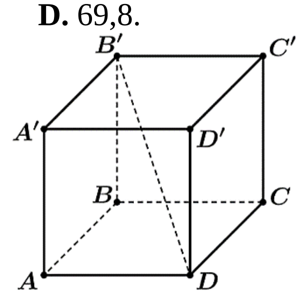
Câu 11. Người ta thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 25. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 69,8.

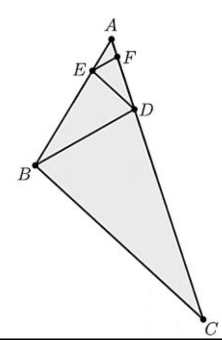
Câu 12. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình vẽ). Phát biểu nào sau đây là đúng?



A. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AD}$.
B. $\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.
C. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.
D. $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Xét tam giác ABC có $AC=2AB$ và $BC=10\,cm$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD=\dfrac{1}{4}AC$, trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $AE=\dfrac{1}{4}AB$, trên cạnh AD lấy điểm F sao cho $AF=\dfrac{1}{4}AD$ và tiếp tục lấy các điểm G, H, I, J... (vô hạn lần) theo quy luật đó.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	**Đúng**	**Sai**
a) $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{AD}{AB}$.	☐	☐

b) Tam giác ABD đồng dạng với tam giác ABC.	☐	☐
c) $BD = 5cm$; $DE = 3cm$.	☐	☐
d) Độ dài đường gấp khúc $CBDEFGH$... bằng $20cm$.	☐	☐

....

....

....

....

Câu 14. Xét một hệ trục tọa độ $Oxyz$ được cho sẵn, đơn vị trên mỗi trục là dm, mặt ngoài của một quả bóng được mô hình hóa bởi phương trình mặt cầu $(x-2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=6$, quả bóng nằm yên trên sàn nhà. Người ta nhìn thấy một tấm ván ngã xuống đè lên quả bóng, phần giao của tấm ván và sàn nhà là đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{1}$. Gọi A, B lần lượt là hai tiếp điểm của tấm ván, sàn nhà với quả bóng và I là tâm quả bóng.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	**Đúng**	**Sai**
a) Quả bóng có tâm $I(2;-1;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{6}$.	☐	☐
b) Khoảng cách từ tâm quả bóng đến đường thẳng d bằng $2\sqrt{6}$.	☐	☐
c) Nếu $\cos AIB$ bằng $\dfrac{a}{b}$ (phân số tối giản) thì giá trị $a^2+b^2=82$.	☐	☐
d) Một con kiến bò từ vị trí A đến vị trí B trên quả bóng với tốc độ 2 cm/s; thời gian ngắn nhất cho chuyến đi này là 21 giây (làm tròn đến hàng đơn vị).	☐	☐

....

....

....

....

Câu 15. Thám tử lừng danh Sherlock Holmes đang điều tra một vụ án được thực hiện độc lập bởi một trong hai nghi phạm là McFarlane và Oldacre. Ban đầu thám tử đã có bằng chứng ngang nhau chống lại cả hai người. Trong quá trình điều tra thêm tại hiện trường vụ án, Sherlock Holmes phát hiện rằng thủ phạm có nhóm máu mà chỉ 10% dân số có; và Oldacre có nhóm máu này, còn nhóm máu của McFarlane thì chưa biết.

Gọi A là biến cố: "McFarlane là thủ phạm"; B là biến cố: "Oldacre là thủ phạm"; C là biến cố: "Nhóm máu của nghi phạm trùng với nhóm máu thủ phạm thực sự".

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	**Đúng**	**Sai**
a) Trong quá trình điều tra, nếu Sherlock Holmes biết chắc chắn McFarlane không là thủ phạm, khi đó xác suất để Oldacre là thủ phạm bằng $0,98$.	☐	☐
b) $P(C\mid A)=0,1$; $P(C\mid B)=0,5$.	☐	☐
c) Dựa trên thông tin về nhóm máu, xác suất để Oldacre là thủ phạm bằng $\frac{9}{11}$.	☐	☐
d) Dựa trên thông tin về nhóm máu, xác suất để McFarlane cũng có nhóm máu trùng với nhóm máu thủ phạm bằng $\frac{2}{11}$.	☐	☐

....

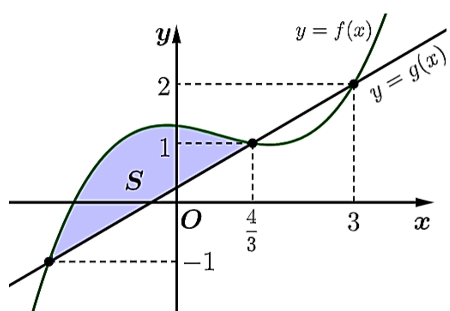
....

....

....

Câu 16. Cho $y=f(x)$, $y=g(x)$ lần lượt là các hàm đa thức bậc ba và bậc nhất có đồ thị như hình vẽ.

Biết diện tích hình S (được tô màu) bằng $\frac{250}{81}$.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	**Đúng**	**Sai**
a) Hàm số $g(x)=\frac{3}{5}x-\frac{1}{5}$.	☐	☐
b) Hàm số $\int\limits_{-2}^{\frac{4}{3}}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\frac{250}{81}$.	☐	☐
c) Hàm số $f(x)=\frac{3}{10}(x+2)\left(x-\frac{4}{3}\right)(x-3)+\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$.	☐	☐
d) $\int\limits_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x=\frac{37}{15}$.	☐	☐

....

....

....

....

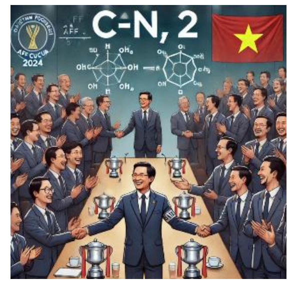
ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 17. Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả cạnh bằng 2. Tính khoảng cách của hai đường thẳng chéo nhau AB và CD (làm tròn đến hàng phần trăm).

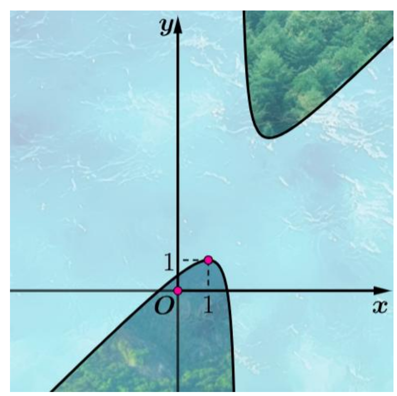
Trả lời:

Câu 18. Buổi họp mặt cuối năm của VFF diễn ra trong không khí hân hoan phấn khởi sau khi ĐTQG Việt Nam vô địch AFF cup 2024. Vào cuối buổi họp thì HLV Kim Sang-sik chỉ bắt tay với một số người, còn lại tất cả thành viên đều bắt tay với nhau, hai người bất kì thì bắt tay không quá một lần. Hỏi cuộc họp này có bao nhiêu người tham dự biết rằng đã có tổng cộng 2014 cái bắt tay được thực hiện?



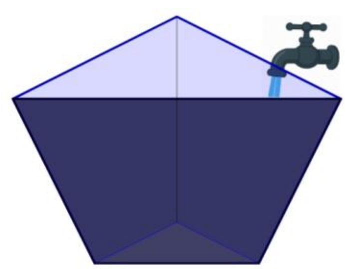
Trả lời:

Câu 19. Hình dáng phần đất liền của hai xã thuộc tỉnh Đồng Tháp được mô hình hóa bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+ax+b}{x-2}$; biết đồ thị có một điểm cực trị là $(1;1)$, với hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét. Để thuận tiện cho giao thông hai xã, lãnh đạo tỉnh đã phê duyệt dự án xây một chiếc cầu nối phần đất liền của hai xã này. Nhằm tiết kiệm chi phí cho công trình, người kỹ sư trưởng thiết kế có nhiệm vụ nghiên cứu để chọn được hai vị trí A, B trên phần đất liền hai xã sao cho độ dài chiếc cầu (đoạn AB) là ngắn nhất có thể. Hỏi độ dài ngắn nhất của chiếc cầu đó (tính theo đường chim bay) là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục)?



Trả lời:

Câu 20. Một cái chậu đựng nước có dạng hình chóp cụt đều đáy là các tam giác cạnh bằng 1 dm và 3 dm. Chiều cao chậu nước bằng 4 dm. Người ta bơm nước vào chậu với lưu lượng không đổi 0,5 lít/phút. Đến phút thứ 10 thì tốc độ dâng lên của nước trong chậu là bao nhiêu dm/phút? (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).



Trả lời:

ĐỂ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Câu 21. Trong một trận đấu cờ vua của hai kỳ thủ là Lê Quang Liêm và vua cờ Carlsen; mỗi ván cờ luôn có kẻ thắng người thua (vì nếu hai kỳ thủ hòa thì sẽ bốc thăm để chọn người thắng ván đó). Biết rằng trong mỗi ván đấu, xác suất để anh Liêm dành chiến thắng bằng 0,4; xác suất để Carlsen dành chiến thắng bằng 0,6. Mỗi trận thắng được tính 1 điểm cho kỳ thủ, người thua không được điểm nào. Nếu người nào tạo được cách biệt 2 điểm thì sẽ dành chiến thắng chung cuộc. Tính xác suất để Lê Quang Liêm là người chiến thắng sau cùng (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: ☐☐☐☐

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;3;-5)$, $B(1;1;-5)$, $C(4;3;-1)$ và mặt cầu $(S_m): x^2+y^2+z^2+(m-2)x+4y+(m-2)z-3=0$ (m là tham số thực). Gọi (T) là tập hợp tất cả điểm cố định mà mặt cầu (S_m) luôn đi qua với mọi số thực m và M là một điểm di động trên (T) sao cho thể tích tứ diện $MABC$ đạt giá trị lớn nhất $V_{\max}$. Tính giá trị lớn nhất $V_{\max}$ đó (làm tròn đến hàng phần chục).

Trả lời: ☐☐☐☐

HẾT

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

ĐỀ SỐ	ĐỀ THI THỬ KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA 2025
03	

Môn: Toán; khối: 12
Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x$ là

A. $\dfrac{2^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** $\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$. **C.** $\dfrac{2^x}{x}+C$. **D.** $x.2^{x-1}+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\int 2^x \mathrm{d}x=\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.

Câu 2. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị cực đại của hàm số là $y_{CĐ}=2$.

Câu 3. Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_2=2;\ u_5=11$. Công sai d của cấp số cộng là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $\begin{cases}u_2=2\\u_5=11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1+d=2\\u_1+4d=11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1=-1\\d=3\end{cases}$. Vậy công sai của cấp số cộng là $d=3$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x+1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;+\infty\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)$. **D.** $\left(-\infty;1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;\,-1)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1;\,-1;\,3)$ và song song với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=3-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=3+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=-1+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1+t\\z=3-t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng d song song $\Delta:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$ nên có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;\,1;\,-1)$;

mà d qua $M(1;\,-1;\,3)$ nên có phương trình tham số $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=3-t\end{cases}$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(9-x^2)<0$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(9-x^2)<0 \Leftrightarrow 9-x^2>\left(\dfrac{1}{2}\right)^0 \Leftrightarrow 9-x^2>1 \Leftrightarrow x^2<8 \Leftrightarrow -2\sqrt{2}<x<2\sqrt{2}$.

Tập nghiệm bất phương trình chứa 5 số nguyên là: $-2;\,1;\,0;\,1;\,2$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;\,-4;\,0)$ và $\vec{v}=(-1;\,-2;\,1)$. Vectơ $\vec{u}+3\vec{v}$ có tọa độ là

A. $(-2;\,-10;\,3)$. **B.** $(-2;\,-6;\,3)$. **C.** $(-4;\,-8;\,4)$. **D.** $(-2;\,-10;\,-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\vec{u}+3\vec{v}=(1;\,-4;\,0)+3(-1;\,-2;\,1)=(-2;\,-10;\,3)$.

Câu 8. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ có tọa độ là

A. $(3;\,-2)$. **B.** $(3;\,2)$. **C.** $(-2;\,3)$. **D.** $(2;\,3)$.

Hướng dẫn giải

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Chọn D.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$ và tiệm cận ngang $y=3$.

Do đó tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $(2;\,3)$.

Câu 9. Cho mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng sau. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm) là

Nhóm	Tần số
$[20;\,30)$	3
$[30;\,40)$	7
$[40;\,50)$	6
$[50;\,60)$	4
$[60;\,70)$	5
	$n=25$

A. $19{,}15$.

B. $21{,}32$.

C. $20{,}07$.

D. $22{,}23$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\dfrac{x_6+x_7}{2}\in[30;\,40)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1=30+\dfrac{\dfrac{25}{4}-3}{7}\cdot 10=\dfrac{485}{14}$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\dfrac{x_{19}+x_{20}}{2}\in[50;\,60)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3=50+\dfrac{3\cdot\dfrac{25}{4}-16}{4}\cdot 10=\dfrac{455}{8}$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_3-Q_1=\dfrac{1245}{56}\approx 22{,}23$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=x^2+\sin x+1$. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(0)=1$. Khi đó $F(x)$ bằng

A. $F(x)=x^3-\cos x+x+2$.

B. $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\cos x+x+2$.

C. $F(x)=\dfrac{x^3}{3}+\cos x+x$.

D. $F(x)=\dfrac{x^3}{3}+\cos x+2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $F(x)=\int\left(x^2+\sin x+1\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\cos x+x+C$.

Theo giả thiết: $F(0)=1\Rightarrow\dfrac{0^3}{3}-\cos 0+0+C=1\Rightarrow C=2$.

Do đó $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\cos x+x+2$.

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Câu 11. Người ta thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau:

Đường kính (cm)	$[40;\,45)$	$[45;\,50)$	$[50;\,55)$	$[55;\,60)$	$[60;\,65)$
Tần số	5	20	18	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

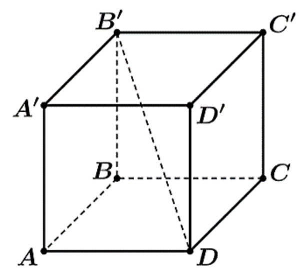
A. 25. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 69,8.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $65-40=25\ cm$.

Câu 12. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình vẽ). Phát biểu nào sau đây là đúng?



A. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AD}$.

B. $\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.

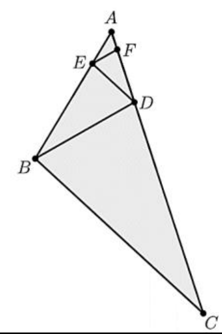
Hướng dẫn giải

Chọn B.

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Xét tam giác ABC có $AC=2AB$ và $BC=10\,cm$. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD=\frac{1}{4}AC$, trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $AE=\frac{1}{4}AB$, trên cạnh AD lấy điểm F sao cho $AF=\frac{1}{4}AD$ và tiếp tục lấy các điểm G, H, I, J... (vô hạn lần) theo quy luật đó.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) $\frac{AB}{AC}=\frac{AD}{AB}$.	☐	☐
b) Tam giác ABD đồng dạng với tam giác ABC.	☐	☐
c) $BD=5cm$; $DE=3cm$.	☐	☐
d) Độ dài đường gấp khúc $CBDEFGH$... bằng $20\,cm$.	☐	☐

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề đúng.

Ta có: $AD=\frac{1}{4}AC=\frac{1}{4}.2AB=\frac{1}{2}AB$; suy ra $\frac{AD}{AB}=\frac{1}{2}=\frac{AB}{AC}$.

b) Mệnh đề sai.

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Hai tam giác ABD và ACB đồng dạng vì có góc A chung và $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{AD}{AB}$.

c) Mệnh đề sai.

Từ câu b) ta suy ra $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{BD}{CB}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow BD=\dfrac{1}{2}BC=5cm$.

Hoàn toàn tương tự, ta chứng minh được hai tam giác ADB và AED đồng dạng, suy ra $DE=\dfrac{1}{2}BD=2,5cm$.

d) Mệnh đề đúng.

Độ dài đường gấp khúc $CBDEFGH$... bằng

$l=CB+BD+DE+EF+FG+...=10+5+2,5+...$

Đây là tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1=10$, công bội $q=\dfrac{1}{2}$.

Do đó $l=\dfrac{u_1}{1-q}=\dfrac{10}{1-\dfrac{1}{2}}=20cm$.

Câu 14. Xét một hệ trục tọa độ $Oxyz$ được cho sẵn, đơn vị trên mỗi trục là dm, mặt ngoài của một quả bóng được mô hình hóa bởi phương trình mặt cầu $(x-2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=6$, quả bóng nằm yên trên sàn nhà. Người ta nhìn thấy một tấm ván ngã xuống đè lên quả bóng, phần giao của tấm ván và sàn nhà là đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{1}$. Gọi A, B lần lượt là hai tiếp điểm của tấm ván, sàn nhà với quả bóng và I là tâm quả bóng.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Quả bóng có tâm $I(2;-1;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{6}$.	☐	☐
b) Khoảng cách từ tâm quả bóng đến đường thẳng d bằng $2\sqrt{6}$.	☐	☐
c) Nếu $\cos AIB$ bằng $\dfrac{a}{b}$ (phân số tối giản) thì giá trị $a^2+b^2=82$.	☐	☐
d) Một con kiến bò từ vị trí A đến vị trí B trên quả bóng với tốc độ 2 cm/s; thời gian ngắn nhất cho chuyến đi này là 21 giây (làm tròn đến hàng đơn vị).	☐	☐

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề đúng.

Mặt ngoài quả bóng là mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{6}$.

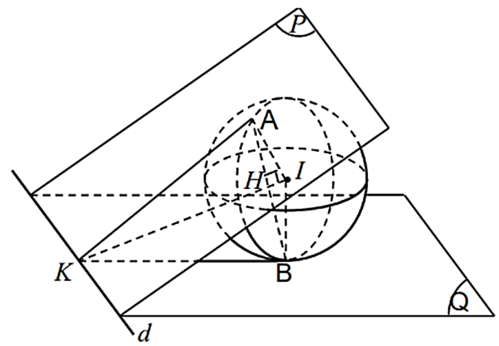
b) Mệnh đề sai.

Đường thẳng d: $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{1}$ qua $A(-2;-1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(2;-3;1)$.

Ta có: $\overrightarrow{AI}=(4;0;-1)$; $\left[\vec{u}_d,\overrightarrow{AI}\right]=(3;6;12)$.

Do đó $d\left(I,d\right)=\dfrac{\left|\left[\vec{u}_d,\overrightarrow{AI}\right]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|}=\dfrac{\sqrt{3^2+6^2+12^2}}{\sqrt{2^2+\left(-3\right)^2+1^2}}=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$.

c) Mệnh đề đúng.



Gọi K là hình chiếu của I trên d thì $KI=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$ và $KA\perp IA$; suy ra $\cos AIK=\dfrac{IA}{IK}=\dfrac{2}{3}$.

Do vậy $\cos AIB=2\cos^2 AIK-1$

$=2\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^2-1=-\dfrac{1}{9}=\dfrac{a}{b}\Rightarrow a^2+b^2=82$.

d) Mệnh đề sai.

Độ dài cung tròn bé nhất mà con kiến có thể đi: $l_{AB}=R\times AIB=\sqrt{6}\times\arccos\left(-\dfrac{1}{9}\right)\approx 4{,}12\ dm$.

Thời gian tối thiểu để kiến đến nơi là $\dfrac{l_{AB}\times 10}{2}\approx 21$ giây.

Câu 15. Thám tử lừng danh Sherlock Holmes đang điều tra một vụ án được thực hiện độc lập bởi một trong hai nghi phạm là McFarlane và Oldacre. Ban đầu thám tử đã có bằng chứng ngang nhau chống lại cả hai người. Trong quá trình điều tra thêm tại hiện trường vụ án, Sherlock Holmes phát hiện rằng thủ phạm có nhóm máu mà chỉ 10% dân số có; và Oldacre có nhóm máu này, còn nhóm máu của McFarlane thì chưa biết.

Gọi A là biến cố: "McFarlane là thủ phạm"; B là biến cố: "Oldacre là thủ phạm"; C là biến cố: "Nhóm máu của nghi phạm trùng với nhóm máu thủ phạm thực sự".

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	**Đúng**	**Sai**
a) Trong quá trình điều tra, nếu Sherlock Holmes biết chắc chắn McFarlane không là thủ phạm, khi đó xác suất để Oldacre là thủ phạm bằng $0{,}98$.	☐	☐
b) $P\left(C\mid A\right)=0{,}1$; $P\left(C\mid B\right)=0{,}5$.	☐	☐
c) Dựa trên thông tin về nhóm máu, xác suất để Oldacre là thủ phạm bằng $\dfrac{9}{11}$.	☐	☐
d) Dựa trên thông tin về nhóm máu, xác suất để McFarlane cũng có nhóm máu trùng với nhóm máu thủ phạm bằng $\dfrac{2}{11}$.	☐	☐

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề sai.

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Ta có: $P\left(B\,|\,\overline{A}\right)=\dfrac{P\left(B\overline{A}\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\dfrac{P\left(B\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=\boxed{1}$.

Như vậy nếu McFarlane không là thủ phạm thì chắc chắn Oldacre là thủ phạm.

b) Mệnh đề sai.

Ta có: $P\left(C\,|\,A\right)=0{,}1;\ P\left(C\,|\,B\right)=1$.

c) Mệnh đề sai.

Áp dụng công thức Bayes: $P\left(B|\ C\right)=\dfrac{P\left(B\right)\cdot P\left(C|\ B\right)}{P\left(B\right)\cdot P\left(C|\ B\right)+P\left(A\right)\cdot P\left(C|\ A\right)}=\dfrac{\frac{1}{2}\cdot 1}{\frac{1}{2}\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10}}=\boxed{\dfrac{10}{11}}$.

d) Mệnh đề đúng.

Từ câu **c)** ta có $P\left(\overline{B}\,|\,C\right)=1-P\left(B|\ C\right)=\dfrac{1}{11}$.

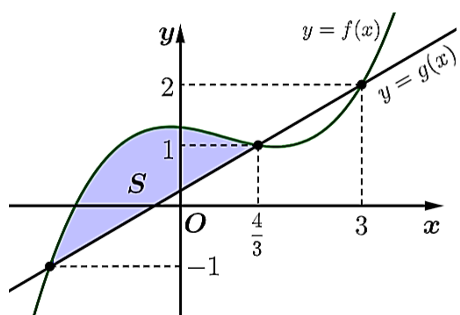
Gọi D là biến cố "McFarlane có cùng nhóm máu với thủ phạm biết rằng Oldacre có cùng nhóm máu với thủ phạm".

Ta có: $P\left(D\right)=\dfrac{10}{11}\cdot\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{11}\cdot 1=\boxed{\dfrac{2}{11}}$.

(Nếu Oldacre là thủ phạm, xác suất để McFarlane có cùng nhóm máu với thủ phạm bằng $\dfrac{1}{10}$; nếu Oldacre không là thủ phạm thì xác suất để McFarlane có cùng nhóm máu với thủ phạm bằng 1).

Câu 16. Cho $y=f\left(x\right)$, $y=g\left(x\right)$ lần lượt là các hàm đa thức bậc ba và bậc nhất có đồ thị như hình vẽ.

Biết diện tích hình S (được tô màu) bằng $\dfrac{250}{81}$.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{3}{5}x-\dfrac{1}{5}$.	☐	☐
b) Hàm số $\displaystyle\int_{-2}^{\frac{4}{3}}\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\dfrac{250}{81}$.	☐	☐
c) Hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{3}{10}\left(x+2\right)\left(x-\dfrac{4}{3}\right)\left(x-3\right)+\dfrac{3}{5}x+\dfrac{1}{5}$.	☐	☐
d) $\displaystyle\int_{0}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{37}{15}$.	☐	☐

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề sai.

Ta có $g(x)$ là hàm số bậc nhất đi qua các điểm $A\left(\frac{4}{3};1\right)$, $B(3;2)$ nên $\boxed{g(x)=\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}}$.

b) Mệnh đề đúng.

Ta thấy hai đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ cắt nhau tại điểm có $y=-1$; thay vào đường thẳng $y=\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}$ thì $x=-2$.

Do đó $S=\int_{-2}^{\frac{4}{3}}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\frac{250}{81}$.

c) Mệnh đề sai.

Đặt $f(x)-g(x)=a(x+2)\left(x-\frac{4}{3}\right)(x-3)$ với $a>0$.

Ta có: $S=\int_{-2}^{\frac{4}{3}}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int_{-2}^{\frac{4}{3}}\left[a(x+2)\left(x-\frac{4}{3}\right)(x-3)\right]\mathrm{d}x=\frac{250}{81}\Leftrightarrow\boxed{a=\frac{3}{20}}$.

Khi đó $f(x)-g(x)=\frac{3}{20}(x+2)\left(x-\frac{4}{3}\right)(x-3)\Leftrightarrow\boxed{f(x)=\frac{3}{20}(x+2)\left(x-\frac{4}{3}\right)(x-3)+\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}}$.

d) Mệnh đề sai.

Vậy $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^2\left[\frac{3}{20}(x+2)\left(x-\frac{4}{3}\right)(x-3)+\frac{3}{5}x+\frac{1}{5}\right]\mathrm{d}x=\frac{34}{15}$.

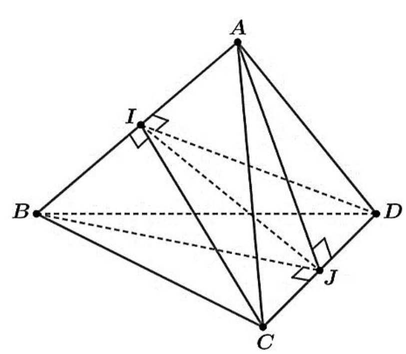
PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 17. Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả cạnh bằng 2. Tính khoảng cách của hai đường thẳng chéo nhau AB và CD (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 1,41

Hướng dẫn giải:



Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AB, CD.

Các tam giác ABC, ABD đều có I là trung điểm AB nên $\begin{cases}AB\perp CI\\AB\perp DI\end{cases}\Rightarrow AB\perp(ICD)$ mà $IJ\subset(ICD)\Rightarrow AB\perp IJ$ (1).

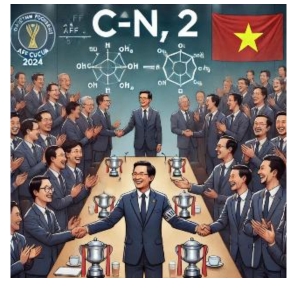
Tương tự, các tam giác ACD, BCD đều có J là trung điểm CD nên $\begin{cases}CD\perp AJ\\CD\perp BJ\end{cases}\Rightarrow CD\perp(ABJ)$, mà $IJ\subset(JAB)\Rightarrow CD\perp IJ$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra IJ là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AB, CD.

Ta có: $CI=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$; $IJ=\sqrt{CI^2-CJ^2}=\sqrt{3-1}=\sqrt{2}\approx\boxed{1,41}$.

Vậy khoảng cách hai đường thẳng AB, CD xấp xỉ 1,41.

Câu 18. Buổi họp mặt cuối năm của VFF diễn ra trong không khí hân hoan phấn khởi sau khi ĐTQG Việt Nam vô địch AFF cup 2024. Vào cuối buổi họp thì HLV Kim Sang-sik chỉ bắt tay với một số người, còn lại tất cả thành viên đều bắt tay với nhau, hai người bất kì thì bắt tay không quá một lần. Hỏi cuộc họp này có bao nhiêu người tham dự biết rằng đã có tổng cộng 2014 cái bắt tay được thực hiện?



Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 64

Hướng dẫn giải

Gọi n là người có mặt trong cuộc họp $\left(n\in\mathbb{N}\right)$.

Số cái bắt tay tối đa trong cuộc họp là C_n^2.

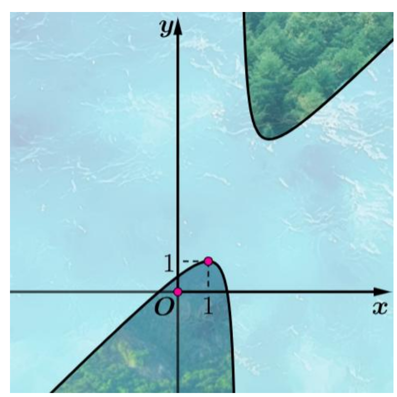
Trong thực tế thì tổng cộng số cái bắt tay là 2014; vì vậy $C_n^2>2014$

$$\Rightarrow \frac{n!}{2(n-2)!}>2014\Rightarrow n(n-1)>4028\Rightarrow n^2-n-4028>0\Rightarrow n>63,97.$$

- Với $n=64$ thì số cái bắt tay tối đa là $C_{64}^2=2016$; số người mà ông Kim không bắt tay là $2016-2014=2$ (thỏa mãn).
- Với $n=65$ thì số cái bắt tay tối đa là $C_{65}^2=2080$; số người mà ông Kim không bắt tay là $2080-2014=66$ (vô lí vì trong phòng họp đang có 65 người).
- Ta không cần thử lại với $n>65$ vì luôn xảy ra điều vô lí như trên.

Vậy số người tham dự cuộc họp là 64.

Câu 19. Hình dáng phần đất liền của hai xã thuộc tỉnh Đồng Tháp được mô hình hóa bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+ax+b}{x-2}$; biết đồ thị có một điểm cực trị là $(1;1)$, với hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét. Để thuận tiện cho giao thông hai xã, lãnh đạo tỉnh đã phê duyệt dự án xây một chiếc cầu nối phần đất liền của hai xã này. Nhằm tiết kiệm chi phí cho công trình, người kỹ sư trưởng thiết kế có nhiệm vụ nghiên cứu để chọn được hai vị trí A, B trên phần đất liền hai xã sao cho độ dài chiếc cầu (đoạn AB) là ngắn nhất có thể. Hỏi độ dài ngắn nhất của chiếc cầu đó (tính theo đường chim bay) là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục)?



Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 43,9

Hướng dẫn giải

Ta có $y'=\dfrac{x^2-4x-2a-b}{(x-2)^2}$. Vì $(1;1)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số nên $\begin{cases} y(1)=1 \\ y'(1)=0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1+a+b}{1-2}=1 \\ 1^2-4\cdot 1-2a-b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=-2 \\ 2a+b=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases}.$$

Hàm số trở thành $y=\dfrac{x^2-x-1}{x-2}=x+1+\dfrac{1}{x-2}$, $x\neq 2$.

Gọi $A\left(2+a;\,3+a+\dfrac{1}{a}\right)$, $B\left(2-b;\,3-b-\dfrac{1}{b}\right)$ là hai điểm thuộc hai nhánh đồ thị với $a,b>0$.

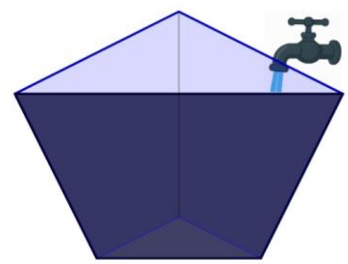
Ta có: $AB^2=(a+b)^2+\left(a+b+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)^2=(a+b)^2+\left(a+b+\dfrac{a+b}{ab}\right)^2=(a+b)^2\left[1+\left(1+\dfrac{1}{ab}\right)^2\right]$

$=(a+b)^2\left(2+\dfrac{2}{ab}+\dfrac{1}{a^2b^2}\right)\overset{AM-GM}{\geq}4ab\left(2+\dfrac{2}{ab}+\dfrac{1}{a^2b^2}\right)=8+8ab+\dfrac{4}{ab}\overset{AM-GM}{\geq}8+8\sqrt{2}$.

Độ dài ngắn nhất của cây cầu (theo đường chim bay) là $AB\times 10=\sqrt{8+8\sqrt{2}}\times 10\approx \boxed{43{,}9}\ m$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b$ và $8ab=\dfrac{4}{ab}\Leftrightarrow a=b=\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

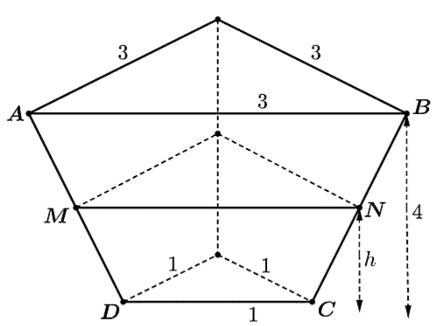
Câu 20. Một cái chậu đựng nước có dạng hình chóp cụt đều đáy là các tam giác cạnh bằng 1 *dm* và 3 *dm*. Chiều cao chậu nước bằng 4 *dm*. Người ta bơm nước vào chậu với lưu lượng không đổi 0,5 lít/phút. Đến phút thứ 10 thì tốc độ dâng lên của nước trong chậu là bao nhiêu *dm*/phút? (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).



Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 0,17

Hướng dẫn giải



Gọi MN là độ dài cạnh tam giác đều theo mực nước tức thời (MN thay đổi).

Đặt $MN=a\times h+b$ (hàm số bậc nhất theo h).

Khi $h=0$ thì $MN=1$; khi $h=4$ thì $MN=3$.

Do đó $\begin{cases} b=1 \\ 4a+b=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=\dfrac{1}{2} \end{cases}$; suy ra $\boxed{MN=\dfrac{1}{2}h+1}$.

Diện tích mặt nước tức thời là $S=\dfrac{MN^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{(0{,}5h+1)^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích nước tức thời là $V=\dfrac{1}{3}h\left(S_0+\sqrt{S_0S}+S\right)$; S_0 là diện tích mặt nước ban đầu (đáy nhỏ).

$$V=\frac{1}{3}h\left(\frac{\sqrt{3}}{4}+\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{(0,5h+1)^2\sqrt{3}}{4}}+\frac{(0,5h+1)^2\sqrt{3}}{4}\right)=\frac{h\sqrt{3}}{12}\left[1+(1+0,5h)+(1+0,5h)^2\right].$$

$$V=\frac{h\sqrt{3}}{12}\left(0,25h^2+1,5h+3\right)=\frac{\sqrt{3}}{12}\left(0,25h^3+1,5h^2+3h\right)\quad (*).$$

Sau 10 phút thì lượng nước trong chậu là $V=0,5\times 10=5\ dm^3$.

Do đó $\frac{\sqrt{3}}{12}\left(0,25h^3+1,5h^2+3h\right)=5\Rightarrow h\approx 3,27\ dm$ (***Lưu vào A***).

Từ (*) đạo hàm hai vế theo *t* ta được: $\boxed{\frac{dV}{dt}=\frac{\sqrt{3}}{12}\left(0,75h^2+3h+3\right)\cdot\frac{dh}{dt}}$ $(**)$.

Thay các giá trị $h=A$; $V=5$; $\frac{dV}{dt}=0,5$ vào (**) ta được: $\boxed{\frac{dh}{dt}\approx 0,17}$ *dm*/phút.

Vậy tốc độ dâng lên của nước trong chậu xấp xỉ 0,17 *dm*/phút.

Câu 21. Trong một trận đấu cờ vua của hai kỳ thủ là Lê Quang Liêm và vua cờ Carlsen; mỗi ván cờ luôn có kẻ thắng người thua (vì nếu hai kỳ thủ hòa thì sẽ bốc thăm để chọn người thắng ván đó). Biết rằng trong mỗi ván đấu, xác suất để anh Liêm dành chiến thắng bằng 0,4; xác suất để Carlsen dành chiến thắng bằng 0,6. Mỗi trận thắng được tính 1 điểm cho kỳ thủ, người thua không được điểm nào. Nếu người nào tạo được cách biệt 2 điểm thì sẽ dành chiến thắng chung cuộc. Tính xác suất để Lê Quang Liêm là người chiến thắng sau cùng (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 0,31

Hướng dẫn giải

Gọi $P(n)$ là xác xuất để Lê Quang Liêm dành chiến thắng khi hiệu số điểm của anh so với Carlsen là *n* điểm. Ta có $n\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Ta cần tính xác suất chiến thắng của anh Liêm từ trạng thái $n=0$.

Theo công thức xác suất toàn phần: $\boxed{P(0)=0,4\times P(1)+0,6\times P(-1)}$ (1).

Ta có $P(2)=1$ và $P(-2)=0$; $P(1)=0,4\times P(2)+0,6\times P(0)$ hay $\boxed{P(1)=0,4+0,6\times P(0)}$ (2);

$P(-1)=0,4\times P(0)+0,6\times P(-2)$ hay $\boxed{P(-1)=0,4\times P(0)}$ (3).

Thay (2) và (3) vào (1): $P(0)=0,4\left[0,4+0,6\times P(0)\right]+0,6\times 0,4\times P(0)\Rightarrow P(0)=\frac{4}{13}\approx\boxed{0,31}$.

Vậy xác suất để Lê Quang Liêm chiến thắng Carlsen là xấp xỉ 0,31.

Câu 22. Trong không gian *Oxyz*, cho ba điểm $A(0;3;-5)$, $B(1;1;-5)$, $C(4;3;-1)$ và mặt cầu $(S_m): x^2+y^2+z^2+(m-2)x+4y+(m-2)z-3=0$ (*m* là tham số thực). Gọi (*T*) là tập hợp tất cả điểm cố định mà mặt cầu (S_m) luôn đi qua với mọi số thực *m* và *M* là một điểm di động trên (*T*) sao cho thể tích tứ diện *MABC* đạt giá trị lớn nhất $V_{\max}$. Tính giá trị lớn nhất $V_{\max}$ đó (làm tròn đến hàng phần chục).

Trả lời: | | | | |

Đáp số: 15,3

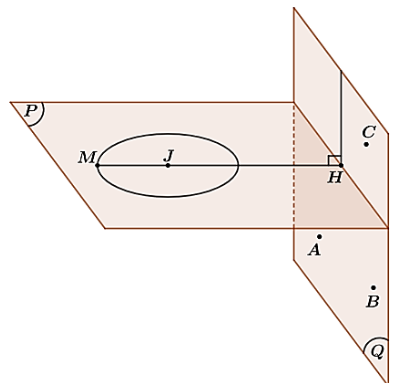
Hướng dẫn giải

Xét $M(x;y;z)$ là điểm mà (S_m) luôn đi qua với mọi *m*.

Ta có: $x^2+y^2+z^2+(m-2)x+4y+(m-2)z-3=0,\ \forall m\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m(x+z)+x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-3=0,\ \forall m\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+z=0 \\ x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-3=0 \end{cases}$.



Tập hợp điểm *M* là đường tròn (*C*) là giao tuyến của mặt phẳng (*P*): $x+z=0$ và mặt cầu có tâm $I(1;-2;1)$, bán kính $R=3$;

$d(I,(P))=\dfrac{|1+1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

Vì vậy (*C*) có bán kính là $r=\sqrt{R^2-d^2(I,(P))}=\sqrt{7}$ và tâm $J(0;-2;0)$.

Mặt phẳng (*ABC*) có phương trình $2x+y-2z-13=0$; ta thấy (*ABC*) vuông góc với (*P*).

$\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(1;-2;0) \\ \overrightarrow{AC}=(4;0;4) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-8;-4;8) \Rightarrow S_{ABC}=\dfrac{1}{2}.\sqrt{64+16+64}=6$.

Thể tích tứ diện *MABC* là $V_{MABC}=\dfrac{1}{3}d(M,(ABC)).S_{ABC}=2d(M,(ABC))$.

Thể tích này lớn nhất khi và chỉ khi $d(M,(ABC))$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có: $d(M,(ABC))_{\max}=r+d(J,(ABC))=\sqrt{7}+\dfrac{|-2-13|}{3}=\sqrt{7}+5$.

Vì vậy $V_{\max}=2\sqrt{7}+10\approx\boxed{15,3}$.

__________________HẾT__________________

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

ĐỀ SỐ 04	ĐỀ THI THỬ KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA 2025

Môn: Toán; khối: 12
Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(-2;\,4\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;\,2\right)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;-1;\,4\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):3x-2y+z+1=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $\left(P\right)$ là

A. $2x-2y+4z-21=0$. **B.** $x-2z+1=0$.
C. $10x+9y+5z-74=0$. **D.** $3x-2y+z-12=0$.

Câu 3. Điều tra về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của 20 công nhân, ta có bảng số liệu sau

Mức lương	$[5;\,6)$	$[6;\,7)$	$[7;\,8)$	$[8;\,9)$	$[9;\,10)$
Tần số	4	5	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần trăm):

A. $s^2=0,63$. **B.** $s^2=2,52$. **C.** $s^2=1,26$. **D.** $s^2=1,59$.

Câu 4. Hàm số nào sau đây không là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3x^2+2x-1$.

A. $F\left(x\right)=x^3+x^2-1$. **B.** $F\left(x\right)=x^3+x^2-x$.
C. $F\left(x\right)=x^3+x^2-x+2025$. **D.** $F\left(x\right)=x^3+x^2-x-1$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M\left(1;\,1;\,1\right)$, $N\left(2;\,3;\,4\right)$, $P\left(7;\,7;\,5\right)$. Tìm tọa độ điểm Q để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành

A. $Q\left(6;\,5;\,2\right)$. **B.** $Q\left(-6;-5;-2\right)$. **C.** $Q\left(-2;-3;-4\right)$. **D.** $Q\left(-4;-3;\,0\right)$.

Câu 6. Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có số hạng đầu $u_1=\dfrac{1}{4}$ và công sai $d=-\dfrac{1}{4}$. Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A. $S_5=\dfrac{5}{4}$. **B.** $S_5=\dfrac{4}{5}$. **C.** $S_5=-\dfrac{5}{4}$. **D.** $S_5=-\dfrac{4}{5}$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $3^x=10$ là

A. $x=\dfrac{10}{3}$. **B.** $x=\log_3 10$. **C.** $x=\log_{10} 3$. **D.** $x=\dfrac{10}{3}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA\perp(ABCD)$. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SCD). **B.** $(ABCD)$. **C.** (SAB). **D.** (SBD).

Câu 9. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+4}{x+2}$ là đường thẳng

A. $y=-x+1$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=x-5$. **D.** $y=-x-5$.

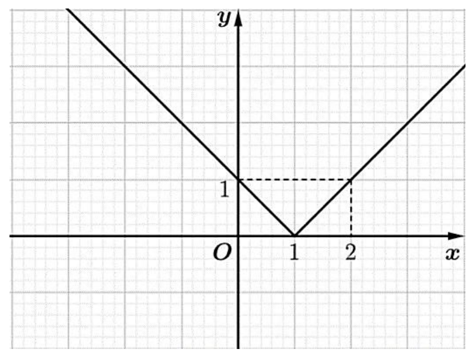
Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Tổng $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$ bằng

A. $\vec{0}$. **B.** $2\overrightarrow{AD}$. **C.** $2\overrightarrow{NM}$. **D.** $2\overrightarrow{MN}$.

Câu 11. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-2$ có hệ số góc $k=-3$ có phương trình là

A. $y=-3x-7$. **B.** $y=-3x+7$. **C.** $y=-3x+1$. **D.** $y=-3x-1$.

Câu 12. Đường gấp khúc trong hình vẽ là đồ thì hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Tích phân $\int_{-2}^{3} f(x)\mathrm{d}x$ bằng



A. $\dfrac{13}{2}$.

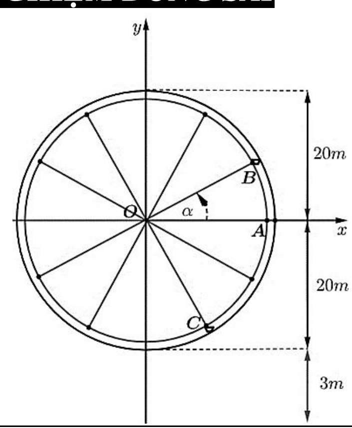
B. $\dfrac{17}{2}$.

C. $\dfrac{15}{2}$.

D. $\dfrac{5}{2}$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

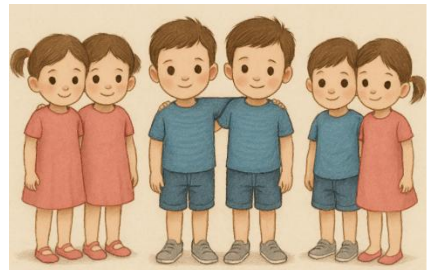
Câu 13. Một mô hình trò chơi vòng quay ở công viên có chiều cao tối đa 23 *m* so với mặt đất, bán kính vòng quay là 20 *m*. Hai bạn Hoa và Mai cùng chơi chung lượt quay và ngồi trong hai ca bin *B*, *C* mà góc $BOC=90^\circ$ (hình vẽ); α là một góc lượng giác hợp bởi tia đầu *OA*, tia cuối *OB*.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	**Đúng**	**Sai**
a) Chiều cao của *B* so với mặt đất là $h_B=23+20\sin\alpha$ (*mét*).	☐	☐
b) Khi $\alpha=45^\circ$ thì chiều cao của *B* so với mặt đất là 37,14 *m* (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).	☐	☐
c) Chiều cao của *C* so với mặt đất là $h_C=23-20\cos\alpha$ (*mét*).	☐	☐

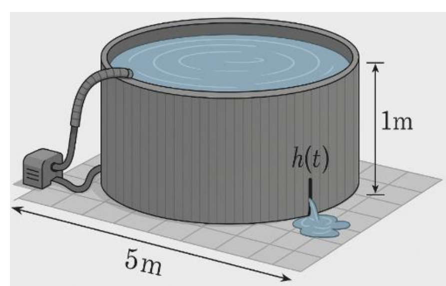
d) Khi *B* ở vị trí có độ cao 33 *m* thì *C* ở độ cao 13 *m* so với mặt đất? ☐ ☐

Câu 14. Song sinh có thể là cùng trứng (identical) hoặc khác trứng (fraternal). Biết rằng 1/3 số cặp song sinh là cùng trứng. Hiển nhiên, song sinh cùng trứng phải cùng giới tính; song sinh khác trứng có thể cùng hoặc khác giới tính. Giả sử song sinh cùng trứng có xác suất là hai bé trai hoặc hai bé gái như nhau, trong khi với song sinh khác trứng thì tất cả bốn khả năng đều có xác suất như nhau. Một nhà khảo sát tìm gặp ngẫu nhiên một người phụ nữ đang mang thai đôi.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Xác suất để người phụ nữ mang thai đôi là bé gái bằng 0,5 biết rằng đây là cặp song sinh cùng trứng.	☐	☐
b) Xác suất để thai đôi của người phụ nữ là một cặp trai gái bằng 0,3.	☐	☐
c) Xác suất để thai đôi không cùng trứng và cũng không phải con trai bằng $\frac{1}{3}$.	☐	☐
d) Xác suất để người phụ nữ mang thai đôi là cùng trứng bằng 0,5 biết rằng cô ấy hạ sinh được hai bé gái.	☐	☐

Câu 15. Một bể bơi hình trụ có đường kính 5 *m* và chiều cao 1 *m*; bể được bơm nước vào với tốc độ không đổi v_0. Sau khi nước được bơm đầy, bể bơi bị thủng một lỗ ở đáy và nước chảy ra ngoài; bể bơi chảy hết nước trong 8 giờ. Biết tốc độ giảm chiều cao của bể bơi khi nước chảy ra ngoài vào thời điểm t giờ (tính từ lúc nước đầy bể và ngừng bơm) được cho bởi hàm số $h'(t) = at + b$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Lúc nước chảy hết ra ngoài thì tốc độ giảm chiều cao bằng 0.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Thể tích của bể bơi sau khi nước được làm đầy là $6,25\pi \ m^3$.	☐	☐
b) $32a + 1 = 0$ và $4b - 1 = 0$.	☐	☐
c) Sau 4 giờ kể từ lúc bể bị rò, lượng nước bị mất đi bằng $\frac{75\pi}{16} \ m^3$.	☐	☐

d) Lượng nước bị rò rỉ ra ngoài một nửa sau $8-4\sqrt{2}$ giờ. ☐ ☐

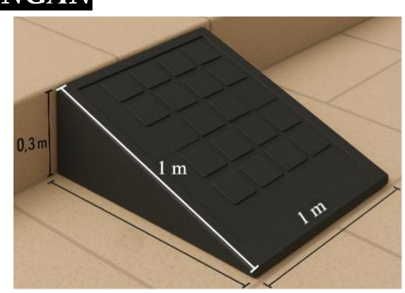
Câu 16. Trong một mô hình game 3D, với hệ trục tọa độ thích hợp, người chơi cùng với khẩu súng của anh ta được mô phỏng như một chất điểm di chuyển trên mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và nhắm bắn các mục tiêu di động trên mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Người chơi vẫn có thể bắn trúng mục tiêu nếu nó di chuyển trên bán cầu khuất phía sau tầm nhìn. Sau khi trò chơi bắt đầu, anh ta quyết định nhắm bắn theo phương vectơ $\vec{u}=(1;\,0;\,1)$.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	**Đúng**	**Sai**
a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;\,2;\,1)$ và bán kính $R=1$.	☐	☐
b) Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.	☐	☐
c) Người chơi đứng ở vị trí giao điểm của (P) và Ox, khoảng cách từ tâm quả cầu đến đường bay viên đạn bằng bằng $\dfrac{\sqrt{66}}{2}$.	☐	☐
d) Khoảng cách lớn nhất từ vị trí người bắn đến mục tiêu bằng $3\sqrt{2}$.	☐	☐

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

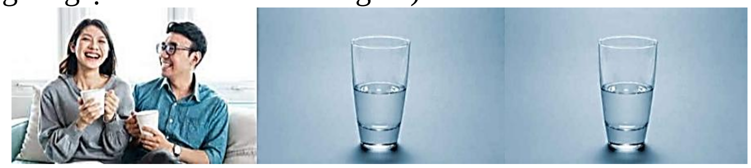
Câu 17. Một tấm cầu dốc kê bậc thềm được làm bằng kim loại như hình vẽ. Biết chiều cao tối đa của cầu dốc là 0,3 m và bề mặt cầu là hình vuông có cạnh bằng 1 m. Hãy tính góc tạo bởi đường chéo bề mặt cầu dốc với mặt phẳng sàn nhà theo đơn vị độ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Trả lời: ☐☐☐☐



ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Câu 18. Có hai vợ chồng đã nghĩ ra một trò chơi đầy trí tuệ như sau: Họ sử dụng hai ly nước giống hệt nhau, mỗi ly chứa tối đa 240 *ml* nước. Ban đầu, người vợ có một ly nước đầy và người chồng có một cái ly rỗng. Bước thứ nhất người vợ rót 1/2 lượng nước trong ly của mình sang ly của người chồng; bước tiếp theo người chồng lại rót 1/3 lượng nước trong ly của mình sang cho ly người vợ. Quá trình này cứ tiếp tục mà mỗi lần rót thì mẫu số được cộng thêm 1; trò chơi này hấp dẫn đến mức cả hai người thực hiện đến bước thứ 100 thì dừng lại, hỏi lượng nước trong ly người chồng khi đó là bao nhiêu ml? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, giả sử trong quá trình rót nước không có giọt nước nào tràn ra ngoài).



Trả lời: ☐☐☐☐

....

....

....

....

Câu 19. Cho tập hợp $X=\{3;\,4;\,5;\,6\}$ và *Y* là tập hợp tất cả số tự nhiên có 2025 chữ số lấy từ *X*. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập *Y*, biết rằng xác suất để số đó chia hết cho 3 bằng $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2^a}+b\right)$, trong đó a, b là các số nguyên dương. Tính giá trị $a-18b$.

Trả lời: ☐☐☐☐

....

....

....

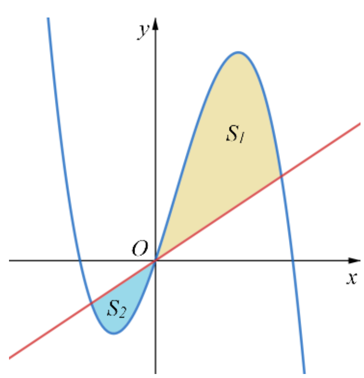
....

....

Câu 20. Cho hàm số $y=-\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{4}x^2+3x$ có đồ thị (C) và đường thẳng d đi qua gốc tọa độ tạo thành hai miền phẳng có diện tích S_1 và S_2 như hình vẽ.

Biết $S_1=\frac{27}{4}$ và $S_2=\frac{m}{n}$ (hai số *m*, *n* là nguyên tố cùng nhau), tính giá trị $2m-n$.

Trả lời: ☐☐☐☐

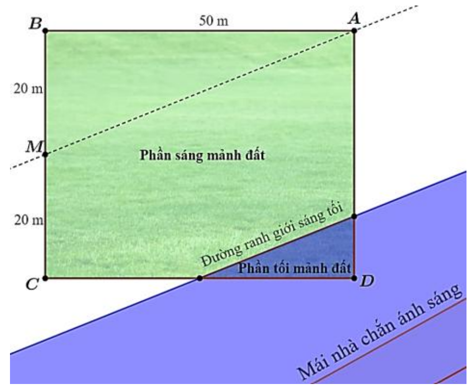


....

Câu 21. Một mảnh đất hình chữ nhật có kích thước $40\,m \times 50\,m$ đang được người chủ trồng cỏ tự nhiên. Vào buổi sáng, khi mặt trời vừa lên, mảnh đất này bị một mái nhà xưởng gần đó chắn ánh sáng. Khi mặt trời lên cao hơn, ánh sáng đã chiếu từ từ lên mảnh đất. Ta xem ranh giới giữa phần được chiếu sáng và phần tối là các đường thẳng song song thay đổi.

Có thời điểm đường ranh giới này đi qua hai điểm *A*, *M* như hình vẽ (*M* là trung điểm một cạnh hình chữ nhật).

Khi diện tích phần tối của mảnh đất bằng $75\ m^2$, người ta đo được tốc độ giảm cạnh theo phương *AD* bằng 2 *cm/s*; hỏi tốc độ giảm diện tích phần tối của mảnh đất là bao nhiêu cm^2/s? Kết quả được làm tròn đến hàng phần chục.



Trả lời: ☐☐☐☐

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;\,6;\,0)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x+4y+89=0$. Đường thẳng d thay đổi nằm trên mặt phẳng (Oxy) và luôn đi qua điểm A. Gọi H là hình chiếu vuông góc của $M(4;\,-2;\,3)$ trên đường thẳng *d*. Khoảng cách nhỏ nhất từ H đến mặt phẳng (α) bằng bao nhiêu?

Trả lời: ☐☐☐☐

HẾT

ĐỀ SỐ 04	ĐỀ THI THỬ KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA 2025

Môn: Toán; khối: 12
Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(-2;4\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;-1;4\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):3x-2y+z+1=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $\left(P\right)$ là

A. $2x-2y+4z-21=0$. **B.** $x-2z+1=0$.
C. $10x+9y+5z-74=0$. **D.** $3x-2y+z-12=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $\left(P\right)$ là

$3\left(x-2\right)-2\left(y+1\right)+\left(z-4\right)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-12=0$.

Câu 3. Điều tra về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của 20 công nhân, ta có bảng số liệu sau

Mức lương	$\left[5;6\right)$	$\left[6;7\right)$	$\left[7;8\right)$	$\left[8;9\right)$	$\left[9;10\right)$
Tần số	4	5	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần trăm):

A. $s^2=0,63$. **B.** $s^2=2,52$. **C.** $s^2=1,26$. **D.** $s^2=1,59$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có bảng thống kê về mức lương theo giá trị đại diện như sau:

Mức lương	$\left[5;6\right)$	$\left[6;7\right)$	$\left[7;8\right)$	$\left[8;9\right)$	$\left[9;10\right)$
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Tần số	4	5	5	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\overline{x}=\frac{4\cdot 5,5+5\cdot 6,5+5\cdot 7,5+4\cdot 8,5+2\cdot 9,5}{20}=7,25.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s^2=\frac{4\cdot(5,5-7,25)^2+5\cdot(6,5-7,25)^2+5\cdot(7,5-7,25)^2+4\cdot(8,5-7,25)^2+2\cdot(9,5-7,25)^2}{20}\approx\boxed{1,59}.$$

Câu 4. Hàm số nào sau đây không là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+2x-1$.

A. $F(x)=x^3+x^2-1$. **B.** $F(x)=x^3+x^2-x$.

C. $F(x)=x^3+x^2-x+2025$. **D.** $F(x)=x^3+x^2-x-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int(3x^2+2x-1)\mathrm{d}x=x^3+x^2-x+C$ (Với C là một hằng số).

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(1;1;1)$, $N(2;3;4)$, $P(7;7;5)$. Tìm tọa độ điểm Q để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành

A. $Q(6;5;2)$. **B.** $Q(-6;-5;-2)$. **C.** $Q(-2;-3;-4)$. **D.** $Q(-4;-3;0)$.

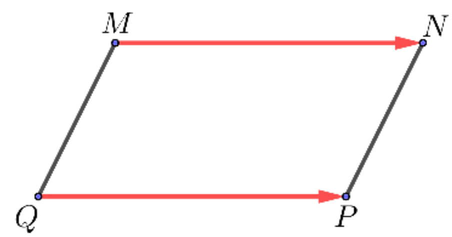
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(1;2;3)$, $\overrightarrow{QP}=(7-x_Q;7-y_Q;5-z_Q)$.

$MNPQ$ là hình bình hành $\Leftrightarrow\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{QP}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}1=7-x_Q\\2=7-y_Q\\3=5-z_Q\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_Q=6\\y_Q=5\\z_Q=2\end{cases}$. Vậy $\boxed{Q(6;5;2)}$.



Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=\frac{1}{4}$ và công sai $d=-\frac{1}{4}$. Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A. $S_5=\frac{5}{4}$. **B.** $S_5=\frac{4}{5}$. **C.** $S_5=-\frac{5}{4}$. **D.** $S_5=-\frac{4}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Sử dụng công thức $S_n=\frac{n\left[2u_1+(n-1)d\right]}{2}$, ta có: $S_5=\frac{5\left[2\cdot\frac{1}{4}+(5-1)\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)\right]}{2}=\boxed{-\frac{5}{4}}$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $3^x=10$ là

A. $x=\frac{10}{3}$. **B.** $x=\log_3 10$. **C.** $x=\log_{10}3$. **D.** $x=\frac{10}{3}$.

Hướng dẫn giải

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Chọn B.

Ta có $3^x = 10 \Leftrightarrow x = \log_3 10$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

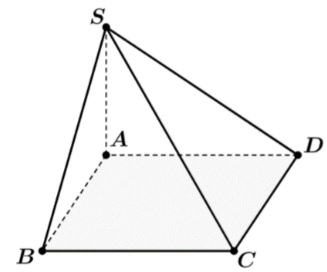
A. (SCD). **B.** $(ABCD)$. **C.** (SAB). **D.** (SBD).

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases}$ nên $BC \perp (SAB)$;

mà $BC \subset (SBC) \Rightarrow \boxed{(SBC) \perp (SAB)}$.



Câu 9. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 4}{x+2}$ là đường thẳng

A. $y = -x + 1$. **B.** $y = x - 1$. **C.** $y = x - 5$. **D.** $y = -x - 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $y = \dfrac{x^2 - 3x + 4}{x+2} = x - 5 + \dfrac{14}{x+2}$; mặt khác $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[y - (x-5) \right] = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{14}{x+2} = 0$.

Do đó tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $\boxed{y = x - 5}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$ bằng

A. $\vec{0}$. **B.** $2\overrightarrow{AD}$. **C.** $2\overrightarrow{NM}$. **D.** $2\overrightarrow{MN}$.

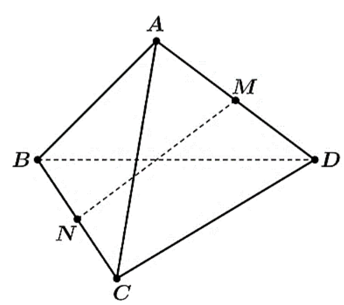
Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{DM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC}$

$= \left(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{DM} \right) + 2\overrightarrow{MN} + \left(\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} \right) = \boxed{2\overrightarrow{MN}}$.

(Vì M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC nên $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{DM} = \vec{0}$, $\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \vec{0}$).



Câu 11. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ có hệ số góc $k = -3$ có phương trình là

A. $y = -3x - 7$. **B.** $y = -3x + 7$. **C.** $y = -3x + 1$. **D.** $y = -3x - 1$.

Hướng dẫn giải

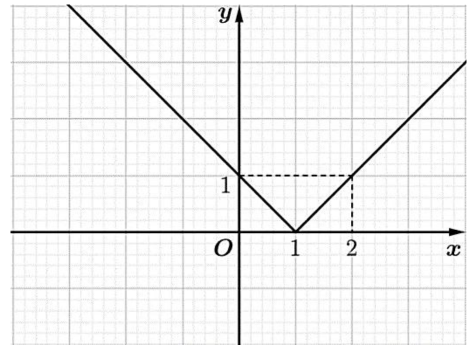
Chọn D

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x$. Gọi $(x_0;\, y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị hàm số.

Hệ số góc tiếp tuyến $k = -3$ nên $3x_0^2 - 6x_0 = -3 \Rightarrow x_0^2 - 2x_0 + 1 = 0 \Rightarrow x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -4$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số là: $y=-3(x-1)-4$ hay $\boxed{y=-3x-1}$.

Câu 12. Đường gấp khúc trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Tích phân $\int_{-2}^{3} f(x)\mathrm{d}x$ bằng



A. $\frac{13}{2}$.

B. $\frac{17}{2}$.

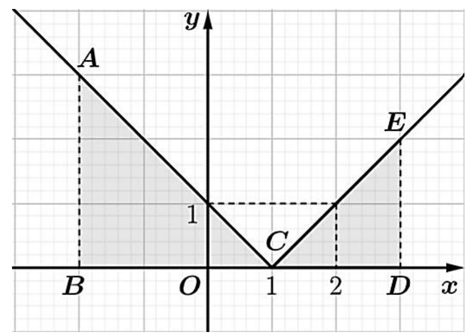
C. $\frac{15}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Giá trị tích phân $\int_{-2}^{3} f(x)\mathrm{d}x$ chính là tổng diện tích hai tam giác ABC và CDE như hình vẽ.



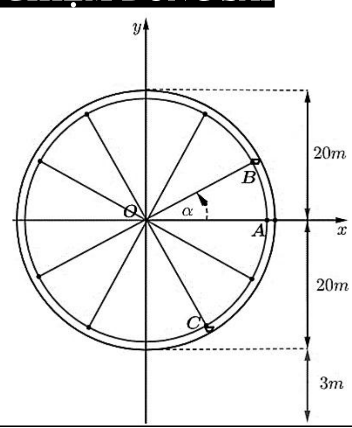
Ta có: $\int_{-2}^{3} f(x)\mathrm{d}x = S_{ABK}+S_{BCL}=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 3+\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2=\boxed{\frac{13}{2}}$.

....

....

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Một mô hình trò chơi vòng quay ở công viên có chiều cao tối đa 23 *m* so với mặt đất, bán kính vòng quay là 20 *m*. Hai bạn Hoa và Mai cùng chơi chung lượt quay và ngồi trong hai ca bin *B*, *C* mà góc $BOC=90^\circ$ (hình vẽ); α là một góc lượng giác hợp bởi tia đầu *OA*, tia cuối *OB*.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Chiều cao của *B* so với mặt đất là $h_B=23+20\sin\alpha$ (*mét*).	☐	☐
b) Khi $\alpha=45^\circ$ thì chiều cao của *B* so với mặt đất là $37{,}14$ *m* (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).	☐	☐
c) Chiều cao của *C* so với mặt đất là $h_C=23-20\cos\alpha$ (*mét*).	☐	☐

d) Khi B ở vị trị có độ cao 33 m thì C ở độ cao 13 m so với mặt đất?	☐	☐

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề đúng.

Chiều cao của B là $h_B = 23 + 20\sin\alpha$ (*mét*).

b) Mệnh đề đúng.

Với $\alpha = 45^{\circ}$ thì $h_B = 23 + 20\sin 45^{\circ} = 23 + 10\sqrt{2} \approx 37{,}14\ m$.

c) Mệnh đề đúng.

Chiều cao của C là $h_C = 23 + 20\sin\left(OA,\ OC\right) = 23 + 20\sin\left(\alpha + 270^{\circ}\right)$

$$= 23 - 20\sin\left(\alpha + 90^{\circ}\right) = 23 - 20\cos\alpha\ (m).$$

d) Mệnh đề sai.

Khi B ở vị trí có độ cao 33 m thì $h_B = 23 + 20\sin\alpha = 33 \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{1}{2}$.

Khi đó $\cos\alpha = \pm\sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

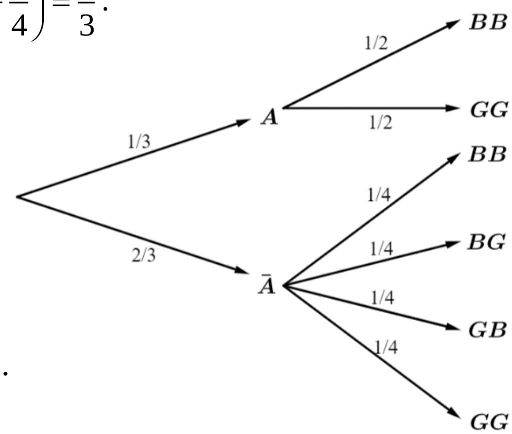
Do đó $h_C = 23 - 20\cos\alpha = 23 \pm 20.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 23 \pm 10\sqrt{3}$ (m).

Câu 14. Song sinh có thể là cùng trứng (identical) hoặc khác trứng (fraternal). Biết rằng 1/3 số cặp song sinh là cùng trứng. Hiển nhiên, song sinh cùng trứng phải cùng giới tính; song sinh khác trứng có thể cùng hoặc khác giới tính. Giả sử song sinh cùng trứng có xác suất là hai bé trai hoặc hai bé gái như nhau, trong khi với song sinh khác trứng thì tất cả bốn khả năng đều có xác suất như nhau. Một nhà khảo sát tìm gặp ngẫu nhiên một người phụ nữ đang mang thai đôi.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	**Đúng**	**Sai**
a) Xác suất để người phụ nữ mang thai đôi là bé gái bằng 0,5 biết rằng đây là cặp song sinh cùng trứng.	☐	☐
b) Xác suất để thai đôi của người phụ nữ là một cặp trai gái bằng 0,3.	☐	☐
c) Xác suất để thai đôi không cùng trứng và cũng không phải con trai bằng $\dfrac{1}{3}$.	☐	☐
d) Xác suất để người phụ nữ mang thai đôi là cùng trứng bằng 0,5 biết rằng cô ấy hạ sinh được hai bé gái.	☐	☐

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố: "Người phụ nữ mang thai đôi cùng trứng", cá ký hiệu BB, GG, BG, GB lần lượt chỉ các biến cố thai đôi là trai-trai, gái-gái, trai-gái, gái trai. Ta có sơ đồ hình cây sau:



a) Mệnh đề đúng.

Ta có $P(GG|A)=\dfrac{1}{2}$.

b) Mệnh đề sai.

Ta có $P(BG\cup GB)=P(BG\cup GB|\bar{A})=\dfrac{2}{3}\cdot\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{1}{3}$.

c) Mệnh đề sai.

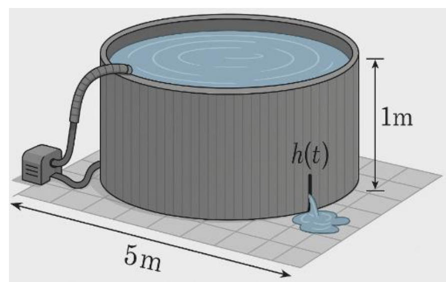
Ta có $P(\bar{A}\cap GG)=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{6}$.

d) Mệnh đề đúng.

Ta có $P(GG)=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{3}$.

Do đó $P(A|GG)=\dfrac{P(A)\cdot P(GG|A)}{P(GG)}=\dfrac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}=0,5$.

Câu 15. Một bể bơi hình trụ có đường kính 5 m và chiều cao 1 m; bể được bơm nước vào với tốc độ không đổi v_0. Sau khi nước được bơm đầy, bể bơi bị thủng một lỗ ở đáy và nước chảy ra ngoài; bể bơi chảy hết nước trong 8 giờ. Biết tốc độ giảm chiều cao của bể bơi khi nước chảy ra ngoài vào thời điểm t giờ (tính từ lúc nước đầy bể và ngừng bơm) được cho bởi hàm số $h'(t)=at+b$, với $a,b\in\mathbb{R}$. Lúc nước chảy hết ra ngoài thì tốc độ giảm chiều cao bằng 0.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Thể tích của bể bơi sau khi nước được làm đầy là $6,25\pi\ m^3$.	☐	☐
b) $32a+1=0$ và $4b-1=0$.	☐	☐
c) Sau 4 giờ kể từ lúc bể bị rò, lượng nước bị mất đi bằng $\dfrac{75\pi}{16}\ m^3$.	☐	☐
d) Lượng nước bị rò rỉ ra ngoài một nửa sau $8-4\sqrt{2}$ giờ.	☐	☐

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề đúng.

Bể ước hình trụ có bán kính đáy $r=2,5\ m$, chiều cao $h=1\ m$

Thể tích khi đầy $V=\pi r^2h=\pi\cdot 2,5^2\cdot 1=\boxed{6,25\pi}\ m^3$.

b) Mệnh đề sai.

Ta có $h'(8)=0\Rightarrow 8a+b=0\ (1)$.

Chiều cao của nước thời điểm t là $h(t)=\int(at+b)\mathrm{d}t=\dfrac{a}{2}t^2+bt+c$.

Vì $\begin{cases} h(0)=1 \\ h(8)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=1 \\ 32a+8b+1=0 \;\; (2) \end{cases}$.

Từ (1) và (2) suy ra $a=\dfrac{1}{32}$, $b=-\dfrac{1}{4}$. Khi đó $\boxed{32a-1=0;\ 4b+1=0}$ và $\boxed{h(t)=\dfrac{1}{64}t^2-\dfrac{1}{4}t+1}$.

c) Mệnh đề đúng.

Chiều cao mực nước trong bể sau 4 giờ là: $h(4)=\dfrac{1}{64}\cdot 4^2-\dfrac{1}{4}\cdot 4+1=0,25\ m$.

Lượng nước còn lại trong bể sau 4 giờ là $\pi r^2\cdot h(4)=\pi\cdot 2,5^2\cdot 0,25=\dfrac{25\pi}{16}\ m^3$.

Lượng nước đã thoát ra sau 4 giờ là $6,25\pi-\dfrac{25\pi}{16}=\boxed{\dfrac{75\pi}{16}}\ m^3$.

d) Mệnh đề đúng.

Lượng nước còn lại khi đã mất một nửa là $\dfrac{6,25\pi}{2}=\dfrac{25\pi}{8}\ m^3$.

Chiều cao tương ứng $h(t_1)$ của bể thỏa mãn $\pi\cdot 2,5^2\cdot h(t_1)=\dfrac{25\pi}{8}\Rightarrow h(t_1)=0,5\ m$.

Ta có $h(t_1)=\dfrac{1}{64}t_1^2-\dfrac{1}{4}t_1+1=0,5\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t_1=8+4\sqrt{2}\approx 13,7>8 \\ t_1=8-4\sqrt{2}\approx 2,3\in(0;8) \end{array}\right.$.

Ta thấy $\boxed{t_1=8-4\sqrt{2}}$ (giờ) thỏa mãn đề bài.

Câu 16. Trong một mô hình game 3D, với hệ trục tọa độ thích hợp, người chơi cùng với khẩu súng của anh ta được mô phỏng như một chất điểm di chuyển trên mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và nhắm bắn các mục tiêu di động trên mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Người chơi vẫn có thể bắn trúng mục tiêu nếu nó di chuyển trên bán cầu khuất phía sau tầm nhìn. Sau khi trò chơi bắt đầu, anh ta quyết định nhắm bắn theo phương vectơ $\vec{u}=(1;\ 0;\ 1)$.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;\ 2;\ 1)$ và bán kính $R=1$.	☐	☐
b) Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.	☐	☐
c) Người chơi đứng ở vị trí giao điểm của (P) và Ox, khoảng cách từ tâm quả cầu đến đường bay viên đạn bằng bằng $\dfrac{\sqrt{66}}{2}$.	☐	☐
d) Khoảng cách lớn nhất từ vị trí người bắn đến mục tiêu bằng $3\sqrt{2}$.	☐	☐

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề đúng.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;\ 2;\ 1)$ và bán kính $R=1$.

b) Mệnh đề đúng.

Ta có $d\left(I,(P)\right)=\dfrac{\left|-1-4+2-3\right|}{\sqrt{1+4+4}}=\boxed{2>R}$; do đó (*P*) và mặt cầu (*S*) không có điểm chung.

c) Mệnh đề đúng.

Giao điểm của (*P*) và *Ox* là điểm $M_0(3;\,0;\,0)\Rightarrow \overrightarrow{IM}=(4;\,-2;\,-1)$; $\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]=(-2;\,-5;\,2)$.

Khoảng cách từ *I* đến đường bay viên đạn là $d=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{4+25+4}}{\sqrt{1+0+1}}=\boxed{\dfrac{\sqrt{66}}{2}}$.

d) Mệnh đề đúng.

Gọi *M* thuộc (*P*), *N* thuộc (*S*) theo thứ tự là vị trí người chơi và vị trí mục tiêu đang bắn; *H* là hình chiếu của điểm *N* trên (*P*).

MN hợp với (*P*) một góc φ thỏa mãn $\sin\varphi=\dfrac{|\vec{u}\cdot\vec{n}_P|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}_P|}=\dfrac{|1+0+2|}{\sqrt{1+0+1}\cdot\sqrt{1+4+4}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

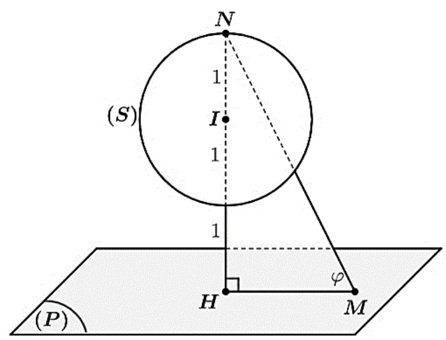
Xét tam giác *MNH* vuông tại *H*, ta có

$\sin\varphi=\dfrac{NH}{MN}\Rightarrow MN=\dfrac{NH}{\sin\varphi}$ hay $\boxed{MN=\sqrt{2}NH}$.

Dễ thấy *MN* lớn nhất khi và chỉ khi *NH* lớn nhất; mà

$NH\le d\left(I,(P)\right)+R=2+1=3$.

Do đó *MN* lớn nhất bằng $\boxed{3\sqrt{2}}$; khi đó *N*, *I*, *H* nằm trên đường thẳng vuông góc với (*P*).



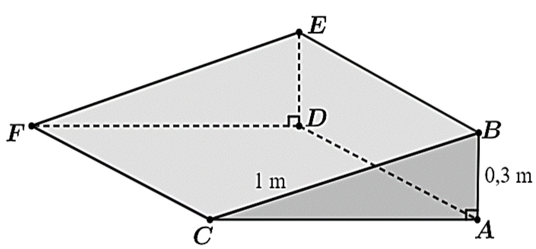
PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 17. Một tấm cầu dốc kê bậc thềm được làm bằng kim loại như hình vẽ. Biết chiều cao tối đa của cầu dốc là 0,3 *m* và bề mặt cầu là hình vuông có cạnh bằng 1 *m*. Hãy tính góc tạo bởi đường chéo bề mặt cầu dốc với mặt phẳng sàn nhà theo đơn vị độ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Trả lời: | | | | |

Đáp số: 12,2

Hướng dẫn giải



Xét mô hình cầu dốc với các kí hiệu như hình vẽ.

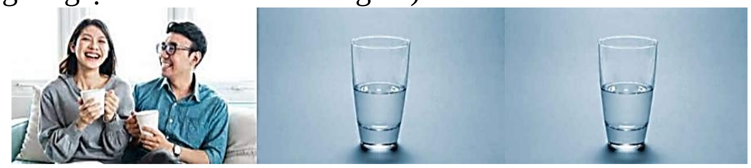
Vì *AF* là hình chiếu của *BF* trên (*ACFD*) nên $\left(BF,(ACFD)\right)=\left(BF,\,AF\right)=BFA$.

Hình vuông *BCFE* có cạnh bằng 1 *m* nên có đường chéo $BF=\sqrt{2}\ m$; $AB=0,3\ m$.

Tam giác *ABF* vuông tại *A* có:

$\sin BFA=\dfrac{AB}{BF}=\dfrac{3\sqrt{2}}{20}\Rightarrow BFA\approx 12,2^\circ$. Vậy $\left(BF,(ACFD)\right)=BFA\approx 12,2^\circ$.

Câu 18. Có hai vợ chồng đã nghĩ ra một trò chơi đầy trí tuệ như sau: Họ sử dụng hai ly nước giống hệt nhau, mỗi ly chứa tối đa 240 *ml* nước. Ban đầu, người vợ có một ly nước đầy và người chồng có một cái ly rỗng. Bước thứ nhất người vợ rót 1/2 lượng nước trong ly của mình sang ly của người chồng; bước tiếp theo người chồng lại rót 1/3 lượng nước trong ly của mình sang cho ly người vợ. Quá trình này cứ tiếp tục mà mỗi lần rót thì mẫu số được cộng thêm 1; trò chơi này hấp dẫn đến mức cả hai người thực hiện đến bước thứ 100 thì dừng lại, hỏi lượng nước trong ly người chồng khi đó là bao nhiêu ml? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, giả sử trong quá trình rót nước không có giọt nước nào tràn ra ngoài).



Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 119

Hướng dẫn giải

Ta có thể thực hiện việc rót theo sơ đồ sau:

Ban đầu	Ly người vợ: *V ml*	Ly người chồng: 0 *ml*
Bước thứ nhất: Vợ rót 1/2 nước trong ly cho chồng	$\boxed{\frac{1}{2}V}$	$\boxed{\frac{1}{2}V}$
Bước thứ hai: Chồng rót 1/3 nước trong ly cho vợ	$\frac{1}{2}V+\frac{1}{6}V=\boxed{\frac{2}{3}V}$	$\boxed{\frac{1}{3}V}$
Bước thứ ba: Vợ rót 1/4 nước trong ly cho chồng	$\frac{2}{3}V-\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}V=\boxed{\frac{1}{2}V}$	$\boxed{\frac{1}{2}V}$
Bước thứ tư: Chồng rót 1/5 nước trong ly cho vợ	$\frac{1}{2}+\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2}V=\boxed{\frac{3}{5}V}$	$\boxed{\frac{2}{5}V}$
Bước thứ năm: Vợ rót 1/6 nước trong ly cho chồng	$\frac{3}{5}-\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{5}V=\boxed{\frac{1}{2}V}$	$\boxed{\frac{1}{2}V}$

Quá trình này được lặp đi lặp lại và ta thấy rằng trong các **bước lẻ** (**người vợ rót nước cho người chồng**) thì lượng nước hai ly bằng nhau.

- **Bước thứ 99** thì lượng nước hai ly bằng nhau.
- **Bước thứ 100** (người chồng rót 1/101 nước trong ly cho vợ), lượng nước trong ly người chồng là $\frac{1}{2}V-\frac{1}{101}\cdot\frac{1}{2}V=\frac{50V}{101}=\frac{50\cdot 240}{101}\approx\boxed{119}\ ml$.

Câu 19. Cho tập hợp $X=\{3;\ 4;\ 5;\ 6\}$ và Y là tập hợp tất cả số tự nhiên có 2025 chữ số lấy từ X. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập Y, biết rằng xác suất để số đó chia hết cho 3 bằng $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2^a}+b\right)$, trong đó a, b là các số nguyên dương. Tính giá trị $a-18b$.

Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 4031

ĐỂ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Gọi A_n, B_n là tập con của Y gồm các số có n chữ số với A_n là tập các số chia hết cho 3 và B_n là tập các số không chia hết cho 3.

❖ Với mỗi số thuộc A_n có **hai cách thêm** vào cuối một chữ số 3 hoặc 6 để được A_{n+1} và **hai cách thêm** vào cuối chữ số 4 hoặc chữ số 5 để được B_{n+1}.
- **Ví dụ:** $36 \in A_2$, nếu ta thêm 3 hoặc 6 vào sau nó thì được 363 hoặc 366 đều thuộc A_3.
- **Ví dụ:** $36 \in A_2$, nếu ta thêm 4 hoặc 5 vào sau nó thì được 364 hoặc 365 đều thuộc B_3.

❖ Với mỗi số thuộc B_n có **một cách thêm** vào cuối một chữ số 4 (hoặc chữ số 5) để được A_{n+1} và có **ba cách thêm** một số để được B_{n+1}.
- **Ví dụ:** $34 \in B_2$, nếu ta thêm 5 vào sau nó thì được 345 thuộc A_3.
- **Ví dụ:** $34 \in B_2$, nếu ta thêm 3 hoặc 4 hoặc 6 vào sau nó thì được 343 hoặc 344 hoặc 346 đều thuộc B_3.

Do đó ta có: $\begin{cases} |A_{n+1}| = 2|A_n| + |B_n| \\ |B_{n+1}| = 2|A_n| + 3|B_n| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |B_n| = |A_{n+1}| - 2|A_n| & (1) \\ |B_{n+1}| = 2|A_n| + 3|B_n| & (2) \end{cases}$.

Thay (1) vào (2), ta được: $|B_{n+1}| = 2|A_n| + 3\left(|A_{n+1}| - 2|A_n|\right) = 3|A_{n+1}| - 4|A_n| \ (3)$.

Từ (1) suy ra $|B_{n+1}| = |A_{n+2}| - 2|A_{n+1}| \ (4)$.

Thay (4) vào (3) suy ra $3|A_{n+1}| - 4|A_n| = |A_{n+2}| - 2|A_{n+1}| \Rightarrow \boxed{|A_{n+2}| = 5|A_{n+1}| - 4|A_n|}$.

Do đó $\boxed{|A_n| = 5|A_{n-1}| - 4|A_{n-2}|}$. Xét phương trình đặc trưng $t^2 = 5t - 4 \Leftrightarrow t = 1 \vee t = 4$.

Phương trình (*) có nghiệm dạng $|A_n| = a \cdot 1^n + b \cdot 4^n \Leftrightarrow \boxed{|A_n| = a + b \cdot 4^n}$ (*a*, *b* là các tham số).

- $A_1 = \{3; 6\} \Rightarrow |A_1| = 2 \Rightarrow a + 4b = 2 \ (5)$.
- $A_2 = \{36; 63; 33; 66; 45; 54\} \Rightarrow |A_2| = 6 \Rightarrow a + 16b = 6 \ (6)$.

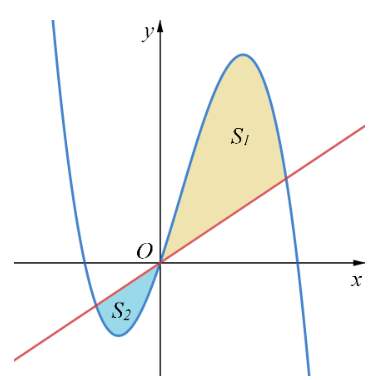
Từ (5) và (6) ta có $a = \dfrac{2}{3}; b = \dfrac{1}{3}$ hay $|A_n| = \dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{3} \cdot 4^n = \dfrac{2 + 4^n}{3}$. Do đó $\boxed{|A_{2025}| = \dfrac{2 + 4^{2025}}{3}}$.

Xác suất để số đó chia hết cho 3 từ tập Y là:

$$\frac{2 + 4^{2025}}{3} \times \frac{1}{4^{2025}} = \frac{1}{3} \times \frac{2 + 4^{2025}}{4^{2025}} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{2^{4050}} + 1\right) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2^{4049}} + 1\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2^a} + b\right).$$

Do đó $a = 4049$, $b = 1 \Rightarrow \boxed{a - 18b = 4031}$.

Câu 20. Cho hàm số $y = -\dfrac{1}{2}x^3 + \dfrac{3}{4}x^2 + 3x$ có đồ thị (C) và đường thẳng d đi qua gốc tọa độ tạo thành hai miền phẳng có diện tích S_1 và S_2 như hình vẽ.



Biết $S_1 = \dfrac{27}{4}$ và $S_2 = \dfrac{m}{n}$ (hai số *m*, *n* là nguyên tố cùng nhau), tính giá trị $2m - n$.

Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 142

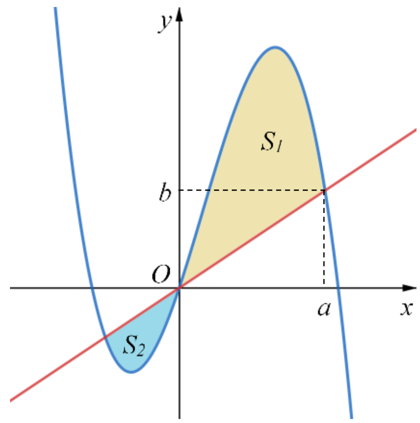
Hướng dẫn giải

Gọi $a>0$ là hoành độ giao điểm của (C) và d.

Đường thẳng d có hệ số góc là $k=\dfrac{-\frac{1}{2}a^3+\frac{3}{4}a^2+3a}{a}=-\dfrac{1}{2}a^2+\dfrac{3}{4}a+3$.

Mặt khác d đi qua gốc tọa độ nên có phương trình là $\boxed{y=\left(-\frac{1}{2}a^2+\frac{3}{4}a+3\right)x}$.

Ta có: $S_1=\int\limits_0^a\left[\left(-\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{4}x^2+3x\right)-\left(-\frac{1}{2}a^2+\frac{3}{4}a+3\right)x\right]dx$



$\Leftrightarrow \dfrac{27}{4}=\left[\left(-\frac{1}{8}x^4+\frac{1}{4}x^3+\frac{3}{2}x^2\right)-\left(-\frac{1}{4}a^2+\frac{3}{8}a+\frac{3}{2}\right)x^2\right]\Bigg|_0^a$

$\Leftrightarrow \dfrac{27}{4}=\left(-\frac{1}{8}a^4+\frac{1}{4}a^3+\frac{3}{2}a^2\right)-\left(-\frac{1}{4}a^2+\frac{3}{8}a+\frac{3}{2}\right)a^2$

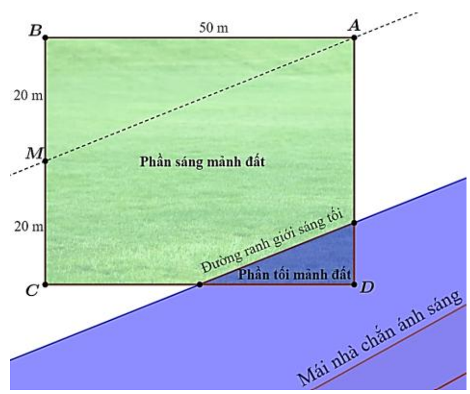
$\Leftrightarrow \dfrac{27}{4}=\dfrac{1}{8}a^4-\dfrac{1}{8}a^3 \Leftrightarrow \boxed{a=3}>0$.

Ta có phương trình $\boxed{d: y=\frac{3}{4}x}$. Khi đó phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là:

$\dfrac{3}{4}x-\left(-\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{4}x^2+3x\right)=0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x^3-\dfrac{3}{4}x^2-\dfrac{9}{4}x=0 \Leftrightarrow x=3 \vee x=0 \vee x=-\dfrac{3}{2}$.

Do đó $S_2=\int\limits_{-\frac{3}{2}}^{0}\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{4}x\right)dx=\dfrac{135}{128}=\dfrac{m}{n}$. Từ đó suy ra $\boxed{2m-n=142}$.

Câu 21. Một mảnh đất hình chữ nhật có kích thước $40\,m\times 50\,m$ đang được người chủ trồng cỏ tự nhiên. Vào buổi sáng, khi mặt trời vừa lên, mảnh đất này bị một mái nhà xưởng gần đó chắn ánh sáng. Khi mặt trời lên cao hơn, ánh sáng đã chiếu từ từ lên mảnh đất. Ta xem ranh giới giữa phần được chiếu sáng và phần tối là các đường thẳng song song thay đổi.
Có thời điểm đường ranh giới này đi qua hai điểm *A*, *M* như hình vẽ (*M* là trung điểm một cạnh hình chữ nhật).
Khi diện tích phần tối của mảnh đất bằng $75\ m^2$, người ta đo được tốc độ giảm cạnh theo phương *AD* bằng 2 *cm/s*; hỏi tốc độ giảm diện tích phần tối của mảnh đất là bao nhiêu cm^2/s? Kết quả được làm tròn đến hàng phần chục.



Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 3873

Hướng dẫn giải

Xét tam giác *ABM* vuông tại *B* có $\tan BAM=\dfrac{BM}{AB}=\dfrac{2}{5}$.

Đặt $x=DF\in[0;\,40]$, $y=DE\in[0;\,50]$ (*x*, *y* thay đổi (giảm) vì ánh sáng ngày càng lan rộng).

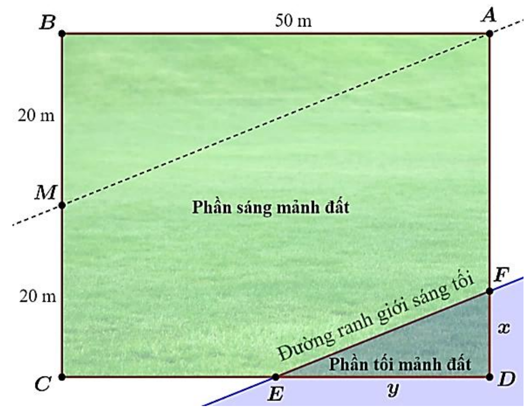
Vì $EF//AM$ nên $\tan FED = \tan BAM \Leftrightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \boxed{y = \frac{5x}{2}}$.

Diện tích phần tối tức thời là $S = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}x \cdot \frac{5x}{2}$ hay $\boxed{S = \frac{5}{4}x^2}$ (1).

Khi diện tích phần tối bằng $75\ m^2$ thì $\frac{5}{4}x^2 = 75 \Rightarrow x^2 = 60 \Rightarrow x = 2\sqrt{15}\ m$.

Đạo hàm hai vế của (1) theo biến t ta được: $\boxed{\frac{dS}{dt} = \frac{5}{2}x \cdot \frac{dx}{dt}}$ (2).

Thay $x = 2\sqrt{15}\ m = 200\sqrt{15}\ cm$ và $\frac{dx}{dt} = 2\ cm/s$ vào (2), ta được $\frac{dS}{dt} \approx \boxed{3873}\ cm^2/s$.



Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;6;0)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x+4y+89=0$. Đường thẳng d thay đổi nằm trên mặt phẳng (Oxy) và luôn đi qua điểm A. Gọi H là hình chiếu vuông góc của $M(4;-2;3)$ trên đường thẳng d. Khoảng cách nhỏ nhất từ H đến mặt phẳng (α) bằng bao nhiêu?

Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 15

Hướng dẫn giải

Gọi K là hình chiếu vuông góc của M lên (Oxy), suy ra $K(4;-2;0)$.

Vì $\begin{cases} AH \perp MK \ \left(\text{do } MK \perp (Oxy)\right) \\ AH \perp MH \end{cases} \Rightarrow AH \perp (MKH) \Rightarrow \boxed{AH \perp KH}$.

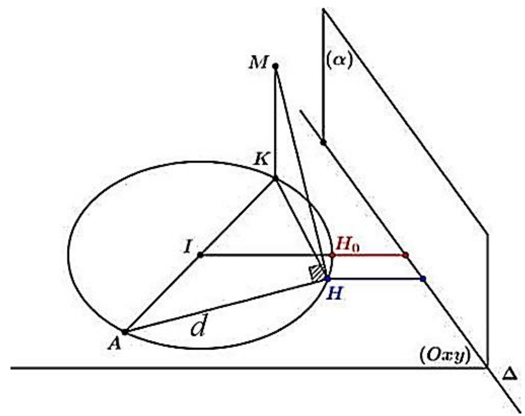
Khi đó H luôn thuộc đường tròn (C) có tâm là trung điểm $I(1;2;0)$ của đoạn AK, bán kính $R = \frac{AK}{2} = 5$.

Gọi $\Delta = (\alpha) \cap (Oxy)$, ta thấy $(\alpha) \perp (Oxy)$ (vì $\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{k} = 0$). Khi đó: $d(I,\Delta) = d(I,(\alpha)) = 20$.

Khoảng cách nhỏ nhất từ H đến mặt phẳng (α) là

$d(H,(\alpha))_{\min} = d(H,\Delta)_{\min} = d(H_0,\Delta)$

$= d(I,\Delta) - R = 20 - 5 = \boxed{15}$.



HẾT

ĐỀ SỐ 05

ĐỀ THI THỬ KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA 2025

Môn: Toán; khối: 12

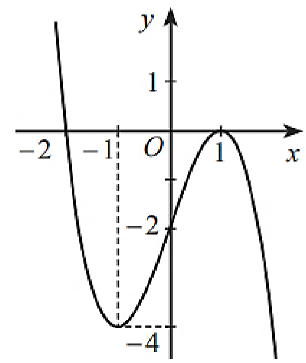
Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2=3,\ u_3=5$. Công sai d của cấp số cộng là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 2. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây? Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



A. $(-\infty;-1)$.

B. $(-1;1)$.

C. $(-2;1)$.

D. $(1;+\infty)$.

Câu 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B với $AB=a$ và $A'B=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 4. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\pi\int_0^2 \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_0^2 \mathrm{e}^{x}\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int_0^2 \mathrm{e}^{x}\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int_0^2 \mathrm{e}^{x}\mathrm{d}x$.

Câu 5. Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;0;2)$, $B(1;0;0)$ và $C(0;3;0)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{2}=1$. **B.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{2}=-1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=-1$.

Câu 6. Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int_{-1}^{2} 4f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 20. **B.** 10. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{4}$.

Câu 7. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và đường kính 6 có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=36$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=9$.

C. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$. **D.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=36$.

Câu 8. Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai là $6,25$. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng:

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

A. $2,5\ cm$. **B.** $12,5\ cm$. **C.** $3,125\ cm$. **D.** $42,25\ cm$.

Câu 9. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $M=5$. **B.** $M=-5$. **C.** $M=\dfrac{1}{3}$. **D.** $M=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 10. Cho hai biến cố $A,\ B$ với $0<P(B)<1$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $P(A)=P\left(\overline{B}\right).P\left(A|B\right)+P\left(B\right).P\left(A|\overline{B}\right)$. **B.** $P(A)=P\left(B\right).P\left(A|B\right)-P\left(\overline{B}\right).P\left(A|\overline{B}\right)$.

C. $P(A)=P\left(\overline{B}\right).P\left(A|\overline{B}\right)-P\left(B\right).P\left(A|B\right)$. **D.** $P(A)=P\left(B\right).P\left(A|B\right)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A|\overline{B}\right)$.

Câu 11. Một thư viện ghi lại số giờ đọc sách của 50 sinh viên trong một ngày và thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm giờ	$[0;1)$	$[1;2)$	$[2;3)$	$[3;4)$	$[4;5)$
Số sinh viên	8	11	15	9	7

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $1,69$. **B.** $1,85$. **C.** $2,02$. **D.** $1,98$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x-1)<\log_5(x+2)$ là

A. $S=(3;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;3)$. **C.** $S=\left(\dfrac{1}{2};3\right)$. **D.** $S=(-2;3)$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Một người đang bơm khí vào một quả bong bóng với tốc độ 100 cm^3/s. Quả bóng ngày càng to dần nhưng luôn có dạng hình cầu. Đây là loại bong bóng mà nếu người bơm để bán kính vượt quá 30 *cm* thì bong bóng sẽ bể.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Sau 10 giây, bán kính quả bong bóng bằng 6,4 *cm* (làm tròn đến hàng phần chục của *cm*).	☐	☐
b) Người bơm không thể để cho thể tích quả bong bóng vượt quá 113 lít (làm tròn đến hàng phần chục của lít).	☐	☐
c) Khi đường kính của quả bong bóng là 50 *cm* thì bán kính của quả bóng đang tăng với tốc độ 0,01 *cm/s* (làm tròn đến hàng phần trăm của *cm/s*).	☐	☐
d) Nếu sau khi bơm được 4 giây, người bơm tăng tốc độ bơm thêm 5 cm^3 trên một giây thì sau 189 giây (làm tròn đến hàng đơn vị của giây), bong bóng sẽ bể.	☐	☐

....

....

....

....

....

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Câu 14. Vịnh Hạ Long là một địa danh du lịch được nhiều người biết đến trên thế giới, nơi đây vẫn còn nhiều quần thể đảo lớn nhỏ chưa được khám phá. Một công ty du lịch quyết định khai thác khu vực có một số đảo nhỏ với hình dáng đặc biệt nếu nhìn từ trên xuống; trong số đó có hai hòn đảo mà phần giới hạn đất liền của nó được mô phỏng như hai đồ thị hàm số trên hình. Với hệ trục tọa độ Oxy thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là 100 mét, đường cong mô tả cho hòn đảo thứ nhất có dạng $y=\log_a x$ đi qua điểm có tọa độ $(3;1)$.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Điểm có tọa độ $(9;3)$ thuộc đường cong $y=\log_a x$.	☐	☐
b) Chủ dự án muốn xây dựng một nơi trực tiếp nhìn ra biển để du khách tham quan, ăn uống...Họ đã lựa chọn khu vực tam giác cong ABC như trong hình (đường cong AC tiếp giáp biển); diện tích khu vực này là 536 m^2 (làm tròn đến hàng đơn vị).	☐	☐
c) Chủ dự án đã thuê một số kỹ sư rất giỏi toán (***đặc biệt giỏi về hàm số mũ-log***) đi khảo sát khu vực này và họ nhận thấy có thể bồi đắp thêm cho hòn đảo thứ hai để đường cong giáp biển $y=g(x)$ của nó đối xứng với đường cong $y=\log_a x$ qua đường thẳng $y=x+1$. Khi đó đường cong $g(x)=1+3\cdot 3^x$.	☐	☐
d) Chủ dự án định xây một cây cầu nối liền hai hòn đảo, khoảng cách ngắn nhất theo đường chim bay của cây cầu bằng 285 m (làm tròn đến hàng đơn vị của mét).	☐	☐

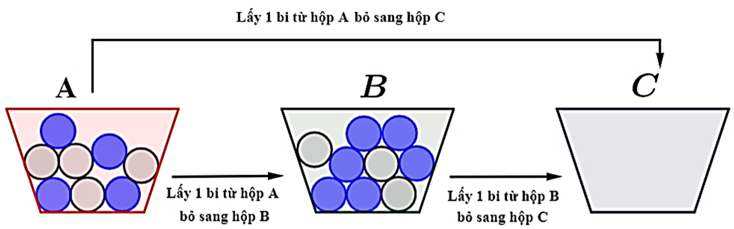
....

....

....

Câu 15. Hộp A đựng 4 bi xanh và 4 bi trắng, hộp B đựng 6 bi xanh và 3 bi trắng, hộp C không có viên bi nào. Người ta thực hiện liên tiếp ba hành động sau đây hoàn toàn ngẫu nhiên:

- Lấy 1 viên bi từ hộp A bỏ sang hộp B.
- Lấy 1 viên bi từ hộp B bỏ sang hộp C.
- Lấy 1 viên bi từ hộp A bỏ sang hộp C.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Nếu từ hộp A đã lấy 1 bi trắng bỏ sang hộp B thì xác suất để lấy bi trắng từ hộp B bỏ sang hộp C bằng $\frac{3}{5}$.	☐	☐
b) Xác suất để lấy được bi trắng từ hộp B bỏ sang hộp C bằng $\frac{7}{20}$.	☐	☐
c) Xác suất để lấy từ C được 2 bi xanh bằng $\frac{9}{28}$.	☐	☐
d) Xác suất để 2 bi lấy từ hộp C đều là các bi từ hộp A chuyển sang bằng $\frac{1}{15}$ biết rằng đó là 2 bi xanh.	☐	☐

....

....

....

....

....

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$ cho trước, đơn vị trên mỗi trục là mét, có hai chiếc chiến đấu cơ từ hai vị trí $A(40;-15;15)$, $B(55;-10;65)$ cần đáp xuống hai vị trí thuộc tàu sân bay hải quân để nạp nhiên liệu. Bề mặt chứa các đường băng trên tàu là mặt phẳng (P) có phương trình $3x-y+2z-25=0$.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là $\frac{x-40}{3}=\frac{y+15}{1}=\frac{z-15}{-2}$.	☐	☐
b) Tổng khoảng cách từ hai vị trí chiến đấu cơ đến mặt phẳng chứa đường băng là $110\ m$ (làm tròn đến hàng đơn vị của mét).	☐	☐
c) Tọa độ A' đối xứng với A qua (P) là $A'(-20;5;-25)$.	☐	☐
d) Người chỉ huy ở tàu sân bay phát tín hiệu để hai chiến đấu cơ đáp xuống các vị trí M, N cách nhau $5\sqrt{6}\ m$. Tổng đường bay ngắn nhất $AM+BN$ bằng 115 m (làm tròn đến hàng đơn vị).	☐	☐

....

....

....

....

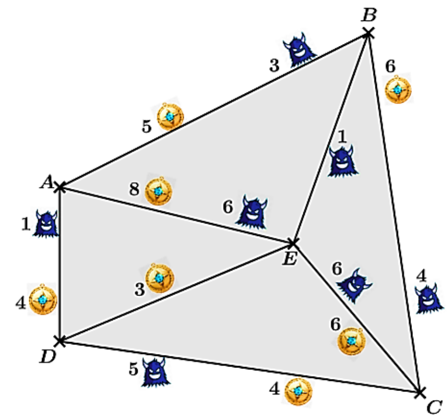
....

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 17. Một trò chơi điện tử có luật chơi như sau:

- Người chơi xuất phát từ A và đi qua tất cả vị trí B, C, D, E trước khi về lại A để kết thúc lượt chơi của mình. Mỗi vị trí người chơi đi qua đúng 1 lần (trừ điểm A).
- Thông số trên mỗi đoạn đường đi gồm: x (huy chương) liên quan đến phần thưởng và y (quái vật) liên quan đến chướng ngại vật; điểm số người chơi đạt được trên mỗi đoạn đường có dạng $3x-2y$. Hỏi tổng số điểm tối đa mà người chơi đạt được là bao nhiêu?

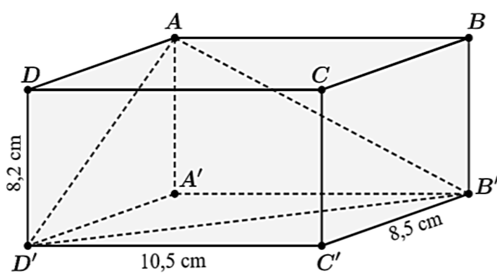


Trả lời: ☐☐☐☐

....

....

Câu 18. Một hộp phấn không bụi có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao hộp phấn bằng 8,2 cm và đáy của nó có hai kích thước là 8,5 cm; 10,5 cm (xem hình vẽ). Tìm số đo góc phẳng nhị diện $\left[A,\ B'D',\ A'\right]$ (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

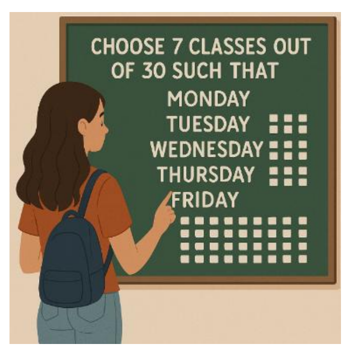


Trả lời: ☐☐☐☐

....

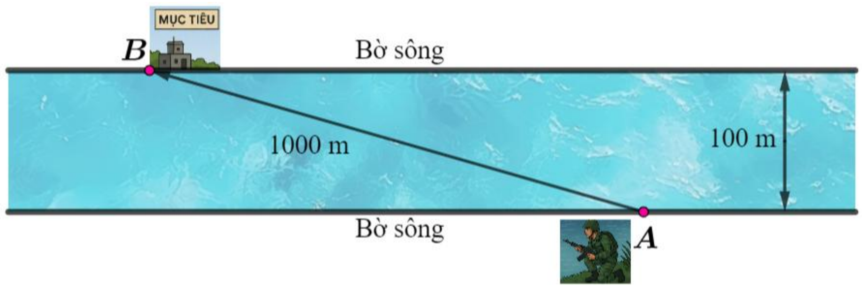
....

Câu 19. Lan đang dự tính ghi danh học các lớp kỹ năng Anh ngữ, kỹ năng giao tiếp, kỹ năng quản lí v.v... tại một Hệ thống giáo dục trong thành phố, nơi mỗi lớp học chỉ học một lần mỗi tuần. Cô ấy đang chọn giữa 30 lớp học không trùng nhau. Có 6 lớp để lựa chọn cho mỗi ngày trong tuần, từ thứ Hai đến thứ Sáu. Sau nhiều ngày cân nhắc và tìm kiếm lời khuyên, Lan vẫn chưa thể đưa ra lựa chọn phù hợp. Sau cùng cô quyết định đăng ký 7 lớp được chọn ngẫu nhiên trong số 30 lớp đó, với mọi lựa chọn là đồng xác suất. Xác suất để Lan có lớp học vào tất cả các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu bằng $\dfrac{m}{n}$ (trong đó hai số m, n là nguyên tố cùng nhau). Tính $m+n$.



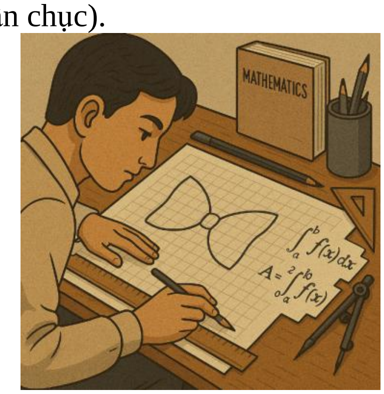
Trả lời: ☐☐☐☐

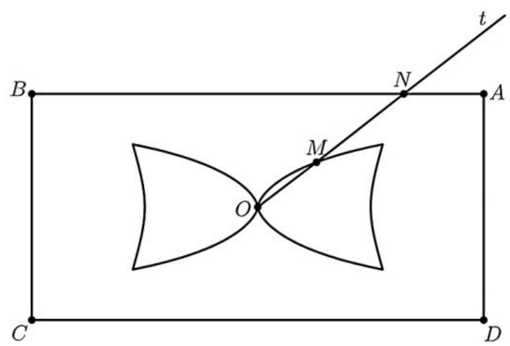
Câu 20. Một chiến sĩ đặc công đang nấp ở bờ sông, cần phải bơi qua bờ bên kia để tấn công mục tiêu. Có thể xem con sông này là thẳng và có độ rộng 100 *m*; vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy bộ. Biết rằng mục tiêu tấn công cách chiến sĩ 1 *km* theo đường chim bay; hỏi chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Trả lời: ☐☐☐☐

Câu 21. Một người nghệ sĩ đã vẽ hình chiếc nơ theo một cách khác lạ so với các nhà thiết kế. Anh ta vẽ hình chữ nhật *ABCD* tâm *O* có chiều dài bằng 4 *dm*, chiều rộng bằng 2 *dm*. Chiếc nơ chính là hình (*H*) nằm bên trong hình chữ nhật sao cho khi kẻ tia *Ot* bất kì cắt (*H*) và cạnh hình chữ nhật lần lượt tại *M* và *N* thì $MN = 1$ dm. Tính diện tích chiếc nơ hình (*H*) đó theo dm^2 (làm tròn đến hàng phần chục).





Trả lời: ☐☐☐☐

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba mặt phẳng: $(P): x-2y+z-1=0$, $(Q): x-2y+z+8=0$, $(R): x-2y+z-4=0$. Một đường thẳng d thay đổi cắt ba mặt phẳng (P), (Q), (R) lần lượt tại A, B, C. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = AB^2 + \dfrac{144}{AC}$.

Trả lời: ☐☐☐☐

HẾT

ĐỀ SỐ 05

ĐỀ THI THỬ KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA 2025

Môn: Toán; khối: 12

Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 3,\ u_3 = 5$. Công sai d của cấp số cộng là:

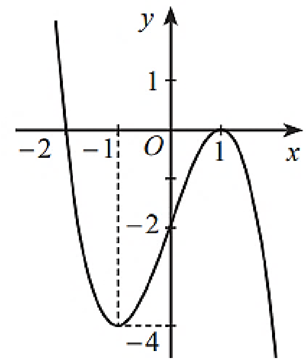
A. 1. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $u_3 = u_2 + d \Leftrightarrow 5 = 3 + d \Leftrightarrow d = 2$.

Câu 2. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây? Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-2; 1)$.

D. $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

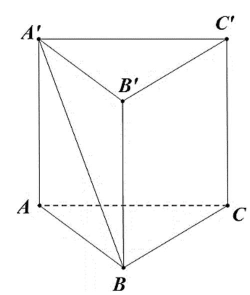
Chọn B.

Từ đồ thị hàm số, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B với $AB = a$ và $A'B = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải



Chọn D.

Ta có $AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$, $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB^2 = \dfrac{a^2}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA' \cdot S_{ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 4. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\pi\int_0^2 e^{2x}dx$. **B.** $S=\int_0^2 e^{x}dx$. **C.** $S=\pi\int_0^2 e^{x}dx$. **D.** $S=\pi\int_0^2 e^{x}dx$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Diện tích hình phẳng giới cần tính là $S=\int_0^2 e^{x}dx$.

Câu 5. Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;\,0;\,2)$, $B(1;\,0;\,0)$ và $C(0;\,3;\,0)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=-1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mặt phẳng (ABC) chắn các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(0;\,0;\,2)$, $B(1;\,0;\,0)$ và $C(0;\,3;\,0)$ nên có phương trình $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 6. Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)dx=5$ thì $\int_{-1}^{2} 4f(x)dx$ bằng:

A. 20. **B.** 10. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\int_{-1}^{2} 4f(x)dx=4\int_{-1}^{2} f(x)dx=4.5=20$.

Câu 7. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và đường kính 6 có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=36$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=9$.

C. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$. **D.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=36$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$, bán kính $R=3$ nên có phương trình là

$(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 8. Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai là $6,25$. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng:

A. $2,5\ cm$. **B.** $12,5\ cm$. **C.** $3,125\ cm$. **D.** $42,25\ cm$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là: $\sqrt{6,25}=2,5$.

Câu 9. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $M=5$. **B.** $M=-5$. **C.** $M=\dfrac{1}{3}$. **D.** $M=-\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $y'=\dfrac{-8}{(x-3)^2}<0,\ \forall x\in[0;\,2]$. Hàm số luôn nghịch biến trên $[0;2]$.

Ta tính được: $y(0)=\dfrac{1}{3},\ y(2)=-5$.

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0;2]$ là $M=y(0)=\dfrac{1}{3}$.

Câu 10. Cho hai biến cố A,B với $0<P(B)<1$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $P(A)=P(\overline{B}).P(A|B)+P(B).P(A|\overline{B})$. **B.** $P(A)=P(B).P(A|B)-P(\overline{B}).P(A|\overline{B})$.

C. $P(A)=P(\overline{B}).P(A|\overline{B})-P(B).P(A|B)$. **D.** $P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có: $P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})$.

Câu 11. Một thư viện ghi lại số giờ đọc sách của 50 sinh viên trong một ngày và thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm giờ	$[0;1)$	$[1;2)$	$[2;3)$	$[3;4)$	$[4;5)$
Số sinh viên	8	11	15	9	7

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $1,69$. **B.** $1,85$. **C.** $2,02$. **D.** $1,98$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Giả sử mẫu số liệu gốc là $x_1;\ x_2;\ ...;\ x_{50}$ được xếp theo thứ tự không giảm.

Xét nửa bên trái mẫu số liệu gốc là $x_1;\ x_2;\ ...;\ x_{25}$. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{13}\in[1;\,2)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1=1+\dfrac{\dfrac{50}{4}-8}{11}.1=\dfrac{31}{22}\approx 1,41\ \text{(giờ)}.$$

Xét nửa bên phải mẫu số liệu gốc là $x_{26};\ x_2;\ ...;\ x_{50}$.

ĐỂ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in [3;\,4)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 3 + \dfrac{3.\frac{50}{4} - 34}{9}.1 = \dfrac{61}{18} \approx 3,39$ (giờ).

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 \approx 1,98$ (giờ).

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x-1) < \log_5(x+2)$ là

A. $S = (3;\,+\infty)$. **B.** $S = (-\infty;\,3)$. **C.** $S = \left(\dfrac{1}{2};\,3\right)$. **D.** $S = (-2;\,3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $\log_5(2x-1) < \log_5(x+2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1>0 \\ 2x-1<x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \dfrac{1}{2} \\ x<3 \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm phương trình $S = \left(\dfrac{1}{2};\,3\right)$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Một người đang bơm khí vào một quả bong bóng với tốc độ 100 cm^3/s. Quả bóng ngày càng to dần nhưng luôn có dạng hình cầu. Đây là loại bong bóng mà nếu người bơm để bán kính vượt quá 30 *cm* thì bong bóng sẽ bể.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Sau 10 giây, bán kính quá bong bóng bằng 6,4 *cm* (làm tròn đến hàng phần chục của *cm*).	☐	☐
b) Người bơm không thể để cho thể tích quả bong bóng vượt quá 113 lít (làm tròn đến hàng phần chục của lít).	☐	☐
c) Khi đường kính của quả bong bóng là 50 *cm* thì bán kính của quả bóng đang tăng với tốc độ 0,01 *cm/s* (làm tròn đến hàng phần trăm của *cm/s*).	☐	☐
d) Nếu sau khi bơm được 4 giây, người bơm tăng tốc độ bơm thêm $5\ cm^3$ trên một giây thì sau 189 giây (làm tròn đến hàng đơn vị của giây), bong bóng sẽ bể.	☐	☐

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề sai.

Gọi $V(t)$, R_t là thể tích và bán kính quả bóng bóng sau *t* giây, ta có $\boxed{V(t) = \dfrac{4}{3}\pi R_t^3}$ (*).

Sau 10 giây, thể tích quả bóng là $V(10) = 100 \times 10 = 1000\ cm^3$.

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Ta có $V(10)=\dfrac{4}{3}\pi R_{10}^3=1000 \Rightarrow R_{10}\approx 6,2\ cm$.

b) Mệnh đề đúng.

Bán kính tối đa của quả bong bóng là 30 *cm*; thể tích tối đa của quả bong bóng là $\dfrac{4}{3}\pi\cdot 30^3\approx 113097\ cm^3\approx 113$ lít.

c) Mệnh đề đúng.

Khi bán kính bong bóng bằng $\dfrac{50}{2}=25\ cm$ thì thể tích bong bóng là $\dfrac{4\pi\cdot 25^3}{3}=\dfrac{62500\pi}{3}\ cm^3$.

Đạo hàm hai vế của (*) theo *t*, ta được: $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}V(t)}{\mathrm{d}t}=4\pi R_t^2\cdot\dfrac{\mathrm{d}R_t}{\mathrm{d}t}}$ (**).

Thay $R_t=25\ cm$; $\dfrac{\mathrm{d}V(t)}{\mathrm{d}t}=100\ cm^3/s$ vào (**), ta có: $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}R_t}{\mathrm{d}t}\approx 0,01}$ *cm/s*.

d) Mệnh đề sai.

Thể tích bong bóng sau $t+4$ giây là ($t\ge 0$) là $V(t)=100\cdot 4+\int_0^t(5t+100)\mathrm{d}t$.

Thể tích tối đa của bong bóng là $\dfrac{4}{3}\pi\cdot 30^3\ cm^3$.

Xét $V(t)=100\cdot 4+\int_0^t(5t+100)\mathrm{d}t=\dfrac{4}{3}\pi\cdot 30^3\Rightarrow t\approx 193$ giây.

Câu 14. Vịnh Hạ Long là một địa danh du lịch được nhiều người biết đến trên thế giới, nơi đây vẫn còn nhiều quần thể đảo lớn nhỏ chưa được khám phá. Một công ty du lịch quyết định khai thác khu vực có một số đảo nhỏ với hình dáng đặc biệt nếu nhìn từ trên xuống; trong số đó có hai hòn đảo mà phần giới hạn đất liền của nó được mô phỏng như hai đồ thị hàm số trên hình. Với hệ trục tọa độ *Oxy* thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là 100 mét, đường cong mô tả cho hòn đảo thứ nhất có dạng $y=\log_a x$ đi qua điểm có tọa độ $(3;1)$.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Điểm có tọa độ $(9;3)$ thuộc đường cong $y=\log_a x$.	☐	☐
b) Chủ dự án muốn xây dựng một nơi trực tiếp nhìn ra biển để du khách tham quan, ăn uống...Họ đã lựa chọn khu vực tam giác cong *ABC* như trong hình (đường cong *AC* tiếp giáp biển); diện tích khu vực này là 536 m^2 (làm tròn đến hàng đơn vị).	☐	☐

c) Chủ dự án đã thuê một số kỹ sư rất giỏi toán (***đặc biệt giỏi về hàm số mũ-log***) đi khảo sát khu vực này và họ nhận thấy có thể bồi đắp thêm cho hòn đảo thứ hai để đường cong giáp biển $y=g(x)$ của nó đối xứng với đường cong $y=\log_a x$ qua đường thẳng $y=x+1$. Khi đó đường cong $g(x)=1+3\cdot 3^x$.	☐	☐
d) Chủ dự án định xây một cây cầu nối liền hai hòn đảo, khoảng cách ngắn nhất theo đường chim bay của cây cầu bằng 285 *m* (làm tròn đến hàng đơn vị của mét).	☐	☐

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề sai.

Đường cong $y=\log_a x$ đi qua điểm $(3;1)$ nên $1=\log_a 3 \Rightarrow a=3$.

Khi đó hàm số trở thành $y=\log_3 x$; đường cong này không đi qua điểm $(9;3)$.

b) Mệnh đề sai.

Điểm $A(x_A;-1)$ thuộc đồ thị hàm só $y=\log_3 x \Rightarrow \log_3 x=-1 \Rightarrow x=3^{-x}=\dfrac{1}{3}$.

Diện tích tam giác cong ABC là phần hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị $y=\log_3 x$; $y=-1$ cùng các đường thẳng $x=\dfrac{1}{3}$; $x=4$.

Do đó diện tích cần tính là $S=100\times\displaystyle\int_{1/3}^{4}\left|\log_3 x-(-1)\right|\mathrm{d}x \approx 571\ m^2$.

c) Mệnh đề đúng.

Gọi $M(x_M;y_M)\in(C_1): y=\log_3 x$ và $N(x;y)\in(C_2): y=g(x)$.

M, N đối xứng qua $x-y+1=0$ nên ta có: $\begin{cases}\dfrac{x+x_M}{2}-\dfrac{y+y_M}{2}+1=0\\ 1\cdot(x-x_M)+1\cdot(y-y_M)=0\end{cases}$

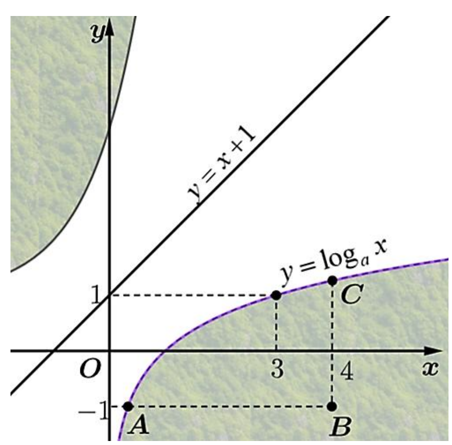
$\Leftrightarrow \begin{cases}x-y+x_M-y_M+2=0\\ x+y-x_M-y_M=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y_M=x+1\\ x_M=y-1\end{cases}$ hay $\boxed{M(y-1;x+1)}$.

Vì $M\in(C_1)$ nên $x+1=\log_3(y-1)\Rightarrow y-1=3^{x+1}\Rightarrow y=3^{x+1}+1$ hay $\boxed{y=g(x)=1+3\cdot 3^x}$.

d) Mệnh đề sai.

Xét tiếp tuyến của đường cong $y=\log_3 x$ biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=x+1$.

Hệ số góc tiếp tuyến là $k=1$; gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm thì $f'(x_0)=k\Rightarrow \dfrac{1}{x_0\ln 3}=1\Rightarrow x_0=\dfrac{1}{\ln 3}$; $y_0=\log_3\dfrac{1}{\ln 3}$.

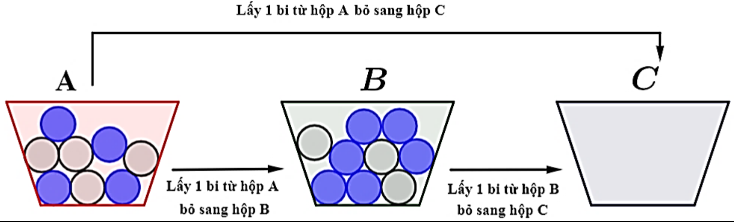


Độ dài ngắn nhất cây cầu (theo đường chim bay) bằng hai lần khoảng cách từ $M\left(\dfrac{1}{\ln 3};\log_3\dfrac{1}{\ln 3}\right)$ đến đường thẳng $y=x+1$.

Ta có: $d_{\min}=2\cdot\dfrac{\left|\dfrac{1}{\ln 3}-\log_3\dfrac{1}{\ln 3}+1\right|}{\sqrt{2}}\times 100\approx\boxed{282\ m}$.

Câu 15. Hộp A đựng 4 bi xanh và 4 bi trắng, hộp B đựng 6 bi xanh và 3 bi trắng, hộp C không có viên bi nào. Người ta thực hiện liên tiếp ba hành động sau đây hoàn toàn ngẫu nhiên:

- Lấy 1 viên bi từ hộp A bỏ sang hộp B.
- Lấy 1 viên bi từ hộp B bỏ sang hộp C.
- Lấy 1 viên bi từ hộp A bỏ sang hộp C.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Nếu từ hộp A đã lấy 1 bi trắng bỏ sang hộp B thì xác suất để lấy bi trắng từ hộp B bỏ sang hộp C bằng $\dfrac{3}{5}$.	☐	☐
b) Xác suất để lấy được bi trắng từ hộp B bỏ sang hộp C bằng $\dfrac{7}{20}$.	☐	☐
c) Xác suất để lấy từ C được 2 bi xanh bằng $\dfrac{9}{28}$.	☐	☐
d) Xác suất để 2 bi lấy từ hộp C đều là các bi từ hộp A chuyển sang bằng $\dfrac{1}{15}$ biết rằng đó là 2 bi xanh.	☐	☐

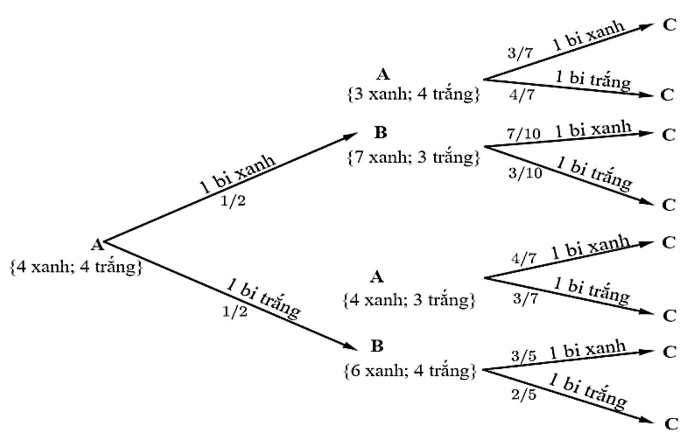
Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề đúng.

Nếu từ hộp A đã lấy 1 bi trắng bỏ sang hộp B thì khi đó hộp B có 6 bi xanh và 4 bi trắng; xác suất để lấy 1 bi trắng từ hộp B là $\dfrac{4}{10}=\dfrac{3}{5}$.

b) Mệnh đề đúng.

Ta mô phỏng bài toán bởi sơ đồ sau:



Ta có:

$$P\left(Trắng_{[B]\to[C]}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{10}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}=\frac{7}{20}$$

.

c) Mệnh đề đúng.

Ta có: $P\left(2Xanh_{[C]}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{7}{10}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{5}=\frac{9}{28}$.

(*Trong đó ta xem kí hiệu* $2Xanh_{[C]}$ *là lấy được 2 viên bi xanh từ hộp C*).

d) Mệnh đề đúng.

Ta có: $P\left(2\ bi_{[A]\to[C]}\mid 2Xanh_{[C]}\right)=\dfrac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{3}{7}}{\frac{9}{28}}=\frac{1}{15}$.

(*Trong đó ta xem kí hiệu* $2\ bi_{[A]\to[C]}$ *là lấy từ hộp C đúng 2 viên bi từ hộp A chuyển qua*).

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$ cho trước, đơn vị trên mỗi trục là mét, có hai chiếc chiến đấu cơ từ hai vị trí $A(40;-15;15)$, $B(55;-10;65)$ cần đáp xuống hai vị trí thuộc tàu sân bay hải quân để nạp nhiên liệu. Bề mặt chứa các đường băng trên tàu là mặt phẳng (P) có phương trình $3x-y+2z-25=0$.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là $\frac{x-40}{3}=\frac{y+15}{1}=\frac{z-15}{-2}$.	☐	☐
b) Tổng khoảng cách từ hai vị trí chiến đấu cơ đến mặt phẳng chứa đường băng là $110\ m$ (làm tròn đến hàng đơn vị của mét).	☐	☐
c) Tọa độ A' đối xứng với A qua (P) là $A'(-20;5;-25)$.	☐	☐
d) Người chỉ huy ở tàu sân bay phát tín hiệu để hai chiến đấu cơ đáp xuống các vị trí M, N cách nhau $5\sqrt{6}\ m$. Tổng đường bay ngắn nhất $AM+BN$ bằng $115\ m$ (làm tròn đến hàng đơn vị).	☐	☐

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề sai.

Đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là $\frac{x-40}{3}=\frac{y+15}{-1}=\frac{z-15}{2}$.

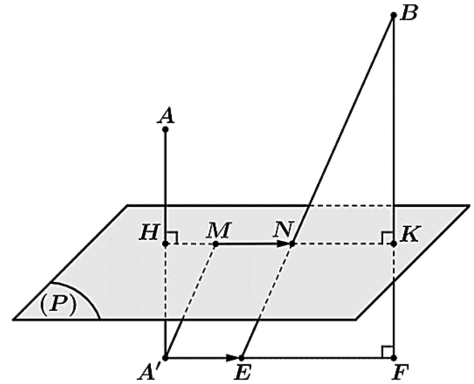
b) Mệnh đề sai.

Ta có: $d\left(A,(P)\right)+d\left(B,(P)\right)=\frac{|120+15+30-25|}{\sqrt{9+1+4}}+\frac{|165+10+130-25|}{\sqrt{9+1+4}}=30\sqrt{14}\approx 112\ m$.

c) Mệnh đề đúng.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên (P) thì tọa độ H thỏa hệ phương trình
$$\begin{cases}\dfrac{x-40}{3}=\dfrac{y+15}{-1}=\dfrac{z-15}{2}\\3x-y+2z-25=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+3y+5=0\\2y+z+15=0\\3x-y+2z-25=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=10\\y=-5\\z=-5\end{cases}\text{ hay }\boxed{H(10;-5;-5)}.$$

A' đối xứng với A qua (P) nên H là trung điểm của $AA'\Rightarrow\boxed{A'(-20;5;-25)}$.



d) Mệnh đề đúng.

Lấy điểm E thỏa mãn $\overrightarrow{A'E}=\overrightarrow{MN}$; suy ra $A'M=EN$.

Vì A' cố định mà $A'E=5\sqrt{6}$ nên E thuộc đường tròn tâm A', bán kính $r=5\sqrt{6}$; đường tròn này thuộc mặt phẳng (Q) qua A' và song song với (P).

Gọi K, F theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của B trên (P), (Q) suy ra $K(-5;10;25)\Rightarrow HK=15\sqrt{6}$; $KF=HA'=AH=10\sqrt{33}$.

Ta có $AM+BN=A'M+BN=EN+BN\ge BE$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi E, N, B thẳng hàng theo thứ tự đó (H, M, N, K thẳng hàng).

Ta có: $BE=\sqrt{BF^2+(A'F-A'E)^2}=\sqrt{(BK+KF)^2+(HK-MN)^2}$

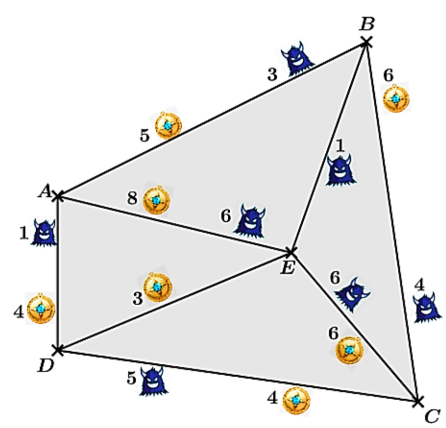
$=\sqrt{\left(20\sqrt{14}+10\sqrt{14}\right)^2+\left(15\sqrt{6}-5\sqrt{6}\right)^2}=20\sqrt{33}$.

Vậy tổng độ dài bé nhất $AM+BN$ là $\boxed{20\sqrt{33}\approx 115\ m}$.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 17. Một trò chơi điện tử có luật chơi như sau:

- Người chơi xuất phát từ A và đi qua tất cả vị trí B, C, D, E trước khi về lại A để kết thúc lượt chơi của mình. Mỗi vị trí người chơi đi qua đúng 1 lần (trừ điểm A).
- Thông số trên mỗi đoạn đường đi gồm: x (huy chương) liên quan đến phần thưởng và y (quái vật) liên quan đến chướng ngại vật; điểm số người chơi đạt được trên mỗi đoạn đường có dạng $3x-2y$. Hỏi tổng số điểm tối đa mà người chơi đạt được là bao nhiêu?



Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 44

Hướng dẫn giải

Người chơi đi qua các con đường hợp lệ cùng với số điểm tương ứng như sau:

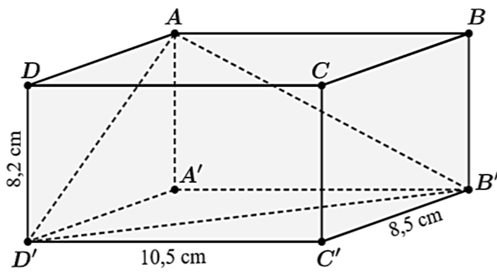
- $A\to B\to C\to E\to D\to A$; số điểm là $3(5+6+6+3+4)-2(3+4+6+0+1)=44$.
- $A\to B\to C\to D\to E\to A$; số điểm là $3(5+6+4+3+8)-2(3+4+5+0+6)=42$.

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

- $A \to E \to B \to C \to D \to A$; số điểm là $3(8+0+6+4+4)-2(6+1+4+5+1)=32$.
- $A \to E \to D \to C \to B \to A$; số điểm là $3(8+3+4+6+5)-2(6+0+5+4+3)=42$.
- $A \to D \to C \to B \to E \to A$; số điểm là $3(4+4+6+0+8)-2(1+5+4+1+6)=32$.
- $A \to D \to E \to C \to B \to A$; số điểm là $3(4+3+6+6+5)-2(1+0+6+4+3)=44$.

Số điểm tối đa mà người chơi đạt được là 44.

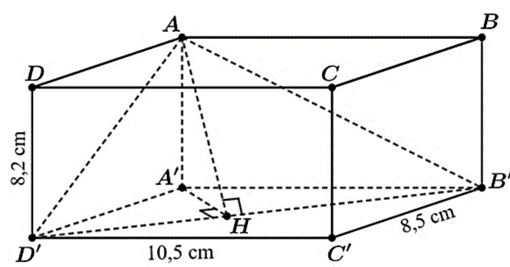
Câu 18. Một hộp phấn không bụi có dạng hình hộp chữ nhật, chiều cao hộp phấn bằng 8,2 cm và đáy của nó có hai kích thước là 8,5 cm; 10,5 cm (xem hình vẽ). Tìm số đo góc phẳng nhị diện $[A,\, B'D',\, A']$ (tính theo độ, làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 51,1

Hướng dẫn giải



Trong mặt phẳng $(A'B'C'D')$, kẻ $A'H \perp B'D'$ tại H.

Ta có: $\begin{cases} B'D' \perp A'H \\ B'D' \perp AA' \ (\text{do } AA' \perp (A'B'C'D')) \end{cases}$

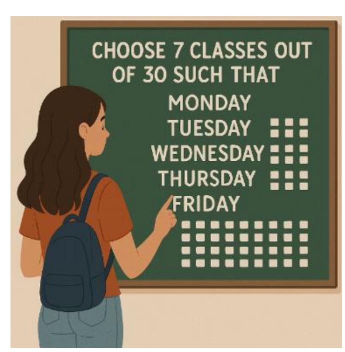
$\Rightarrow B'D' \perp (AA'H) \Rightarrow B'D' \perp AH$.

Do đó AHA' là góc phẳng nhị diện $[A,\, B'D',\, A']$.

Tam giác $A'B'C'$ vuông tại A' có đường cao $A'H$ nên $\dfrac{1}{A'H^2}=\dfrac{1}{A'B'^2}+\dfrac{1}{A'D'^2} \Rightarrow A'H=\dfrac{A'B'.A'D'}{\sqrt{A'B'^2+A'D'^2}}=\dfrac{357}{2\sqrt{730}}$.

Tam giác AHA' vuông tại A' có $\tan AHA'=\dfrac{AA'}{A'H}=\dfrac{8,2}{\dfrac{357}{2\sqrt{730}}} \Rightarrow AHA' \boxed{\approx 51,1^\circ}$.

Câu 19. Lan đang dự tính ghi danh học các lớp kỹ năng Anh ngữ, kỹ năng giao tiếp, kỹ năng quản lí v.v... tại một Hệ thống giáo dục trong thành phố, nơi mỗi lớp học chỉ học một lần mỗi tuần. Cô ấy đang chọn giữa 30 lớp học không trùng nhau. Có 6 lớp để lựa chọn cho mỗi ngày trong tuần, từ thứ Hai đến thứ Sáu. Sau nhiều ngày cân nhắc và tìm kiếm lời khuyên, Lan vẫn chưa thể đưa ra lựa chọn phù hợp. Sau cùng cô quyết định đăng ký 7 lớp được chọn ngẫu nhiên trong số 30 lớp đó, với mọi lựa chọn là đồng xác suất. Xác suất để



Lan có lớp học vào tất cả các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu bằng $\frac{m}{n}$ (trong đó hai số *m*, *n* là nguyên tố cùng nhau). Tính $m+n$.

Trả lời:

Đáp số: 491

Hướng dẫn giải

Có hai khả năng chính để Lan có lớp học mỗi ngày trong tuần:

- **Trường hợp 1:** Có 2 ngày có 2 lớp học, và 3 ngày còn lại có 1 lớp học.

  Số khả năng cho **trường hợp 1** là $C_5^2 \cdot \left(C_6^2\right)^2 \cdot \left(C_6^1\right)^3$.

  (Chọn 2 ngày trong 5 ngày có 2 lớp học, mỗi ngày đó chọn 2 lớp trong số 6 lớp; 3 ngày còn lại mỗi ngày chọn 1 lớp trong 6 lớp $\rightarrow$ có $\left(C_6^1\right)^3$ cách).

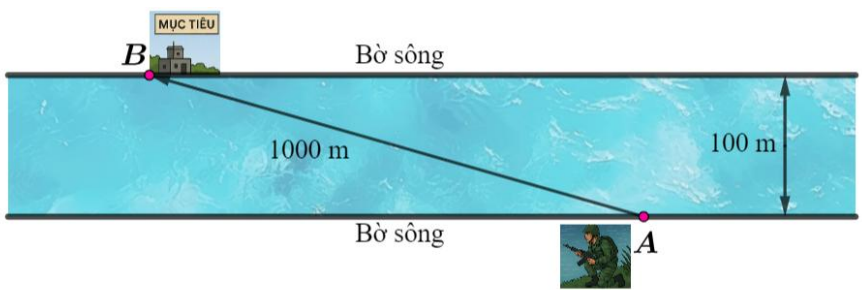
- **Trường hợp 2:** Có 1 ngày có 3 lớp học, và 4 ngày còn lại mỗi ngày có 1 lớp học.

  Số khả năng cho **trường hợp 2** là $C_5^1 C_6^3 \cdot \left(C_6^1\right)^4$.

  (Chọn 1 ngày có 3 lớp học trong 5 ngày, chọn 3 lớp trong 6 lớp cho ngày đó; 4 ngày còn lại mỗi ngày chọn 1 lớp $\rightarrow$ $\left(C_6^1\right)^4$ cách).

Vậy xác suất cần tính là $\dfrac{C_5^2 \cdot \left(C_6^2\right)^2 \cdot \left(C_6^1\right)^3 + C_5^1 C_6^3 \cdot \left(C_6^1\right)^4}{C_{30}^7} = \dfrac{114}{377} = \dfrac{m}{n}$. Suy ra $\boxed{m+n=491}$.

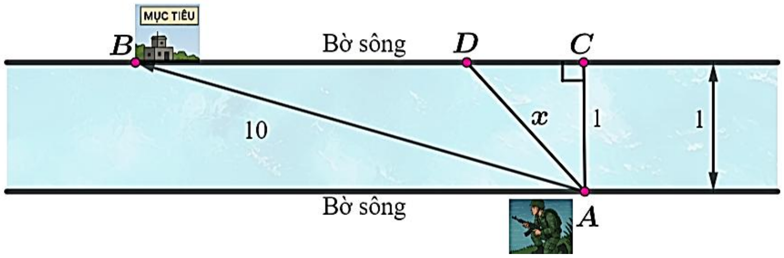
Câu 20. Một chiến sĩ đặc công đang nấp ở bờ sông, cần phải bơi qua bờ bên kia để tấn công mục tiêu. Có thể xem con sông này là thẳng và có độ rộng 100 *m*; vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy bộ. Biết rằng mục tiêu tấn công cách chiến sĩ 1 *km* theo đường chim bay; hỏi chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Trả lời:

Đáp số: 106

Hướng dẫn giải



Gọi *C* là hình chiếu vuông góc của *A* (vị trí chiến sĩ xuất phát) đối với bờ bên kia và *D* thuộc đoạn *BC* là vị trí mà chiến sĩ sẽ bơi đến trước khi chạy bộ tấn công mục tiêu tại *A*.

Ta chuẩn hóa bài toán như sau:

- 1 đơn vị độ dài = 100 *m*; khi đó $AC=1,\ AB=10$.
- Vận tốc bơi trên sông của chiến sĩ là 1 (đơn vị vận tốc); vận tốc chạy của chiến sĩ là 3 (đơn vị vận tốc).

Đặt $AD=x\in(1;10)\Rightarrow CD=\sqrt{x^2-1}$; $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=3\sqrt{11}$;

$BD=BC-CD=3\sqrt{11}-\sqrt{x^2-1}$.

Tổng thời gian từ khi chiến sĩ xuất phát đến khi tiếp cận mục tiêu là:

$$t=\frac{AD}{1}+\frac{BD}{3}=\frac{x}{1}+\frac{3\sqrt{11}-\sqrt{x^2-1}}{3}=\sqrt{11}-\frac{1}{3}\sqrt{x^2-1}+x$$

Xét hàm $f(x)=\sqrt{11}-\frac{1}{3}\sqrt{x^2-1}+x$; $x\in(1;10)$; $f'(x)=1-\frac{1}{3}\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$;

$$f'(x)=0\Rightarrow\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}=3\Rightarrow 3\sqrt{x^2-1}=x\Rightarrow 9x^2-9=x^2\Rightarrow x=\frac{3\sqrt{2}}{4}>0.$$

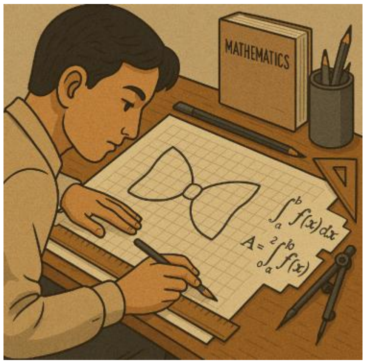
x	1		$\frac{3\sqrt{2}}{4}$		10
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

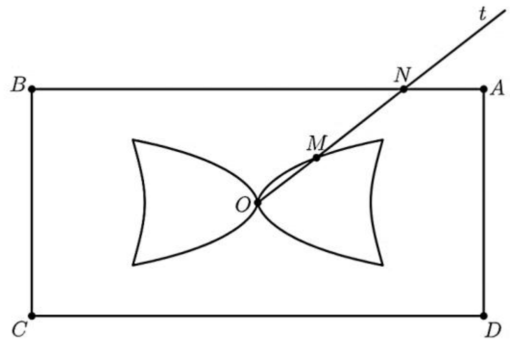
<u>Bảng biến thiên:</u>

Chiến sĩ tiếp cận mục tiêu nhanh nhất khi $BD=x=\frac{3\sqrt{2}}{4}$. Do đó chiến sỹ phải bơi một đoạn $AD\times100=\frac{3\sqrt{2}}{4}\times100\approx\boxed{106\ m}$.

Câu 21. Một người nghệ sĩ đã vẽ hình chiếc nơ theo một cách khác lạ so với các nhà thiết kế. Anh ta vẽ hình chữ nhật *ABCD* tâm *O* có chiều dài bằng 4 *dm*, chiều rộng bằng 2 *dm*. Chiếc nơ chính là hình (*H*) nằm bên trong hình chữ nhật sao cho khi kẻ tia *Ot* bất kì cắt (*H*) và cạnh hình chữ nhật lần lượt tại *M* và *N* thì $MN=1\ dm$. Tính diện tích chiếc nơ hình (*H*) đó theo dm^2 (làm tròn đến hàng phần chục).

ĐỂ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU





Trả lời: ☐☐☐☐

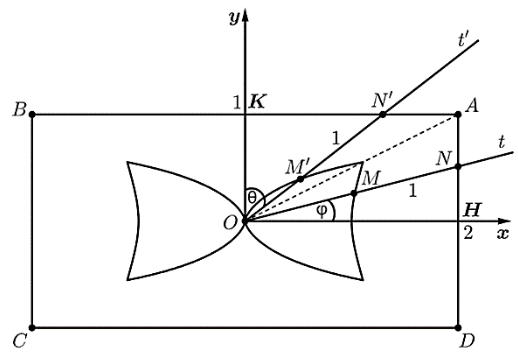
Đáp số: 1,52

Hướng dẫn giải

Xét hình vẽ và các kí hiệu như sau.

Gọi $\varphi = (Ox, Ot)$ thì $\cos\varphi = \dfrac{OH}{ON} = \dfrac{2}{r_\varphi + 1} \Rightarrow \boxed{r_\varphi = \dfrac{2}{\cos\varphi} - 1}$; với $r_\varphi = OM$ quay quanh gốc O

khi $0 < \varphi < HOA$.



Gọi $\theta = (Oy, Ot')$ thì $\cos\theta = \dfrac{OK}{ON'} = \dfrac{1}{r_\theta + 1}$

$\Rightarrow \boxed{r_\theta = \dfrac{1}{\cos\theta} - 1}$; với $r_\theta = OM'$ quay quanh gốc O

khi $0 < \theta < AOK$.

Ta có: $\tan AOK = \dfrac{AK}{OK} = 2 \Rightarrow AOK = \arctan 2$.

Do đó diện tích cần tính là $S = 4\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\left[\displaystyle\int_0^{\arctan 0,5}\left(\dfrac{2}{\cos\varphi} - 1\right)^2 \mathrm{d}\varphi + \int_0^{act\tan 2}\left(\dfrac{1}{\cos\theta} - 1\right)^2 \mathrm{d}\theta\right] \approx 1,52\ dm^2$.

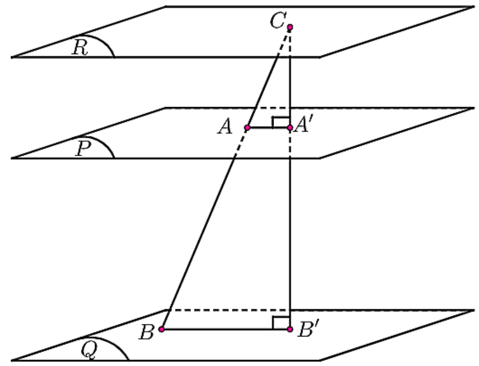
Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba mặt phẳng: $(P): x - 2y + z - 1 = 0$, $(Q): x - 2y + z + 8 = 0$, $(R): x - 2y + z - 4 = 0$. Một đường thẳng d thay đổi cắt ba mặt phẳng (P), (Q), (R) lần lượt tại A, B, C. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T = AB^2 + \dfrac{144}{AC}$.

Trả lời: ☐☐☐☐

Đáp số: 108

Hướng dẫn giải

Dựa vào phương trình ba mặt phẳng $(P), (Q), (R)$ đã cho, ta thấy chúng song song nhau; so sánh hệ số tự do trong phương trình ba mặt phẳng thì: $-4<-1<8$, do vậy mặt phẳng (P) nằm giữa hai mặt phẳng $(Q), (R)$.



Ta tính khoảng cách giữa (P) với hai mặt phẳng còn lại: $d((P),(Q))=\dfrac{|8-(-1)|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{9}{\sqrt{6}}$;

$d((P),(R))=\dfrac{|-4-(-1)|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{3}{\sqrt{6}}$.

Do vậy $\boxed{d((P),(Q))=3d((P),(R))}$.

Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu của C trên các mặt phẳng $(P), (Q)$

$\Rightarrow CA'=\dfrac{3}{\sqrt{6}}, A'B'=\dfrac{9}{\sqrt{6}}$. Vì $AA'//BB'$ nên $\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{CA'}{A'B'}=\dfrac{\frac{3}{\sqrt{6}}}{\frac{9}{\sqrt{6}}}=\dfrac{1}{3}$ hay $\boxed{AC=\dfrac{1}{3}AB}$.

Ta có: $T=AB^2+\dfrac{144}{AC}=AB^2+\dfrac{144}{\frac{1}{3}AB}=AB^2+\dfrac{432}{AB}=AB^2+\dfrac{216}{AB}+\dfrac{216}{AB}\overset{AM-GM}{\geq}3\sqrt[3]{AB^2.\dfrac{216}{AB}.\dfrac{216}{AB}}=108$.

Dấu $"="$ xảy ra khi và chỉ khi $AB^2=\dfrac{216}{AB}\Leftrightarrow AB^3=216\Leftrightarrow AB=6$, suy ra $AC=2$.

Vậy $T_{\min}=108$.

__________________HẾT__________________